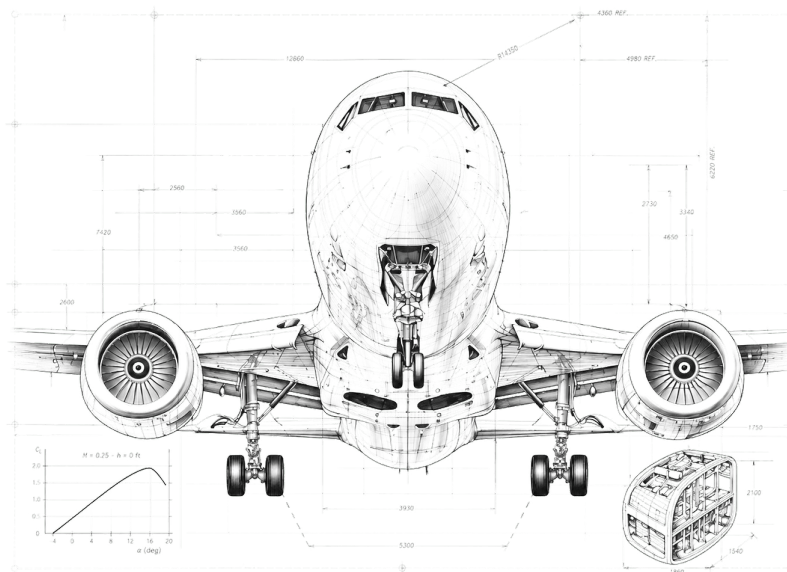


Caratteristiche della propulsione

Come nasce la spinta e come varia con quota e velocità

Una monografia propedeutica allo studio delle prestazioni



Questa monografia introduce in modo autoconsistente i concetti di *spinta*, *rendimento propulsivo*, *potenza disponibile* e *consumo specifico* per i quattro principali sistemi di propulsione aeronautica: il gruppo motoelica, il turbogetto, il turboventola e il turboelica. Ogni grandezza è definita a partire dai principi primi della meccanica e collegata esplicitamente al suo utilizzo nella meccanica del volo. Le unità sono quelle del Sistema Internazionale; le unità anglosassoni compaiono solo per il confronto con la letteratura tecnica.

Indice

I	Caratteristiche della propulsione	2
1.1	Da dove nasce la spinta: l'equazione della propulsione	2
1.1.1	Il principio di azione e reazione	2
1.2	Il rendimento propulsivo e il compromesso fondamentale	6
1.2.1	L'energia sprecata nel getto	6
1.2.2	Definizione e calcolo del rendimento	6
1.2.3	Il compromesso spinta-efficienza	7
1.3	Potenza necessaria e potenza disponibile	9
1.3.1	Due grandezze, due padroni	9
1.3.2	Come si costruisce la potenza necessaria	10
1.3.3	Il diagramma delle potenze	11
1.4	Il gruppo motoelica	16
1.4.1	Il motore a combustione interna	16
1.4.2	Variazione con la velocità di volo	18
1.4.3	Variazione con la quota: il problema dell'aria rarefatta	18
1.4.4	Il rimedio: la sovralimentazione	20
1.4.5	L'elica: dalla potenza all'asse alla potenza disponibile	20
1.5	Il turbogetto	23
1.5.1	Il flusso attraverso il motore	23
1.5.2	Il consumo specifico riferito alla spinta	26
1.5.3	Variazione con la velocità: regime subsonico	26
1.5.4	Variazione con la velocità: regime supersonico	26
1.5.5	Variazione con la quota	27
1.6	Il turboventola	29
1.6.1	Turboventola civile (alto rapporto di diluizione)	30
1.6.2	Turboventola militare (basso rapporto di diluizione)	31
1.7	Il turboelica	32
1.7.1	Spinta, potenza e potenza equivalente	33
1.7.2	Variazione con velocità e quota	33
1.8	Postbruciatore e conversione dei consumi specifici	35
1.8.1	Il postbruciatore	35
1.8.2	Da SFC a TSFC: una conversione utile	36
1.9	Quadro riepilogativo	37
A	Fattori di conversione e unità anglosassoni	39
B	Richiamo: l'atmosfera standard e il rapporto di densità	40
C	Esercizi svolti di riepilogo	41
	Riferimenti essenziali	46

Caratteristiche della propulsione

Perché questo capitolo viene prima delle prestazioni

In meccanica del volo si studiano le prestazioni dell'aeroplano — la velocità massima, la quota di tangenza, la rapidità di salita, l'autonomia — confrontando in ogni condizione di volo ciò che l'aeroplano *richiede* con ciò che il propulsore *può fornire*. Il propulsore entra dunque nel bilancio con due sole grandezze: quanta *spinta* (oppure quanta *potenza*) mette a disposizione, e quanto *combustibile* consuma per farlo. Tutto il resto — il ciclo termodinamico, la fluidodinamica interna, la palettatura — resta sullo sfondo. Lo scopo di questa monografia è ricavare quelle due grandezze, e soprattutto capire *come cambiano* al variare della quota e della velocità di volo: è proprio questa dipendenza che, nel capitolo sulle prestazioni, farà la differenza tra un modello di aeroplano che sale e uno che non decolla.

La storia del volo a motore è la storia di un compromesso. Fin dai primi tentativi si comprese che l'ostacolo non era tanto generare portanza, quanto disporre di un motore abbastanza leggero in rapporto alla potenza erogata. Da quel primo problema di rapporto peso/potenza sono nate, in poco più di un secolo, famiglie di propulsori profondamente diverse tra loro: l'elica mossa dal motore a pistoni, il turbogetto puro, il turboventola, il turboelica. Non si sono succedute l'una soppiantando l'altra; convivono ancora oggi, ciascuna nel proprio dominio di velocità. La ragione di questa convivenza è il tema centrale del capitolo, e la anticipiamo subito perché funga da filo conduttore: *esiste un compromesso inevitabile tra la spinta che un propulsore riesce a produrre e l'efficienza con cui la produce*.

1.1 Da dove nasce la spinta: l'equazione della propulsione

Dove stiamo andando

Ricaviamo da zero l'equazione che lega la spinta di un qualunque propulsore alla portata d'aria che esso elabora e all'incremento di velocità che le imprime. È la relazione fondamentale su cui poggia tutto il capitolo: qualunque discorso successivo sull'efficienza, sui rendimenti e sulle differenze tra i motori discende da qui.

Consideriamo un dispositivo propulsivo generico — non importa se sia un'elica, un turbogetto o un turboventola — e immaginiamo di racchiuderlo idealmente in un tubo di flusso, cioè in quella regione di spazio delimitata dalle linee di corrente che investono e attraversano il propulsore. L'aria entra da monte con una certa velocità e ne esce da valle con velocità maggiore: il propulsore ha *accelerato* la corrente. Vogliamo legare questa accelerazione alla forza che ne risulta. La situazione è rappresentata nella Figura 1.1: conviene tenerla sotto gli occhi per tutta la derivazione, perché ogni simbolo che introdurremo — $\dot{m}$, V_∞ , V_j — vi trova il proprio posto.

1.1.1 Il principio di azione e reazione

La spinta T nasce, come qualunque forza aerodinamica, dalla risultante netta delle distribuzioni di pressione e di sforzo tangenziale che agiscono su tutte le superfici del dispositivo lambite dall'aria, interne ed esterne. Calcolare quella risultante punto per punto sarebbe un'impresa. Fortunatamente non serve: possiamo aggirare

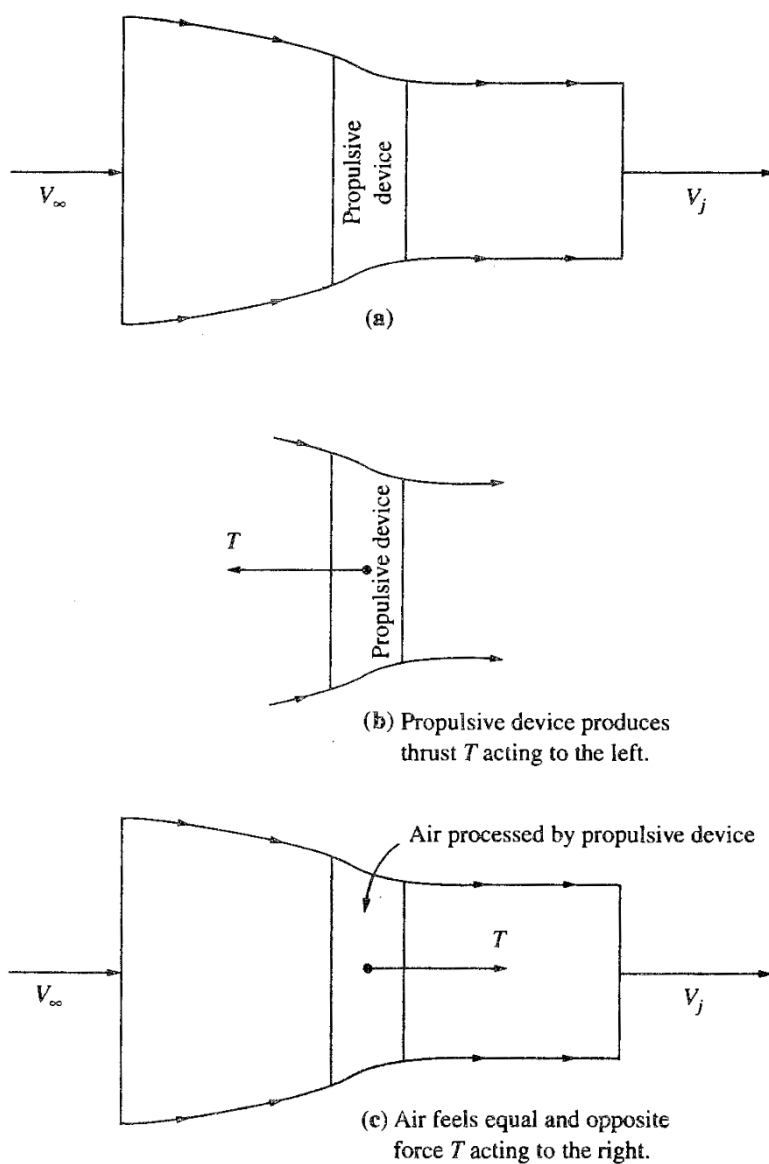


Figura 1.1. Il volume di controllo per la derivazione dell'equazione della spinta: un propulsore generico racchiuso nel suo tubo di flusso. L'aria entra da monte con velocità V_∞ attraverso la sezione d'ingresso ed esce da valle con velocità $V_j > V_\infty$; la portata massica $\dot{m}$ è la stessa in ogni sezione. La spinta T è la reazione, diretta in avanti, alla forza con cui il propulsore accelera l'aria all'indietro.

del tutto il dettaglio geometrico applicando il secondo principio della dinamica a tutta l'aria contenuta nel tubo di flusso, trattata come un unico corpo.

Portata massica

Si chiama *portata massica* $\dot{m}$ la quantità di massa d'aria che attraversa una sezione del tubo di flusso nell'unità di tempo. Si misura in kg/s. In regime stazionario la portata è la stessa attraverso ogni sezione del tubo (principio di conservazione della massa): ciò che entra da monte esce da valle, né più né meno.

Sia dunque $\dot{m}$ la portata massica d'aria, V_∞ la velocità con cui l'aria entra da monte e V_j la velocità con cui esce da valle (la chiameremo *velocità del getto*). La quantità di moto è per definizione massa per velocità; la quantità di moto che *entra* nel tubo per unità di tempo vale allora $\dot{m} V_\infty$, quella che *esce* vale $\dot{m} V_j$. La loro differenza è la variazione di quantità di moto subita nell'unità di tempo dall'aria che attraversa il propulsore:

$$\frac{d(mv)}{dt} = \dot{m} V_j - \dot{m} V_\infty = \dot{m} (V_j - V_\infty).$$

Il secondo principio della dinamica afferma che questa variazione di quantità di moto nel tempo è pari alla forza applicata all'aria. Ma per il terzo principio, la forza che il propulsore esercita sull'aria (spingendola all'indietro, per accelerarla) ha una reazione uguale e contraria che l'aria esercita sul propulsore (spingendolo in avanti): quest'ultima è precisamente la spinta.

Equazione della spinta

$$T = \dot{m} (V_j - V_\infty)$$

La spinta di un propulsore è pari al prodotto della portata massica d'aria elaborata per l'incremento di velocità ($V_j - V_\infty$) che il propulsore imprime alla corrente. È il risultato più importante del capitolo: due sole grandezze, una portata e un salto di velocità.

Due strade per la stessa spinta

L'equazione $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$ dice che una data spinta si può ottenere in due modi opposti: elaborando una *grande* portata d'aria con un *piccolo* incremento di velocità, oppure una *piccola* portata con un incremento *grande*. È esattamente la differenza fisica tra un'elica e un turbogetto. L'elica, con il suo grande diametro, investe una massa d'aria enorme e la accelera di poco; il turbogetto ingerisce una massa d'aria molto minore ma la scaglia all'indietro a velocità elevatissima. Vedremo tra poco che questa scelta ha conseguenze decisive sull'efficienza.

Un'ipotesi semplificativa e la sua correzione

Nel ricavare $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$ abbiamo trascurato due contributi: la forza dovuta alla pressione che agisce sulle pareti laterali del tubo di flusso, e la massa aggiuntiva del combustibile che, bruciando, si somma all'aria. Entrambi sono in genere piccoli. La forma più completa dell'equazione, che riprenderemo studiando il turbogetto, è

$$T = (\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}}) V_j - \dot{m}_{\text{aria}} V_\infty + (p_e - p_\infty) A_e,$$

dove p_e è la pressione dei gas all'uscita dell'ugello, p_∞ quella ambiente e A_e l'area di uscita. Il termine di pressione $(p_e - p_\infty) A_e$ è di norma molto minore dei termini di quantità di moto, e in prima approssimazione si trascura, ritrovando l'equazione fondamentale.

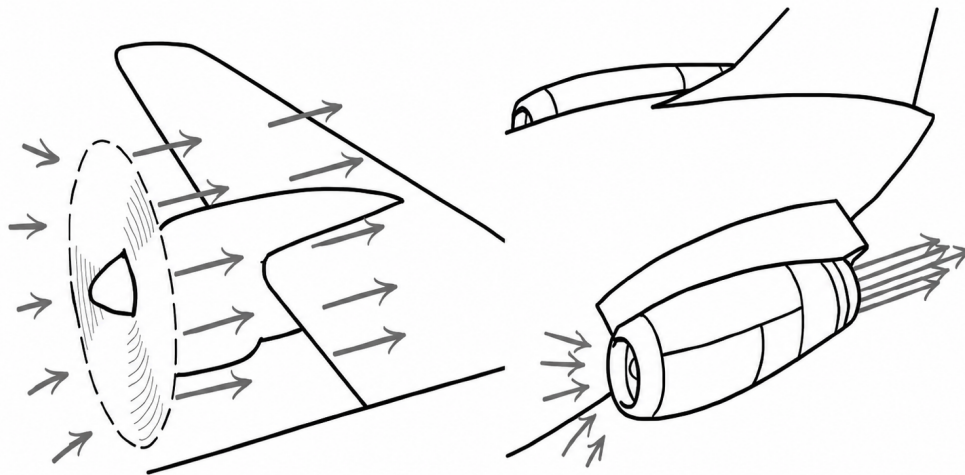


Figura 1.2. Le due strade per produrre la stessa spinta $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$. A sinistra: l'elica elabora una grande portata d'aria (tubo di flusso di grande diametro) imprimendole un piccolo incremento di velocità. A destra: il turbogetto elabora una portata molto minore ma con un salto di velocità elevatissimo. La scia dell'elica è lenta e "larga", quella del getto veloce e "stretta".

Esercizio 1 — Spinta di un turbogetto e confronto con l'elica

Un piccolo turbogetto elabora una portata d'aria $\dot{m} = 45 \text{ kg/s}$. L'aeroplano vola a $V_\infty = 250 \text{ m/s}$ e i gas lasciano l'ugello, rispetto al velivolo, a $V_j = 480 \text{ m/s}$.

- Calcolare la spinta.
- Un'elica dovesse fornire la stessa spinta elaborando $\dot{m}_{el} = 900 \text{ kg/s}$: di quanto accelererebbe l'aria?

Dati e modello fisico. Applichiamo direttamente l'equazione della spinta $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$, valida per qualunque propulsore in regime stazionario, trascurando i termini di pressione e la massa di combustibile.

(a) Spinta del turbogetto.

$$T = \dot{m}(V_j - V_\infty) = 45 \text{ kg/s} \times (480 - 250) \text{ m/s} = 10\,350 \text{ N} \approx 10,35 \text{ kN}.$$

(b) Salto di velocità dell'elica. Imponendo la stessa spinta e invertendo l'equazione:

$$V_j - V_\infty = \frac{T}{\dot{m}_{el}} = \frac{10\,350 \text{ N}}{900 \text{ kg/s}} = 11,5 \text{ m/s}.$$

Il senso del risultato. A parità di spinta, il turbogetto imprime all'aria un salto di 230 m/s , l'elica appena $11,5 \text{ m/s}$: venti volte meno, perché elabora venti volte più aria. Questa è, in numeri, la differenza fisica tra i due propulsori anticipata poco sopra. Nel prossimo paragrafo vedremo che proprio il piccolo salto di velocità dell'elica la rende molto più efficiente.

Il senso di tutto questo

Abbiamo ottenuto lo strumento con cui misureremo qualunque propulsore: $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$. Da questa sola equazione discende la classificazione dei motori e — come vedremo subito — il compromesso tra spinta ed efficienza che spiega perché esistano tipi di propulsore così diversi.

1.2 Il rendimento propulsivo e il compromesso fondamentale**Dove stiamo andando**

La spinta, da sola, non basta a giudicare un propulsore: conta anche a quale prezzo energetico la si ottiene. Introduciamo perciò il *rendimento propulsivo*, lo ricaviamo per via rigorosa e scopriamo che è governato dal solo rapporto V_j/V_∞ . Da qui nascerà, in modo quasi obbligato, la spiegazione di perché elica e getto coesistano.

1.2.1 L'energia sprecata nel getto

Per parlare di efficienza dobbiamo prima individuare dove si perde energia. Cambiamo punto di vista: invece di immaginare il propulsore fermo con l'aria che gli scorre attraverso, immaginiamo — come avviene davvero — il propulsore che avanza a velocità V_∞ nell'aria in quiete. Un osservatore fermo a terra, prima che il velivolo arrivi, vede l'aria immobile: essa non possiede energia cinetica. Dopo che il velivolo è passato, quello stesso osservatore vede l'aria muoversi all'indietro con velocità $(V_j - V_\infty)$: le è stata comunicata un'energia cinetica che prima non aveva.

