

Esame di Stato 2017 — Sessione ordinaria

Tema d'esame: l'asta di controventatura alare, dal fattore di carico al disegno quotato

Soluzione commentata passo passo secondo lo schema *Fasi A-E* e *Steps 1-3*

Prof. Ing. Biagio Raucci

ITIS «E. Majorana» — Somma Vesuviana (NA)

Struttura, Costruzione, Sistemi e Impianti del Mezzo — classi quarta e quinta

Articolazione Costruzione del Mezzo Aeronautico

Indice

1	La traccia e la strategia di soluzione	2
2	Geometria, ipotesi e schema statico	4
3	Analisi dei carichi: il tiro nell'asta	5
4	Progetto dell'asta: le Fasi A-E	7
5	Variante di progetto: l'asta a sezione ellittica	10
6	Progetto del collegamento a forcella: Steps 1-3	13
7	Ciclo di lavorazione del perno	16
8	Seconda parte — Quesito 1: la corsa di atterraggio	17
A	Nota metodologica e verifica numerica	18

Pag. 1/1

Sessione ordinaria 2017
Seconda prova scritta

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
1241 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: ITCT - TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Tema di: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI MEZZO AEREO

Il candidato svolga la prima parte della prova e due dei quesiti proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

Sia dato un velivolo dalle seguenti caratteristiche

- peso massimo al decollo 599 Kg;
- fattore di carico limite $n_{lim} = 4$;
- fattore di carico limite $n_{limR} = -3$;
- apertura alare 9,7 m;
- ala di forma in pianta rettangolare con superficie 13,5 m², monolongherone controventata ai 2/5 della semiapertura.

Il candidato, assumendo ragionevoli ipotesi per gli ulteriori dati necessari e motivandone le scelte:

- esegua il progetto di massima dell'asta di controvento e del collegamento mediante forcina dell'asta al longherone con disegni quotati;
- indichi inoltre il relativo ciclo di lavorazione di uno dei componenti progettati.

I La traccia e la strategia di soluzione

Dove stiamo andando

Leggiamo la traccia ministeriale con gli occhi del progettista: individuiamo i dati disponibili, riconosciamo che cosa la prova chiede davvero e tracciamo la mappa del percorso che seguiremo. Prima di calcolare, si capisce; e prima di capire, si legge bene.

I.1 Il testo della prova

La seconda prova scritta della sessione ordinaria 2017 (tema I241, opzione *Costruzioni aeronautiche*) assegna un velivolo con le seguenti caratteristiche:

- peso massimo al decollo $Q = 599$ kg;
- fattore di carico limite positivo $n_{lim} = 4$;
- fattore di carico limite negativo $n_{limR} = -3$;
- apertura alare $b = 9,7$ m;

- ala rettangolare in pianta, superficie $S = 13,5 \text{ m}^2$, monolongherone, *controventata ai 2/5 della semiapertura*.

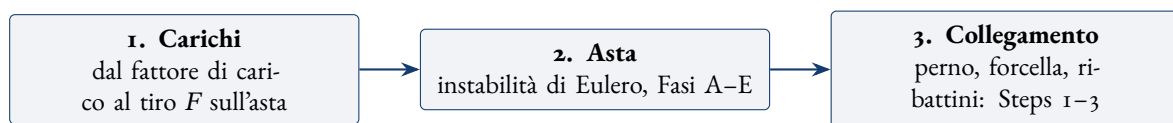
Il candidato, assumendo ipotesi ragionevoli per i dati mancanti e motivandole, deve:

1. eseguire il **progetto di massima dell'asta di controvento** e del **collegamento mediante forcella** dell'asta al longherone, con disegni quotati;
2. indicare il **ciclo di lavorazione** di uno dei componenti progettati.

Segue una seconda parte con quesiti a scelta, di cui risolveremo il primo (corsa di atterraggio) nella sezione 8.

1.2 Che cosa chiede davvero la prova

Dietro la formulazione asciutta c'è una catena logica precisa, la stessa che percorre un ufficio tecnico:



Osservazione

La traccia *non* fornisce la larghezza della fusoliera, l'inclinazione dell'asta, il peso della semiala, i materiali. È una scelta deliberata: l'Esame di Stato valuta anche la capacità di *assumere ipotesi ragionevoli e motivarle*. Nella sezione 2 dichiareremo ogni ipotesi con la sua giustificazione, come si fa in una relazione di calcolo vera.

1.3 Il metodo che useremo

Seguiremo lo schema di lavoro adottato in classe e raccolto nel formulario dell'asta di controventatura:

- **Parte I — Fasi A–E:** dimensionamento dell'asta a carico di punta con la formula di Eulero (raccolta dati e vincoli; momento d'inerzia minimo; sezione; verifica di snellezza e stabilità; peso);
- **Parte II — Steps 1–3:** progetto del collegamento a forcella (perno a taglio doppio; forcella a rifollamento, strappo e taglio; ribattini).

