

Prova Ordinaria — Esame di Stato 2015

Costruzioni Aeronautiche — PRIMA PARTE

*Dimensionamento del rivestimento e del longherone
Calcolo dell'angolo di torsione all'estremità alare*

PROF. ING. B. RAUCCI
ITIS E. Majorana — Cassino (FR)

Classe 4ACA — A.S. 2025/26

Pag. 1/1



Sessione ordinaria 2015
Seconda prova scritta



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M543 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Tema di: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI MEZZO AEREO

Il candidato svolga la prima parte della prova e risponda a due tra i quesiti proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

Un aeromobile ha le seguenti caratteristiche:

- peso totale 22000 N;
- allungamento alare 8;
- apertura alare 12 m;
- peso delle due ali 2 kN;
- tensione di snervamento del materiale del longherone e rivestimento 400 N/mm²;
- ala rettangolare a profilo NACA 6412;
- momento torcente di 2000 Nm costante sull'ala;
- modulo di elasticità trasversale di 27000 N/mm²;
- $C_{r0} = 0,023$.

L'aeromobile, alla quota di 23000 ft, esegue una richiamata, con trazione di 4200 N e assetto di $E_{\max}$.

Il candidato, facendo le dovute ipotesi semplificative e assumendo, con motivati criteri, i dati ritenuti necessari, dimensioni in tale situazione il rivestimento dell'ala e il longherone e valuti, inoltre, l'angolo di torsione dell'estremità dell'ala.

Testo della traccia

Dati di partenza

Un aeromobile ha le seguenti caratteristiche:

- peso totale $W = 22\,000\text{ N}$;
- allungamento alare $AR = 8$;
- apertura alare $b = 12\text{ m}$;
- peso delle due ali $W_{ali} = 2\text{ kN}$;
- tensione di snervamento del materiale del longherone e del rivestimento $\sigma_s = 400\text{ N mm}^{-2}$;
- ala rettangolare a profilo NACA 6412;
- momento torcente $M_t = 2\,000\text{ N m}$ costante sull'ala;
- modulo di elasticità trasversale $G = 27\,000\text{ N mm}^{-2}$;
- $C_{R0} = 0,023$.

L'aeromobile, alla quota di $23\,000\text{ ft}$, esegue una richiamata, con trazione di $4\,200\text{ N}$ e assetto di $E_{\max}$. Il candidato, facendo le dovute ipotesi semplificative e assumendo, con motivati criteri, i dati ritenuti necessari, dimensioni in tale situazione il rivestimento dell'ala e il longherone e valuti, inoltre, l'angolo di torsione dell'estremità dell'ala.

Inquadramento del problema

La traccia richiede un dimensionamento strutturale a robustezza di un'ala monolongherone, secondo lo schema a semiguscio ideale (rivestimento $\rightarrow$ torsione, anima del longherone $\rightarrow$ taglio, solette $\rightarrow$ flessione). Si seguirà lo *schema risolutivo* a sei fasi (A–F) consolidato nelle nostre dispense. La sezione critica viene fissata, secondo prassi didattica, in $y_{sez} = b/6$ dalla mezzeria; il dimensionamento sarà riferito a tale sezione.

Ipotesi semplificative

1. Velivolo conforme alle norme di certificazione **CS-23 categoria normale** (peso $W < 12\,500\text{ lb}$).
2. Calcolo **a robustezza**: i carichi della manovra sono moltiplicati per n e le tensioni ammissibili ridotte tramite il fattore di sicurezza $FS = 1,5$ (CS-23.303).
3. **Modello del semiguscio ideale**: solette resistenti a flessione, anima a taglio, rivestimento a torsione.
4. Sezione di analisi posta a $y_{sez} = b/6$ dalla mezzeria.
5. Distribuzione di portanza e di peso **uniformi sulla superficie** (ipotesi di aerodinamica della striscia, ragionevole sulla porzione esterna di un'ala rettangolare ad allungamento medio).
6. Profilo NACA 6412: spessore relativo $t/c = 12\%$.
7. Materiale del longherone e del rivestimento: **lega di alluminio** con $\sigma_s = 400\text{ N mm}^{-2}$.