Perché quell'energia è persa

L'energia cinetica lasciata nell'aria della scia — pari, per unità di massa, a $\frac{1}{2}(V_j - V_\infty)^2$ — non compie alcun lavoro utile: non contribuisce a far avanzare l'aeroplano, resta semplicemente lì, come un vortice d'aria smossa che a poco a poco si dissipa in calore. È una perdita *inevitabilmente* associata al meccanismo con cui si genera la spinta: per spingere in avanti bisogna spingere qualcosa all'indietro, e ciò che si spinge all'indietro porta via energia. Il rendimento propulsivo misura proprio quanta parte dell'energia totale spesa si traduce in lavoro utile e quanta finisce sprecata in questo modo.

1.2.2 Definizione e calcolo del rendimento**Una convenzione di notazione**

In questa monografia, come nell'intera Serie, le *potenze* sono indicate con la lettera greca maiuscola Π , distinte fra loro dal pedice:

Π	potenza all'asse del motore	Π_s	potenza all'albero
Π_d	potenza <i>disponibile</i>	Π_{es}	potenza equivalente
Π_n	potenza <i>necessaria</i>		

I due pedici che incontreremo più spesso sono d per *disponibile* — ciò che il propulsore offre — e n per *necessaria* — ciò che il volo richiede. La stessa convenzione vale per le spinte: T_d e T_n . L'uso della Π maiuscola evita ogni ambiguità con la pressione, che si scrive con la p minuscola (p_e, p_∞, p_0) e che in questo capitolo compare spesso accanto alle potenze. Si presti attenzione, infine, a non confondere Π (potenza) con il numero π minuscolo, che continua a valere 3,141 59...

Dalla meccanica elementare, la potenza sviluppata da una forza applicata a un corpo in moto è il prodotto della forza per la velocità del corpo. La *potenza utile*, o *potenza disponibile* Π_d , è quella che la spinta T effettivamente impiega per far avanzare il velivolo a velocità V_∞ :

$$\Pi_d = T V_\infty. \quad (1.1)$$

Ma il propulsore eroga una potenza *maggiore* di questa, perché oltre a spingere l'aeroplano deve anche creare l'energia cinetica sprecata nella scia. La *potenza persa* è l'energia cinetica sprecata per unità di tempo: poiché $\dot{m}$ è la massa d'aria trattata al secondo e $\frac{1}{2}(V_j - V_\infty)^2$ è l'energia cinetica sprecata per unità di massa,

$$\Pi_{\text{persa}} = \frac{1}{2} \dot{m} (V_j - V_\infty)^2.$$

La potenza totale generata dal propulsore è la somma dei due contributi:

$$\Pi_{\text{tot}} = T V_\infty + \frac{1}{2} \dot{m} (V_j - V_\infty)^2. \quad (1.2)$$

Rendimento propulsivo

Il *rendimento propulsivo* η_p è il rapporto tra la potenza utile (disponibile) e la potenza totale generata dal propulsore:

$$\eta_p = \frac{\text{potenza utile disponibile}}{\text{potenza totale generata}} = \frac{\Pi_d}{\Pi_{\text{tot}}}.$$

Sostituiamo le (1.1) e (1.2) e poi, nella potenza utile, esplicitiamo la spinta tramite l'equazione fondamentale $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$:

$$\eta_p = \frac{T V_\infty}{T V_\infty + \frac{1}{2} \dot{m} (V_j - V_\infty)^2} = \frac{\dot{m} (V_j - V_\infty) V_\infty}{\dot{m} (V_j - V_\infty) V_\infty + \frac{1}{2} \dot{m} (V_j - V_\infty)^2}.$$

Dividiamo numeratore e denominatore per il fattore comune $\dot{m} (V_j - V_\infty) V_\infty$:

$$\eta_p = \frac{1}{1 + \frac{\frac{1}{2}(V_j - V_\infty)}{V_\infty}} = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{V_j}{V_\infty} \right)}.$$

Rendimento propulsivo

$$\eta_p = \frac{2}{1 + \frac{V_j}{V_\infty}}$$

Il rendimento propulsivo dipende *solo* dal rapporto V_j/V_∞ tra la velocità del getto e la velocità di volo. Non compaiono né la portata, né la spinta, né la quota: tutta l'efficienza del meccanismo propulsivo è racchiusa in questo unico rapporto.

1.2.3 Il compromesso spinta-efficienza

Leggiamo la formula con attenzione, tenendo un occhio su di essa e l'altro sull'equazione della spinta.

- Il rendimento è *massimo*, pari a 1 (cioè al 100 %), quando $V_j = V_\infty$. In tal caso l'aria esce dal propulsore, rispetto al suolo, con velocità nulla: nessuna energia cinetica viene sprecata nella scia. Perfetto... se non fosse che, per $V_j = V_\infty$, l'equazione della spinta dà $T = \dot{m}(V_j - V_\infty) = 0$: spinta nulla! Rendimento perfetto e spinta nulla sono la stessa condizione. È un limite ideale, irraggiungibile nella pratica.
- Quanto più V_j supera V_∞ , tanto maggiore è la spinta, ma tanto minore è il rendimento, perché cresce l'energia sprecata nella scia.

Il compromesso non si può eludere

Ecco il compromesso che regge l'intero capitolo: *più spinta significa meno efficienza, e viceversa*. Non è un difetto tecnologico da correggere, è una conseguenza diretta delle leggi di Newton. Ogni propulsore vive in un punto di questo compromesso:

- l'**elica** lavora con V_j di poco superiore a V_∞ (piccolo salto, grande portata): rendimento alto, spinta modesta;
- il **turbogetto** lavora con V_j molto maggiore di V_∞ (grande salto, piccola portata): spinta elevata, rendimento inferiore;
- il **turboventola** e il **turboelica** sono soluzioni intermedie, progettate per collocarsi in un punto conveniente del compromesso.

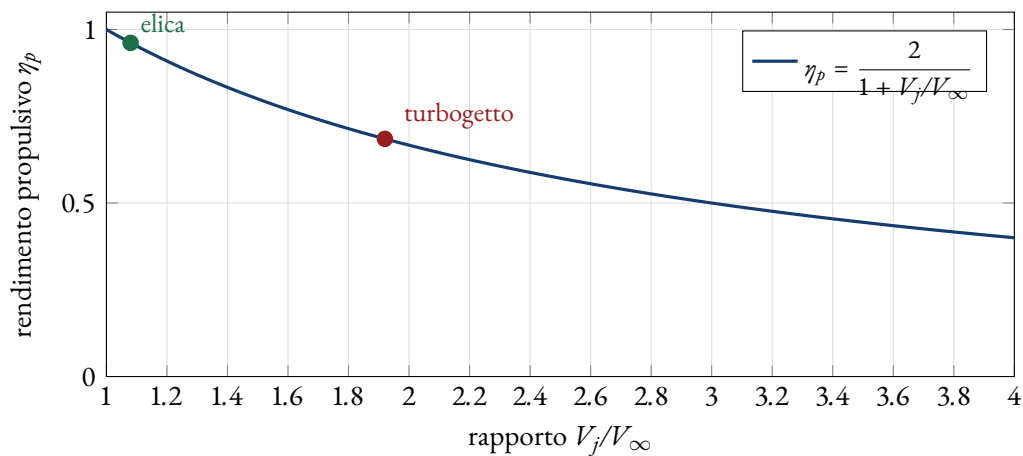


Figura 1.3. Rendimento propulsivo in funzione del rapporto V_j/V_∞ . L'elica opera con un piccolo eccesso di V_j su V_∞ (rendimento prossimo all'unità); il turbogetto opera con V_j molto maggiore (rendimento più basso). Il massimo ideale $\eta_p = 1$ si ha per $V_j = V_\infty$, dove però la spinta si annulla.

Esercizio 2 — Rendimento propulsivo di elica e getto

Riprendiamo l'aeroplano dell'Esercizio 1, che vola a $V_\infty = 250$ m/s. Confrontiamo il rendimento propulsivo in due casi: (a) il turbogetto, con $V_j = 480$ m/s; (b) un'elica ideale che a parità di velocità di volo produca lo stesso effetto propulsivo ma con $V_j = 270$ m/s.

Modello fisico. Usiamo il risultato appena ricavato, $\eta_p = 2/(1 + V_j/V_\infty)$, che dipende dal solo rapporto delle velocità.

(a) Turbogetto.

$$\frac{V_j}{V_\infty} = \frac{480}{250} = 1,92, \quad \eta_p = \frac{2}{1 + 1,92} = \frac{2}{2,92} = 0,685 = 68,5 \, \%$$

(b) Elica.

$$\frac{V_j}{V_\infty} = \frac{270}{250} = 1,08, \quad \eta_p = \frac{2}{1 + 1,08} = \frac{2}{2,08} = 0,962 = 96,2 \, \%$$

Verifica per via energetica (caso turbogetto). Ricalcoliamo il rendimento del turbogetto passando dalle potenze, per convincerci che le due strade coincidono. Con $\dot{m} = 45$ kg/s:

$$\Pi_d = TV_\infty = 10\,350 \, \text{N} \times 250 \, \text{m/s} = 2587,5 \, \text{kW},$$

$$\Pi_{\text{persa}} = \frac{1}{2} \dot{m} (V_j - V_\infty)^2 = \frac{1}{2} \times 45 \times 230^2 = 1190,25 \text{ kW},$$

$$\eta_p = \frac{\Pi_d}{\Pi_d + \Pi_{\text{persa}}} = \frac{2587,5}{2587,5 + 1190,25} = 0,685.$$

Coincide con il valore trovato con la formula: le due vie portano allo stesso risultato, come deve essere.

Il senso del risultato. L'elica converte in lavoro utile oltre il 96 % dell'energia spesa; il turbogetto poco più di due terzi. La differenza non dipende dalla qualità costruttiva ma dal punto in cui ciascuno si colloca sul compromesso spinta-efficienza. È la ragione per cui, alle basse velocità, l'elica è imbattibile in efficienza.

Perché il turbogetto vince comunque alle alte velocità

Se l'elica è così efficiente, perché non equipaggiare con essa anche gli aerei veloci? Perché la spinta dell'elica è limitata dalla velocità di punta delle pale. Sommando la velocità di volo V_∞ e la velocità di rotazione $r\omega$ della sezione di pala, la velocità che il flusso vede localmente può avvicinarsi a quella del suono; quando ciò accade, sulle pale si formano onde d'urto che fanno crollare l'efficienza e la spinta. Ecco perché non esistono aeroplani a elica transonici o supersonici: l'elica smette di funzionare bene molto prima. Il turbogetto, che accelera internamente una massa d'aria minore, non ha questo vincolo e può spingere l'aeroplano fino a velocità transoniche e supersoniche, pagando in efficienza ciò che guadagna in spinta.

Il senso di tutto questo

Il rendimento propulsivo $\eta_p = 2/(1 + V_j/V_\infty)$ traduce in una formula il compromesso tra spinta ed efficienza. Da questo momento ogni propulsore che studieremo sarà collocabile in un punto preciso di questo compromesso, e le sue leggi di variazione con quota e velocità — che ci servono per le prestazioni — avranno una spiegazione fisica, non saranno formule mnemoniche.

1.3 Potenza necessaria e potenza disponibile

Dove stiamo andando

Abbiamo appena definito la potenza disponibile Π_d . Prima di passare in rassegna i quattro propulsori, è indispensabile affiancarle la sua controparte: la *potenza necessaria* Π_n . Sono due grandezze che gli studenti confondono con sorprendente regolarità, e che invece hanno origine del tutto diversa — una nasce dal *motore*, l'altra dalla *cellula*. Chiarita bene questa distinzione, buona parte della meccanica del volo che affronteremo in seguito (velocità massima, quota di tangenza, rapidità di salita, autonomia) diventerà quasi ovvia: si ridurrà a leggere un unico diagramma.

1.3.1 Due grandezze, due padroni

Immaginiamo di dover rispondere a una domanda apparentemente semplice: *qual è la velocità massima di questo aeroplano?* La risposta non può venire dal solo motore, perché un motore potentissimo montato su una cellula tozza e resistente vola piano; e non può venire dalla sola cellula, perché l'aeroplano più affilato del mondo, senza motore, non vola affatto. La velocità massima — come ogni prestazione — nasce dall'*incontro* fra due grandezze che vanno prima tenute rigorosamente separate.

Potenza necessaria e potenza disponibile

La *potenza necessaria* Π_n è la potenza che occorre fornire all'aeroplano per mantenerlo in volo rettilineo, orizzontale e uniforme a una data velocità. È una proprietà della **cellula**: dipende da peso, superficie alare, forma aerodinamica e quota, e *non* dipende in alcun modo dal motore installato.

La *potenza disponibile* Π_d è la potenza che il sistema propulsivo riesce effettivamente a mettere a disposizione per la propulsione a quella stessa velocità. È una proprietà del **propulsore**: dipende da cilindrata, regime, rendimento dell'elica, quota, e *non* dipende in alcun modo dalla forma dell'aeroplano.

Il conto e il portafoglio

Un'immagine aiuta a fissare l'idea. La potenza necessaria è il *conto* che il volo presenta: per andare a quella velocità, a quella quota, con quel peso, il pilota deve pagare tanti chilowatt. La potenza disponibile è il *portafoglio*: quanto il motore riesce a tirare fuori in quel momento. Il conto lo scrive l'aerodinamica; il portafoglio lo riempie il propulsore. Si vola finché il portafoglio copre il conto — e tutto ciò che nel portafoglio *avanza* serve a salire, ad accelerare, a virare. Come vedremo, è esattamente questo avanzo il protagonista delle prestazioni.

1.3.2 Come si costruisce la potenza necessaria

Ricaviamola. Consideriamo un aeroplano in volo rettilineo, orizzontale e uniforme: le quattro forze sono in equilibrio a due a due (Figura 1.4). In direzione verticale la portanza equilibra il peso, in direzione orizzontale la spinta equilibra la resistenza:

$$L = W, \quad T = D. \quad (1.3)$$

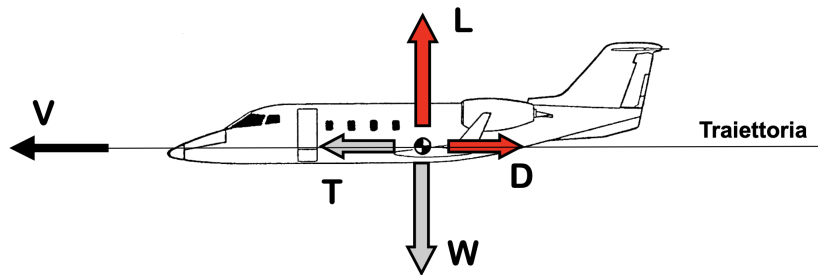


Figura 1.4. Le quattro forze nel volo rettilineo, orizzontale e uniforme: portanza L e peso W si equilibrano in verticale, spinta T e resistenza D in orizzontale. La potenza necessaria nasce dalla seconda di queste due uguaglianze: per mantenere la velocità occorre spendere, ogni secondo, il lavoro compiuto contro la resistenza.

Poiché la potenza è il prodotto di una forza per la velocità del suo punto di applicazione, la potenza che serve per vincere la resistenza a velocità V_∞ è immediata:

Potenza necessaria

$$\Pi_n = D V_\infty$$

La potenza necessaria è il prodotto della resistenza aerodinamica per la velocità di volo. Equivalentemente, poiché in volo livellato $D = W/E$ con $E = L/D$ efficienza aerodinamica,

$$\Pi_n = \frac{W V_\infty}{E}.$$

Questa seconda forma è illuminante: *a parità di velocità, la potenza necessaria è tanto minore quanto più il velivolo è efficiente*. Un aliante di efficienza 40 chiede un quarto della potenza di un velivolo di efficienza 10 dello stesso peso e alla stessa velocità.

Per capire come Π_n vari con la velocità dobbiamo esplicitare la resistenza. Ricordiamo dalla aerodinamica che la resistenza di un velivolo completo si scompone in due contributi, descritti dalla *polare parabolica*:

$$C_D = C_{D_0} + k C_L^2, \quad k = \frac{1}{\pi e AR}, \quad (1.4)$$

dove C_{D_0} è il coefficiente di resistenza a portanza nulla (resistenza *parassita*: attrito e forma), il secondo termine è la resistenza *indotta* dalla portanza, AR è l'allungamento alare ed e il fattore di Oswald. Imponendo $L = W$, cioè $C_L = 2W/(\rho_\infty V_\infty^2 S)$, e sostituendo in $D = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_D$, si ottiene dopo semplificazione:

Potenza necessaria in funzione della velocità

$$\Pi_n = \underbrace{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^3 S C_{D_0}}_{\text{parassita}} + \underbrace{\frac{2k W^2}{\rho_\infty V_\infty S}}_{\text{indotta}}$$

Il primo termine cresce con il *cubo* della velocità; il secondo diminuisce come $1/V_\infty$. La loro somma ha necessariamente un minimo.

Perché la curva ha la forma di una U

Il comportamento opposto dei due termini è il cuore di tutta la meccanica del volo a bassa velocità. Alle basse velocità l'ala deve volare ad alto angolo d'attacco per sostenere il peso: la portanza è ottenuta a caro prezzo e la resistenza indotta esplode. Alle alte velocità l'angolo d'attacco è piccolo e l'indotta è trascurabile, ma la resistenza parassita cresce con il quadrato della velocità — e la potenza, che è resistenza per velocità, con il cubo. Fra i due eccessi esiste una velocità di compromesso, alla quale il volo costa il minimo possibile: la *velocità di minima potenza necessaria*. Si può dimostrare (annullando la derivata di Π_n rispetto a V_∞) che in quel punto la resistenza indotta vale esattamente *il triplo* della parassita — una relazione elegante che offre anche un ottimo controllo di correttezza nei calcoli.

Due velocità ottimali da non confondere

Esistono due punti notevoli distinti sulla curva, ed è un classico errore scambiarli. La velocità di *minima potenza necessaria* $V_{\Pi_{\min}}$ è il minimo della curva $\Pi_n(V_\infty)$: è la velocità che consuma meno *al secondo*, e serve per restare in aria il più a lungo possibile (massima autonomia oraria) e per salire più rapidamente. La velocità di *minima resistenza* $V_{D_{\min}}$ è invece il minimo della curva $D(V_\infty)$, cioè il punto di massima efficienza $E_{\max}$: serve per percorrere la maggiore distanza (massima autonomia chilometrica di un velivolo a elica) e per planare più lontano a motore spento. Le due non coincidono: si dimostra che

$$\frac{V_{D_{\min}}}{V_{\Pi_{\min}}} = \sqrt[4]{3} \approx 1,316,$$

cioè la velocità di massima efficienza è circa il 32 % più alta di quella di minima potenza.