Le tensioni ammissibili sono sempre riferite allo snervamento con coefficiente di sicurezza aeronautico $k = 1,5$:

$$\sigma_a = \frac{R_s}{k}, \quad \tau_a = 0,58 \sigma_a.$$

Il senso di tutto questo

Una prova d'esame ben fatta non è una sequenza di formule: è una *relazione tecnica in miniatura*. Dati, ipotesi motivate, modello, calcolo, verifica. Chi corregge deve poter ripercorrere ogni scelta senza indovinare nulla — esattamente ciò che chiederebbe un ente di certificazione a un progettista.

2 Geometria, ipotesi e schema statico

Dove stiamo andando

Trasformiamo il velivolo della traccia in un modello di calcolo: fissiamo la geometria mancante con ipotesi motivate, disegniamo lo schema statico della semiala controventata e riconosciamo il ruolo dell'asta. Alla fine della sezione avremo un disegno quotato e una sola incognita che conta: il tiro F nell'asta.

2.1 Le ipotesi ragionevoli (e i loro motivi)

Grandezza assunta	Valore	Motivazione
Larghezza fusoliera	1,10 m	tipica di un biposto affiancato di aviazione leggera (classe Piper PA-18 / ultraleggeri avanzati)
Inclinazione asta sul piano alare	30°	compromesso classico: angoli minori aumentano il tiro, angoli maggiori allungano l'asta e aumentano la resistenza aerodinamica
Peso strutturale semiala	50 kg	≈ 8% del peso massimo per le due semiali, valore realistico per ala in lega leggera controventata
Accelerazione di gravità	9,81 m/s ²	valore normale
Coefficiente di sicurezza	$k = 1,5$	prescrizione aeronautica (robustezza = 1,5 × contingenza)

Tabella 1. Ipotesi assunte per i dati non forniti dalla traccia.

Dalle ipotesi discende tutta la geometria. La semiapertura, misurata dal piano di simmetria, vale $b/2 = 4,85$ m; l'attacco dell'asta è ai $2/5$ della semiapertura:

$$x_{\text{asta}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{b}{2} = \frac{2}{5} \cdot 4,85 = 1,94 \text{ m} \quad \text{dal piano di simmetria.}$$

La semiala a *szbalzo*, cioè il tratto strutturale che esce dalla fiancata, è lungo

$$l_s = \frac{b}{2} - \frac{1,10}{2} = 4,85 - 0,55 = 4,30 \text{ m,}$$

e l'attacco dell'asta dista dalla cerniera di radice

$$a = 1,94 - 0,55 = 1,39 \text{ m.}$$

Con l'asta inclinata di 30°, il suo piede sull'ordinata di fusoliera si trova a

$$h = a \tan 30^\circ = 1,39 \cdot 0,577 = 0,80 \text{ m}$$

sotto il piano alare, e la lunghezza dell'asta è

$$l = \frac{a}{\cos 30^\circ} = \frac{1,39}{0,866} = 1,605 \text{ m} = 1605 \text{ mm.}$$

Per completezza, l'ala rettangolare ha corda $c = S/b = 13,5/9,7 = 1,39$ m.

2.2 Lo schema statico

Il modello è una **trave appoggiata su due sostegni**: la cerniera di radice C sul longerone e l'appoggio elastico offerto dall'asta in B . L'asta, vincolata con *forcelle e perni* a entrambe le estremità, è una biella: cerniere cilindriche alle due estremità, quindi può trasmettere **solo forza assiale** diretta come il proprio asse.

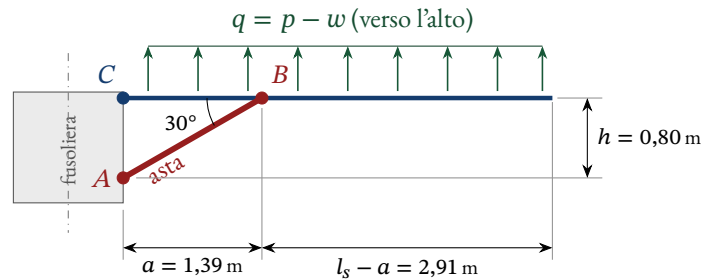


Figura 1. Schema statico della semiala controventata: trave incernierata in C (radice), sostenuta dall'asta AB inclinata di 30° , caricata dal carico distribuito netto q .

Perché l'asta lavora solo assialmente

Una cerniera non trasmette momento. Un elemento rettilineo con cerniere alle due estremità, caricato solo agli estremi, è in equilibrio soltanto se le due forze di estremità sono uguali, opposte e dirette lungo la congiungente: cioè lungo l'asse dell'asta. È la definizione di *biella*. Da qui discendono due conseguenze operative: il vincolo di Eulero è *cerniera-cerniera* ($\beta = 1$, $l_0 = l$) e il collegamento va progettato per il tiro assiale F .