1 Fase A — Determinazione dei dati mancanti

A.1 Quota e atmosfera standard

La quota di volo è di 23 000 ft, ovvero

$$z = 23000 \cdot 0,3048 \approx 7010 \text{ m.}$$

Applicando le relazioni della Troposfera ISA (valide fino a 11 000 m):

$$T_z = T_0 - 0,0065 z, \quad \rho_z = \rho_0 \left(\frac{T_z}{T_0} \right)^{4,2568}$$

con $T_0 = 288,15 \text{ K}$ e $\rho_0 = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$ si ottiene:

$$T_z \approx 242,58 \text{ K}, \quad \boxed{\rho \approx 0,5888 \text{ kg m}^{-3}}.$$

A.2 Fattore di carico di progetto

Il peso in libbre ($W_{lb} = W/4,448$) vale $W_{lb} \approx 4946 \text{ lb}$. Applicando la **CS-23.337** per la categoria *normale*:

$$n = 2,1 + \frac{24000}{W_{lb} + 10000} = 2,1 + \frac{24000}{4946 + 10000} \approx 3,71,$$

con il vincolo $n \leq 3,8$. Si adotta cautelativamente, per il dimensionamento strutturale,

$$\boxed{n = 3,8} \quad (\text{cap superiore CS-23 normale}).$$

Perché $n = 3,8$ e non $n = 3,71$?

La formula CS-23 fornisce il *minimo* fattore di carico positivo da sopportare per certificazione. Il progettista, al limite, sceglie il valore di *cap* ($n_{\max} = 3,8$) per avere margini su eventuali manovre limite, raffiche convenzionali o tolleranze di pilotaggio. Inoltre, in sede d'esame, $n = 3,8$ è il valore tabellato più immediato.

A.3 Velocità di volo nella richiamata

L'assetto di efficienza massima per polare parabolica $C_D = C_{D0} + kC_L^2$ è individuato dalle condizioni:

$$C_{L,E_{\max}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}, \quad C_{D,E_{\max}} = 2C_{D0}, \quad E_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{k}C_{D0}}.$$

Assumendo un fattore di Oswald $e = 0,85$ (valore tipico per ala rettangolare non svergolata),

$$k = \frac{1}{\pi \text{AR} e} = \frac{1}{\pi \cdot 8 \cdot 0,85} \approx 0,0468.$$

Con $C_{R0} = 0,023$:

$$C_{L,E_{\max}} = \sqrt{\frac{0,023}{0,0468}} \approx 0,701, \quad E_{\max} \approx 15,24.$$

In richiamata, l'equazione di portanza $L = nW$ con assetto $E_{\max}$ fornisce la velocità:

$$V = \sqrt{\frac{2nW}{\rho S C_{L,E_{\max}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,8 \cdot 22000}{0,5888 \cdot 18 \cdot 0,701}} \approx 150 \text{ m s}^{-1}.$$

Pressione dinamica:

$$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho V^2 \approx 6620 \text{ Pa.}$$

Attenzione

La traccia fornisce $T = 4\,200\text{ N}$. La condizione $T = D = nW/E_{\max}$ sarebbe rigorosamente compatibile con $n = T E_{\max}/W \approx 2,9$: nella richiamata reale il fattore di carico potrebbe essere inferiore a quello strutturale di progetto. Per il **dimensionamento** si adotta $n = 3,8$ (condizione più severa, coerente con un calcolo a robustezza). Il dato di trazione assume così un significato di prestazione, non di vincolo strutturale.

2 Fase B — Geometria dell'ala

Superficie alare:

$$S = \frac{b^2}{AR} = \frac{12^2}{8} = 18\text{ m}^2.$$

Corda media (ala rettangolare $\Rightarrow$ rastremazione $\lambda = 1$):

$$\bar{c} = \frac{S}{b} = \frac{18}{12} = 1,5\text{ m}.$$

Trattandosi di ala rettangolare $\Rightarrow c_r = c_t = \bar{c} = 1,5\text{ m}$ (la corda è costante lungo l'apertura).

Sezione di analisi a $y_{sez} = b/6 = 2\text{ m}$ dalla mezzeria; in tale sezione $c(y_{sez}) = 1,5\text{ m}$.

Superficie della porzione esterna alla sezione (rettangolo di base $\bar{c}$ e altezza $b/2 - y_{sez}$):

$$S_a = \bar{c} \cdot \left(\frac{b}{2} - y_{sez} \right) = 1,5 \cdot 4 = 6\text{ m}^2.$$

3 Fase C — Forze sulla porzione esterna

Portanza totale e a semiala:

$$L = nW = 3,8 \cdot 22000 = 83\,600\text{ N}, \quad L_{semi} = \frac{L}{2} = 41\,800\text{ N}.$$

Portanza sulla porzione esterna (proporzionale alla superficie):

$$L_a = L_{semi} \frac{S_a}{S_{semi}} = 41800 \cdot \frac{6}{9} \approx 27\,867\text{ N}.$$

Peso strutturale della porzione esterna:

$$W_a = \frac{W_{ali}/2}{S_{semi}} \cdot S_a = \frac{1000}{9} \cdot 6 \approx 667\text{ N}.$$