1.3.3 Il diagramma delle potenze

Riportando sullo stesso grafico $\Pi_n(V_\infty)$ e $\Pi_d(V_\infty)$ si ottiene lo strumento più prezioso dell'analisi delle prestazioni. La Figura 1.5 lo costruisce per un monomotore da turismo realistico: peso $W = 12$ kN, superficie alare $S = 16$ m², $C_{D_0} = 0,025$, allungamento $AR = 7,2$ con $e = 0,80$ (da cui $k = 0,0553$), motore da 180 hp ed elica di rendimento $\eta_{pr} = 0,80$.

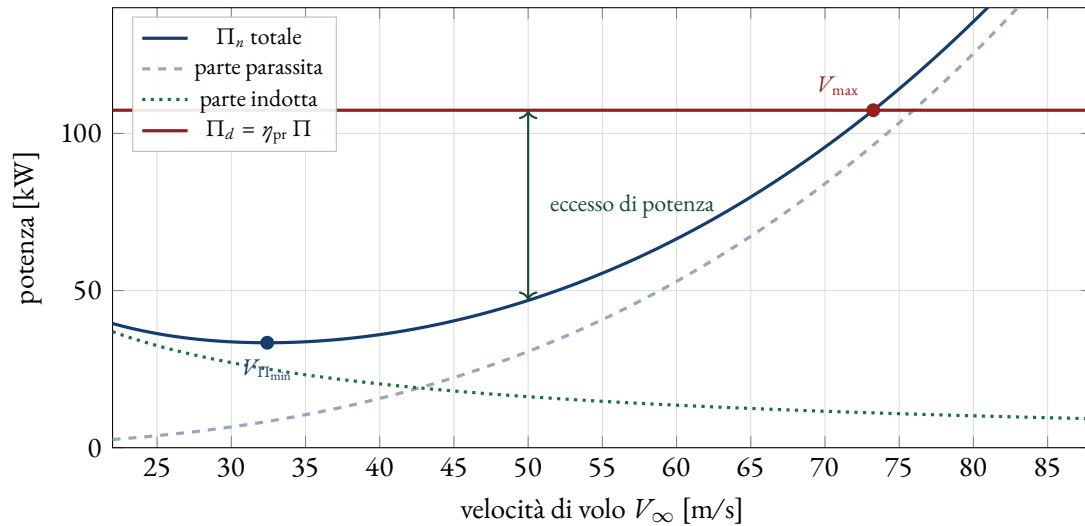


Figura 1.5. Il diagramma delle potenze per un monomotore da turismo ($W = 12 \text{ kN}$, $S = 16 \text{ m}^2$, $C_{D_0} = 0,025$, $k = 0,0553$, $\Pi = 180 \text{ hp}$, $\eta_{pr} = 0,80$, livello del mare). La curva blu è la potenza necessaria, somma del contributo parassita (crescente come V_∞^3) e di quello indotto (decrescente come $1/V_\infty$); la retta rossa è la potenza disponibile. Il minimo della curva blu individua $V_{\Pi_{min}}$, l'intersezione fra le due curve individua la velocità massima V_{max} , e il segmento verticale fra le due curve è l'eccesso di potenza, cioè ciò che resta per salire.

Come si legge il diagramma: tre prestazioni a colpo d'occhio

1. **Velocità massima.** È l'ascissa del punto in cui la curva della potenza disponibile incontra quella della potenza necessaria: oltre quel punto il conto supererebbe il portafoglio e il volo livellato non è più possibile. Nel nostro caso $V_{max} \approx 73 \text{ m/s}$ ($\approx 264 \text{ km/h}$).
2. **Eccesso di potenza e salita.** Il segmento verticale fra le due curve è la potenza che *avanza*. Quell'avanzo non serve a mantenere la quota: può essere impiegato per guadagnarne. Poiché salire di h metri con peso W richiede un lavoro Wh , la velocità di salita vale $RC = (\Pi_d - \Pi_n)/W$: leggere l'altezza del segmento equivale a leggere la rapidità di salita.
3. **Quota di tangenza.** Salendo, come vedremo nelle prossime sezioni, la potenza disponibile cala (l'aria si rarefa) mentre la curva della potenza necessaria si sposta verso destra e verso l'alto. Le due curve si avvicinano finché diventano tangenti: lì l'eccesso è nullo, la salita si arresta. È la quota di tangenza teorica.

Perché per l'elica si ragiona in potenze e per il getto in spinte

Nulla vieta di ripetere l'intero discorso in termini di forze anziché di potenze: si definisce la *spinta necessaria* $T_n = D$ (che in volo livellato coincide con la resistenza) e la *spinta disponibile* T_d del propulsore, e la velocità massima si legge all'intersezione delle due curve. Perché allora la tradizione usa il diagramma delle potenze per i velivoli a elica e quello delle spinte per gli aviogetti?

La ragione è tutta nella forma delle curve di *disponibile*, cioè in ciò che abbiamo studiato in questo capitolo. Il gruppo motoelica eroga una potenza pressoché costante con la velocità: nel diagramma delle potenze la sua curva è quindi una retta orizzontale, comodissima. Il turbogetto, invece, eroga una *spinta* pressoché costante con la velocità: è nel diagramma delle spinte che la sua curva diventa orizzontale. Ogni propulsore, insomma, si racconta meglio nella grandezza che tiene costante. È una scelta di comodità, non di sostanza: i due diagrammi contengono la stessa informazione, legati come sono dalla relazione $\Pi = T V_\infty$.

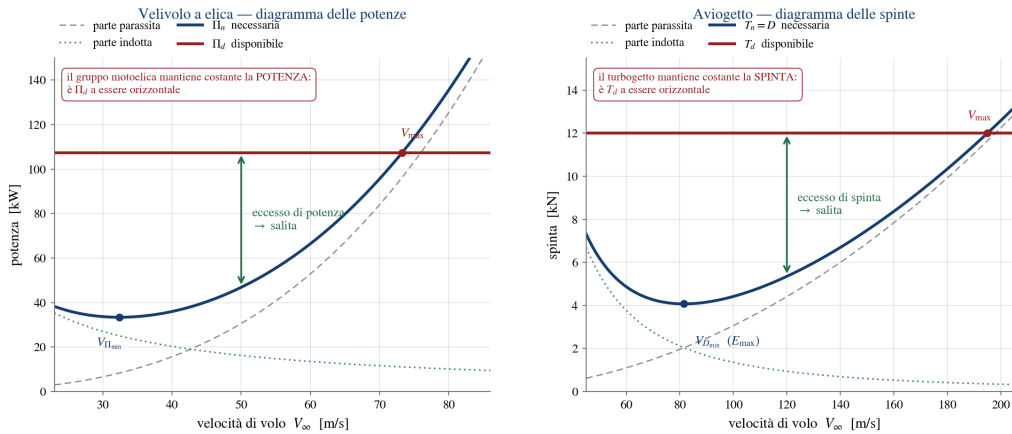


Figura 1.6. I due diagrammi a confronto. A sinistra il diagramma delle *potenze*, adatto al velivolo a elica: la potenza disponibile è quasi orizzontale. A destra il diagramma delle *spinte*, adatto all'aviogetto: è la spinta disponibile a essere quasi orizzontale, mentre la spinta necessaria (che coincide con la resistenza) ha il suo minimo alla velocità di massima efficienza. In entrambi i casi l'intersezione dà la velocità massima e la distanza fra le curve l'eccesso disponibile per la salita.

Esercizio — Il diagramma delle potenze di un monomotore

Per il velivolo della Figura 1.5 ($W = 12 \text{ kN}$, $S = 16 \text{ m}^2$, $C_{D0} = 0,025$, $AR = 7,2$, $e = 0,80$) al livello del mare, calcolare:

- la potenza necessaria a $V_\infty = 50 \text{ m/s}$, scomposta nei due contributi;
- la velocità di minima potenza necessaria e il valore del minimo;
- la velocità massima, sapendo che il motore eroga $\Pi = 180 \text{ hp}$ con $\eta_{pr} = 0,80$.

Dati preliminari. Il fattore di resistenza indotta vale

$$k = \frac{1}{\pi e AR} = \frac{1}{\pi \times 0,80 \times 7,2} = 0,0553.$$

(a) Potenza necessaria a 50 m/s. Il coefficiente di portanza richiesto per sostenere il peso è

$$C_L = \frac{2W}{\rho_0 V_\infty^2 S} = \frac{2 \times 12000}{1,225 \times 50^2 \times 16} = 0,490.$$

I due contributi di resistenza valgono

$$D_{par} = \frac{1}{2} \rho_0 V_\infty^2 S C_{D0} = \frac{1}{2} \times 1,225 \times 2500 \times 16 \times 0,025 = 612,5 \text{ N},$$

$$D_{ind} = \frac{2kW^2}{\rho_0 V_\infty^2 S} = \frac{2 \times 0,0553 \times 12000^2}{1,225 \times 2500 \times 16} = 324,8 \text{ N},$$

da cui $D = 937,3 \text{ N}$ e un'efficienza $E = W/D = 12,80$. La potenza necessaria è quindi

$$\Pi_n = D V_\infty = 937,3 \times 50 = 46\,865 \text{ W} \approx 46,9 \text{ kW} (62,8 \text{ hp}),$$

di cui 30,6 kW per la parassita e 16,2 kW per l'indotta.

(b) Velocità di minima potenza. Annullando la derivata di Π_n rispetto a V_∞ si ottiene la condizione $D_{\text{ind}} = 3D_{\text{par}}$, cioè

$$V_{\Pi_{\text{min}}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S}} \sqrt{\frac{k}{3 C_{D_0}}} = \sqrt{\frac{2 \times 12000}{1,225 \times 16}} \sqrt{\frac{0,0553}{3 \times 0,025}} = 32,4 \text{ m/s}$$

(circa 117 km/h), a cui corrisponde

$$\Pi_n^{\text{min}} = 33,4 \text{ kW (44,8 hp)}.$$

Verifica: in quel punto $D_{\text{par}} = 257,5 \text{ N}$ e $D_{\text{ind}} = 772,5 \text{ N}$, esattamente il triplo.

(c) Velocità massima. La potenza disponibile vale

$$\Pi_d = \eta_{\text{pr}} \Pi = 0,80 \times 180 \times 745,7 \text{ W} = 107,4 \text{ kW}.$$

La velocità massima si trova imponendo $\Pi_n(V_\infty) = \Pi_d$, cioè risolvendo

$$\frac{1}{2} \rho_0 V_\infty^3 S C_{D_0} + \frac{2kW^2}{\rho_0 V_\infty S} = 107\,400 \text{ W},$$

equazione di quarto grado in V_∞ che si risolve numericamente (o graficamente, leggendo l'intersezione sul diagramma):

$$V_{\text{max}} = 73,3 \text{ m/s} \approx 264 \text{ km/h}.$$

Il senso del risultato. Tre osservazioni. Primo: a V_{max} la resistenza è per il 90 % parassita — alle alte velocità il nemico è la forma, non la portanza, e per questo si spende in carenature e retrattili. Secondo: il motore da 180 hp ne rende disponibili 144, e ne bastano 45 per restare in aria alla velocità più economica: tutto il resto è margine per salire e accelerare. Terzo, e più importante: i punti (a) e (b) non contengono *alcun* dato del motore, mentre il punto (c) è il primo in cui il propulsore entra in scena. È la prova concreta della separazione fra le due grandezze.

Esercizio — Dall'eccesso di potenza alla velocità di salita

Per lo stesso velivolo, calcolare la velocità di salita a $V_\infty = 50 \text{ m/s}$ e la massima velocità di salita ottenibile, indicando a quale velocità di volo si ottiene.

Modello fisico. Salire di quota significa aumentare l'energia potenziale del velivolo. Se l'aeroplano sale con velocità verticale RC (*rate of climb*), la potenza spesa per guadagnare quota è $W \cdot RC$. Questa potenza non può che venire dall'eccesso di potenza disponibile rispetto a quella necessaria per il solo volo livellato:

$$\Pi_d - \Pi_n = W RC \quad \Rightarrow \quad RC = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W}.$$

Velocità di salita a 50 m/s. Dall'esercizio precedente $\Pi_n = 46,9 \text{ kW}$, mentre $\Pi_d = 107,4 \text{ kW}$:

$$RC = \frac{107\,400 - 46\,865}{12\,000} = \frac{60\,535}{12\,000} = 5,04 \text{ m/s} \approx 993 \text{ ft/min}.$$

Massima velocità di salita. Essendo Π_d costante con la velocità (gruppo motoelica), l'eccesso è massimo dove Π_n è minima: alla velocità di minima potenza necessaria, $V_{\Pi_{\text{min}}} = 32,4 \text{ m/s}$.

$$RC_{\text{max}} = \frac{107\,400 - 33\,400}{12\,000} = 6,17 \text{ m/s} \approx 1214 \text{ ft/min}.$$

L'angolo di salita corrispondente vale $\sin \gamma = RC/V_\infty = 6,17/32,4 = 0,190$, cioè $\gamma \approx 11^\circ$.

Il senso del risultato. Il risultato ha una conseguenza pratica che ogni pilota conosce: *per salire in fretta non bisogna andare forte*. La massima velocità di salita si ottiene a una velocità bassa, vicina a quella di minima potenza — ben lontana dalla velocità di crociera. Volando a 70 m/s l'eccesso si ridurrebbe a poco più di 11 kW e la salita a meno di 1 m/s. Si noti infine che l'intera meccanica del volo in salita è racchiusa in quella sola frazione: *eccesso di potenza diviso peso*.

Esercizio — Che cosa cambia in quota

Ripetere il calcolo della velocità di minima potenza, della potenza minima necessaria e della massima velocità di salita alla quota di $z = 3000$ m ($\sigma = 0,7421$), assumendo per il motore aspirato il modello semplice $\Pi/\Pi_0 = \sigma$.

Effetto sulla curva necessaria. Nelle espressioni di $V_{\Pi_{\min}}$ e di Π_n la densità compare a denominatore: si dimostra subito che, in quota, entrambe si dilatano dello stesso fattore $1/\sqrt{\sigma}$:

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{0,7421}} = 1,161.$$

Quindi

$$V_{\Pi_{\min}} = 32,4 \times 1,161 = 37,6 \text{ m/s}, \quad \Pi_n^{\min} = 33,4 \times 1,161 = 38,8 \text{ kW}.$$

La curva della potenza necessaria, insomma, *trasla verso destra e verso l'alto*.

Effetto sulla curva disponibile.

$$\Pi_d(z) = \Pi_d(0) \sigma = 107,4 \times 0,7421 = 79,7 \text{ kW} :$$

la retta della potenza disponibile *scende*.

Massima velocità di salita in quota.

$$RC_{\max} = \frac{79\,700 - 38\,800}{12\,000} = 3,41 \text{ m/s},$$

poco più della metà del valore al livello del mare (6,17 m/s).

Il senso del risultato. Le due curve si muovono l'una *verso* l'altra: la necessaria sale, la disponibile scende. Ecco perché salendo la capacità di salita si esaurisce progressivamente, fino alla quota in cui le due curve si toccano e l'eccesso si annulla. Questo esercizio mostra anche perché lo studio delle variazioni di Π_d con la quota — che occuperà le prossime sezioni per ciascuno dei quattro propulsori — non sia un esercizio accademico: metà del destino di un aeroplano in salita sta in quel solo esponente di σ .

Il senso di tutto questo

Abbiamo separato nettamente ciò che chiede l'aeroplano (Π_n , dettata dall'aerodinamica e dal peso) da ciò che offre il motore (Π_d , dettata dal propulsore), e abbiamo visto che ogni prestazione nasce dal loro confronto: l'intersezione dà la velocità massima, la distanza dà la salita, il progressivo avvicinarsi con la quota dà la tangenza. Da qui in avanti, tutto il capitolo è dedicato a una sola metà del problema: capire come si comporta Π_d (o T_d) per ciascun tipo di propulsore, al variare di velocità e quota. Ogni volta che incontreremo una legge di variazione, converrà chiedersi: *come muove questa legge la mia curva sul diagramma?*

1.4 Il gruppo motoelica

Dove stiamo andando

Passiamo dal propulsore generico ai quattro tipi reali, cominciando dal più antico: il motore alternativo che trascina un'elica. Impareremo a distinguere la *potenza all'asse* erogata dal motore dalla *potenza disponibile* effettivamente convertita in spinta dall'elica, a capire da che cosa dipende la prima e come la seconda vari con la quota. Sono le grandezze con cui questo propulsore entrerà nel bilancio delle prestazioni.



Figura 1.7. Il gruppo motoelica: il motore alternativo, alloggiato nella gondola dietro l'elica, trasmette la potenza all'asse attraverso l'albero. L'elica converte quella potenza in spinta. Sono indicate le due grandezze protagoniste di questa sezione: la potenza all'asse Π (all'uscita del motore) e la potenza disponibile Π_d (a valle dell'elica).

1.4.1 Il motore a combustione interna

Il gruppo motoelica accoppia un motore a combustione interna a quattro tempi (ciclo Otto) a un'elica. Il cuore del motore è il cilindro, entro cui scorre il pistone; il pistone, nel suo moto alternato di andata e ritorno, è collegato tramite biella e manovella all'albero motore, che ne converte il moto rettilineo in moto rotatorio — lo stesso meccanismo, in fondo, delle gambe di un ciclista sui pedali. Seguiamo con calma un ciclo completo, aiutati dalla Figura 1.8:

1. **Aspirazione.** Il pistone scende dal punto morto superiore al punto morto inferiore con la valvola di aspirazione aperta: il volume del cilindro aumenta e la miscela fresca di aria e benzina viene richiamata dentro. È la fase in cui il motore “respira” — e vedremo che proprio questo respiro è il suo punto debole in quota.
2. **Compressione.** Le valvole si chiudono e il pistone risale, comprimendo la miscela in un volume molto più piccolo. Pressione e temperatura salgono: la carica è pronta per l'accensione.
3. **Combustione ed espansione.** La candela accende la miscela; la combustione, quasi istantanea, fa impennare la pressione. I gas caldi ad alta pressione spingono il pistone verso il basso: è l'unica fase che *produce* lavoro, e per questo si chiama anche fase utile o attiva.
4. **Scarico.** Il pistone risale con la valvola di scarico aperta ed espelle i gas combusti, riportando il cilindro nelle condizioni iniziali.

Quattro fasi, quattro corse del pistone, e dunque *due giri completi* dell'albero motore per ogni ciclo: solo una corsa su quattro produce lavoro, mentre le altre tre lo consumano o lo restituiscono. Nei motori pluricilindrici i cicli dei vari cilindri sono sfasati tra loro proprio per rendere la coppia all'albero il più possibile uniforme.