Il senso di tutto questo

Lo schema statico è la traduzione onesta della realtà costruttiva: la forcina con perno è una cerniera cilindrica, il tratto oltre B è uno sbalzo. Quando in Fase A sceglieremo $\beta = 1$ non sarà una convenzione di comodo, ma la fotografia del vincolo reale. In aeronautica il modello nasce sempre dal pezzo, mai il contrario.

3 Analisi dei carichi: il tiro nell'asta

Dove stiamo andando

Qui facciamo il lavoro del gruppo Carichi: partendo dalla portanza distribuita sull'ala arriviamo, con un solo equilibrio alla rotazione, alla forza assiale F nell'asta. Appliciamo poi i fattori di carico assegnati dalla traccia e scopriamo che l'asta vive due vite ben distinte: tirata a $n = +4$, compressa a $n = -3$.

3.1 I carichi distribuiti in volo orizzontale ($n = 1$)

In volo rettilineo uniforme la portanza equilibra il peso: $L = W$. Il peso massimo al decollo vale

$$W = Qg = 599 \cdot 9,81 = 5876 \text{ N.}$$

Distribuendo uniformemente la portanza sull'apertura (ipotesi coerente con il progetto *di massima* richiesto):

$$p = \frac{W}{b} = \frac{5876}{9,7} = 605,8 \text{ N/m (verso l'alto).}$$

La semiala pesa, per ipotesi, $50 \text{ kg} = 490,5 \text{ N}$, distribuiti sul tratto a sbalzo di $4,30 \text{ m}$:

$$w = \frac{490,5}{4,30} = 114,1 \text{ N/m (verso il basso).}$$

Il carico netto che flette la semiala verso l'alto è quindi

$$q = p - w = 605,8 - 114,1 = 491,7 \text{ N/m.}$$

Osservazione

Il peso della struttura *alleggerisce* il lavoro dell'asta: agisce in verso opposto alla portanza. È il motivo per cui i serbatoi alari e i motori in ala sono un regalo per il progettista strutturale — il cosiddetto *inertia relief*. Qui l'effetto vale circa il 19% del carico aerodinamico: tutt'altro che trascurabile.

3.2 L'equilibrio che risolve tutto

La semiala è incernierata in C : la cerniera non trasmette momento, quindi il momento risultante di *tutte* le forze rispetto a C deve annullarsi. Le forze in gioco sono due: il carico distribuito q sull'intero sbalzo $l_s = 4,30$ m e la componente verticale F_V del tiro dell'asta, applicata in B a distanza $a = 1,39$ m.

Il momento del carico distribuito rispetto a C :

$$M_C = q \frac{l_s^2}{2} = 491,7 \cdot \frac{4,30^2}{2} = 4546 \text{ N m.}$$

Equilibrio alla rotazione attorno a C :

$$F_V \cdot a = M_C \quad \Rightarrow \quad F_V = \frac{4546}{1,39} = 3270 \text{ N.}$$

Poiché l'asta è una biella inclinata di 30° , la forza assiale totale si ricava dalla trigonometria:

Tiro nell'asta in volo orizzontale

$$F_{(n=1)} = \frac{F_V}{\sin 30^\circ} = \frac{3270}{0,5} = 6541 \text{ N} \quad (\text{trazione}).$$

Con portanza verso l'alto la semiala tende a ruotare verso l'alto attorno a C e l'asta la trattiene *tirando*: lavora in trazione, come un tirante.

3.3 I fattori di carico: le due vite dell'asta

I carichi strutturali crescono linearmente con il fattore di carico n (sia la portanza nL , sia le forze d'inerzia nW scalano allo stesso modo, quindi $q(n) = nq$). I *carichi limite* (di contingenza) sull'asta valgono dunque:

$$n_{\text{lim}} = +4 : \quad F_{tr} = 4 \cdot 6541 = 26\,164 \text{ N} \quad (\text{trazione});$$

$$n_{\text{lim}R} = -3 : \quad F_c = 3 \cdot 6541 = 19\,623 \text{ N} \quad (\text{compressione}).$$

A n negativo (raffica discendente, richiamata rovescia) la portanza si inverte, la semiala ruota verso il basso e l'asta viene *compressa*: diventa un puntone.

Attenzione

Le due condizioni dimensionano *organi diversi* con *criteri diversi*:

- la **compressione** ($F_c = 19\,623$ N), pur essendo il carico minore in modulo, governa il dimensionamento dell'**asta**: un'asta lunga 1605 mm e snella cede per *instabilità di Eulero* molto prima che per schiacciamento;
- la **trazione** ($F_{tr} = 26\,164$ N), carico massimo in modulo, governa il **collegamento** (perno, forcella, ribattini), che non soffre di instabilità:

$$F = \max(|F_{tr}|, |F_c|) = 26\,164 \text{ N.}$$

Confondere i due ruoli è l'errore più frequente in sede d'esame.