Forza risultante (calcolo a robustezza, n moltiplica anche il carico inerziale):

$$F_a = L_a - n W_a = 27867 - 3,8 \cdot 667 \approx 25\,333\text{ N}.$$

4 Fase D — Baricentro e sollecitazioni alla sezione

Per la porzione esterna rettangolare, il baricentro è nel centro:

$$y_G = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} - y_{sez} \right) = 2\text{ m}.$$

L'ala si comporta come trave incastrata nella sezione di analisi:

$$T = F_a \approx 25\,333\text{ N}, \quad M_f = T y_G \approx 50\,666\text{ N m}.$$

5 Fase E — Dimensionamento del longherone

E.1 Geometria della sezione del longherone

Spessore del profilo alla sezione (NACA 6412, $t/c = 12\%$):

$$h = c_{sez} \cdot \frac{t}{c} = 1500 \cdot 0,12 = 180 \text{ mm.}$$

Fissati i parametri costruttivi tipici $a = 8 \text{ mm}$ (altezza soletta) e $d = 7,5 \text{ mm}$ (distanza dal profilo esterno), la distanza fra i baricentri delle due solette è:

$$h_1 = h - 2 \left(\frac{a}{2} + d \right) = 180 - 2(4 + 7,5) = 157 \text{ mm.}$$

E.2 Tensioni ammissibili (calcolo a robustezza)

$$\sigma_{amm} = \frac{\sigma_s}{FS} = \frac{400}{1,5} \approx 266,67 \text{ N mm}^{-2},$$

$$\tau_{amm} = \frac{\sigma_{amm}}{\sqrt{3}} \approx 153,96 \text{ N mm}^{-2} \quad (\text{criterio di Von Mises}).$$

E.3 Solette (flessione)

La coppia di forze sulle solette equilibra il momento flettente:

$$F = \frac{M_f}{h_1} = \frac{50666 \cdot 1000}{157} \approx 322\,713 \text{ N.}$$

Area minima della singola soletta:

$$A_{sol} = \frac{F}{\sigma_{amm}} = \frac{322713}{266,67} \approx 1\,210 \text{ mm}^2.$$

Larghezza della soletta (rettangolare di altezza $a = 8 \text{ mm}$):

$$c_{sol} = \frac{A_{sol}}{a} = \frac{1210}{8} \approx 151,3 \text{ mm} \Rightarrow c_{sol} = 152 \text{ mm.}$$

Risultato

Solette: sezione rettangolare $a \times c_{sol} = 8 \times 152 \text{ mm}$ ciascuna; area effettiva $A_{sol,eff} = 1\,216 \text{ mm}^2$.

E.4 Anima (taglio)

Altezza dell'anima:

$$h_2 = h_1 - a = 157 - 8 = 149 \text{ mm.}$$

Per sezione rettangolare, $\tau_{\max} = 1,5 T/A$; quindi area minima:

$$A_{an} = \frac{1,5 T}{\tau_{amm}} = \frac{1,5 \cdot 25333}{153,96} \approx 246,8 \text{ mm}^2.$$

Spessore:

$$s_{an} = \frac{A_{an}}{h_2} = \frac{246,8}{149} \approx 1,66 \text{ mm.}$$

Si arrotonda al primo spessore commerciale superiore (minimo 2 mm):

Risultato**Anima:** $s_{an} = 2$ mm, altezza $h_2 = 149$ mm.**6 Fase F — Dimensionamento del rivestimento (torsione)****F.1 Cassone resistente a torsione**

Si assume il longherone posto al 30% della corda ($x_{long} = 0,3 c_{sez} = 450$ mm dal bordo d'attacco). L'area racchiusa dal cassone anteriore di torsione è mediata fra triangolo inscritto e rettangolo circoscritto:

$$A_{\triangle} = \frac{1}{2} x h = \frac{1}{2} \cdot 450 \cdot 180 = 40\,500 \text{ mm}^2,$$

$$A_{\square} = x h = 450 \cdot 180 = 81\,000 \text{ mm}^2,$$

$$A = \frac{A_{\triangle} + A_{\square}}{2} = \frac{3}{4} x h \approx 60\,750 \text{ mm}^2.$$

F.2 Flusso di taglio (formula di Bredt)

Con $M_t = 2\,000 \text{ N m} = 2,0 \cdot 10^6 \text{ N mm}$ (dato):

$$q = \frac{|M_t|}{2A} = \frac{2,0 \cdot 10^6}{2 \cdot 60\,750} \approx 16,5 \text{ N mm}^{-1}.$$

F.3 Spessore del rivestimento

$$s_{riv} = \frac{q}{\tau_{amm}} = \frac{16,46}{153,96} \approx 0,107 \text{ mm}.$$

