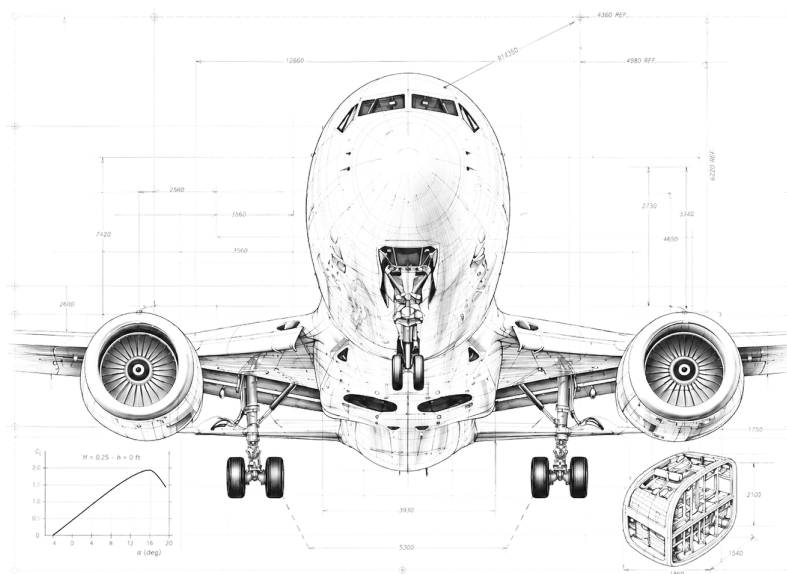


L'Atmosfera Tipo Internazionale

Modello ISA, grandezze relative e problemi di quota

Monografia didattica con teoria ed esercizi svolti passo passo

*per gli allievi della articolazione
Costruzione del Mezzo Aeronautico*



*«Prima di sapere quanto vale una grandezza, bisogna sapere dove si trova
l'aeroplano. L'atmosfera tipo è la mappa che permette di tradurre una misura in
una quota, e una quota in una previsione.»*

Prof. Ing. Biagio Raucci
ITIS «E. Majorana» — Costruzioni Aeronautiche

Compilato il 20 luglio 2026

Indice

I	L'atmosfera tipo: il modello	2
1.1	Perché serve un'atmosfera di riferimento	2
1.2	Le tre ipotesi del modello	2
1.2.1	La costante dell'aria e i valori al livello del mare	3
1.3	L'equazione fondamentale della statica atmosferica	3
1.4	La troposfera: le leggi $T(z), p(z), \rho(z)$	4
1.4.1	Legge della pressione	4
1.4.2	Legge della densità	4
1.5	La stratosfera isoterma	5
1.6	Le grandezze relative δ, σ, θ	6
1.7	Quota vera e quota barometrica: la formula di Laplace	7
1.8	Riepilogo: il formulario dell'atmosfera tipo	7
1.9	I due sistemi di unità: SI e tecnico	8
2	Come si affronta un problema di atmosfera tipo	9
2.1	Il metodo in quattro passi	9
2.2	Un diagramma per decidere lo strato	9
2.3	Le tre «famiglie» di problemi	9
3	Esercizi svolti	II
3.1	N.1 — Dalla pressione alla quota e alla temperatura	II
3.2	N.2 — Dalla temperatura a quota, pressione e densità	12
3.3	N.3 — In stratosfera: pressione e densità a quota assegnata	13
3.4	N.4 — Quota vera e quota barometrica (formula di Laplace)	13
3.5	N.5 — Quota in aria tipo dalla densità relativa	15
4	Esercizi proposti, risolti	17
4.1	P.1 — Grandezze a quota assegnata (troposfera)	17
4.2	P.2 — Problema inverso a partire dalla densità	17
4.3	P.3 — Due quote troposferiche, SI e sistema tecnico	18
4.4	P.4 — Quota stratosferica, SI e sistema tecnico	18
4.5	P.5 — Quota vera e barometrica da rilevazione meteo	18
4.6	P.6 — Quote in aria tipo dalla densità relativa	19
A	Tabella dell'atmosfera tipo	21
B	Formulario essenziale	23

L'atmosfera tipo: il modello

1.1 Perché serve un'atmosfera di riferimento

Un aeroplano non vola nel vuoto: vola immerso nell'aria, e tutte le grandezze che ne governano il comportamento — la portanza, la resistenza, la spinta del motore, la velocità indicata dagli strumenti — dipendono dalle proprietà locali dell'aria, cioè da *pressione*, *temperatura* e *densità*. Il guaio è che queste proprietà cambiano continuamente: di giorno in giorno, di ora in ora, da luogo a luogo e, soprattutto, con la quota.

Dove stiamo andando

Se ogni costruttore, ogni pilota e ogni ente certificatore usasse le condizioni atmosferiche del proprio giorno e del proprio aeroporto, sarebbe impossibile confrontare le prestazioni di due aeroplani, o anche solo verificare che un velivolo rispetti i requisiti di progetto. Serve un *riferimento convenzionale*: un'atmosfera «media», fissata una volta per tutte, rispetto alla quale misurare tutto. Questa è l'**atmosfera tipo**.

L'*Atmosfera Tipo Internazionale* (in inglese *International Standard Atmosphere*, ISA) è un modello matematico che fissa, per ogni quota, i valori convenzionali di temperatura, pressione e densità. Non descrive l'atmosfera di oggi sopra la nostra testa: descrive un'atmosfera *ideale e stabile*, che serve da metro comune. È lo stesso spirito con cui in meccanica si definiscono le «condizioni normali» o in elettrotecnica una tensione nominale.

Atmosfera Tipo Internazionale (ISA)

Modello convenzionale dell'atmosfera terrestre in cui la temperatura, la pressione e la densità sono assegnate in funzione della sola quota geometrica z , a partire da condizioni fissate al livello del mare e da una legge di variazione della temperatura nota a priori. L'aria è trattata come un *gas perfetto* in *equilibrio idrostatico*.

1.2 Le tre ipotesi del modello

Tutto il modello ISA poggia su tre ipotesi fisiche. Conviene enunciarle subito con chiarezza, perché ogni formula che ricaveremo è conseguenza logica di esse: capire da dove nasce una formula è il primo passo per saperla usare.

1. **L'aria è un gas perfetto.** Vale l'equazione di stato $p = \rho R T$, dove R è la costante specifica dell'aria.
2. **L'aria è in equilibrio idrostatico.** Ogni straterello d'aria è fermo: il suo peso è esattamente equilibrato dalla differenza di pressione fra la faccia inferiore e quella superiore. Da qui la *legge di Stevino*, $dp = -\rho g dz$.
3. **La temperatura varia con legge nota.** Nella parte bassa dell'atmosfera (la *troposfera*) la temperatura cala linearmente con la quota; più in alto (la *stratosfera*) resta costante.