Il senso di tutto questo

Un solo equilibrio alla rotazione — scritto attorno al punto giusto — ha trasformato 599 kg di velivolo in un numero solo: 6541 N di tiro. Tutto il resto della prova è amministrazione di questo numero attraverso i fattori di carico e i coefficienti di sicurezza. Scegliere il polo dei momenti in corrispondenza della cerniera, dove l'incognita di vincolo non dà momento, è il trucco del mestiere che vale sempre.

4 Progetto dell'asta: le Fasi A–E**Dove stiamo andando**

L'asta compressa è il regno di Eulero. Percorriamo per intero lo schema di lavoro del corso: Fase A (dati, vincoli, percorso), Fase B (momento d'inerzia minimo), Fase C (sezione), Fase D (snellezza e verifica), Fase E (peso). Alla fine avremo un tubo quotato, verificato in compressione e in trazione.

4.1 Fase A — Dati, materiale, vincoli, percorso

Materiale. Scegliamo la lega **Al 2024-T4** (Avional), il materiale d'elezione per le aste di controvento estruse:

$$E = 73\,100 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_p = 324 \text{ N/mm}^2, \quad R_s = 469 \text{ N/mm}^2, \quad \gamma = 2,78 \text{ kg/dm}^3.$$

La snellezza limite del materiale:

$$\lambda_{\text{lim}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = \pi \sqrt{\frac{73100}{324}} \approx 47.$$

Vincoli. Le forcelle con perno alle due estremità sono cerniere cilindriche: caso *cerniera–cerniera*, dunque

$$\beta = 1 \quad \Rightarrow \quad l_0 = \beta l = 1605 \text{ mm}.$$

Percorso. La geometria della sezione è incognita: siamo nel percorso di **progetto**. Si impone che il carico critico coincida con il carico di compressione maggiorato del coefficiente di sicurezza:

$$P_{cr} = k F_c = 1,5 \cdot 19623 = 29\,434 \text{ N}.$$

Nota

Il coefficiente $k = 1,5$ trasforma il carico limite (di contingenza) nel carico di *robustezza*. L'instabilità euleriana è un collasso improvviso e senza preavviso plastico: per questo si impone che il carico critico non sia mai inferiore al carico di robustezza — l'asta in esercizio lavora con un margine del 50% rispetto al collasso.

4.2 Fase B — Momento d'inerzia minimo richiesto

Formula di Eulero invertita:

Fase B — Eulero invertita

$$I_{\min} = \frac{l_0^2 k F_c}{\pi^2 E} = \frac{1605^2 \cdot 29434}{\pi^2 \cdot 73100} = 105\,101 \text{ mm}^4.$$

Controllo dimensionale: $[\text{mm}^2 \cdot \text{N}]/[\text{N/mm}^2] = [\text{mm}^4] \square$.

Osservazione

Nella formula compaiono E e la geometria, *mai* R_s : il carico critico non dipende dalla resistenza del materiale ma solo dalla sua rigidità. Usare un acciaio ad altissima resistenza per un'asta snella sarebbe uno spreco: tutti gli acciai condividono lo stesso $E \approx 206\,000\text{ N/mm}^2$.

4.3 Fase C — Dimensionamento della sezione

Adottiamo un **tubo circolare cavo** (profilo commerciale estruso, isotropia flessionale: $I_x = I_y$, nessun orientamento preferenziale di sbandamento) con rapporto dei diametri

$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,90.$$

Dalla condizione $I = I_{\min}$:

$$\frac{\pi}{64} D^4 (1 - \alpha^4) = I_{\min} \quad \Rightarrow \quad D = \sqrt[4]{\frac{64 I_{\min}}{\pi (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 105101}{\pi (1 - 0,6561)}} = 49,95\text{ mm}.$$

Arrotondando *per eccesso* al millimetro:

Risultato

$$D = 50\text{ mm}, \quad d = \alpha D = 45\text{ mm}, \quad t = \frac{D - d}{2} = 2,5\text{ mm}$$

Le proprietà effettive della sezione adottata:

$$I = \frac{\pi}{64} (50^4 - 45^4) = 105\,507\text{ mm}^4 \geq I_{\min} \checkmark, \quad A = \frac{\pi}{4} (50^2 - 45^2) = 373,1\text{ mm}^2.$$

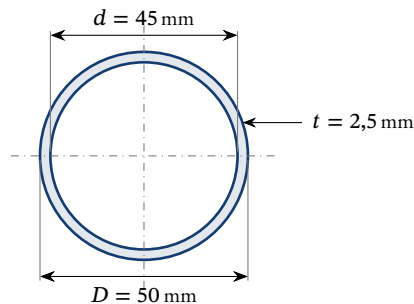


Figura 2. Sezione trasversale adottata per l'asta: tubo 50×45 in Al 2024-T4, spessore 2,5 mm.