Il valore di calcolo è estremamente piccolo: in tali casi prevalgono i *vincoli tecnologici* (spessore minimo commerciale, resistenza al *lavoro di buccia*, instabilità locale, urti, manutenzione). Si adotta lo spessore minimo:

Risultato**Rivestimento:** $s_{riv} = 1$ mm (lamiera in lega di alluminio).**Attenzione**

Il momento torcente $M_t = 2\,000 \text{ N m}$ fornito dalla traccia è **notevolmente inferiore** a quello reale che si otterrebbe applicando $M_t = |C_m| q_{\infty} S_a \bar{c}_a$ con il C_m tipico del NACA 6412 ($C_m \approx -0,135$). Il calcolo darebbe $M_t \approx 7\,850 \text{ N m}$, quindi $q \approx 64,6 \text{ N/mm}$ e $s_{riv} \approx 0,42 \text{ mm}$. In ogni caso il vincolo tecnologico ($s \geq 1 \text{ mm}$) prevale: il rivestimento è dimensionato dal limite costruttivo.

7 Angolo di torsione all'estremità alare**Formula di Bredt per la torsione**

Per una sezione cava monoconnessa a parete sottile, la rotazione specifica è data dalla **seconda formula di Bredt**:

$$\theta' = \frac{d\theta}{dy} = \frac{M_t}{4 A^2 G} \oint \frac{ds}{t(s)}.$$

Con M_t costante lungo l'apertura (dato di traccia), l'integrazione lungo y fornisce semplicemente:

$$\theta_{tip} = \frac{M_t \cdot L}{4 A^2 G} \oint \frac{ds}{t(s)}, \quad L = \frac{b}{2}.$$

Calcolo dell'integrale di linea

Approssimando il cassone come *rettangolo* (lati $x_{long} = 450$ mm e $h = 180$ mm) di spessore costante $s_{riv} = 1$ mm:

$$\text{perim} = 2(x_{long} + h) = 2(450 + 180) = 1\,260 \text{ mm},$$

$$\oint \frac{ds}{t} = \frac{1260}{1} = 1\,260.$$

Calcolo dell'angolo

Con $L = b/2 = 6\,000$ mm:

$$\theta_{tip} = \frac{2,0 \cdot 10^6 \cdot 6000}{4 \cdot (60750)^2 \cdot 27000} \cdot 1260 \approx 3,79 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \approx \boxed{2,17^\circ}.$$

Significato fisico del risultato

Una rotazione all'estremità di circa $2,2^\circ$ è compatibile con un ala convenzionale: rotazioni superiori a 3° – 4° inizierebbero a modificare significativamente la distribuzione di portanza (*aeroelasticità statica*, fino al fenomeno della *divergenza* torsionale). Per velivoli da turismo con ala in lega di alluminio, i valori tipici di θ_{tip} in condizione di manovra limite si attestano intorno a 1° – 3° .

Quadro riassuntivo dei risultati

Componente	Caratteristiche	Valore
Solette (sup. e inf.)	sezione rettangolare $a \times c_{sol}$	8×152 mm
Anima del longherone	altezza h_2 — spessore s_{an}	149×2 mm
Rivestimento	lamiera in lega di alluminio	$s_{riv} = 1$ mm
Sollecitazione massima	momento flettente M_f alla sezione	$\approx 50,7$ kN m
Sollecitazione massima	taglio T alla sezione	$\approx 25,3$ kN
Torsione	angolo all'estremità θ_{tip}	$\approx 2,2^\circ$

Osservazioni didattiche conclusive

1. L'esercizio mostra come, in molti casi reali, il rivestimento sia *dimensionato dal vincolo tecnologico* (spessore minimo) più che dal calcolo a torsione: è una lezione importante di *ingegneria pratica*.
2. L'anima del longherone risulta sottilissima (1,66 mm teorici): se ne arrotonda lo spessore a 2 mm (commerciale), consapevoli che andrebbe verificata la stabilità per *imbozzamento* (instabilità locale) tramite eventuali irrigidimenti (*stiffener*).
3. Le solette sono molto larghe (152 mm) per una sezione di radice di un velivolo da turismo: il valore deriva dal M_f elevato (≈ 51 kN m). In una progettazione ottimizzata si userebbero **solette ad angolare doppio** o a **L-doppio** per migliorare il rapporto inerzia/peso.
4. La distinzione fra calcolo *a robustezza* (carichi reali $\times n$, tensioni ammissibili ridotte da FS) e calcolo *a rottura* (carichi $\times n \cdot FS$, tensioni piene) è formale: i due metodi forniscono dimensionamenti equivalenti.