Osservazione

La terza ipotesi è ciò che distingue una *regione* dall'altra dell'atmosfera. Il modello ISA è «a strati»: in ciascuno strato la legge $T(z)$ ha una forma diversa, e di conseguenza cambiano anche le leggi $p(z)$ e $\rho(z)$. Prima di risolvere qualsiasi problema dovremo perciò *sempre* chiederci: «in quale strato mi trovo?».

1.2.1 La costante dell'aria e i valori al livello del mare

La costante specifica dell'aria si ottiene dalla costante universale dei gas $\mathcal{R}$, divisa per la massa molare M dell'aria:

$$R = \frac{\mathcal{R}}{M} = \frac{8314 \text{ J/(kmol K)}}{28,96 \text{ kg/kmol}} \approx 287 \text{ J/(kg K)}.$$

Al livello del mare ($z = 0$) l'ISA fissa i valori di riferimento raccolti nella tabella seguente; li useremo continuamente e conviene impararli.

Tabella 1.1. Valori di riferimento dell'atmosfera tipo al livello del mare.

Grandezza	Simbolo	Valore
Temperatura	T_0	288,15 K = 15 °C
Pressione	p_0	101 325 Pa = 1013,25 mbar = 760 mmHg
Densità	ρ_0	1,2250 kg/m ³
Gradiente termico	a	0,0065 K/m
Accelerazione di gravità	g	9,806 65 m/s ²
Costante dell'aria	R	287,05 J/(kg K)

Attenzione

Nei testi più datati la temperatura di riferimento a 0 °C è assunta pari a 273,16 K (anziché 273,15 K) e quella al livello del mare a 288,16 K. La differenza è di un centesimo di grado e non altera in modo apprezzabile alcun risultato: in questa monografia usiamo i valori moderni 273,15 K e 288,15 K, restando così internamente coerenti.

1.3 L'equazione fondamentale della statica atmosferica

Combiniamo le prime due ipotesi. Dalla legge di Stevino

$$dp = -\rho g dz,$$

e dall'equazione di stato dei gas perfetti $\rho = \frac{p}{R T}$, sostituendo ρ otteniamo:

$$dp = -\frac{p}{R T} g dz \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R T} dz} \quad (1.1)$$

L'equazione (1.1) è la chiave di volta di tutto il capitolo. Essa lega la variazione *relativa* di pressione alla quota, tramite la temperatura. Per integrarla dobbiamo però sapere come T dipende da z : ed è qui che entra in gioco la terza ipotesi, distinguendo troposfera e stratosfera.

Osservazione

Il segno meno dice una cosa fisicamente ovvia: salendo ($dz > 0$) la pressione diminuisce ($dp < 0$), perché sopra di noi resta meno aria a premere. Tutta la matematica che segue non fa che quantificare questa semplice verità.

1.4 La troposfera: le leggi $T(z)$, $p(z)$, $\rho(z)$

Nella troposfera ($0 \leq z \leq 11\,000$ m) la temperatura decresce linearmente:

$$T(z) = T_0 - a z, \quad a = 0,0065 \text{ K/m.} \quad (1.2)$$

Osservazione

Un gradiente di $0,0065 \text{ K/m}$ significa che ogni 1000 m di salita la temperatura cala di $6,5^\circ\text{C}$, cioè 1°C ogni 154 m circa. È un dato che conviene tenere a mente come ordine di grandezza.

1.4.1 Legge della pressione

Riprendiamo l'equazione (1.1) e usiamo la (1.2). Poiché $T = T_0 - az$, differenziando si ha $dT = -a dz$, ossia $dz = -\frac{dT}{a}$. Sostituendo:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R T} \left(-\frac{dT}{a} \right) = \frac{g}{a R} \frac{dT}{T}.$$

Integriamo fra il livello del mare (p_0, T_0) e la quota generica (p, T):

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \frac{g}{a R} \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{p}{p_0} = \frac{g}{a R} \ln \frac{T}{T_0}.$$

Passando dagli logaritmi alle potenze:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{a R}} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5,2561} \quad (1.3)$$

L'esponente vale numericamente

$$\frac{g}{a R} = \frac{9,80665}{0,0065 \times 287,05} = \frac{9,80665}{1,86583} \approx 5,2561.$$

Esponente della troposfera

L'esponente $g/(aR) \approx 5,2561$ non è un numero magico: è il rapporto fra la «spinta» gravitazionale a comprimere l'aria (g) e la combinazione aR che misura quanto rapidamente il gas si «alleggerisce» salendo. Sapere da dove viene permette di ricostruirlo se lo si dimentica.

1.4.2 Legge della densità

Non serve una nuova integrazione: basta l'equazione di stato. Poiché $\rho = p/(R T)$ e $\rho_0 = p_0/(R T_0)$, dividendo membro a membro:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5,2561} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5,2561-1}.$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4,2561} \quad (1.4)$$

Il senso di tutto questo

Le tre leggi (1.2), (1.3) e (1.4) formano un sistema completo: assegnata *una qualsiasi* fra z , T , p , ρ , le altre tre sono determinate. È esattamente ciò che ci chiederanno gli esercizi: «dato uno, trova gli altri». L'esponente della densità è quello della pressione *diminuito di uno*, perché la densità «perde» un fattore T rispetto alla pressione (è pressione divisa temperatura).

1.5 La stratosfera isoterma

Superata la *tropopausa* a $z_{11} = 11\,000$ m, la temperatura smette di scendere e resta costante:

$$T = T_{11} = 216,65 \text{ K} = -56,5^\circ \text{C} \quad (11\,000 \text{ m} \leq z \leq 20\,000 \text{ m}). \quad (1.5)$$

Con T costante, l'equazione (1.1) diventa immediatamente integrabile perché $R T$ è una costante:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R T_{11}} dz \quad \Rightarrow \quad \int_{p_{11}}^p \frac{dp}{p} = -\frac{g}{R T_{11}} \int_{z_{11}}^z dz,$$

da cui

$$\ln \frac{p}{p_{11}} = -\frac{g}{R T_{11}} (z - z_{11}).$$

Introducendo l'**altezza di scala** $H_{11} = \frac{R T_{11}}{g}$:

$$\boxed{\frac{p}{p_{11}} = e^{-\frac{z-z_{11}}{H_{11}}}} \quad \text{e, essendo } T = \text{cost,} \quad \boxed{\frac{\rho}{\rho_{11}} = e^{-\frac{z-z_{11}}{H_{11}}}} \quad (1.6)$$

Poiché nella stratosfera $\rho = p/(R T_{11})$ con T_{11} costante, densità e pressione seguono la *stessa* legge esponenziale.