4.4 Fase D — Snellezza e verifiche

Snellezza. Raggio d'inerzia minimo e snellezza:

$$\rho_{\min} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{105507}{373,1}} = 16,8\text{ mm}, \quad \lambda = \frac{l_0}{\rho_{\min}} = \frac{1605}{16,8} = 95,4.$$

Essendo $\lambda = 95,4 \gg \lambda_{\lim} = 47$, siamo pienamente in regime di **instabilità elastica**: l'uso di Eulero è giustificato *a posteriori*, come richiede il metodo.

Verifica a carico di punta. Carico critico effettivo della sezione adottata:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 73100 \cdot 105507}{1605^2} = 29\,548 \text{ N}.$$

Condizione di stabilità e margine di sicurezza:

$$F_c = 19\,623 \text{ N} \leq \frac{P_{cr}}{k} = 19\,699 \text{ N} \checkmark \quad MS = \frac{P_{cr}}{k F_c} - 1 = +0,004 > 0 \checkmark$$

In termini di tensione: $\sigma_{cr} = \pi^2 E / \lambda^2 = 79,2 \text{ N/mm}^2 \leq R_s / k = 312,7 \text{ N/mm}^2 \square$.

Nota

Il margine è piccolissimo (+0,4%): il diametro teorico valeva infatti 49,95 mm, e l'arrotondamento al millimetro ha aggiunto giusto il materiale strettamente necessario e non un grammo di più. È la dimostrazione pratica della regola assoluta della Fase C: *arrotondare sempre per eccesso*. Un arrotondamento a 49 mm avrebbe dato $MS < 0$ e verifica fallita.

Verifica a trazione. L'asta va verificata anche nella condizione $n = +4$:

$$\sigma = \frac{F_{tr}}{A} = \frac{26164}{373,1} = 70,1 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_a = \frac{R_s}{k} = 312,7 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

con margine abbondante ($MS \approx 3,5$): come previsto, la trazione non governa l'asta.

4.5 Fase E — Peso e confronto fra materiali (facoltativa)

Peso dell'asta adottata:

$$G = \gamma A l = 2,78 \cdot \frac{373,1 \cdot 1605}{10^6} = 2,78 \cdot 0,599 \approx 1,67 \text{ kg}.$$

A parità di P_{cr} e l_0 , il rapporto fra i pesi di un'asta in Al 2024-T4 e una in acciaio vale

$$\frac{G_{Al}}{G_{Ac}} = \frac{\gamma_{Al}}{\gamma_{Ac}} \sqrt{\frac{E_{Ac}}{E_{Al}}} = \frac{2,78}{7,85} \sqrt{\frac{206000}{73100}} \approx 0,59 :$$

l'alluminio consegna la stessa resistenza al carico di punta con circa il 40% di peso in meno, al prezzo di un diametro maggiore. È il motivo per cui le aste di controvento sono in lega leggera.

Il senso di tutto questo

Le cinque fasi non sono un rituale: sono una catena di custodia del calcolo. La Fase A dichiara le carte in tavola, la B chiede alla fisica il minimo indispensabile, la C lo traduce in millimetri di catalogo, la D controlla che la traduzione non abbia tradito la fisica, la E ricorda che in aeronautica ogni grammo si paga. Un'asta di 1,67 kg tiene in aria mezza ala di un velivolo da sei quintali: l'eleganza dell'ingegneria sta tutta in questo rapporto.

5 Variante di progetto: l'asta a sezione ellittica

Dove stiamo andando

Il tubo circolare ha vinto la gara strutturale, ma l'asta di controvento vive immersa nel flusso: dal punto di vista aerodinamico un cilindro è la peggior forma possibile. In questa sezione ripercorriamo le Fasi C-E con una sezione *ellittica cava* orientata come un profilo, e misuriamo con i numeri il vero prezzo del compromesso aero-strutturale.

5.1 Perché cambiare una sezione perfetta

Il cilindro investito da una corrente alle velocità di questi velivoli è un *corpo tozzo*: la corrente separa poco oltre la sezione maestra e la scia larga produce un coefficiente di resistenza elevato, dell'ordine dell'unità (riferito allo spessore frontale). Una sezione affusolata con l'asse maggiore allineato al flusso mantiene la corrente attaccata molto più a lungo: a parità di spessore frontale la resistenza si riduce a una frazione — più che dimezzata già con un'ellisse di allungamento 2, fino a un ordine di grandezza con i profili di carenatura veri (allungamento $3 \div 4$). È il motivo per cui i montanti dei velivoli controventati, dal Piper in giù, hanno tutti sezione affusolata (*streamline tubing*).