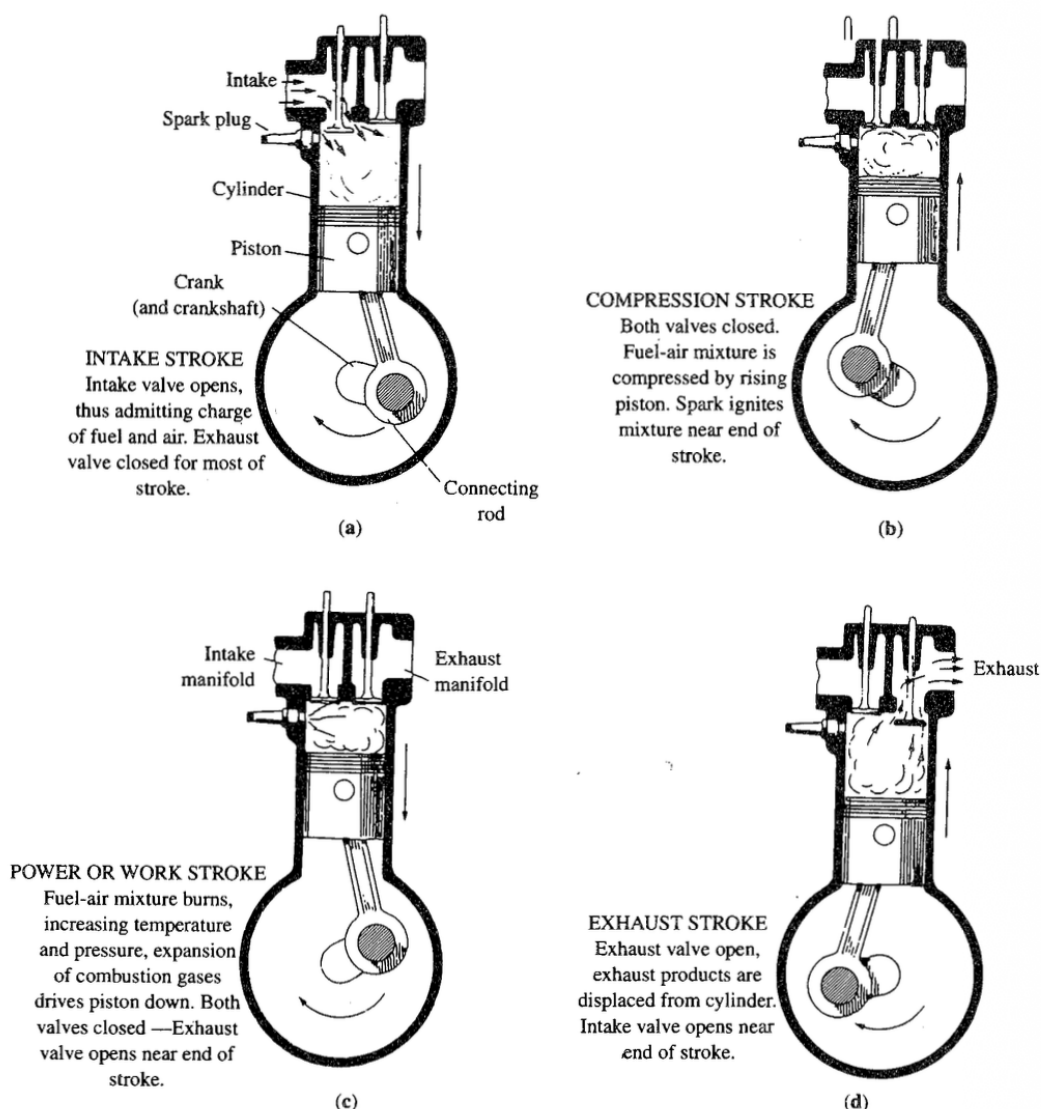


Figura 1.8. Le quattro fasi del ciclo Otto a quattro tempi: aspirazione, compressione, combustione–espansione, scarico. In ciascun quadro sono evidenziati la posizione del pistone, lo stato delle valvole e il verso del moto. Il ciclo completo richiede due giri dell'albero motore.

Potenza all'asse (*shaft brake power*)

Si chiama *potenza all'asse* la potenza meccanica che il motore trasmette all'albero, disponibile per trascinare l'elica. È la grandezza con cui si valutano le prestazioni di un motore a pistoni, misurata in W (o, nella pratica, in cavalli, hp).

Da che cosa dipende la potenza all'asse? Da tre fattori:

1. la **cilindrata** d : il volume complessivamente spazzato dai pistoni. A parità di tutto il resto, più cilindrata significa più potenza;

2. il **numero di giri al minuto** (*rpm*): più cicli di combustione al secondo, più potenza. Poiché ogni ciclo a quattro tempi richiede due giri, la potenza è direttamente proporzionale al regime di rotazione;
3. la **pressione media effettiva** p_e : un valor medio rappresentativo della pressione che agisce sul cielo del pistone durante la fase utile. Più alta è, maggiore è il lavoro per ciclo.

Potenza all'asse del motore alternativo

$$\Pi \propto d p_e (\text{rpm})$$

La potenza all'asse è proporzionale al prodotto di cilindrata, pressione media effettiva e regime di rotazione.

Leggere una scheda motore

Il Lycoming O-360, uno dei motori più diffusi dell'aviazione generale, ha una cilindrata di circa 5,9 L (360 pollici cubi, da cui la sigla) ed eroga 180 hp a 2700 giri al minuto. La formula $\Pi \propto d p_e (\text{rpm})$ spiega perché i tre numeri compaiano sempre insieme nelle schede tecniche: fissata la cilindrata dal progetto, il pilota governa la potenza agendo sul regime (manetta ed elica) e, indirettamente, sulla pressione media effettiva tramite la pressione di alimentazione (*manifold pressure*), che infatti è uno degli strumenti principali del cruscotto motore.

1.4.2 Variazione con la velocità di volo

Che cosa accade alla potenza all'asse quando l'aeroplano cambia velocità? Al variare di V_∞ , l'unico termine che risente del moto è la pressione dell'aria che entra nel collettore di aspirazione: all'aumentare della velocità, l'aria che si arresta all'imbocco della presa comprime leggermente la carica (*effetto d'urto* o *ram*), aumentando di poco p_e e quindi Π . Per gli aerei da caccia a elica ad alte prestazioni della Seconda guerra mondiale l'effetto aveva un certo peso; per i moderni motori dell'aviazione generale, tutti a bassa velocità, è del tutto trascurabile.

Potenza all'asse e velocità di volo

Per il gruppo motoelica dell'aviazione generale si assume

$$\Pi \text{ è ragionevolmente costante con } V_\infty.$$

Analogamente, il consumo specifico si assume costante con la velocità.

1.4.3 Variazione con la quota: il problema dell'aria rarefatta

La quota, al contrario, ha un effetto forte e ineludibile. Salendo, la densità dell'aria diminuisce; entrando meno massa d'aria per ciclo, diminuisce la pressione media effettiva e con essa la potenza. In prima approssimazione la potenza si riduce in proporzione diretta al rapporto delle densità.

Rapporto di densità

Si definisce *rapporto di densità* σ il rapporto tra la densità dell'aria alla quota di volo e quella al livello del mare in condizioni standard:

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

Nell'atmosfera standard σ vale 1 al livello del mare e diminuisce monotonamente con la quota. È il parametro con cui si esprimono quasi tutte le variazioni di prestazione dei propulsori con l'altitudine.

Potenza del motore alternativo con la quota

Modello semplice (proporzionalità diretta alla densità):

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \sigma$$

Correlazione empirica più accurata (di Torenbeck), che tiene conto anche dell'effetto della temperatura sulla pressione media effettiva:

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = 1,132 \frac{\rho}{\rho_0} - 0,132 = 1,132 \sigma - 0,132.$$

Qui Π_0 e ρ_0 sono i valori al livello del mare. Il consumo specifico, invece, si può ritenere costante con la quota nel campo di altitudini dell'aviazione generale.

Il sovralimentatore aggira la perdita

La riduzione di potenza con la quota vale per i motori *aspirati*, cioè senza sovralimentazione. Comprime l'aria del collettore con un compressore prima che entri nei cilindri, si può mantenere p_e costante al crescere della quota, e con esso la potenza. Il compressore può essere mosso meccanicamente dall'albero (*sovralimentatore*) o da una turbina posta sullo scarico (*turbocompressore*). La sovralimentazione fu decisiva per i velivoli militari e da trasporto degli anni Trenta e Quaranta; oggi la maggior parte degli aerei leggeri ne è priva.

Esercizio 3 — Caduta di potenza con la quota

Un motore alternativo eroga $\Pi_0 = 200$ hp al livello del mare. Stimare la potenza disponibile alla quota di 3000 m, usando sia il modello semplice sia la correlazione di Torenbeck. Alla quota assegnata la densità dell'aria standard vale $\rho = 0,909$ kg/m³ (la densità al livello del mare è $\rho_0 = 1,225$ kg/m³).

Dati e modello. Il consumo di potenza con la quota segue le due correlazioni della formula chiave. Calcoliamo dapprima il rapporto di densità:

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{0,909}{1,225} = 0,742.$$

Modello semplice.

$$\Pi = \Pi_0 \sigma = 200 \text{ hp} \times 0,742 = 148,4 \text{ hp} \quad (74,2 \% \text{ di } \Pi_0).$$

Correlazione di Torenbeck.

$$\Pi = \Pi_0 (1,132 \sigma - 0,132) = 200 \text{ hp} \times (1,132 \times 0,742 - 0,132) = 141,6 \text{ hp} \quad (70,8 \%).$$

Il senso del risultato. A soli 3000 m il motore aspirato ha già perso oltre un quarto della potenza. La correlazione di Torenbeck prevede una caduta un po' più marcata (circa 7 hp in meno) perché include l'effetto della temperatura. È questa caduta a fissare la quota di tangenza degli aerei a elica non sovralimentati: la potenza disponibile scende finché non riesce più a pareggiare quella necessaria a volare.

1.4.4 Il rimedio: la sovralimentazione

Se la potenza cala perché in quota entra meno massa d'aria per ciclo, il rimedio è concettualmente diretto: *comprimere l'aria prima di immetterla nei cilindri*, restituendole la densità che l'atmosfera le ha tolto. È l'idea della *sovralimentazione*, realizzata interponendo un compressore tra la presa d'aria e il collettore di aspirazione.

Due sono le soluzioni costruttive. Nel *compressore meccanico (supercharger)* il compressore è trascinato direttamente dall'albero motore tramite ingranaggi: semplice e pronto, ma sottrae potenza all'asse proprio per funzionare. Nel *turbocompressore (turbocharger)*, oggi prevalente, il compressore è mosso da una piccola turbina azionata dai gas di scarico: si recupera così energia che andrebbe comunque perduta, al prezzo di una maggiore complessità e di temperature di esercizio più severe.

La quota di ristabilimento

Un motore sovralimentato mantiene la pressione di alimentazione — e quindi la potenza — pressoché costante dalla quota zero fino a una quota detta *di ristabilimento* (o quota critica), alla quale il compressore lavora già al massimo delle proprie possibilità. Oltre quella quota il motore si comporta di nuovo come un aspirato: la potenza riprende a calare seguendo la densità. Sul diagramma potenza-quota la sovralimentazione si legge dunque come un tratto orizzontale seguito dalla consueta discesa: l'aereo “compra” con il compressore alcune migliaia di metri di quota utile. È il motivo per cui i grandi motori a pistoni dei velivoli da trasporto e da combattimento della metà del Novecento erano tutti sovralimentati.

La sovralimentazione non inganna la fisica

Il compressore non crea energia: sposta il problema. Comprimere l'aria richiede lavoro, e comprimerla la riscalda (riducendo in parte il guadagno di densità, tanto che spesso si aggiunge uno scambiatore, l'*intercooler*). Il bilancio resta comunque largamente favorevole, ma il limite strutturale e termico del motore fissa un tetto alla pressione di alimentazione ammissibile: oltre, si rischiano detonazione e sovrasollecitazioni. Anche qui, come ovunque in aeronautica, il progetto è un compromesso.

1.4.5 L'elica: dalla potenza all'asse alla potenza disponibile

La potenza all'asse Π non si trasforma tutta in spinta utile. L'elica è a tutti gli effetti un'ala rotante: ogni sua sezione è un profilo alare che, investito dal vento relativo, genera portanza — ed è la componente in avanti di quella portanza a costituire la trazione. Ma, come ogni ala, l'elica genera anche resistenza, e questa resistenza sottrae potenza. La potenza effettivamente resa disponibile per la propulsione, Π_d , è dunque sempre minore di Π . Il loro rapporto è il rendimento dell'elica.

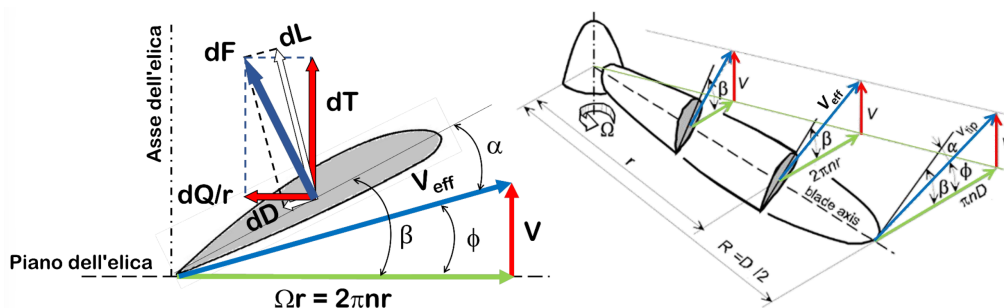


Figura 1.9. Geometria della pala d'elica. A sinistra: vista frontale con il raggio r della sezione generica e il diametro D . A destra: la pala vista di profilo mostra lo *svergolamento*, cioè la progressiva riduzione dell'angolo di calettamento β dalla radice all'estremità. Lo svergolamento compensa il fatto che la velocità di trascinamento rw cresce con il raggio: senza di esso, le diverse sezioni lavorerebbero ad angoli d'attacco molto diversi tra loro.

Potenza disponibile del gruppo motoelica

$$\Pi_d = \eta_{pr} \Pi, \quad \eta_{pr} < 1,$$

dove η_{pr} è il *rendimento dell'elica*. Il motore produce la potenza all'asse Π ; l'elica ne converte una frazione η_{pr} in potenza propulsiva disponibile Π_d .

Rapporto di funzionamento (*advance ratio*)

Il rendimento dell'elica dipende dal *rapporto di funzionamento* J , definito come

$$J = \frac{V_\infty}{ND},$$

dove V_∞ è la velocità di volo, N il numero di giri dell'elica al secondo e D il diametro. È un numero puro. Esprime il rapporto tra il cammino che l'elica compie in avanti in un giro e il suo diametro: dice, in sostanza, con quale angolo il flusso investe le pale.

Perché J governa il rendimento dell'elica

Consideriamo una sezione di pala a distanza r dal mozzo. Essa vede un vento relativo che è la somma vettoriale della velocità di volo V_∞ (in avanti) e della velocità di trascinamento rotatorio $r\omega$ (nel piano di rotazione). L'angolo tra la corda della pala e il piano di rotazione è fissato dal costruttore ed è detto *passo* β ; l'angolo d'attacco α della sezione è invece la differenza tra il passo e l'inclinazione del vento relativo, e quest'ultima dipende dal rapporto $V_\infty/(r\omega)$. Valutando alla punta della pala, dove $r\omega = \pi ND$, si trova

$$\left(\frac{V_\infty}{r\omega} \right)_{\text{punta}} = \frac{V_\infty}{\pi ND} = \frac{J}{\pi}.$$

Il rapporto di funzionamento J fissa quindi l'angolo d'attacco delle sezioni di pala, e con esso il loro rendimento aerodinamico: ecco perché η_{pr} è funzione di J . Per lo stesso motivo J è, per l'elica, un parametro di similitudine analogo al numero di Mach e al numero di Reynolds.

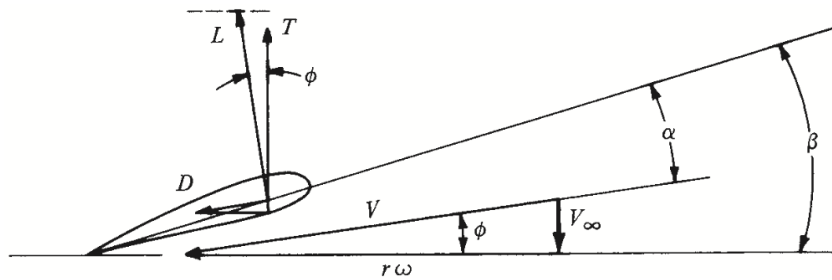


Figura 1.10. Il triangolo di velocità su una sezione di pala a raggio r . Il vento relativo V_{rel} è la composizione della velocità di volo V_∞ (assiale) e della velocità di trascinamento $r\omega$ (tangenziale). L'angolo d'attacco α è la differenza tra l'angolo di calettamento β (fissato dalla geometria) e l'angolo ϕ del vento relativo (fissato dal rapporto $V_\infty/r\omega$, cioè da J). La portanza della sezione, perpendicolare a V_{rel} , ha una componente in avanti: la trazione.

Il rendimento dell'elica, diagrammato in funzione di J per un dato passo, parte da zero (a $J = 0$, cioè a punto fisso, la velocità di volo è nulla e con essa la potenza disponibile $\Pi_d = TV_\infty$), cresce fino a un massimo e poi ricade bruscamente a zero. La forma è illustrata qualitativamente nella Figura 1.11.

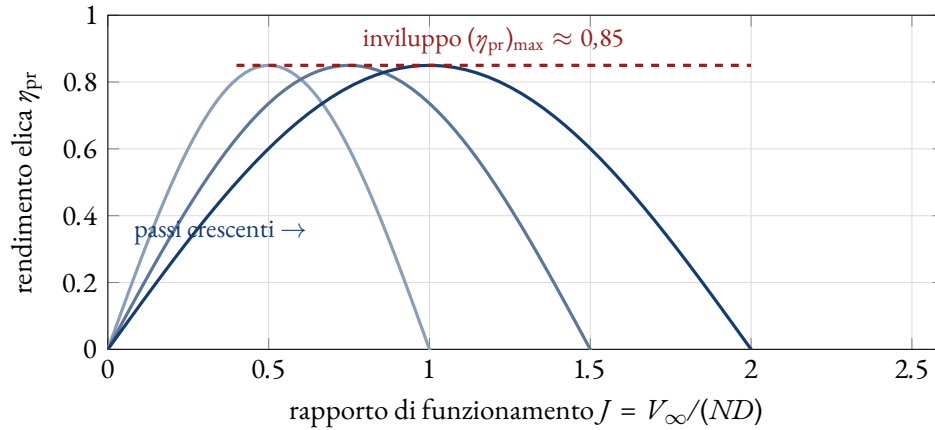


Figura 1.11. Rendimento dell'elica in funzione del rapporto di funzionamento, per diversi valori del passo. Ogni curva a passo fisso ha un massimo a un particolare J ; l'involuppo dei massimi si mantiene piatto attorno a $\eta_{pr} \approx 0,85$. È questo involuppo che l'elica a passo variabile insegue.