Altezza di scala H

$H = R T/g$ è l'altezza di una ipotetica colonna d'aria a densità costante che produrrebbe alla base la stessa pressione dell'atmosfera reale. In modo equivalente, è la quota di cui bisogna salire perché la pressione si riduca di un fattore $e \approx 2,718$. Alla tropopausa

$$H_{11} = \frac{R T_{11}}{g} = \frac{287,05 \times 216,65}{9,80665} \approx 6342 \text{ m}.$$

I valori di riferimento alla tropopausa (che useremo come «nuovo livello di partenza» per la stratosfera) sono:

$$T_{11} = 216,65 \text{ K}, \quad p_{11} = 22\,632 \text{ Pa}, \quad \rho_{11} = 0,363\,92 \text{ kg/m}^3, \quad H_{11} = 6342 \text{ m}.$$

Essi sono fra loro coerenti: si verifica infatti $p_{11} = \rho_{11} R T_{11}$.

Attenzione

Nella stratosfera è un *errore* usare le leggi a potenza (1.3) e (1.4): quelle valgono solo dove la temperatura cala linearmente. Sopra gli 11 000 m si usano le esponenziali (1.6), e il «punto di partenza» non è più il livello del mare ma la tropopausa. Sbagliare strato è l'errore più comune in questi problemi.

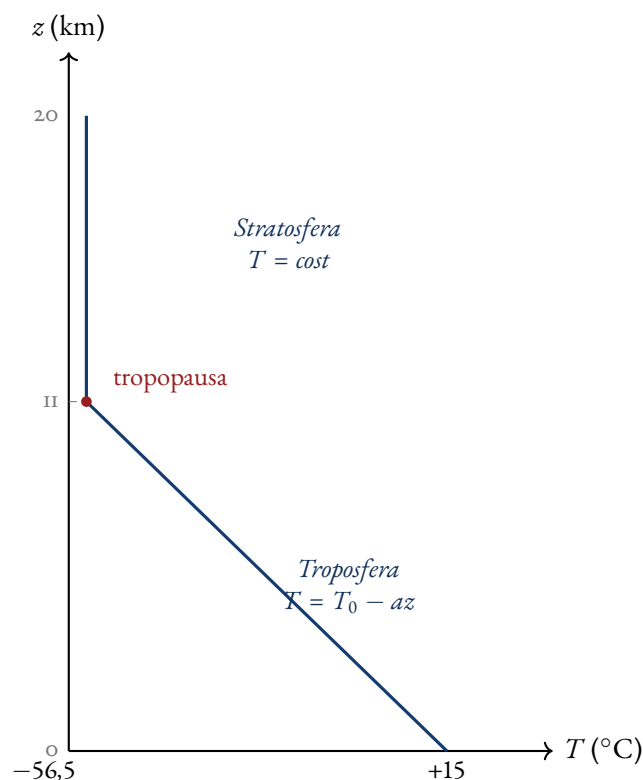


Figura 1.1. Profilo della temperatura nell'atmosfera tipo: decrescita lineare nella troposfera, valore costante nella stratosfera.

1.6 Le grandezze relative δ , σ , θ

Nella pratica aeronautica si preferisce spesso lavorare con i *rapporti* rispetto ai valori al livello del mare, adimensionali e comodi da tabulare:

$$\theta = \frac{T}{T_0}, \quad \delta = \frac{p}{p_0}, \quad \sigma = \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (1.7)$$

Dall'equazione di stato scritta al livello del mare e a una quota generica segue la relazione fondamentale fra le tre:

$$\delta = \sigma \theta \quad \Longleftrightarrow \quad \sigma = \frac{\delta}{\theta} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \quad (1.8)$$

Osservazione

La (1.8) è preziosa: da una misura «grezza» di pressione p e temperatura T essa restituisce subito il rapporto di densità σ , che a sua volta individua la quota nell'atmosfera tipo. È il principio su cui si basa il metodo che useremo negli esercizi con la sonda meteorologica: si passa *sempre* attraverso σ .

Il rapporto σ ha inoltre un significato aerodinamico diretto: la velocità vera V e quella equivalente V_e (legata alla pressione dinamica letta dagli strumenti) sono collegate proprio da $V = V_e / \sqrt{\sigma}$. La densità relativa, quindi, non è un mero artificio di calcolo, ma la grandezza che «traduce» ciò che l'anemometro misura in ciò che l'aeroplano realmente fa.

1.7 Quota vera e quota barometrica: la formula di Laplace

Quando una sonda o un altimetro misurano la pressione lungo una salita, si pongono due problemi distinti, che è essenziale non confondere.

Quota vera e quota barometrica

La **quota vera** z è l'altezza geometrica effettivamente raggiunta, ricostruita dai dati *reali* di pressione e temperatura misurati durante la salita. La **quota barometrica** è invece la quota che, nell'atmosfera *tipo*, corrisponde alla pressione finale misurata: è ciò che segnerebbe un altimetro tarato sull'ISA.

Per la quota vera si integra l'equazione (1.1) fra due livelli di misura consecutivi, trattando ciascun sottile strato come isoterma alla sua *temperatura media* T_m :

$$\ln \frac{p_n}{p_{n+1}} = \frac{g}{R T_m} (z_{n+1} - z_n) \implies \Delta z_n = z_{n+1} - z_n = \frac{R T_m}{g} \ln \frac{p_n}{p_{n+1}}.$$

Passando ai logaritmi decimali ($\ln = 2,3026 \log_{10}$) si ottiene la forma classica, detta **formula di Laplace**:

$$\Delta z_n = C T_m \log_{10} \frac{p_n}{p_{n+1}}, \quad T_m = \frac{T_n + T_{n+1}}{2}, \quad (1.9)$$

dove la costante C vale

$$C = \frac{R}{g} \ln 10 = \frac{287,05}{9,80665} \times 2,30259 \approx 67,4 \text{ m/K}.$$

La quota vera finale è la somma dei contributi, a partire dalla quota del piazzale di partenza z_0 :

$$z = z_0 + \sum_n \Delta z_n. \quad (1.10)$$

Attenzione

Alcuni testi datati riportano $C \approx 67,2$ (o, in forma equivalente, la costante 18 400 riferita a 0°C : infatti $18\,400/273 = 67,4$). Il valore fisicamente corretto, ricavato sopra, è $C = 67,4 \text{ m/K}$: è quello che adottiamo. La differenza sui risultati finali è dell'ordine di qualche metro su alcune migliaia.

Il senso di tutto questo

La formula di Laplace non è altro che l'equazione (1.6) applicata a tanti sottili strati isotermi, uno per ogni intervallo di misura. Là dove la temperatura reale differisce da quella dell'atmosfera tipo, quota vera e quota barometrica non coincidono: il loro confronto misura, di fatto, quanto l'aria del giorno si discosta dall'ideale.

1.8 Riepilogo: il formulario dell'atmosfera tipo

Formule da tenere sempre sott'occhio

Troposfera ($0 \leq z \leq 11 \text{ km}$):

$$T = T_0 - az, \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{5,2561}, \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{4,2561}.$$

Stratosfera ($11 \text{ km} \leq z \leq 20 \text{ km}$):

$$T = T_{11}, \quad \frac{p}{p_{11}} = e^{-\frac{z-z_{11}}{H_{11}}}, \quad \frac{\rho}{\rho_{11}} = e^{-\frac{z-z_{11}}{H_{11}}}, \quad H_{11} = \frac{R T_{11}}{g}.$$

Grandezze relative: $\delta = \frac{p}{p_0}$, $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$, $\theta = \frac{T}{T_0}$, $\delta = \sigma\theta$.