Adottiamo dunque una **ellisse cava** con:

- semiasse minore a_e (verticale, spessore frontale) e semiasse maggiore b_e (disposto in corda, cioè nella direzione del flusso);
- allungamento $b_e/a_e = 2$ (valore contenuto, che rende i conti trasparenti; i tubi commerciali affusolati spingono oltre);
- contorno interno *simile* a quello esterno con lo stesso rapporto $\alpha = 0,90$ del caso circolare, per un confronto ad armi pari.

5.2 Fase C-bis — Dimensionamento della sezione ellittica

Per l'ellisse piena di semiassi a_e (minore) e b_e (maggiore), i momenti d'inerzia rispetto ai due assi principali valgono $\frac{\pi}{4} b_e a_e^3$ e $\frac{\pi}{4} b_e^3 a_e$. Per la sezione cava a contorni simili, con $b_e = 2a_e$:

$$I_{\min} = \frac{\pi}{4} b_e a_e^3 (1 - \alpha^4) = \frac{\pi}{2} a_e^4 (1 - \alpha^4), \quad I_{\max} = \frac{\pi}{4} b_e^3 a_e (1 - \alpha^4) = 4 I_{\min}.$$

La sezione non è più isotropa: l'inerzia attorno all'asse verticale è *quattro volte* quella attorno all'asse orizzontale. Lo sbandamento euleriano avviene attorno all'asse più debole, quindi nel progetto entra $I_{\min}$: la freccia critica è verticale, nel piano asta-ala.

Osservazione

L'orientamento non è una scelta libera: coincide per costruzione con la cinematica dei vincoli. Il perno delle forcelle è disposto in corda, quindi la rotazione d'estremità è libera proprio nel piano verticale — lo stesso in cui agisce $I_{\min}$. Il caso cerniera-cerniera ($\beta = 1$) vale dunque *esattamente* nel piano critico, mentre nell'altro piano la forcella offre per giunta un parziale incastro su un'inerzia già quadrupla: la condizione di progetto $P_{cr} = \pi^2 E I_{\min} / l_0^2$ è coerente e cautelativa insieme.

Invertendo rispetto ad a_e con $I_{\min} = 105\,101 \text{ mm}^4$:

Fase C-bis — Semiasse minore richiesto

$$a_e \geq \sqrt{\frac{2 I_{\min}}{\pi(1 - \alpha^4)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 105101}{\pi(1 - 0,6561)}} = 21,002 \text{ mm.}$$

Attenzione

La tentazione di adottare $a_e = 21 \text{ mm}$ è fortissima: lo scarto è di due *centesimi* di millimetro. Ma il controllo dice

$$I(a_e=21) = \frac{\pi}{2} \cdot 21^4 \cdot 0,3439 = 105\,058 \text{ mm}^4 < I_{\min} :$$

verifica fallita per lo 0,04%. La regola della Fase C non ammette eccezioni di cortesia: *si arrotonda per eccesso*, sempre. Si adotta il mezzo millimetro successivo.

Risultato

$$a_e = 21,5 \text{ mm}, \quad b_e = 43 \text{ mm} \quad \text{assi } 2a_e \times 2b_e = 43 \times 86 \text{ mm}, \quad \alpha = 0,90.$$

Spessori di parete (contorni simili): 4,30 mm ai bordi d'attacco e d'uscita, 2,15 mm su dorso e ventre.

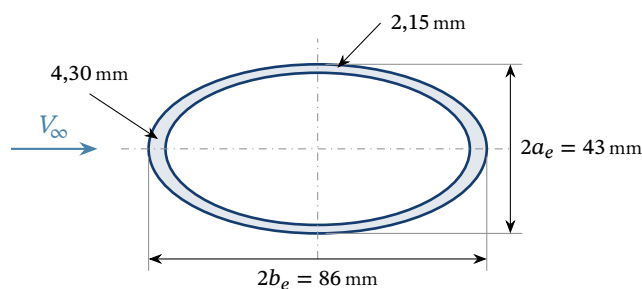


Figura 3. Variante ellittica quotata: assi $43 \times 86 \text{ mm}$, asse maggiore disposto in corda. Lo sbandamento critico avviene nel piano verticale (asse debole).