Passo fisso, passo variabile, giri costanti

Un'elica a *passo fisso* raggiunge il rendimento massimo a un solo valore di J , cioè a una sola velocità di volo (il suo punto di progetto): fuori da quella condizione il rendimento cala rapidamente. La soluzione, letta proprio nella famiglia di curve della Figura 1.11, è cambiare il passo in volo: l'elica a *passo variabile* ruota le pale in modo da restare sempre sull'involuppo dei massimi, mantenendo $\eta_{pr} \approx 0,85$ su un ampio intervallo di velocità. Un ulteriore perfezionamento è l'elica a *giri costanti*, in cui un regolatore varia automaticamente il passo per tenere costante il regime del motore — e quindi la potenza Π — al variare delle condizioni di volo. In questo modo si ottimizza il prodotto $\eta_{pr}\Pi$ che compare nella potenza disponibile. Vi è infine la *messa in bandiera*: se un motore si ferma, si porta il passo quasi parallelo al vento relativo per annullare la resistenza dell'elica ferma.

Esercizio 4 — Potenza disponibile e Mach di punta pala

Un aereo dell'aviazione generale monta un motore da $\Pi = 285$ hp a 2700 giri/min, con un'elica tripala di diametro $D = 1,91$ m (elica a passo variabile, così da operare al rendimento massimo $\eta_{pr} = 0,83$). Nella condizione di volo considerata $V_\infty = 90$ m/s.

- Calcolare il rapporto di funzionamento J .
- Calcolare la potenza disponibile e la spinta disponibile.
- Verificare che la punta della pala non superi la velocità del suono (a livello del mare $a = 340,3$ m/s).

Dati. $\Pi = 285$ hp = 212,5 kW (poiché 1 hp = 745,7 W); regime $N = 2700/60 = 45$ rev/s; $D = 1,91$ m; $V_\infty = 90$ m/s; $\eta_{pr} = 0,83$.

(a) Rapporto di funzionamento.

$$J = \frac{V_\infty}{ND} = \frac{90}{45 \times 1,91} = 1,047.$$

(b) Potenza e spinta disponibili.

$$\Pi_d = \eta_{pr} \Pi = 0,83 \times 212,5 \text{ kW} = 176,4 \text{ kW}.$$

La spinta disponibile a questa velocità si ricava dalla definizione $\Pi_d = TV_\infty$:

$$T = \frac{\Pi_d}{V_\infty} = \frac{176\,400 \text{ W}}{90 \text{ m/s}} = 1960 \text{ N} \approx 1,96 \text{ kN}.$$

(c) Velocità di punta. La velocità di trascinamento rotatorio alla punta è

$$r\omega|_{\text{punta}} = \pi ND = \pi \times 45 \times 1,91 = 270,0 \text{ m/s}.$$

Componendola vettorialmente con la velocità di volo (le due sono perpendicolari):

$$V_{\text{punta}} = \sqrt{V_\infty^2 + (\pi ND)^2} = \sqrt{90^2 + 270^2} = 284,6 \text{ m/s},$$

$$M_{\text{punta}} = \frac{V_{\text{punta}}}{a} = \frac{284,6}{340,3} = 0,84.$$

Il senso del risultato. La punta della pala vola a Mach 0,84: siamo in regime transonico, prossimi al limite oltre il quale si formano onde d'urto sulle pale. Questo esercizio mostra in concreto perché l'elica non possa spingere l'aeroplano molto oltre: è la punta della pala, non il resto del velivolo, a raggiungere per prima le condizioni critiche. Si noti anche il legame $\Pi_d = TV_\infty$: a punto fisso ($V_\infty = 0$) la potenza disponibile è nulla anche se la spinta non lo è.

Il senso di tutto questo

Del gruppo motoelica sappiamo ora tutto ciò che serve alle prestazioni: la potenza all'asse è pressoché costante con la velocità ma cala con la quota come σ (o secondo Torenbeck), e la potenza disponibile è $\Pi_d = \eta_{\text{pr}}\Pi$ con $\eta_{\text{pr}} \approx 0,85$ grazie al passo variabile. Questo propulsore lavora nella regione ad alto rendimento e bassa velocità del compromesso: è la scelta d'elezione per l'aviazione leggera.

1.5 Il turbogetto

Dove stiamo andando

Affrontiamo il propulsore che ha reso possibile il volo transonico e supersonico. Ne seguiamo il flusso componente per componente per capire dove nasce la spinta, poi ricaviamo le sue leggi di variazione con velocità e quota — diverse in regime subsonico e supersonico — e introduciamo il consumo specifico riferito alla spinta, che sostituisce quello riferito alla potenza usato per il motore a pistoncini.

1.5.1 Il flusso attraverso il motore

Un turbogetto è una successione di componenti attraversati in serie dall'aria. Seguiamone il percorso, osservando come cambiano pressione p , temperatura T e velocità V .

1. **Presa d'aria / diffusore.** L'aria entra con velocità circa pari a V_∞ e viene rallentata: la sua energia cinetica si converte in pressione, cosicché p e T crescono mentre V diminuisce.
2. **Compressore.** Le palette rotanti compiono lavoro sull'aria, aumentandone fortemente pressione e temperatura.
3. **Camera di combustione (bruciatore).** Il combustibile è iniettato e bruciato a pressione pressoché costante; la temperatura sale al suo massimo.

4. **Turbina.** I gas caldi si espandono cedendo lavoro alla turbina, che tramite un albero trascina il compressore. Pressione e temperatura diminuiscono.
5. **Ugello.** I gas si espandono ulteriormente e vengono espulsi con l'elevata velocità del getto V_j , maggiore di V_∞ : è questo salto di velocità che, per l'equazione della spinta, genera la propulsione.

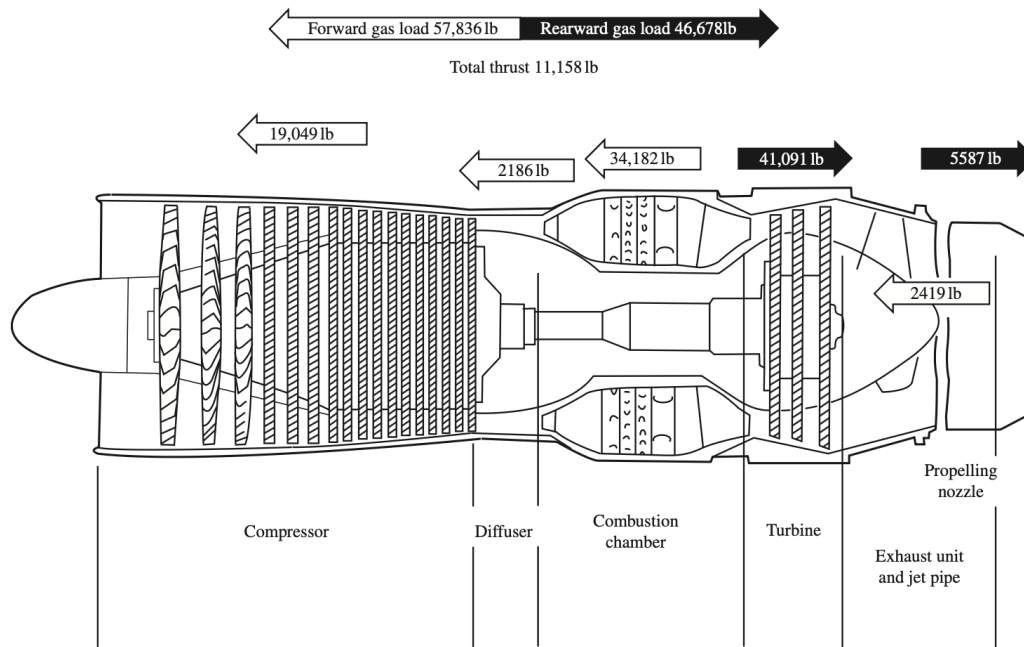


Figura 1.12. Sezione schematica di un turbogetto con i cinque componenti attraversati in serie dal flusso: presa d'aria/-diffusore, compressore, camera di combustione, turbina, ugello. La turbina e il compressore sono calettati sullo stesso albero: il lavoro estratto dalla prima alimenta il secondo.

Dove si genera davvero la spinta

La spinta è la risultante delle forze di pressione su tutte le superfici interne ed esterne. Le superfici del diffusore e del compressore che “guardano” in avanti sono investite da pressioni elevate e crescenti: lì la spinta si *accumula*. Nella turbina e nell’ugello, invece, le superfici rivolte all’indietro danno un contributo di segno opposto: lì la spinta accumulata *diminuisce*. Il bilancio netto, all’uscita dell’ugello, resta positivo ed è la spinta del motore. In altre parole, gran parte della spinta di un turbogetto è “fabbricata” nella parte anteriore (compressore e diffusore), non all’ugello: l’ugello serve a completare l’espansione e a scaricare i gas.

Una nota storica: due inventori, un’idea

Il turbogetto fu concepito, in modo del tutto indipendente, da due giovani ingegneri negli anni Trenta: Frank Whittle in Inghilterra, che ne depositò il brevetto nel 1930 e fece girare al banco il primo motore nel 1937, e Hans von Ohain in Germania, il cui motore spinse in volo lo Heinkel He 178 il 27 agosto 1939 — il primo volo a reazione della storia. Nessuno dei due conosceva il lavoro dell’altro. Il fatto che la stessa idea sia maturata due volte, negli stessi anni, non è un caso: verso la fine degli anni Trenta gli aeroplani a elica si stavano avvicinando ai limiti aerodinamici delle pale (le onde d’urto alle estremità, che incontreremo tra poco parlando del Mach di punta), e la ricerca di un propulsore capace di superare quel muro era, per così dire, nell’aria. È un bell’esempio di come in ingegneria le invenzioni nascano quando il bisogno le rende necessarie e la tecnica le rende possibili.

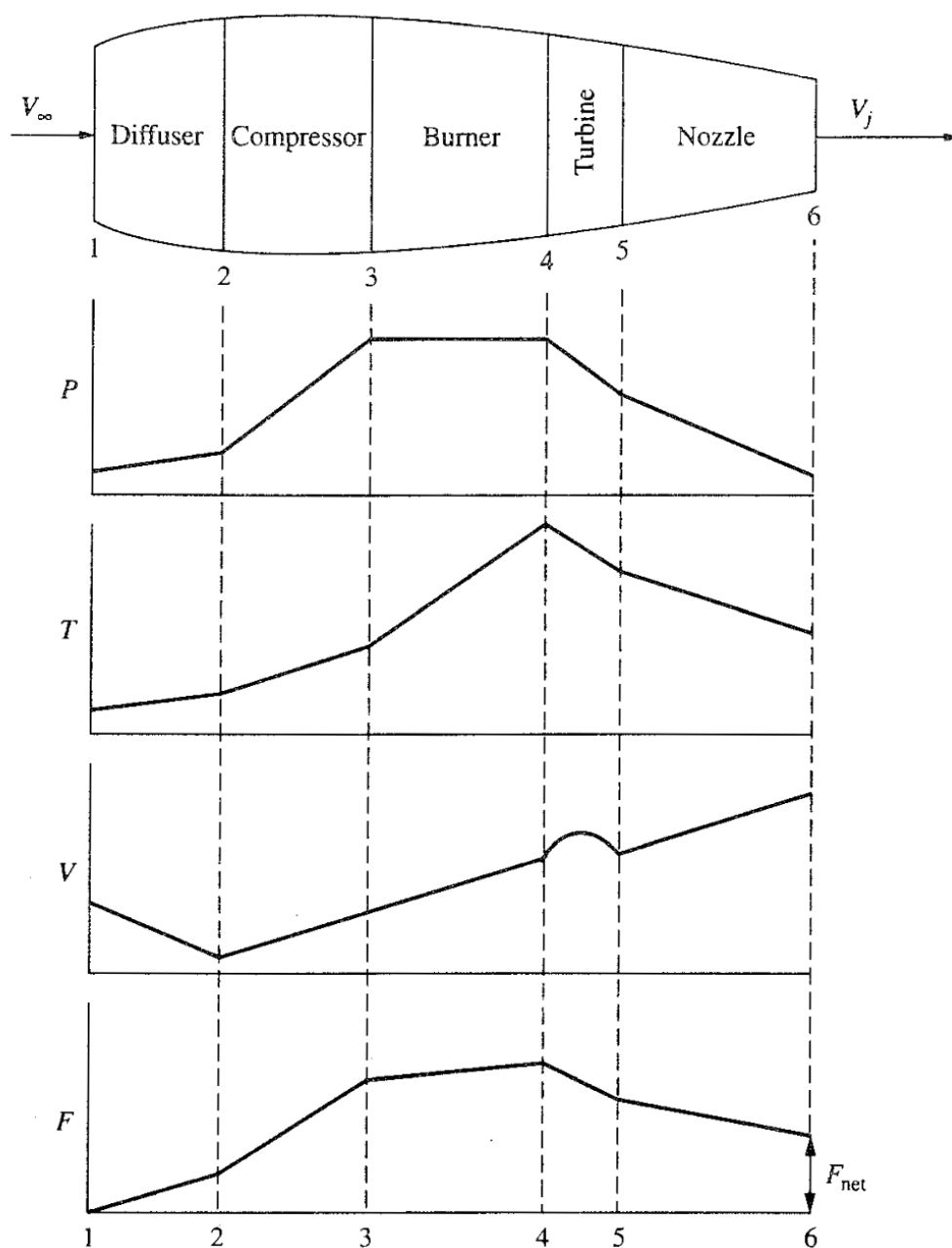


Figura 1.13. Andamento qualitativo di pressione p , temperatura T e velocità V lungo il turbogetto. La pressione cresce nel diffusore e soprattutto nel compressore, resta circa costante in camera di combustione e cade in turbina e nell'ugello; la temperatura raggiunge il massimo alla fine della combustione; la velocità, ridotta nel diffusore, esplode nell'ugello fino al valore V_j del getto.

Applicando il bilancio di quantità di moto a un volume di controllo attorno al motore — lo stesso ragionamento della prima sezione — si ottiene la forma raffinata dell'equazione della spinta, che tiene conto della massa di combustibile aggiunta e del termine di pressione all'ugello:

Equazione della spinta del turbogetto

$$T = (\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}}) V_j - \dot{m}_{\text{aria}} V_{\infty} + (p_e - p_{\infty}) A_e$$

I primi due termini sono la variazione di quantità di moto (come nell'equazione fondamentale); l'ultimo è il contributo della pressione all'uscita dell'ugello. Quest'ultimo è di norma molto minore degli altri e in prima approssimazione si trascura.

1.5.2 Il consumo specifico riferito alla spinta

Per il motore a pistoni l'uscita misurabile era la potenza, e il consumo si riferiva ad essa. Per il getto l'uscita è la spinta: si definisce quindi il consumo specifico riferito alla spinta.

Consumo specifico riferito alla spinta (TSFC)

Il *consumo specifico riferito alla spinta* c_t è il peso di combustibile bruciato per unità di spinta e per unità di tempo:

$$c_t = \frac{\text{peso di combustibile consumato}}{(\text{spinta}) \times (\text{tempo})}.$$

Nel SI le unità coerenti sono N di combustibile per (N di spinta $\times$ s), cioè 1/s. La tradizione tecnica lo esprime spesso in unità non coerenti (peso in libbre per libbra di spinta per ora), indicandolo con la sigla TSFC.

1.5.3 Variazione con la velocità: regime subsonico

Come varia la spinta del turbogetto al crescere della velocità di volo? Due effetti si contrappongono. Da un lato cresce la portata d'aria all'ingresso, che vale $\dot{m}_{\text{aria}} = \rho_{\infty} A_1 V_{\infty}$. Dall'altro, la velocità del getto V_j dipende soprattutto dai processi interni di compressione e combustione, e resta quasi invariata al variare di V_{∞} ; di conseguenza la differenza $(V_j - V_{\infty})$ diminuisce. Nell'equazione $T \simeq \dot{m}(V_j - V_{\infty})$ un fattore cresce e l'altro cala: i due effetti tendono a compensarsi, e la spinta risulta poco sensibile alla velocità.

Spinta del turbogetto in subsonico

$$T \text{ è ragionevolmente costante con } V_{\infty} \quad (\text{regime subsonico}).$$

Il consumo specifico, invece, cresce dolcemente con la velocità. Un modello lineare che ben si adatta ai dati sperimentali è

$$\text{TSFC} = 1,0 + k M_{\infty} \quad (M_{\infty} < 1), \quad (1.5)$$

dove k dipende da quota e regime del motore (per esempio $k \approx 0,5$ a 40 000 ft); il valore unitario del termine costante corrisponde al consumo di riferimento a bassa velocità, prossimo a 1 lb/(lb $\cdot$ h) per un turbogetto.

1.5.4 Variazione con la velocità: regime supersonico

In regime supersonico il quadro cambia: la spinta *cresce* nettamente con il numero di Mach. La ragione sta nel diffusore d'ingresso. Rallentando un flusso supersonico, il diffusore recupera pressioni totali molto elevate,

che crescono rapidamente con M_∞ . Dalla gasdinamica, il rapporto tra pressione totale e statica in un flusso isentropico è

$$\frac{p_{\text{tot}}}{p_{\text{stat}}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (1.6)$$

All'aumentare di M_∞ questo rapporto diventa grande: l'aria arriva al compressore già molto compressa, i livelli di pressione interni salgono, la velocità del getto V_j aumenta (gli ugelli supersonici sono convergenti-divergenti) e con essa la portata. Entrambi i fattori dell'equazione della spinta crescono, e la spinta aumenta.

Spinta del turbogetto in supersonico

Per un turbogetto rappresentativo (tipo Olympus del Concorde) la spinta cresce quasi linearmente con il Mach:

$$\frac{T}{T_{M=1}} = 1 + 1,18(M_\infty - 1) \quad (M_\infty > 1).$$

Il consumo specifico, in supersonico, si può ritenere pressoché costante con il Mach.

1.5.5 Variazione con la quota

L'effetto della quota è forte e diretto. Poiché $\dot{m}_{\text{aria}} = \rho_\infty A_1 V_\infty$ è proporzionale alla densità, e la spinta è quasi proporzionale alla portata, la spinta cala con la quota come il rapporto di densità.

Spinta del turbogetto con la quota

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \sigma$$

dove T_0 è la spinta al livello del mare. Il consumo specifico si assume costante con la quota.

Esercizio 5 — Spinta e consumo di un turbogetto sub/supersonico

- (a) In subsonico, con $k = 0,5$, calcolare l'incremento percentuale di consumo specifico passando da $M_\infty = 0$ a $M_\infty = 0,8$.
- (b) In supersonico, un turbogetto tipo Olympus sviluppa $T_{M=1} = 150$ kN a Mach 1. Calcolare la spinta a $M_\infty = 1,5$, 2,0 e 2,2 (Mach di crociera del Concorde).

Modello. Usiamo la (1.5) in subsonico e la legge $T/T_{M=1} = 1 + 1,18(M_\infty - 1)$ in supersonico.