Quota vera (Laplace): $\Delta z_n = C T_m \log_{10} \frac{p_n}{p_{n+1}}$, $C = 67,4 \text{ m/K}$.

1.9 I due sistemi di unità: SI e tecnico

Molte tabelle aeronautiche storiche, e diversi temi d'esame, usano ancora il *sistema tecnico* (ST), nel quale l'unità di forza è il chilogrammo-forza kg_f . Conviene saper passare dall'uno all'altro.

Tabella 1.2. Conversione fra Sistema Internazionale e sistema tecnico.

Grandezza	Sistema Internazionale (SI)	Sistema tecnico (ST)
Pressione	$p \text{ [Pa = N/m}^2\text{]}$	$p_{ST} = p/g \text{ [kg}_f\text{/m}^2\text{]}$
Densità	$\rho \text{ [kg/m}^3\text{]}$	$\rho_{ST} = \rho/g \text{ [kg}_f\text{ s}^2\text{/m}^4\text{]}$

Osservazione

Il fattore di conversione è sempre $g = 9,806\,65 \text{ m/s}^2$, perché il chilogrammo-forza è per definizione il peso di un chilogrammo-massa: $1 \text{ kg}_f = 9,806\,65 \text{ N}$. Così, ad esempio, $\rho_0 = 1,2250 \text{ kg/m}^3$ in SI diventa $\rho_{0,ST} = 1,2250/9,80665 = 0,1249 \text{ kg}_f \text{ s}^2/\text{m}^4$ in ST. Negli esercizi che seguono forniremo entrambi i valori quando il testo originale li richiede.

Come si affronta un problema di atmosfera tipo

Prima di lanciarsi nei conti, fermiamoci a ragionare sul *metodo*. Quasi tutti i problemi di questo capitolo, per quanto diversi appaiano, si risolvono con la stessa sequenza mentale. Impararla vale più di imparare a memoria dieci esercizi: significa saperne risolvere cento.

2.1 Il metodo in quattro passi

La sequenza da seguire, sempre

Passo 1 — Che cosa mi danno e che cosa mi chiedono?

Elenca il dato di partenza (una fra z , T , p , ρ , oppure una serie di misure) e le incognite. Scrivi tutto con le unità.

Passo 2 — In quale strato sono?

Se la quota è (o risulterà) sotto gli 11 km: troposfera, leggi a potenza. Sopra: stratosfera, leggi esponenziali. Se il dato è una temperatura, ricorda che $T = 216,65 \text{ K} = -56,5 \text{ °C}$ segna il confine.

Passo 3 — Quale relazione devo invertire?

Individua la formula che lega il dato all'incognita e, se serve, invertila. Il «ponte» fra le grandezze è quasi sempre la temperatura T (nella troposfera) o la pressione p (nella stratosfera).

Passo 4 — Calcolo, controllo, unità.

Esegui il calcolo, poi verifica che il risultato sia *ragionevole* (salendo, T , p , ρ devono diminuire) e converti nelle unità richieste.

2.2 Un diagramma per decidere lo strato

Il passo più delicato è il secondo. Il diagramma seguente lo rende automatico.

2.3 Le tre «famiglie» di problemi

Gli esercizi di questo capitolo si raggruppano in tre famiglie ricorrenti. Nel seguito le affronteremo tutte.

1. **Problemi diretti e inversi «puntuali».** Si dà una grandezza a una certa quota e se ne chiedono le altre (esercizi N.1, N.2, N.3 e i proposti P.1–P.4). Qui basta scegliere lo strato e invertire la formula giusta.
2. **Ricostruzione della quota vera (Laplace).** Da una serie di misure di p e T nel tempo si ricostruisce l'altezza raggiunta, e la si confronta con la quota barometrica (esercizi N.4 e P.5). Il calcolo è ripetitivo: si organizza in tabella.
3. **Quota in aria tipo dalla densità relativa σ .** Da p e T misurate si calcola σ e da questa si risale alla quota ISA (esercizi N.5 e P.6). Il ponte è la (1.8).

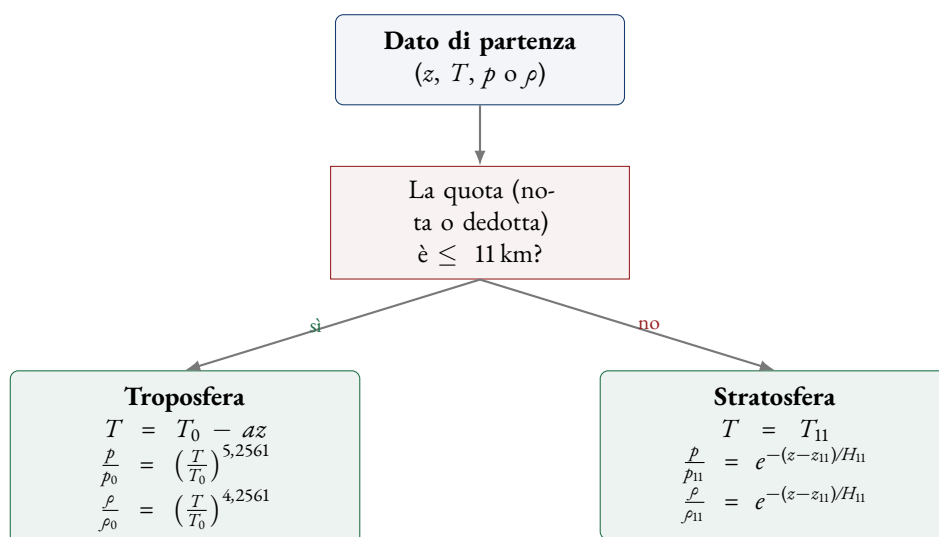


Figura 2.1. Diagramma decisionale: la prima domanda da porsi è sempre «in quale strato mi trovo?».

Il senso di tutto questo

Le tre famiglie condividono la stessa fisica (statica di un gas perfetto) ma rispondono a domande diverse: «quanto vale?», «quanto sono salito davvero?», «a quale quota tipo corrisponde ciò che misuro?». Riconoscere subito la famiglia a cui appartiene un problema è metà della soluzione.

Esercizi svolti

In questo capitolo risolviamo, con il metodo del capitolo precedente, i cinque esercizi-tipo. Ogni esercizio si apre con un breve ragionamento (*strategia*) che individua la famiglia del problema e la formula da usare: è la parte più importante, quella che insegna a *pensare* prima di calcolare.

3.1 N.1 — Dalla pressione alla quota e alla temperatura

Esercizio N.1

Una sonda trasmette a terra il valore di pressione $p = 490$ mmHg. Calcolare, in aria tipo, la quota e la temperatura in gradi centigradi.