5.3 Fase D-bis — Verifiche

Area e raggio d'inerzia minimo della sezione adottata:

$$A = \pi a_e b_e (1 - \alpha^2) = 2\pi a_e^2 (1 - \alpha^2) = 551,8 \text{ mm}^2, \quad \rho_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{115427}{551,8}} = 14,5 \text{ mm},$$

dove $I_{\min} = \frac{\pi}{2} \cdot 21,5^4 \cdot 0,3439 = 115\,427 \text{ mm}^4$ è l'inerzia effettiva. Snellezza:

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho_{\min}} = \frac{1605}{14,5} = 111 \gg \lambda_{\lim} = 47 :$$

regime euleriano confermato, ancora più marcato che nel caso circolare. Verifica a carico di punta e margine:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{l_0^2} = 32\,326 \text{ N} \geq k F_c = 29\,434 \text{ N} \checkmark \quad MS = \frac{P_{cr}}{k F_c} - 1 = +9,8\%.$$

Verifica a trazione ($n = +4$):

$$\sigma = \frac{F_{tr}}{A} = \frac{26164}{551,8} = 47,4 \text{ N/mm}^2 \leq 312,7 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

5.4 Fase E-bis — Il prezzo strutturale, il guadagno aerodinamico

Peso della variante:

$$G = \gamma A l = 2,78 \cdot \frac{551,8 \cdot 1605}{10^6} \approx 2,46 \text{ kg} \quad (\text{tubo circolare: } 1,67 \text{ kg} \Rightarrow +48\%).$$

	Tubo circolare	Ellittica cava
Dimensioni esterne	$D = 50 \text{ mm}$	assi $43 \times 86 \text{ mm}$
$I_{\min}$ effettivo	$105\,507 \text{ mm}^4$	$115\,427 \text{ mm}^4$
$I_{\max}/I_{\min}$	1	4
Area	$373,1 \text{ mm}^2$	$551,8 \text{ mm}^2$
Snellezza λ	95,4	111
P_{cr}	29 548 N	32 326 N
MS a carico di punta	+0,4%	+9,8%
Peso G	1,67 kg	2,46 kg
Spessore frontale	50 mm	43 mm
Comportamento nel flusso	corpo tozzo	sezione affusolata

Tabella 2. Confronto fra le due soluzioni a parità di carico critico richiesto e di α .

Osservazione

Da dove viene il +48% di peso? Dall'anisotropia. Il materiale concentrato ai bordi d'attacco e d'uscita lavora per $I_{\max}$, che è quadruplo di $I_{\min}$ ma *non serve*: lo sbandamento sceglie sempre l'asse debole. Il cerchio, mettendo ogni fibra alla stessa distanza media da tutti gli assi, non spreca nulla — è la sezione strutturalmente perfetta per il carico di punta. L'ellisse paga in chili ciò che restituisce in resistenza aerodinamica: con uno spessore frontale perfino minore (43 contro 50 mm) e la corrente attaccata, la resistenza dell'asta si riduce a una frazione di quella del cilindro, su ogni ora di volo della vita del velivolo.

Nota

Nel seguito del fascicolo il progetto del collegamento (sezione 6) prosegue con riferimento alla soluzione adottata del *tubo circolare* $50 \times 45 \text{ mm}$ (in particolare, lo spessore di parete $t = 2,5 \text{ mm}$ nello Step 3). La variante ellittica resta documentata come alternativa progettuale completa e verificata: in sede d'esame, presentarla con questo confronto vale come dimostrazione di padronanza del problema, non come indecisione.

Il senso di tutto questo

Questa sezione è una lezione di ingegneria più che di scienza delle costruzioni: la sezione "migliore" non esiste in assoluto, esiste rispetto a una funzione. Il cerchio vince se l'asta visse nel vuoto; l'ellisse vince perché l'asta vive in una corrente a 150 km/h. Ottocento grammi di alluminio in più comprano una scia sottile per tutta la vita operativa del velivolo: è lo stesso ragionamento — struttura contro aerodinamica — che deciderà ogni progetto vero che incontrerete.

6 Progetto del collegamento a forcella: Steps 1-3

Dove stiamo andando

Il collegamento asta-longherone è una catena di tre anelli in serie: perno, forcella, ribattini. Cede l'anello più debole, quindi vanno progettati tutti. Seguiamo gli Steps 1-3 del formulario, con una sorpresa istruttiva: nella forcella non comanda il rifollamento ma il taglio nella sezione C-C'.

6.1 Carico governante e materiali

Il collegamento non soffre di instabilità: trazione e compressione lo sollecitano allo stesso modo. Governa il massimo in modulo:

$$F = \max(|F_{tr}|, |F_c|) = 26\,164\text{ N} \quad (n = +4, \text{ trazione}).$$

Tensioni ammissibili (regola comune a tutti gli Step, $k = 1,5$):

$$\sigma_a = \frac{R_s}{k}, \quad \tau_a = 0,58 \sigma_a.$$

Elemento	Materiale	R_s [N/mm ²]	σ_a [N/mm ²]	τ_a [N/mm ²]
Perno	Acciaio C40 bonificato (UNI 7231)	450	300,0	174,0
Forcella	Acciaio 40Cr4 bonificato (UNI 5332)	735	490,0	284,2
Ribattini	Al 2024-TN	304	—	117,6
Parete asta	Al 2024-T4	469	312,7	—

Tabella 3. Materiali del collegamento e tensioni ammissibili con $k = 1,5$.