(a) Consumo in subsonico.

$$\frac{\text{TSFC}(0,8)}{\text{TSFC}(0)} = \frac{1 + 0,5 \times 0,8}{1 + 0} = 1,40.$$

Il consumo specifico aumenta del 40 % passando da fermo a $M_\infty = 0,8$.

(b) Spinta in supersonico.

$$M_\infty = 1,5 : \quad T = 150 [1 + 1,18(0,5)] = 150 \times 1,59 = 238,5 \text{ kN},$$

$$M_\infty = 2,0 : \quad T = 150 [1 + 1,18(1,0)] = 150 \times 2,18 = 327,0 \text{ kN},$$

$$M_\infty = 2,2 : \quad T = 150 [1 + 1,18(1,2)] = 150 \times 2,416 = 362,4 \text{ kN}.$$

Il senso del risultato. Alla velocità di crociera del Concorde la spinta è più che raddoppiata rispetto a Mach 1: è il diffusore supersonico che, recuperando pressione totale, “carica” il motore. Questo comportamento — spinta crescente e consumo quasi costante in supersonico — è la ragione per cui il Concorde montava turbogetti puri e non turboventole, come vedremo.

Esercizio 6 — Il turbogetto J79: velocità del getto e rendimento

Il turbogetto General Electric J79 produce una spinta $T = 10\,000$ lbf al livello del mare, con un diametro di presa $D = 3,19$ ft. L'aeroplano vola a $V_\infty = 1000$ ft/s. Stimare (a) la velocità del getto rispetto all'aeroplano e (b) il rendimento propulsivo. (*Adattato dal problema 3.1 di Anderson; qui risolto interamente in unità SI.*)

Conversione in SI.

$$T = 10\,000 \text{ lbf} \times 4,4482 \text{ N/lbf} = 44,48 \text{ kN},$$

$$D = 3,19 \text{ ft} \times 0,3048 \text{ m/ft} = 0,972 \text{ m}, \quad V_\infty = 1000 \text{ ft/s} \times 0,3048 \text{ m/ft} = 304,8 \text{ m/s}.$$

(a) Velocità del getto. La portata d'aria che entra dalla presa è $\dot{m} = \rho_0 A V_\infty$, con $A = \pi D^2/4 = \pi(0,972)^2/4 = 0,742 \text{ m}^2$ e $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$:

$$\dot{m} = \rho_0 A V_\infty = 1,225 \times 0,742 \times 304,8 = 277,2 \text{ kg/s}.$$

Invertendo l'equazione della spinta $T = \dot{m}(V_j - V_\infty)$:

$$V_j = V_\infty + \frac{T}{\dot{m}} = 304,8 + \frac{44480}{277,2} = 304,8 + 160,5 = 465,3 \text{ m/s}.$$

(b) Rendimento propulsivo.

$$\eta_p = \frac{2}{1 + V_j/V_\infty} = \frac{2}{1 + 465,3/304,8} = \frac{2}{1 + 1,527} = 0,792 = 79,2\%.$$

Il senso del risultato. A questa velocità di volo il J79 lavora con un rendimento propulsivo di circa il 79%: pur essendo un turbogetto, alla velocità considerata il rapporto V_j/V_∞ non è elevatissimo e l'efficienza resta discreta. Si noti come l'intero calcolo poggi su due sole relazioni del capitolo: l'equazione della spinta e la formula del rendimento.

Esercizio 7 — Dimensionamento della presa d'aria

Si progetta un turbogetto che deve produrre $T = 25\,000$ lbf alla velocità di decollo $V_\infty = 220$ ft/s, al livello del mare. Al decollo la velocità dei gas all'uscita (rispetto al motore) è $V_j = 1700$ ft/s; il rapporto combustibile/aria in massa è $f = 0,03$; la pressione di uscita uguaglia quella ambiente. Calcolare l'area della presa d'aria. (*Adattato dal problema 3.3 di Anderson, in SI.*)

Conversione in SI.

$$T = 25\,000 \text{ lbf} \times 4,4482 = 111,21 \text{ kN},$$

$$V_\infty = 220 \times 0,3048 = 67,06 \text{ m/s}, \quad V_j = 1700 \times 0,3048 = 518,16 \text{ m/s}.$$

Modello. Poiché $p_e = p_\infty$, il termine di pressione si annulla e l'equazione della spinta diventa

$$T = \dot{m}_{\text{aria}}(1+f)V_j - \dot{m}_{\text{aria}}V_\infty = \dot{m}_{\text{aria}}[(1+f)V_j - V_\infty].$$

Invertendo per la portata d'aria:

$$\dot{m}_{\text{aria}} = \frac{T}{(1+f)V_j - V_\infty} = \frac{111210}{(1,03)(518,16) - 67,06} = \frac{111210}{466,65} = 238,3 \text{ kg/s}.$$

Area della presa. Dalla portata $\dot{m}_{\text{aria}} = \rho_0 A V_\infty$:

$$A = \frac{\dot{m}_{\text{aria}}}{\rho_0 V_\infty} = \frac{238,3}{1,225 \times 67,06} = 2,90 \text{ m}^2 \quad (\text{diametro equivalente} \approx 1,92 \text{ m}).$$

Il senso del risultato. La presa deve ingerire quasi 240 kg d'aria al secondo: una massa imponente, che spiega le grandi dimensioni delle prese dei motori da decollo. Se si trascurasse il combustibile ($f = 0$) si otterrebbe $A \approx 3,00 \text{ m}^2$: la correzione dovuta a f riduce l'area del 3% circa, perché la massa di combustibile aggiunge quantità di moto in uscita.

Esercizio 8 — Durata di funzionamento a banco

Un turboventola al banco eroga con continuità $T = 60\,000 \text{ lbf}$ con un consumo specifico $\text{TSFC} = 0,5/\text{h}$. Il serbatoio contiene 1000 gal di combustibile, del peso di 6,7 lb al gallone. Per quanto tempo può funzionare? (*Adattato dal problema 3.4 di Anderson.*)

Modello. Il consumo in peso di combustibile per unità di tempo è $\dot{w} = \text{TSFC} \times T$; la durata è il peso disponibile diviso questo consumo.

$$W_{\text{comb}} = 1000 \times 6,7 = 6700 \text{ lb},$$

$$\dot{w} = \text{TSFC} \times T = 0,5 \times 60000 = 30\,000 \text{ lb/h},$$

$$t = \frac{W_{\text{comb}}}{\dot{w}} = \frac{6700}{30000} = 0,223 \text{ h} = 13,4 \text{ min}.$$

Il senso del risultato. Poco più di tredici minuti: a piena spinta un grande motore divora il combustibile a ritmo impressionante. L'esercizio, pur elementare, mostra il significato operativo del consumo specifico e resta volutamente nelle unità anglosassoni della scheda motore, dove il TSFC in 1/h si combina direttamente con la spinta in libbre.

Il senso di tutto questo

Del turbogetto conosciamo ora le leggi che servono alle prestazioni: in subsonico T costante con V_∞ e $\text{TSFC} = 1 + kM_\infty$; in supersonico T crescente con il Mach e TSFC quasi costante; con la quota $T/T_0 = \sigma$. Questo propulsore vive nella regione ad alta spinta e alta velocità del compromesso, complementare al gruppo motoelica.

1.6 Il turboventola

Dove stiamo andando

Introduciamo il propulsore che equipaggia la quasi totalità degli aerei di linea. Vedremo come esso realizzi, per costruzione, un compromesso tra la spinta del turbogetto e l'efficienza dell'elica, definiremo il parametro che ne misura il carattere — il rapporto di diluizione — e distingueremo le leggi di variazione dei turboventola civili (alto rapporto di diluizione) da quelli militari (basso rapporto).

Il turboventola nasce da un'idea diretta: prendere un turbogetto (che ne costituisce il *nocciolo*, o *core*: diffusore, compressore, bruciatore, turbina, ugello) e usarne la turbina per trascinare non solo il compressore, ma anche una grande *ventola* esterna, avvolta in una carenatura attorno al core. Il flusso si divide allora in due percorsi: una parte attraversa la ventola e scorre esternamente al core (flusso *freddo*, o secondario); l'altra attraversa il core (flusso *caldo*, o primario).

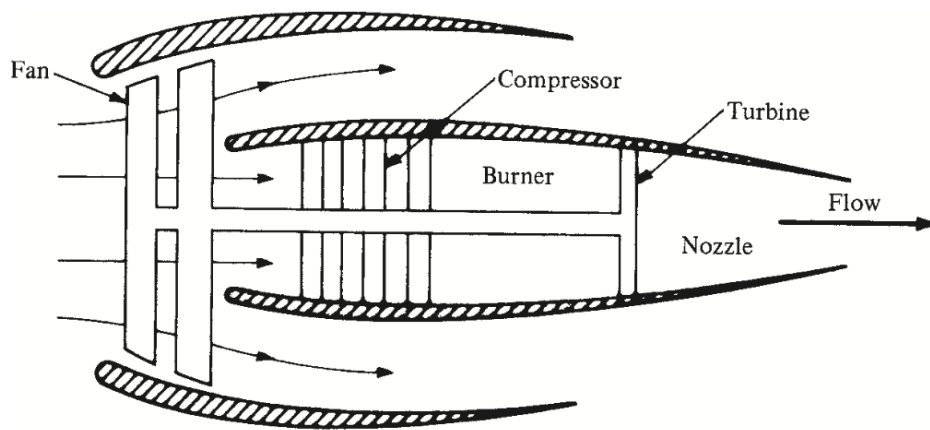


Figura 1.14. Sezione schematica di un turboventola ad alto rapporto di diluizione. La grande ventola anteriore elabora l'intera portata; a valle il flusso si divide: il flusso freddo (secondario) scorre nel condotto anulare esterno, il flusso caldo (primario) attraversa il core — compressore, camera di combustione, turbina — che fornisce il lavoro per trascinare la ventola. Il rapporto di diluizione è il rapporto tra le due portate.

La ventola è un'elica intubata

Il flusso che passa dalla ventola è elaborato come da un'elica sofisticata e carenata: grande portata, piccolo incremento di velocità, dunque alta efficienza propulsiva. Il flusso che passa dal core è invece elaborato come da un turbogetto: alta velocità di getto, dunque alta spinta ma minore efficienza. Il rendimento propulsivo complessivo del turboventola è un compromesso tra i due, e nella pratica si è rivelato eccellente: quasi tutti gli aerei moderni sono spinti da turboventola.

Rapporto di diluizione (*bypass ratio*)

Il *rapporto di diluizione* è il rapporto tra la portata massica che attraversa la ventola esternamente al core (flusso freddo) e la portata che attraversa il core (flusso caldo):

$$\text{BPR} = \frac{\dot{m}_{\text{freddo}}}{\dot{m}_{\text{caldo}}}.$$

A parità di ogni altra condizione, più alto è il rapporto di diluizione, più alto è il rendimento propulsivo (perché una frazione maggiore della spinta è prodotta dal flusso freddo, ad alta efficienza).

Civili e militari: due famiglie

I grandi turboventola dei velivoli di linea hanno rapporti di diluizione dell'ordine di 5 (o più, nelle generazioni recenti); il loro consumo specifico, attorno a 0,6 lb/(lbf · h), è quasi la metà di quello di un turbogetto puro: ecco perché li si preferisce. Il loro comportamento somiglia in molti aspetti a quello di un'elica. I turboventola militari, al contrario, hanno basso rapporto di diluizione (tra 0 e 1) e si comportano molto più come turbogetti: sono adatti al volo ad alte prestazioni dei caccia. Le leggi di variazione con velocità e quota, come vedremo, riflettono questa doppia natura.

1.6.1 Turboventola civile (alto rapporto di diluizione)

Per i turboventola civili la spinta ha una forte variazione con la velocità: *diminuisce* al crescere di V_∞ (comportamento vicino a quello dell'elica). Detta $T_{V=0}$ la spinta al livello del mare e a velocità nulla, alle velocità di

decollo vale una correlazione parabolica; alle velocità di crociera, invece, si usa una legge di potenza del tipo

$$\frac{T}{T_{V=0}} = A M_{\infty}^{-n},$$

con A e n funzioni della quota. La variazione con la quota segue una legge di potenza del rapporto di densità.

Turboventola civile

Variazione con la velocità (crociera):

$$\frac{T}{T_{V=0}} = A M_{\infty}^{-n}$$

Variazione con la quota:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^m = \sigma^m$$

con m dipendente dal progetto (di norma prossimo a 1). Il consumo specifico cresce con la velocità secondo $c_t = B(1 + kM_{\infty})$ e si può ritenere costante con la quota.

A quota di crociera la spinta si stabilizza

Sebbene alle basse quote la spinta del turboventola civile vari molto con il Mach, alle quote di crociera elevate (attorno a 11 km) e nello stretto intervallo di Mach di crociera (0,7–0,85) essa risulta pressoché costante. Per l'analisi delle prestazioni in crociera è dunque ragionevole assumere T costante — un'ipotesi che semplifica molto i conti del capitolo sulle prestazioni.

1.6.2 Turboventola militare (basso rapporto di diluizione)

Il turboventola militare a basso rapporto di diluizione si comporta come un turbogetto: dopo una modesta diminuzione iniziale a bassi Mach subsonici, la spinta *cresce* nettamente in transonico e supersonico. Il consumo specifico aumenta gradualmente con il Mach in subsonico e transonico, per crescere poi rapidamente oltre Mach 2: è questa la differenza principale rispetto al turbogetto puro, il cui consumo resta quasi costante nel basso supersonico.

Esercizio 9 — Turboventola: takeoff e quota

Un turboventola civile ha spinta al livello del mare e velocità nulla $T_{V=0} = 50$ kN.

- Al decollo la spinta segue la correlazione parabolica $T/T_{V=0} = 1 - 2,52 \times 10^{-3} V_{\infty} + 4,34 \times 10^{-6} V_{\infty}^2$ (con V_{∞} in m/s, valida per $V_{\infty} < 130$ m/s). Calcolare la spinta a $V_{\infty} = 100$ m/s.
- In salita alla quota di 3 km e $M_{\infty} = 0,6$ vale $T/T_{V=0} = 0,369 M_{\infty}^{-0,305}$. Calcolare la spinta.

(a) Spinta al decollo a 100 m/s.

$$\frac{T}{T_{V=0}} = 1 - 2,52 \times 10^{-3}(100) + 4,34 \times 10^{-6}(100)^2 = 1 - 0,252 + 0,0434 = 0,791,$$

$$T = 0,791 \times 50 \text{ kN} = 39,6 \text{ kN}.$$

(b) Spinta in salita.

$$\frac{T}{T_{V=0}} = 0,369 \times (0,6)^{-0,305} = 0,369 \times 1,169 = 0,431,$$

$$T = 0,431 \times 50 \text{ kN} = 21,6 \text{ kN}.$$

Il senso del risultato. Già a 100 m/s di corsa di decollo la spinta è scesa di circa il 21 % rispetto al valore a punto fisso, e in salita a 3 km è meno della metà: la marcata caduta di spinta con velocità e quota è la firma del turboventola civile ad alto rapporto di diluizione, ed è ciò che lo distingue dal turbogetto (la cui spinta, in subsonico, resta quasi costante).

1.7 Il turboelica

Dove stiamo andando

L'ultimo dei quattro propulsori è, in un certo senso, un ritorno all'elica: un'elica mossa però da una turbina a gas invece che da un motore a pistoni. La sua peculiarità è di produrre spinta in due modi contemporaneamente — tramite l'elica e tramite il getto residuo — e ciò richiede di definire con cura una *potenza equivalente*. È il propulsore più vicino, per comportamento, al gruppo motoelica.

Nel turboelica l'aria è compressa, miscelata al combustibile e bruciata, poi espansa in turbina ed espulsa dall'ugello, esattamente come in un turbogetto. La differenza è che la turbina estrae quasi tutto il lavoro disponibile dal flusso, lasciandone pochissimo per il getto, e usa quel lavoro per trascinare — oltre al compressore — l'**elica**, tramite un riduttore. Nella maggior parte dei turboelica solo circa il 5 % della spinta proviene dal getto; il restante 95 % dall'elica.

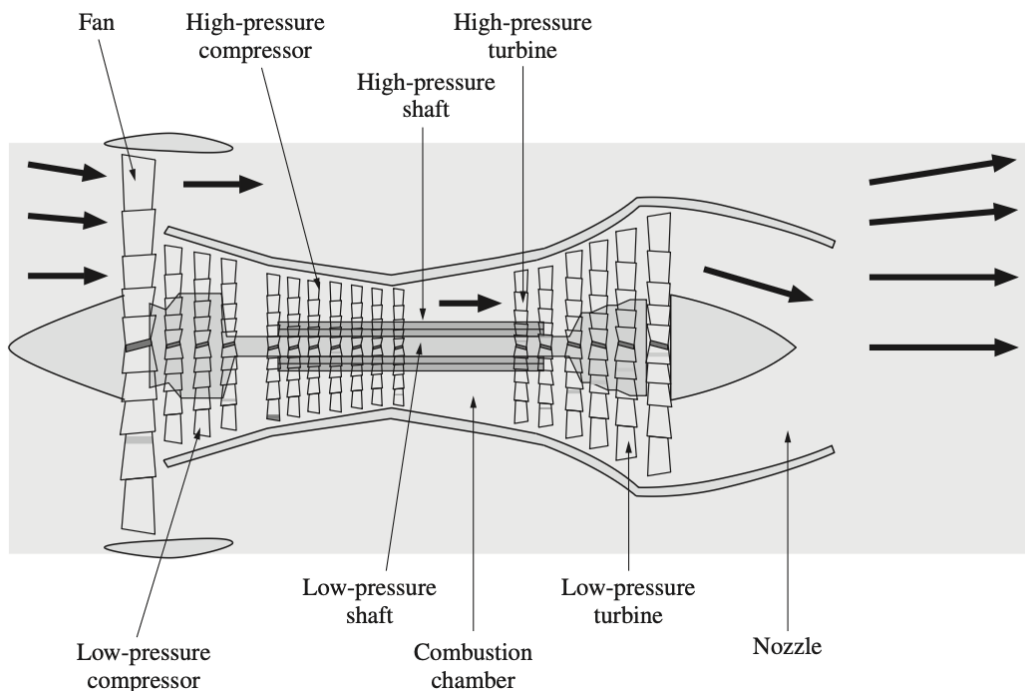


Figura 1.15. Sezione schematica di un turboelica. La turbina estrae quasi tutto il lavoro disponibile dal flusso e lo trasmette all'elica attraverso il riduttore (necessario perché l'elica deve ruotare molto più lentamente della turbina). Il getto residuo, ormai povero di energia, fornisce solo una piccola spinta aggiuntiva T_j .

Dove si colloca nel compromesso

Il turboelica sta a metà strada: genera più spinta del gruppo motoelica ma meno del turboventola o del turbogetto; ha un consumo specifico più alto del motore a pistoni ma più basso di quello di un getto. La sua velocità massima è limitata, come per ogni elica, dalla formazione di onde d'urto sulle pale — di norma attorno a $M_\infty = 0,6-0,7$. È il propulsore d'elezione per i velivoli da trasporto regionale e per molti aerei da pattugliamento.