Strategia

Famiglia 1 (problema inverso puntuale). Il dato è la pressione; le incognite sono T e z . La pressione (490 mmHg, cioè circa i due terzi di quella al suolo) suggerisce una quota bassa: siamo in **troposfera**. Il ponte è la temperatura: dalla legge della pressione ricavo T , poi da T ricavo z .

Passo 1 — Dati e incognite.

$$p = 490 \text{ mmHg}, \quad p_0 = 760 \text{ mmHg}, \quad T_0 = 288,15 \text{ K}, \quad a = 0,0065 \text{ K/m}.$$

Incognite: T (e quindi t in $^{\circ}\text{C}$) e z .

Passo 2 — Ricavo la temperatura invertendo la legge della pressione. Dalla (1.3), $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{5,2561}$, estraggo la radice:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/5,2561} = \left(\frac{490}{760}\right)^{1/5,2561} = (0,64474)^{0,19025} = 0,91985.$$

$$T = 288,15 \times 0,91985 = 265,07 \text{ K}.$$

In gradi centigradi:

$$t = T - 273,15 = 265,07 - 273,15 = -8,08^{\circ}\text{C}.$$

Passo 3 — Ricavo la quota dalla legge lineare della temperatura. Da $T = T_0 - az$ segue $z = \frac{T_0 - T}{a}$:

$$z = \frac{288,15 - 265,07}{0,0065} = \frac{23,08}{0,0065} = 3551,5 \text{ m}.$$

Risultato N.1

$$T = 265,07 \text{ K}, \quad t = -8,08^{\circ}\text{C}, \quad z \approx 3552 \text{ m}.$$

Osservazione

Controllo di ragionevolezza: la quota è ben sotto gli 11 km, il che conferma *a posteriori* la scelta della troposfera; la temperatura è scesa sotto zero, coerente con circa 3,5 km di salita a 6,5 °C per chilometro (≈ 23 °C di calo).

3.2 N.2 — Dalla temperatura a quota, pressione e densità**Esercizio N.2**

Il termometro di bordo di un velivolo da turismo in volo in aria tipo misura una temperatura dell'aria esterna pari a 3 °C. Determinare: (1) la quota di volo; (2) la pressione; (3) la densità.

Strategia

Famiglia 1. Il dato è ora la temperatura. È positiva e vicina a quella al suolo: quota bassa, **troposfera**. Da T ricavo direttamente z (legge lineare), poi p e ρ con le due leggi a potenza. Nessuna inversione difficile: T è il dato «comodo» perché compare esplicitamente in tutte e tre le leggi.

Passo 1 — Temperatura assoluta.

$$T = 273,15 + 3 = 276,15 \text{ K.}$$

Passo 2 — Quota.

$$z = \frac{T_0 - T}{a} = \frac{288,15 - 276,15}{0,0065} = \frac{12}{0,0065} = 1846,15 \text{ m.}$$

Passo 3 — Pressione. Con $\frac{T}{T_0} = \frac{276,15}{288,15} = 0,95836$:

$$p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5,2561} = 1013,25 \times (0,95836)^{5,2561} = 1013,25 \times 0,79966 = 810,25 \text{ mbar.}$$

Nel sistema tecnico, $p_{ST} = p/g$ con p in Pa: $p = 81\,025 \text{ Pa}/\dots$; più semplicemente $p_{ST} = 81\,025/9,80665 \approx 8262 \text{ kg}_f/\text{m}^2$.

Passo 4 — Densità.

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4,2561} = 1,2250 \times (0,95836)^{4,2561} = 1,2250 \times 0,83441 = 1,0221 \text{ kg}/\text{m}^3.$$

In sistema tecnico: $\rho_{ST} = 1,0221/9,80665 = 0,1042 \text{ kg}_f \text{ s}^2/\text{m}^4$.

Risultato N.2

$$z \approx 1846 \text{ m}, \quad p = 810,25 \text{ mbar} (\approx 8262 \text{ kg}_f/\text{m}^2), \quad \rho = 1,0221 \text{ kg}/\text{m}^3 (\approx 0,1042 \text{ ST}).$$

3.3 N.3 — In stratosfera: pressione e densità a quota assegnata

Esercizio N.3

Calcolare il valore della pressione e della densità, nel SI e nel sistema tecnico, per la quota $z = 16\,000\text{ m}$.

Strategia

Famiglia 1, ma attenzione: $z = 16\,000\text{ m} > 11\,000\text{ m}$, quindi siamo in **stratosfera**. Qui *non* valgono le leggi a potenza: si usano le esponenziali (1.6), partendo dai valori alla tropopausa. Errore classico da evitare: applicare la formula della troposfera a una quota stratosferica.

Passo 1 — Riferimenti alla tropopausa.

$$z_{11} = 11\,000\text{ m}, \quad p_{11} = 22\,632\text{ Pa}, \quad \rho_{11} = 0,363\,92\text{ kg/m}^3, \quad H_{11} = 6342\text{ m}.$$

Passo 2 — Esponente comune.

$$\frac{z - z_{11}}{H_{11}} = \frac{16000 - 11000}{6342} = \frac{5000}{6342} = 0,78839.$$

$$e^{-0,78839} = 0,45461.$$

Passo 3 — Pressione.

$$p = p_{11} e^{-0,78839} = 22632 \times 0,45461 = 10\,287\text{ Pa}.$$

In sistema tecnico: $p_{ST} = 10\,287/9,80665 = 1049\text{ kgf/m}^2$.

Passo 4 — Densità. Stessa esponenziale:

$$\rho = \rho_{11} e^{-0,78839} = 0,36392 \times 0,45461 = 0,165\,42\text{ kg/m}^3.$$

$$\rho_{ST} = 0,16542/9,80665 = 0,016\,87\text{ kgf s}^2/\text{m}^4.$$

Risultato N.3

$$p \approx 10\,287\text{ Pa } (\approx 1049\text{ kgf/m}^2), \quad \rho \approx 0,165\,42\text{ kg/m}^3 (\approx 0,016\,87\text{ ST}).$$

Osservazione

A 16 km la densità è appena il 13,5 % di quella al suolo: è il motivo per cui, ad alta quota, servono velocità vere molto maggiori per generare la stessa portanza. Qui si tocca con mano l'utilità di σ .

3.4 N.4 — Quota vera e quota barometrica (formula di Laplace)

Esercizio N.4

Una sonda meteorologica, nella sua ascensione, invia a terra in funzione del tempo i valori di temperatura e pressione riportati nella Tabella 3.1. Sapendo che il piazzale di partenza è a 400 m s.l.m., calcolare la quota vera raggiunta e la quota barometrica finale.