1.7.1 Spinta, potenza e potenza equivalente

La spinta totale del turboelica è la somma della spinta d'elica T_p e della spinta del getto T_j . La potenza disponibile è quindi

$$\Pi_d = (T_p + T_j) V_\infty. \quad (1.7)$$

Ma è più comodo ragionare in termini di potenza, come per il motore a pistoni. Detta Π_s la potenza all'asse (dall'albero all'elica) e η_{pr} il rendimento dell'elica, la potenza resa disponibile dall'elica è $\eta_{pr}\Pi_s$; sommando il contributo del getto:

$$\Pi_d = \eta_{pr} \Pi_s + T_j V_\infty. \quad (1.8)$$

Potenza equivalente all'asse (ESHP)

Per riportare tutto a un'unica grandezza omogenea alla potenza dei motori a pistoni, si definisce la *potenza equivalente all'asse* Π_{es} come se *tutta* la potenza — compreso il contributo del getto — fosse erogata attraverso l'albero. Per analogia con l'elica ($\Pi_d = \eta_{pr}\Pi_{es}$), uguagliando questa espressione alla (1.8):

$$\eta_{pr}\Pi_{es} = \eta_{pr}\Pi_s + T_j V_\infty.$$

Risolvendo per Π_{es} :

Potenza equivalente all'asse

$$\Pi_{es} = \Pi_s + \frac{T_j V_\infty}{\eta_{pr}}$$

La potenza equivalente somma alla potenza all'asse il contributo del getto, convertito in “potenza all'asse equivalente” dividendo per il rendimento dell'elica.

La regola del pollice a punto fisso

A velocità nulla ($V_\infty = 0$) la potenza disponibile è nulla (nessuna potenza, solo spinta): il concetto di potenza equivalente perde significato e si torna a ragionare in spinta. Una regola pratica utile afferma che, in condizioni statiche, un turboelica produce circa 2,5 lbf di spinta per ogni cavallo all'asse. È una stima grossolana ma comoda per valutare la spinta di decollo a partire dalla potenza dichiarata.

1.7.2 Variazione con velocità e quota

La potenza disponibile del turboelica, che ingloba il rendimento dell'elica, prima cresce con il Mach, raggiunge un massimo attorno a $M_\infty = 0,6-0,7$ e poi cala per la formazione di onde d'urto sulle pale. Il risultato netto è una variazione complessivamente piatta con il Mach; per le prestazioni si assume perciò Π_d costante con M_∞ . Con la quota, la potenza segue una legge di potenza del rapporto di densità con esponente $m \approx 0,7$.

Turboelica

Variazione con la velocità:

$$\Pi_d \text{ è ragionevolmente costante con } M_\infty.$$

Variazione con la quota:

$$\frac{\Pi_d}{\Pi_{d,0}} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^m, \quad m \approx 0,7.$$

Il consumo specifico (riferito alla potenza) si può ritenere costante sia con la velocità sia con la quota.

Esercizio 10 — Potenza equivalente di un turboelica

Un turboelica in volo eroga una potenza all'asse $\Pi_s = 4500$ hp, con un getto che produce una spinta $T_j = 250$ lbf; l'aeroplano vola a $V_\infty = 500$ ft/s e il rendimento dell'elica è $\eta_{pr} = 0,9$. Calcolare la potenza equivalente all'asse e la quota-parte dovuta al getto. (*Adattato dal problema 3.6 di Anderson, in SI.*)

Conversione in SI.

$$\Pi_s = 4500 \text{ hp} \times 745,7 \text{ W/hp} = 3355,6 \text{ kW},$$

$$T_j = 250 \text{ lbf} \times 4,4482 = 1112,1 \text{ N}, \quad V_\infty = 500 \times 0,3048 = 152,4 \text{ m/s}.$$

Potenza equivalente.

$$\Pi_{es} = \Pi_s + \frac{T_j V_\infty}{\eta_{pr}} = 3355,6 + \frac{1112,1 \times 152,4}{0,9} \times 10^{-3} \text{ kW}.$$

Il contributo del getto vale

$$\frac{T_j V_\infty}{\eta_{pr}} = \frac{1112,1 \times 152,4}{0,9} = 188,3 \times 10^3 \text{ W} = 188,3 \text{ kW},$$

quindi

$$\Pi_{es} = 3355,6 + 188,3 = 3544,0 \text{ kW} = 4753 \text{ eshp}.$$

Peso relativo del getto.

$$\frac{188,3}{3544,0} = 0,053 = 5,3 \, \%.$$

Il senso del risultato. Il getto contribuisce per appena il 5,3 % alla potenza equivalente: si ritrova, in numeri, la regola qualitativa secondo cui in un turboelica circa il 95 % dell'effetto propulsivo viene dall'elica. La potenza equivalente (≈ 4750 eshp) è la grandezza che il costruttore dichiara e con cui il turboelica entra nel bilancio delle prestazioni, esattamente come un grande motore a pistoncini.

Il senso di tutto questo

Il turboelica chiude la rassegna: potenza disponibile costante con il Mach, decrescente con la quota come $\sigma^{0,7}$, consumo specifico costante. La sua potenza equivalente lo rende trattabile come un motore a pistoncini sovradimensionato. Con questo, tutti e quattro i propulsori sono collocati sul compromesso spinta-efficienza e dotati delle loro leggi di variazione: il materiale è pronto per il capitolo sulle prestazioni.

1.8 Postbruciatore e conversione dei consumi specifici

Dove stiamo andando

Due temi conclusivi. Il primo è il postbruciatore, il dispositivo che consente picchi temporanei di spinta. Il secondo, più tecnico ma indispensabile per confrontare motori diversi, è la conversione tra il consumo specifico riferito alla potenza e quello riferito alla spinta.

1.8.1 Il postbruciatore

In un turbogetto o in un turboventola la miscela in camera di combustione è *magra*: brucia solo una parte dell'ossigeno disponibile, cosicché nel gas di scarico resta ossigeno inutilizzato. Il *postbruciatore* (*afterburner*; nella letteratura britannica *reheat*) sfrutta questo ossigeno: è un lungo condotto a valle della turbina in cui si inietta e brucia altro combustibile, aumentando la temperatura e quindi la velocità del getto. All'uscita è necessario un ugello ad area variabile, per adattarsi alle diverse condizioni di flusso a postbruciatore acceso o spento.

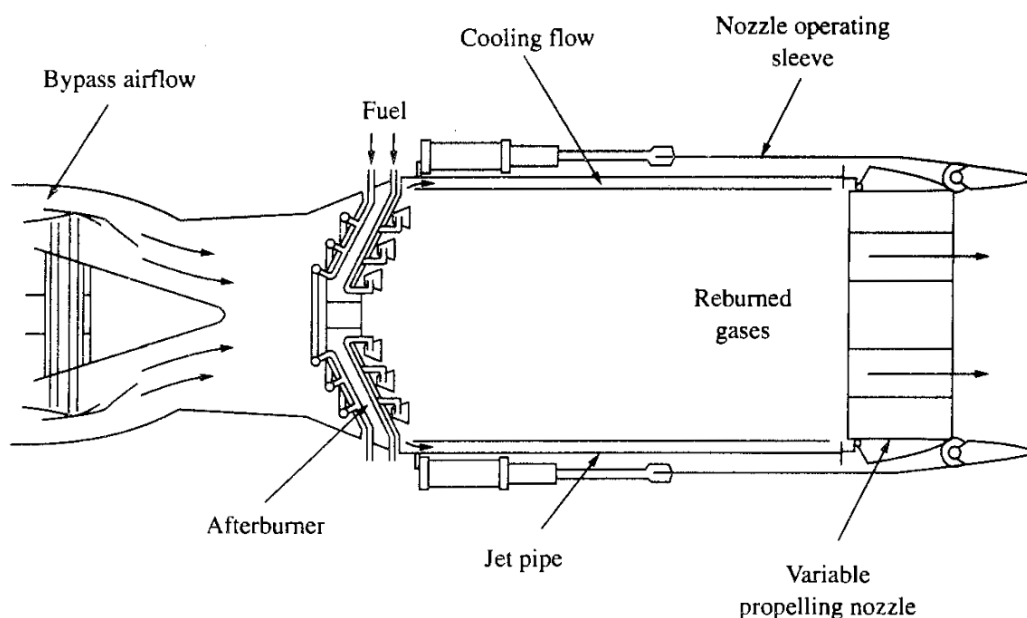


Figura 1.16. Schema di un turbogetto con postbruciatore: a valle della turbina, gli iniettori e gli stabilizzatori di fiamma bruciano combustibile aggiuntivo sfruttando l'ossigeno residuo del flusso; l'ugello ad area variabile si apre a postbruciatore acceso per smaltire la maggiore portata volumetrica dei gas, molto più caldi.

Molta spinta, molto consumo

Il postbruciatore serve per brevi periodi di spinta fortemente accresciuta: il Concorde lo usava per accelerare in salita dopo il decollo, i caccia per decolli rapidi e scatti di velocità in combattimento. Il prezzo è un consumo di combustibile molto maggiore: il consumo specifico con postbruciatore acceso sale ben al di sopra del valore a postbruciatore spento. Per questo il postbruciatore si usa solo quando indispensabile. A titolo indicativo, in un turboventola militare a $M_\infty \approx 2$ il rapporto tra spinta con e senza postbruciatore può raggiungere valori dell'ordine di 4–5, mentre il rapporto dei consumi specifici resta attorno a 2: il grande valore del primo rapporto è dovuto anche al fatto che la spinta di base, ad alto Mach, è diminuita.

1.8.2 Da SFC a TSFC: una conversione utile

Abbiamo incontrato due modi di misurare il consumo: riferito alla potenza (c , tipico dei motori a pistoni e dei turboelica) e riferito alla spinta (c_t , tipico dei getti). Per confrontare propulsori diversi conviene talora esprimerli in modo uniforme. Le due definizioni sono

$$c \equiv \frac{\dot{w}_{\text{comb}}}{\Pi}, \quad c_t \equiv \frac{\dot{w}_{\text{comb}}}{T},$$

dove $\dot{w}_{\text{comb}}$ è la portata in peso di combustibile. Dividendo membro a membro:

$$c_t = \frac{c \Pi}{T}. \quad (1.9)$$

Per il gruppo motoelica (e per il turboelica riferito alla potenza equivalente) la potenza all'asse è legata alla potenza disponibile da $\Pi = \Pi_d/\eta_{\text{pr}}$, e la potenza disponibile alla spinta da $\Pi_d = TV_\infty$; quindi $\Pi = TV_\infty/\eta_{\text{pr}}$. Sostituendo nella (1.9):

Conversione consumo di potenza $\rightarrow$ consumo di spinta

$$c_t = \frac{c V_\infty}{\eta_{\text{pr}}}$$

Permette di esprimere il consumo specifico di un motore a pistoni (o di un turboelica) come un consumo specifico equivalente riferito alla spinta, rendendolo confrontabile con quello di un getto.

Esercizio 11 — Da SFC a TSFC per un motore a pistoni

Il motore a pistoni Teledyne Continental Voyager 200 ha un consumo specifico $c = 0,375 \text{ lb}/(\text{hp} \cdot \text{h})$. Installato su un aereo che vola a $V_\infty = 200 \text{ mi/h}$ con rendimento d'elica $\eta_{\text{pr}} = 0,85$, calcolare il consumo specifico equivalente riferito alla spinta. (*Adattato dal problema 3.7 di Anderson.*)

Conversione di c in unità coerenti SI. Il consumo c è un peso di combustibile per unità di potenza e di tempo. Convertendo libbre-forza, cavalli e ore in unità SI:

$$c = 0,375 \frac{\text{lbf}}{\text{hp} \cdot \text{h}} = 0,375 \times \frac{4,4482 \text{ N}}{745,7 \text{ W} \times 3600 \text{ s}} = 6,214 \times 10^{-7} / \text{m}.$$

(Le unità $\text{N}/(\text{W} \cdot \text{s})$ si semplificano in $1/\text{m}$: c ha le dimensioni dell'inverso di una lunghezza.)

Velocità in SI.

$$V_\infty = 200 \text{ mi/h} \times 0,447 04 (\text{m/s})/(\text{mi/h}) = 89,41 \text{ m/s}.$$

Consumo riferito alla spinta.

$$c_t = \frac{c V_\infty}{\eta_{\text{pr}}} = \frac{6,214 \times 10^{-7} \times 89,41}{0,85} = 6,54 \times 10^{-5} / \text{s}.$$

Riportandolo in unità orarie anglosassoni per il confronto con le schede motore:

$$c_t = 6,54 \times 10^{-5} 1/\text{s} \times 3600 \text{ s/h} \approx 0,235/\text{h} \quad (\text{cioè } 0,235 \text{ lb}/(\text{lbf} \cdot \text{h})).$$

Il senso del risultato. Un consumo di potenza di $0,375 \text{ lb}/(\text{hp} \cdot \text{h})$ equivale, a questa velocità, a un consumo di spinta di circa $0,235 \text{ lb}/(\text{lbf} \cdot \text{h})$: un valore nettamente inferiore al $\approx 1 \text{ lb}/(\text{lbf} \cdot \text{h})$ tipico di un turbogetto, conferma quantitativa dell'efficienza superiore del gruppo motoelica alle basse velocità.

1.9 Quadro riepilogativo

Dove stiamo andando

Raccogliamo in un'unica tabella tutte le leggi di variazione ricavate. È lo strumento di consultazione rapida da tenere accanto durante lo studio delle prestazioni: per ciascun propulsore, come variano potenza/spinta e consumo con velocità e quota.

La Tabella 1.1 riassume i quattro propulsori. Si ricordi che tutte queste sono relazioni approssimate, del primo ordine, utilissime per la stima delle prestazioni e per il progetto concettuale, ma da non prendere alla lettera per analisi di dettaglio, dove servono i dati reali del motore.

Tabella 1.1. Leggi di variazione approssimate di spinta/potenza e consumo specifico con velocità e quota, per i quattro propulsori. $\sigma = \rho/\rho_0$ è il rapporto di densità.

Propulsore	Variazione con V_∞ / M_∞	Variazione con la quota
Motoelica	$\Pi_d = \eta_{pr} \Pi$; Π cost. con V_∞ ; SFC cost. con V_∞	$\Pi/\Pi_0 = \sigma$ (oppure $1,132 \sigma - 0,132$); SFC cost. con quota
Turbogetto	Subsonico: T cost.; TSFC = $1 + kM_\infty$. Supersonico: $T/T_{M=1} = 1 + 1,18(M_\infty - 1)$; TSFC cost.	$T/T_0 = \sigma$; TSFC cost. con quota
Turboventola	Alto BPR: $T/T_{V=0} = A M_\infty^{-n}$; $c_t = B(1 + kM_\infty)$. Basso BPR: T prima cala, poi cresce in supersonico	$T/T_0 = \sigma^m$ ($m \approx 1$); c_t cost. con quota
Turboelica	Π_d cost. con M_∞ ; c_A cost. con V_∞	$\Pi_d/\Pi_{d,0} = \sigma^m$ ($m \approx 0,7$); c_A cost. con quota

I domini di velocità dei quattro propulsori

Ciascun propulsore trova il proprio impiego migliore in una regione dello spettro dei numeri di Mach: il gruppo motoelica ai Mach più bassi, il turboelica poco oltre (fino a $M_\infty \approx 0,6-0,7$), il turboventola ad alto rapporto di diluizione nella fascia subsonica alta dei trasporti di linea, il turbogetto e il turboventola a basso rapporto di diluizione in transonico e supersonico. Non è un caso storico ma la conseguenza diretta del compromesso spinta-efficienza: ogni propulsore è la risposta ottimale a un particolare requisito di velocità.

Il senso di tutto questo

La tabella riepilogativa è il ponte verso le prestazioni. Ogni volta che, in meccanica del volo, comparirà la potenza disponibile o la spinta a una data quota e velocità, il valore verrà da qui. Aver capito *perché* valgono queste leggi — e non solo averle memorizzate — è ciò che rende significativo lo studio successivo.

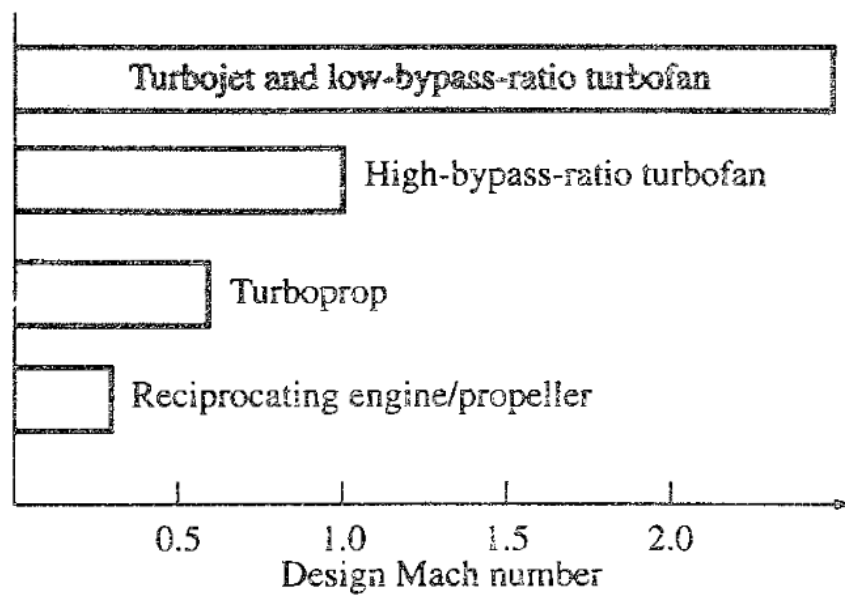


Figura 1.17. I domini di impiego dei quattro propulsori sullo spettro dei numeri di Mach di volo: gruppo motoelica alle velocità più basse, turboelica fino a $M_\infty \approx 0,6-0,7$, turboventola ad alto rapporto di diluizione nella fascia dei trasporti di linea ($M_\infty \approx 0,7-0,85$), turbogetto e turboventola a basso rapporto di diluizione in transonico e supersonico. Le regioni si sovrappongono parzialmente: la scelta finale dipende dal compromesso spinta-efficienza-costi del singolo progetto.

Fattori di conversione e unità anglosassoni

Nella letteratura aeronautica anglosassone — da cui provengono molte schede motore — si usano correntemente unità non SI. Questa appendice raccoglie i fattori di conversione impiegati negli esercizi, così che lo studente possa leggere quei dati e riportarli sempre al Sistema Internazionale, in cui vanno svolti i calcoli.

Tabella A.1. Fattori di conversione verso il Sistema Internazionale.