Strategia

Famiglia 2. Abbiamo una serie di misure reali: la quota vera si costruisce sommando i contributi Δz_n della formula di Laplace (1.9), intervallo per intervallo. La quota barometrica, invece, è tutt'altra cosa: è la quota che nell'atmosfera *tipo* corrisponde alla *pressione finale* misurata, e si trova con la legge della troposfera. Il lavoro è ripetitivo: lo organizziamo in tabella.

Tabella 3.1. Dati della sonda (N.4). T in kelvin = $t + 273,15$.

t (s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
t (°C)	29	23	14	9	4	1	0	-4	-10	-13	-19	-24	-29
p (mmHg)	730	703	680	605	560	530	495	470	435	395	370	340	321

Impostazione. Per ogni intervallo $[n, n+1]$ calcolo la temperatura media $T_m = (T_n + T_{n+1})/2$ e il contributo

$$\Delta z_n = C T_m \log_{10} \frac{p_n}{p_{n+1}}, \quad C = 67,4 \text{ m/K}.$$

La quota vera parte da $z_0 = 400 \text{ m}$ e cresce sommando i Δz_n .

Tabella 3.2. Applicazione della formula di Laplace (N.4).

Intervallo (s)	T_m (K)	$\log_{10} \frac{p_n}{p_{n+1}}$	Δz_n (m)	z (m)
—				400,0
0-5	299,15	0,01637	330,0	730,0
5-10	291,65	0,01445	284,0	1014,0
10-15	284,65	0,05075	973,7	1987,7
15-20	279,65	0,03357	632,7	2620,4
20-25	275,65	0,02391	444,3	3064,6
25-30	273,65	0,02967	547,2	3611,9
30-35	271,15	0,02251	411,3	4023,2
35-40	266,15	0,03361	602,9	4626,1
40-45	261,65	0,04189	738,8	5364,8
45-50	257,15	0,02840	492,1	5857,0
50-55	251,65	0,03672	622,9	6479,8
55-60	246,65	0,02497	415,2	6895,0

Esempio del primo intervallo (per mostrare come si legge la tabella):

$$T_m = \frac{302,15 + 296,15}{2} = 299,15 \text{ K}, \quad \log_{10} \frac{730}{703} = 0,01637,$$

$$\Delta z_0 = 67,4 \times 299,15 \times 0,01637 = 330,0 \text{ m}, \quad z = 400 + 330,0 = 730,0 \text{ m}.$$

Quota barometrica finale. La pressione finale è $p = 321 \text{ mmHg}$. La quota ISA corrispondente si trova invertendo la legge della troposfera:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{321}{760} \right)^{1/5,2561} = 0,84873, \quad T = 288,15 \times 0,84873 = 244,56 \text{ K},$$

$$z_{\text{bar}} = \frac{T_0 - T}{a} = \frac{288,15 - 244,56}{0,0065} \approx 6705 \text{ m}.$$

Risultato N.4

$$z_{\text{vera}} \approx 6895 \text{ m}, \quad z_{\text{barometrica}} \approx 6705 \text{ m}.$$

Il senso di tutto questo

Le due quote differiscono di circa 190 m: l'aria reale del giorno era, in media, più fredda di quella tipo, e un'aria più fredda è più densa, così la pressione cala più in fretta con la quota. L'altimetro barometrico, che «crede» di essere in atmosfera tipo, sottostima quindi la quota vera. È un effetto di cui i piloti tengono conto nella navigazione invernale.

3.5 N.5 — Quota in aria tipo dalla densità relativa**Esercizio N.5**

In un'ascensione meteorologica, in funzione degli istanti di salita, si sono rilevati i valori di pressione e temperatura della Tabella 3.3. Calcolare, nei vari istanti, le quote in aria tipo. Partenza dal livello del mare.

Strategia

Famiglia 3. Qui non ricostruiamo la quota vera, ma chiediamo: «a quale quota dell'atmosfera *tipo* corrisponde ciascuna coppia (p, T) misurata?». Il ponte è la densità relativa $\sigma = \rho/\rho_0$: la calcoliamo con la (1.8), poi la invertiamo nella legge della densità della troposfera per trovare z .

Attenzione

La densità relativa $\sigma = \rho/\rho_0$ è indicata in molti testi datati con il simbolo δ . In questa monografia manteniamo σ per la densità e riserviamo δ al rapporto di *pressione* p/p_0 , come nel formulario.

Formula operativa. Dalla (1.8), con p in mmHg:

$$\sigma = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} = \frac{288,15}{760} \cdot \frac{p}{T} = 0,37914 \frac{p}{T}.$$

Poi, invertendo $\sigma = (T/T_0)^{4,2561}$ e usando $T = T_0 - az$:

$$z = \frac{T_0}{a} \left(1 - \sigma^{1/4,2561} \right).$$

Tabella 3.3. Calcolo delle quote in aria tipo (N.5).

t (s)	t (°C)	T (K)	p (mmHg)	σ	z (m)
0	30	303,15	730	0,9130	938
5	25	298,15	701	0,8914	1181
10	15	288,15	670	0,8816	1294
15	10	283,15	610	0,8168	2058
20	5	278,15	570	0,7770	2552
25	−1	272,15	505	0,7035	3515
30	−8	265,15	470	0,6721	3952

Esempio del primo istante.

$$\sigma = 0,37914 \times \frac{730}{303,15} = 0,9130,$$

$$z = \frac{288,15}{0,0065} \left(1 - 0,9130^{1/4,2561} \right) = 44331 \times (1 - 0,97883) = 938 \text{ m.}$$

Risultato N.5

Le quote in aria tipo crescono da circa 938 m a 3952 m, come nella colonna finale della Tabella 3.3.

Osservazione

Si noti la differenza concettuale con l'esercizio N.4: là sommavamo incrementi per ottenere la quota *vera*; qui ogni riga è indipendente dalle altre, perché a ogni misura associamo la quota *tipo* che le compete. Sono due domande diverse sulla stessa salita.

Esercizi proposti, risolti

Risolviamo ora, con lo stesso metodo, i sei esercizi proposti. Sono un'occasione per consolidare: prima di leggere lo svolgimento, prova a individuare da solo la *famiglia* e lo *strato*.

4.1 P.1 — Grandezze a quota assegnata (troposfera)

Esercizio P.1

Calcolare a $z = 4000$ m, in aria tipo, i valori di pressione, temperatura e densità (rispettivamente in mbar, K, kg/m^3).

Famiglia 1, troposfera ($z < 11$ km). Da z ricavo T , poi p e ρ .

$$T = T_0 - az = 288,15 - 0,0065 \times 4000 = 262,15 \text{ K}; \quad \frac{T}{T_0} = 0,90977.$$

$$p = 1013,25 \times (0,90977)^{5,2561} = 616,4 \text{ mbar}, \quad \rho = 1,2250 \times (0,90977)^{4,2561} = 0,8191 \text{ kg/m}^3.$$

Risultato P.1

$$T = 262,15 \text{ K}, \quad p = 616,4 \text{ mbar}, \quad \rho = 0,8191 \text{ kg/m}^3.$$

4.2 P.2 — Problema inverso a partire dalla densità

Esercizio P.2

Calcolare i valori di pressione (in N/m^2 e in kgf/m^2), di temperatura (in K e $^{\circ}\text{C}$) e di quota, in aria tipo, sapendo che $\rho = 0,73215 \text{ kg/m}^3$.

Famiglia 1, inverso. Il dato è la densità: invertito la legge della densità per ricavare T , poi ottengo z e p . La densità è più della metà di quella al suolo: quota moderata, troposfera.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{0,73215}{1,2250} = 0,59767 = \sigma, \quad \frac{T}{T_0} = \sigma^{1/4,2561} = (0,59767)^{0,23496} = 0,88609.$$

$$T = 288,15 \times 0,88609 = 255,33 \text{ K}, \quad t = 255,33 - 273,15 = -17,82^{\circ}\text{C}.$$

$$z = \frac{T_0 - T}{a} = \frac{288,15 - 255,33}{0,0065} = 5050 \text{ m}.$$

$$p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5,2561} = 101325 \times (0,88609)^{5,2561} = 53\,661 \text{ N/m}^2,$$

$$p_{ST} = \frac{53661}{9,80665} = 5472 \text{ kgf/m}^2.$$

Risultato P.2

$$T = 255,33 \text{ K } (-17,82^\circ \text{C}), \quad z \approx 5050 \text{ m}, \quad p = 53\,661 \text{ N/m}^2 (\approx 5472 \text{ kgf/m}^2).$$

4.3 P.3 — Due quote troposferiche, SI e sistema tecnico**Esercizio P.3**

Calcolare la pressione e la densità, nel SI e nel sistema tecnico, alle quote $z = 3200 \text{ m}$ e $z = 6400 \text{ m}$.

Famiglia 1: entrambe le quote sono in troposfera. Per ciascuna calcolo T , poi p e ρ , infine divido per g per il sistema tecnico. Raccoglio in tabella.

Tabella 4.1. Risultati dell'esercizio P.3.

$z \text{ (m)}$	$p \text{ (Pa)}$	$p_{ST} \text{ (kgf/m}^2\text{)}$	$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$	$\rho_{ST} \text{ (kgf s}^2\text{/m}^4\text{)}$
3200	68342,6	6969,00	0,890531	0,090809
6400	44648,5	4552,88	0,630870	0,064331

A titolo d'esempio, per $z = 3200 \text{ m}$: $T = 288,15 - 0,0065 \times 3200 = 267,35 \text{ K}$, $T/T_0 = 0,92783$, da cui $p = 101325 \times (0,92783)^{5,2561} = 68\,343 \text{ Pa}$ e $\rho = 1,2250 \times (0,92783)^{4,2561} = 0,8905 \text{ kg/m}^3$.

4.4 P.4 — Quota stratosferica, SI e sistema tecnico**Esercizio P.4**

Calcolare i valori di pressione e densità, nel SI e nel sistema tecnico, alla quota $z = 18\,500 \text{ m}$.

Famiglia 1, stratosfera ($z > 11 \text{ km}$): leggi esponenziali dai riferimenti alla tropopausa.

$$\frac{z - z_{11}}{H_{11}} = \frac{18500 - 11000}{6342} = 1,18262, \quad e^{-1,18262} = 0,30646.$$

$$p = 22632 \times 0,30646 = 6935,7 \text{ Pa}, \quad p_{ST} = \frac{6935,7}{9,80665} = 707,25 \text{ kgf/m}^2.$$

$$\rho = 0,36392 \times 0,30646 = 0,111\,53 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{ST} = 0,011\,372 \text{ kgf s}^2\text{/m}^4.$$

Risultato P.4

$$p = 6935,7 \text{ Pa } (\approx 707,25 \text{ kgf/m}^2), \quad \rho = 0,111\,53 \text{ kg/m}^3 (\approx 0,011\,372 \text{ ST}).$$

4.5 P.5 — Quota vera e barometrica da rilevazione meteo**Esercizio P.5**

Da una rilevazione meteorologica si sono ottenuti, in diversi istanti, i valori di pressione e temperatura della Tabella 4.2. Calcolare la quota vera e la quota barometrica finale, sapendo che il piazzale di partenza è al livello del mare.

Famiglia 2: formula di Laplace con $z_0 = 0$, poi quota barometrica dalla pressione finale.

Tabella 4.2. Rilevazione meteorologica e calcolo di Laplace (P.5).

Intervallo (s)	T_m (K)	$\log_{10} \frac{p_n}{p_{n+1}}$	Δz_n (m)	z (m)
—	—	—	—	0,0
0–5	297,15	0,02413	483,3	483,3
5–10	291,65	0,03218	632,7	1116,0
10–15	284,65	0,04949	949,4	2065,4
15–20	275,15	0,05162	957,3	3022,7
20–25	267,15	0,03057	550,4	3573,0
25–30	263,15	0,05799	1028,5	4601,6
30–35	259,15	0,03218	562,2	5163,7
35–40	253,65	0,04700	803,4	5967,2
40–45	248,15	0,03892	650,9	6618,1
45–50	244,65	0,01688	278,4	6896,4

t (°C) : 26, 22, 15, 8, –4, –8, –12, –16, –23, –27, –30

p (mmHg) : 740, 700, 650, 580, 515, 480, 420, 390, 350, 320, 307,8

Quota barometrica. Dalla pressione finale $p = 307,8$ mmHg:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{307,8}{760} \right)^{1/5,2561} = 0,84200, \quad T = 242,62 \text{ K}, \quad z_{\text{bar}} = \frac{288,15 - 242,62}{0,0065} \approx 7004 \text{ m}.$$

Risultato P.5

$z_{\text{vera}} \approx 6896 \text{ m}, \quad z_{\text{barometrica}} \approx 7004 \text{ m}.$

Nota sul confronto con le vecchie soluzioni

Alcuni fascicoli storici riportano per questo esercizio $z_{\text{vera}} = 6872,25 \text{ m}$: è un valore identico a quello dell'esercizio N.4 e, a un controllo numerico indipendente, risulta un *refuso* (verosimilmente copiato dall'esercizio precedente). Il calcolo corretto, con la costante di Laplace $C = 67,4 \text{ m/K}$, fornisce $z_{\text{vera}} \approx 6896 \text{ m}$. È un buon promemoria: i risultati dei fascicoli vanno sempre *verificati*, mai copiati per fede.

4.6 P.6 — Quote in aria tipo dalla densità relativa

Esercizio P.6

In un'ascensione meteorologica, in funzione del tempo, si sono rilevati i valori di temperatura e pressione della Tabella 4.3. Calcolare le quote in aria tipo istante per istante mediante σ . Partenza dal livello del mare.

Famiglia 3: per ogni riga calcolo $\sigma = 0,37914 (p/T)$ e inverto $z = \frac{T_0}{a} (1 - \sigma^{1/4,2561})$.