Grandezza	Unità anglosassone	Equivalente SI
Lunghezza	1 ft	0,3048 m
Forza/peso	1 lbf	4,4482 N
Potenza	1 hp	745,7 W
Velocità	1 ft/s	0,3048 m/s
Velocità	1 mi/h	0,447 04 m/s
Tempo	1 h	3600 s

Consumo specifico: attenzione alle unità

Il consumo specifico riferito alla spinta c_t nel SI ha dimensioni di $1/s$ (peso di combustibile in N, spinta in N: il rapporto è adimensionale, diviso il tempo). Quello riferito alla potenza c ha dimensioni di $1/m$ (peso su potenza per tempo). La tradizione tecnica usa però le unità orarie non coerenti $lb/(lbf \cdot h)$ e $lb/(hp \cdot h)$: prima di ogni calcolo si convertano sempre nelle unità coerenti del SI.

Richiamo: l'atmosfera standard e il rapporto di densità

Molte leggi di variazione di questa monografia sono espresse tramite il rapporto di densità $\sigma = \rho/\rho_0$. I valori di ρ alle varie quote provengono dal modello di atmosfera standard internazionale (ISA), che lo studente ha già incontrato nella monografia dedicata. Se ne richiamano qui i pochi valori usati negli esercizi.

Nella troposfera ($0 \leq z \leq 11\,000$ m) la temperatura diminuisce linearmente con la quota secondo un gradiente costante, e da questa legge si ricavano pressione e densità. I valori di riferimento al livello del mare sono $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$, $T_0 = 288,15 \text{ K}$.

Tabella B.1. Alcuni valori ISA usati negli esercizi.

Quota z [m]	T [K]	ρ [kg/m ³]	$\sigma = \rho/\rho_0$
0	288,15	1,2250	1,0000
2000	275,15	1,0065	0,8216
2500	271,90	0,9569	0,7811
3000	268,65	0,9091	0,7421
4000	262,15	0,8191	0,6687
11000	216,65	0,3639	0,2971

Perché il rapporto di densità è ovunque

Il filo rosso di tutte le leggi con la quota è che i propulsori “respirano” aria: la loro portata massica è proporzionale alla densità ambiente. Ecco perché la spinta del turbogetto scala come σ , la potenza del motore a pistoncini come σ (o Torenbeck), e turboventola e turboelica come potenze di σ . Un'unica causa fisica — la rarefazione dell'aria con la quota — si manifesta in tutte queste relazioni.

Esercizi svolti di riepilogo

Questa appendice raccoglie otto esercizi svolti che ripercorrono, nello stesso ordine, tutti gli argomenti teorici della monografia: l'equazione della spinta nella sua forma completa, il rendimento propulsivo, il gruppo motore-elica con la quota, l'elica e il suo Mach di estremità, il turbogetto, il turboventola, il turboelica e le conversioni tra consumi specifici. Ogni esercizio è risolto per intero, passo dopo passo, seguendo sempre lo stesso schema di attacco: *dati* → *modello fisico* → *equazioni* → *calcolo* → *senso del risultato*. Consigliamo di provare a risolverli da soli prima di leggere lo svolgimento: è il modo più efficace di scoprire quali passaggi della teoria sono davvero diventati propri.

Esercizio C.1 — L'equazione completa della spinta

Un turboventola in salita elabora una portata d'aria $\dot{m}_{\text{aria}} = 550 \text{ kg/s}$ con un rapporto combustibile/aria $f = 0,02$. L'aeroplano vola a $V_{\infty} = 230 \text{ m/s}$; la velocità media dei gas all'uscita è $V_j = 340 \text{ m/s}$; all'uscita dell'ugello la pressione supera quella ambiente di $p_e - p_{\infty} = 4 \text{ kPa}$ su un'area $A_e = 1,2 \text{ m}^2$. Calcolare la spinta con l'equazione completa e valutare l'errore che si commetterebbe usando la forma semplificata $T = \dot{m}(V_j - V_{\infty})$.

Dati e modello fisico. Usiamo l'equazione completa della spinta, che tiene conto sia della massa di combustibile aggiunta sia del termine di pressione all'ugello:

$$T = \dot{m}_{\text{aria}}(1 + f) V_j - \dot{m}_{\text{aria}} V_{\infty} + (p_e - p_{\infty}) A_e.$$

Calcolo dei tre termini. Quantità di moto in uscita:

$$\dot{m}_{\text{aria}}(1 + f) V_j = 550 \times 1,02 \times 340 = 190\,740 \text{ N}.$$

Quantità di moto in ingresso:

$$\dot{m}_{\text{aria}} V_{\infty} = 550 \times 230 = 126\,500 \text{ N}.$$

Termine di pressione:

$$(p_e - p_{\infty}) A_e = 4000 \times 1,2 = 4800 \text{ N}.$$

Spinta totale.

$$T = 190740 - 126500 + 4800 = 69\,040 \text{ N} \approx 69,0 \text{ kN}.$$

Il termine di pressione pesa per il 7,0 % della spinta.

Confronto con la forma semplificata.

$$T_{\text{semp}} = \dot{m}_{\text{aria}}(V_j - V_{\infty}) = 550 \times 110 = 60\,500 \text{ N},$$

con un errore per difetto del 12,4 % rispetto al valore completo.

Il senso del risultato. La forma semplificata resta un ottimo strumento per gli ordini di grandezza, ma questo esercizio mostra quando i termini trascurati diventano percettibili: qui la somma di combustibile ($f = 0,02$ applicato a una V_j grande) e pressione recupera oltre un decimo della spinta. Nei calcoli di prestazione di prima approssimazione l'errore è accettabile; in un dimensionamento reale non lo sarebbe.

Esercizio C.2 — Il rendimento propulsivo di tre velivoli

Confrontare il rendimento propulsivo di tre velivoli in condizioni tipiche: (a) un aereo leggero a elica con $V_\infty = 40$ m/s e $V_j = 50$ m/s; (b) un turboelica regionale con $V_\infty = 150$ m/s e $V_j = 180$ m/s; (c) un aviogetto in crociera con $V_\infty = 250$ m/s e $V_j = 600$ m/s.

Modello. Per tutti vale la stessa formula, $\eta_p = 2/(1 + V_j/V_\infty)$: conta solo il *rapporto* tra la velocità del getto (o della scia) e quella di volo.

(a) Aereo leggero. $V_j/V_\infty = 50/40 = 1,25$:

$$\eta_p = \frac{2}{1 + 1,25} = 0,889 = 88,9 \%$$

(b) Turboelica regionale. $V_j/V_\infty = 180/150 = 1,20$:

$$\eta_p = \frac{2}{1 + 1,20} = 0,909 = 90,9 \%$$

(c) Aviogetto. $V_j/V_\infty = 600/250 = 2,40$:

$$\eta_p = \frac{2}{1 + 2,40} = 0,588 = 58,8 \%$$

Il senso del risultato. I due propulsori a elica, pur volando a velocità diversissime, hanno rendimenti quasi uguali perché lavorano con lo stesso *rapporto* V_j/V_∞ prossimo a uno: la scia lascia poca energia cinetica dietro di sé. L'aviogetto paga il suo grande salto di velocità con quattro decimi dell'energia sprecati nella scia. Si noti anche il rovescio della medaglia, che il solo η_p non mostra: con $V_j/V_\infty \rightarrow 1$ la spinta per unità di portata tende a zero, e infatti i propulsori efficienti devono elaborare portate d'aria enormi.

Esercizio C.3 — Il motore aspirato a due quote

Un motore alternativo aspirato eroga $\Pi_0 = 300$ hp al livello del mare. Calcolare la potenza a 2000 m e a 4000 m di quota, sia con il modello semplice $\Pi/\Pi_0 = \sigma$ sia con la correlazione di Torenbeck $\Pi/\Pi_0 = 1,132 \sigma - 0,132$.

Dati e modello. Dall'atmosfera standard (Appendice B e monografia ISA): a 2000 m il rapporto di densità vale $\sigma = 0,8216$; a 4000 m vale $\sigma = 0,6687$.

Quota 2000 m.

$$\Pi_{\text{semp}} = 300 \times 0,8216 = 246,5 \text{ hp}, \quad \Pi_{\text{Tor}} = 300 (1,132 \times 0,8216 - 0,132) = 239,4 \text{ hp}.$$

Quota 4000 m.

$$\Pi_{\text{semp}} = 300 \times 0,6687 = 200,6 \text{ hp}, \quad \Pi_{\text{Tor}} = 300 (1,132 \times 0,6687 - 0,132) = 187,5 \text{ hp}.$$

Il senso del risultato. A 4000 m il motore ha perso circa un terzo della potenza, e lo scarto tra i due modelli — 7 hp a 2000 m, 13 hp a 4000 m — cresce con la quota: la correzione di Torenbeck, che tiene conto della temperatura, pesa sempre di più man mano che si sale. Un motore sovralimentato con quota di ristabilimento a 4000 m manterrebbe invece, fin lassù, tutti i 300 hp: riletto dopo questo calcolo, il vantaggio della sovralimentazione diventa tangibile.

Esercizio C.4 — L'elica in quota: J e Mach di estremità

Un'elica di diametro $D = 2,0$ m ruota a 2400 giri al minuto su un aeroplano che vola a $V_\infty = 75$ m/s alla quota di 2500 m (dove la temperatura ISA vale $T = 271,9$ K). Calcolare il rapporto di funzionamento, la velocità di estremità pala e il Mach di estremità. Il Mach di estremità è maggiore o minore che al livello del mare, a parità di tutto il resto?

Dati e modello. Il regime in giri al secondo è $N = 2400/60 = 40$ rev/s. La velocità di estremità è la composizione (perpendicolare) della velocità di volo e di quella di trascinamento πND ; il Mach si valuta con la velocità del suono locale $a = \sqrt{\gamma RT}$.

Rapporto di funzionamento.

$$J = \frac{V_\infty}{ND} = \frac{75}{40 \times 2,0} = 0,938.$$

Velocità di estremità. La componente rotatoria vale

$$V_{\text{rot}} = \pi ND = \pi \times 40 \times 2,0 = 251,3 \text{ m/s},$$

e componendo con la velocità di volo:

$$V_{\text{tip}} = \sqrt{V_\infty^2 + V_{\text{rot}}^2} = \sqrt{75^2 + 251,3^2} = 262,3 \text{ m/s}.$$

Mach di estremità. La velocità del suono in quota è

$$a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{1,4 \times 287,05 \times 271,9} = 330,6 \text{ m/s},$$

quindi

$$M_{\text{tip}} = \frac{262,3}{330,6} = 0,79.$$

Confronto con il livello del mare. Al livello del mare $a_0 = 340,3$ m/s e lo stesso V_{tip} darebbe $M_{\text{tip}} = 0,77$: in quota il Mach di estremità è *maggiore*, perché l'aria più fredda ha una velocità del suono più bassa.

Il senso del risultato. A $M_{\text{tip}} \approx 0,8$ le sezioni di estremità sono ormai in pieno regime transonico incipiente: ancora un piccolo aumento di giri o di velocità e comparirebbero onde d'urto, con crollo del rendimento e forte rumore. L'esercizio mostra anche un effetto spesso trascurato: salire di quota avvicina l'elica al proprio limite di comprimibilità, perché la temperatura — e con essa la velocità del suono — diminuisce. È uno dei motivi del riduttore nei turboelica: turbine velocissime, eliche lente.

Esercizio C.5 — Turbogetto: quota e Mach insieme

Un turbogetto da combattimento sviluppa $T = 80$ kN a Mach 1 al livello del mare. Stimare la spinta a Mach 1,8 alla quota di 11 000 m, combinando la legge di quota $T/T_0 = \sigma$ e la legge supersonica $T/T_{M=1} = 1 + 1,18 (M_\infty - 1)$.

Modello. Le due leggi sono indipendenti: la prima riduce la spinta per la rarefazione dell'aria, la seconda la accresce per il recupero di pressione del diffusore supersonico. Si applicano in cascata.

Effetto della quota. A 11 000 m, $\sigma = 0,2971$:

$$T(11 \text{ km}, M=1) = 80 \times 0,2971 = 23,8 \text{ kN}.$$

Effetto del Mach. A $M_\infty = 1,8$ il fattore supersonico vale

$$1 + 1,18 (1,8 - 1) = 1 + 0,944 = 1,944,$$

quindi

$$T(11 \text{ km}, M=1,8) = 23,8 \times 1,944 = 46,2 \text{ kN}.$$

Il senso del risultato. I due effetti si contendono la spinta: la quota l'ha ridotta a meno di un terzo, il Mach l'ha quasi raddoppiata. Il risultato netto (46 kN, poco più di metà del valore di riferimento) spiega il profilo di missione dei velivoli supersonici: si accelera a quote medie, dove la densità aiuta, e solo poi si sale in crociera veloce. È anche un esempio di come le leggi di variazione del capitolo si compongano tra loro moltiplicativamente.

Esercizio C.6 — Turboventola in crociera: spinta e consumo orario

Un turboventola civile ha spinta statica al livello del mare $T_{V=0} = 120 \text{ kN}$. In crociera a 11 000 m e $M_\infty = 0,80$, si assuma per la quota la legge $T/T_{V=0} = \sigma^m$ con $m = 1$ e per il consumo specifico $c_t = B(1 + kM_\infty)$ con $B = 0,55/\text{h}$ e $k = 0,25$. Calcolare la spinta in crociera, il consumo specifico e la portata massica di combustibile.

Spinta in crociera. Con $\sigma(11 \text{ km}) = 0,2971$:

$$T = 120 \times 0,2971 = 35,7 \text{ kN}.$$

Consumo specifico.

$$c_t = 0,55 (1 + 0,25 \times 0,80) = 0,55 \times 1,20 = 0,66/\text{h}.$$

Portata di combustibile. Il consumo in peso per unità di tempo è $\dot{w} = c_t T$:

$$\dot{w} = 0,66 \times 35,7 = 23,5 \text{ kN/h}$$

di peso di combustibile all'ora, cioè, dividendo per $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$, una portata massica

$$\dot{m}_{\text{comb}} = \frac{23,5 \times 10^3}{9,81 \times 3600} = 0,666 \text{ kg/s} \approx 2400 \text{ kg/h}.$$

Il senso del risultato. Circa due tonnellate e mezzo di combustibile all'ora *per motore*: moltiplicato per due motori e per le ore di volo, si capisce perché su un aereo di linea il combustibile rappresenti una frazione così grande del peso al decollo, e perché ogni punto percentuale di consumo specifico valga miliardi per una flotta. È anche il calcolo-ponte verso l'autonomia: nel capitolo sulle prestazioni, da $\dot{w} = c_t T$ nascerà la formula dell'autonomia di durata del getto.

Esercizio C.7 — Turboelica: spinta statica e potenza equivalente

Un turboelica eroga a punto fisso una potenza all'asse di 2000 shp.

- (a) Stimare la spinta statica con la regola pratica dei 2,5 lbf per cavallo all'asse.
- (b) In crociera lo stesso motore eroga $\Pi_s = 1800 \text{ shp}$ (1342,3 kW) con una spinta residua del getto $T_j = 500 \text{ N}$, a $V_\infty = 120 \text{ m/s}$ e $\eta_{\text{pr}} = 0,85$. Calcolare la potenza equivalente all'asse.

(a) Spinta statica.

$$T_{\text{statica}} \approx 2,5 \times 2000 = 5000 \text{ lbf} = 5000 \times 4,4482 = 22,2 \text{ kN}.$$

(b) Potenza equivalente. Il contributo del getto, riportato all'asse, vale

$$\frac{T_j V_\infty}{\eta_{pr}} = \frac{500 \times 120}{0,85} = 70,6 \text{ kW},$$

quindi

$$\Pi_{es} = \Pi_s + \frac{T_j V_\infty}{\eta_{pr}} = 1342,3 + 70,6 = 1412,8 \text{ kW} \approx 1895 \text{ eshp}.$$

Il getto pesa per il 5,0 % della potenza equivalente.

Il senso del risultato. I due quesiti illustrano i due regimi del turboelica. A punto fisso la potenza disponibile è nulla per definizione ($\Pi_d = TV_\infty$ con $V_\infty = 0$) e si ragiona in spinta, con la regola pratica; in volo si torna alla potenza, e il getto vi contribuisce per quel $\approx 5\%$ che ritroviamo in quasi tutti i turboelica reali. Si noti come i 22 kN statici siano dello stesso ordine della spinta di un piccolo turboventola: al decollo il turboelica non sfigura affatto.

Esercizio C.8 — Motoelica in crociera: dal consumo alla massa di combustibile

Un aereo leggero vola in crociera a $V_\infty = 180 \text{ km/h}$ (50 m/s) con un'elica di rendimento $\eta_{pr} = 0,80$. Il motore ha consumo specifico $c = 0,35 \text{ lb}/(\text{hp} \cdot \text{h})$ e la spinta richiesta per il volo livellato è $T = 2200 \text{ N}$. Calcolare il consumo specifico equivalente riferito alla spinta e la massa di combustibile consumata in un'ora.

Conversione di c in unità coerenti SI.

$$c = 0,35 \times \frac{4,4482}{745,7 \times 3600} = 5,80 \times 10^{-7} / \text{m}.$$

Consumo riferito alla spinta.

$$c_t = \frac{c V_\infty}{\eta_{pr}} = \frac{5,80 \times 10^{-7} \times 50}{0,80} = 3,62 \times 10^{-5} / \text{s} = 0,130 / \text{h}.$$

Consumo orario. Il consumo in peso per unità di tempo è

$$\dot{w} = c_t T = 3,62 \times 10^{-5} \times 2200 = 0,0797 \text{ N/s},$$

cioè, in massa,

$$\dot{m}_{\text{comb}} = \frac{\dot{w}}{g_0} = \frac{0,0797}{9,81} = 8,13 \times 10^{-3} \text{ kg/s} \approx 29,3 \text{ kg/h}.$$

Il senso del risultato. Trenta chili — circa quaranta litri di benzina avio — all'ora: un valore realistico per un quadriposto da turismo, che conferma la bontà di tutta la catena di conversioni. Si confronti con le oltre due tonnellate orarie del turboventola dell'Esercizio C.6: la differenza non sta solo nella taglia dei velivoli, ma anche nel consumo specifico equivalente (0,13/h contro 0,66/h), cioè in quel compromesso spinta-efficienza che ha fatto da filo conduttore all'intera monografia.

Riferimenti essenziali

- J. D. Anderson, *Introduction to Flight*, McGraw-Hill — per l'impostazione generale della trattazione della propulsione propedeutica alle prestazioni.
- J. D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*, McGraw-Hill — per le correlazioni di variazione con quota e velocità dei diversi propulsori.
- Rapporti tecnici NACA/NASA (dominio pubblico, disponibili sul repository NTRS) — per i dati sperimentali sul rendimento delle eliche.
- Monografie della Serie Raucci su atmosfera standard e fluidodinamica compressibile — per i richiami di ISA e gasdinamica usati nel testo.