Il senso di tutto questo

Confrontando le colonne σ e z si vede la logica del metodo: al crescere della quota la densità relativa diminuisce, e a ogni valore di σ corrisponde una e una sola quota tipo. È lo stesso principio con cui un calcolatore di volo, letta la densità dell'aria, «sa» a quale quota densimetrica sta operando l'aeroplano — informazione decisiva per le prestazioni al decollo e in salita.

Tabella 4.3. Calcolo delle quote in aria tipo (P.6).

t (s)	t ($^{\circ}\text{C}$)	T (K)	p (mmHg)	σ	z (m)
0	35	308,15	745	0,9166	897
10	17	290,15	680	0,8886	1214
20	4	277,15	605	0,8276	1927
30	-2	271,15	530	0,7411	3014
40	-12	261,15	490	0,7114	3409
50	-16	257,15	395	0,5824	5288
60	-21	252,15	335	0,5037	6597

Tabella dell'atmosfera tipo

La tabella seguente riporta i valori dell'atmosfera tipo internazionale dal livello del mare fino a 20 km, calcolati con le formule del Capitolo 1 e le costanti ivi adottate. È stata generata *ex novo* dal modello, così da essere pienamente coerente con gli esercizi svolti in questa monografia. Le colonne δ , σ e $1/\sqrt{\sigma}$ sono le grandezze relative introdotte nel testo; l'ultima è il fattore che lega velocità vera e velocità equivalente.

z (m)	t (°C)	T (K)	p (Pa)	p (mbar)	ρ (kg/m ³)	δ	σ	$1/\sqrt{\sigma}$
0	15,0	288,15	101325	1013,25	1,2250	1,0000	1,0000	1,000
500	11,8	284,90	95461	954,61	1,1673	0,9421	0,9529	1,024
1000	8,5	281,65	89874	898,74	1,1116	0,8870	0,9075	1,050
1500	5,2	278,40	84555	845,55	1,0581	0,8345	0,8637	1,076
2000	2,0	275,15	79494	794,94	1,0065	0,7845	0,8216	1,103
2500	-1,2	271,90	74682	746,82	0,9568	0,7370	0,7811	1,131
3000	-4,5	268,65	70107	701,07	0,9091	0,6919	0,7421	1,161
3500	-7,8	265,40	65763	657,63	0,8632	0,6490	0,7047	1,191
4000	-11,0	262,15	61639	616,39	0,8191	0,6083	0,6687	1,223
4500	-14,2	258,90	57727	577,27	0,7768	0,5697	0,6341	1,256
5000	-17,5	255,65	54018	540,18	0,7361	0,5331	0,6009	1,290
5500	-20,8	252,40	50505	505,05	0,6971	0,4984	0,5690	1,326
6000	-24,0	249,15	47179	471,79	0,6597	0,4656	0,5385	1,363
6500	-27,2	245,90	44033	440,33	0,6238	0,4346	0,5092	1,401
7000	-30,5	242,65	41059	410,59	0,5895	0,4052	0,4812	1,442
7500	-33,8	239,40	38250	382,50	0,5566	0,3775	0,4544	1,484
8000	-37,0	236,15	35598	355,98	0,5251	0,3513	0,4287	1,527
8500	-40,2	232,90	33097	330,97	0,4951	0,3266	0,4041	1,573
9000	-43,5	229,65	30741	307,41	0,4663	0,3034	0,3807	1,621
9500	-46,8	226,40	28522	285,22	0,4389	0,2815	0,3583	1,671
10000	-50,0	223,15	26435	264,35	0,4127	0,2609	0,3369	1,723
10500	-53,2	219,90	24473	244,73	0,3877	0,2415	0,3165	1,778
11000	-56,5	216,65	22631	226,31	0,3639	0,2233	0,2971	1,835
12000	-56,5	216,65	19330	193,30	0,3108	0,1908	0,2537	1,985
13000	-56,5	216,65	16510	165,10	0,2655	0,1629	0,2167	2,148
14000	-56,5	216,65	14102	141,02	0,2268	0,1392	0,1851	2,324
15000	-56,5	216,65	12044	120,44	0,1937	0,1189	0,1581	2,515
16000	-56,5	216,65	10287	102,87	0,1654	0,1015	0,1350	2,721
17000	-56,5	216,65	8787	87,87	0,1413	0,0867	0,1153	2,945
18000	-56,5	216,65	7505	75,05	0,1207	0,0741	0,0985	3,186
19000	-56,5	216,65	6410	64,10	0,1031	0,0633	0,0841	3,447
20000	-56,5	216,65	5475	54,75	0,0880	0,0540	0,0719	3,730

Nota

La riga a 11 000 m segna la tropopausa: da lì in su la temperatura resta costante a $-56,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e le colonne di p e ρ seguono la legge esponenziale. Si noti come $1/\sqrt{\sigma}$ cresca rapidamente con la quota: a 16 km vale già 2,7, il che significa che, per volare, servono velocità vere quasi triple rispetto al livello del mare a parità di velocità equivalente.

Formulario essenziale

Costanti al livello del mare

$T_0 = 288,15 \text{ K} = 15^\circ \text{C}$; $p_0 = 101\,325 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ mbar} = 760 \text{ mmHg}$; $\rho_0 = 1,2250 \text{ kg/m}^3$;
 $a = 0,0065 \text{ K/m}$; $g = 9,806\,65 \text{ m/s}^2$; $R = 287,05 \text{ J/(kg K)}$.

Tropopausa e stratosfera

$z_{11} = 11\,000 \text{ m}$; $T_{11} = 216,65 \text{ K}$; $p_{11} = 22\,632 \text{ Pa}$; $\rho_{11} = 0,363\,92 \text{ kg/m}^3$; $H_{11} = R T_{11}/g = 6342 \text{ m}$.

Leggi del modello

Troposfera: $T = T_0 - az$; $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{5,2561}$; $\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{4,2561}$.

Stratosfera: $\frac{p}{p_{11}} = e^{-(z-z_{11})/H_{11}}$; $\frac{\rho}{\rho_{11}} = e^{-(z-z_{11})/H_{11}}$.

Grandezze relative: $\delta = \frac{p}{p_0}$; $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$; $\theta = \frac{T}{T_0}$; $\delta = \sigma \theta$.

Quota vera (Laplace): $\Delta z_n = C T_m \log_{10} \frac{p_n}{p_{n+1}}$, $C = \frac{R}{g} \ln 10 = 67,4 \text{ m/K}$, $T_m = \frac{T_n + T_{n+1}}{2}$.

Inversioni utili

$T = T_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/5,2561}$; $T = T_0 \sigma^{1/4,2561}$; $z = \frac{T_0 - T}{a}$; $z = \frac{T_0}{a} (1 - \sigma^{1/4,2561})$.

Sistema tecnico: $p_{ST} = p/g$; $\rho_{ST} = \rho/g$.