6.2 Step 1 — Il perno: taglio in doppia sezione

Il perno attraversa i due bracci della forcella e l'occhiello dell'attacco al longherone: si generano **due piani di taglio** e su ciascuno agisce $F/2$. Per la sezione circolare la distribuzione delle τ non è uniforme (Jourawsky):

$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \tau_{\text{med}}$, da cui

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{F/2}{\pi d_p^2/4} = \frac{8F}{3\pi d_p^2} \leq \tau_{a,p}.$$

Invertendo:

Step 1 — Diametro minimo del perno

$$d_p \geq \sqrt{\frac{8F}{3\pi \tau_{a,p}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 26164}{3\pi \cdot 174,0}} = 11,30\text{ mm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d_p = 12\text{ mm}}$$

Verifica finale con il diametro adottato:

$$\tau_{\max} = \frac{8 \cdot 26164}{3\pi \cdot 12^2} = 154,2\text{ N/mm}^2 \leq 174,0\text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

6.3 Step 2 — La forcella

2-B | Spessore per rifollamento (*bearing*)

Il perno preme sulla parete dei fori: area resistente proiettata $d_p \times 2s$ (due bracci di spessore s). Comanda il componente più debole della coppia perno-forcella:

$$\sigma_{a,deb} = \min(\sigma_{a,p}, \sigma_{a,f}) = \min(300, 490) = 300\text{ N/mm}^2 \quad (\text{il perno}).$$

$$s \geq \frac{F}{2 d_p \sigma_{a,deb}} = \frac{26164}{2 \cdot 12 \cdot 300} = 3,63 \text{ mm.}$$

2-C | Geometria dell'occhiello (regola MIL-SPEC)

$$D = 2d_p = 24 \text{ mm}, \quad R = d_p = 12 \text{ mm}, \quad r = \frac{d_p}{2} = 6 \text{ mm.}$$

2-E anticipata | Chi comanda davvero: il taglio in C-C'

Prima di adottare s , conviene interrogare *tutte* le verifiche che dipendono da s . La sezione di tranciamento C-C' è costituita da due fasce laterali di corda $\sqrt{R^2 - r^2}$:

$$\sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10,39 \text{ mm,}$$

e con $\tau_{\max} = 1,5 \tau_{\text{med}}$ (sezione compatta) la condizione $\tau_{CC'} \leq \tau_{a,f}$ fornisce

$$s \geq \frac{1,5 F}{2 \sqrt{R^2 - r^2} \tau_{a,f}} = \frac{1,5 \cdot 26164}{2 \cdot 10,39 \cdot 284,2} = 6,64 \text{ mm.}$$

Attenzione

Il taglio richiede $s \geq 6,64$ mm, quasi il doppio del rifollamento (3,63 mm): **qui governa il tranciamento, non il bearing**. Adottare lo spessore dal solo Step 2-B e “scoprire” il problema alla verifica 2-E costringerebbe a rifare i conti. Morale di metodo: quando più verifiche condividono la stessa incognita, si calcola il minimo richiesto da ciascuna e si adotta il massimo. Il formulario lo prevede: “*se fallisce: aumentare s (più economico) oppure D*” — aumentare s costa meno che rifare l'occhiello.

Risultato

$$s = 7 \text{ mm per braccio} \quad D = 24 \text{ mm}, \quad R = 12 \text{ mm}, \quad r = 6 \text{ mm.}$$

2-D | Verifica a strappo — sezione B-B

$$A_{BB} = 4(R - r)s = 4 \cdot 6 \cdot 7 = 168 \text{ mm}^2,$$

$$\sigma_{BB} = \frac{F}{A_{BB}} = \frac{26164}{168} = 155,7 \text{ N/mm}^2 \leq 490 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

2-E | Verifica a taglio — sezione C-C'

$$\tau_{CC'} = \frac{1,5 \cdot 26164}{2 \cdot 10,39 \cdot 7} = 269,7 \text{ N/mm}^2 \leq 284,2 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

2-B | Verifica finale a rifollamento

$$p_s = \frac{F}{d_p \cdot 2s} = \frac{26164}{12 \cdot 14} = 155,7 \text{ N/mm}^2 \leq 300 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

6.4 Step 3 — I ribattini asta-forcella

Il terminale a forcella si infila sul tubo ($t = 2,5$ mm) e vi si fissa con ribattini in Al 2024-TN che lavorano a **taglio doppio** ($m_r = 2$). Le crisi possibili: tranciamento dei ribattini e ovalizzazione della parete del tubo.

$$\tau_{a,r} = \frac{0,58 \cdot 304}{1,5} = 117,6 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_{a,a} = \frac{R_s}{k} = \frac{469}{1,5} = 312,7 \text{ N/mm}^2.$$

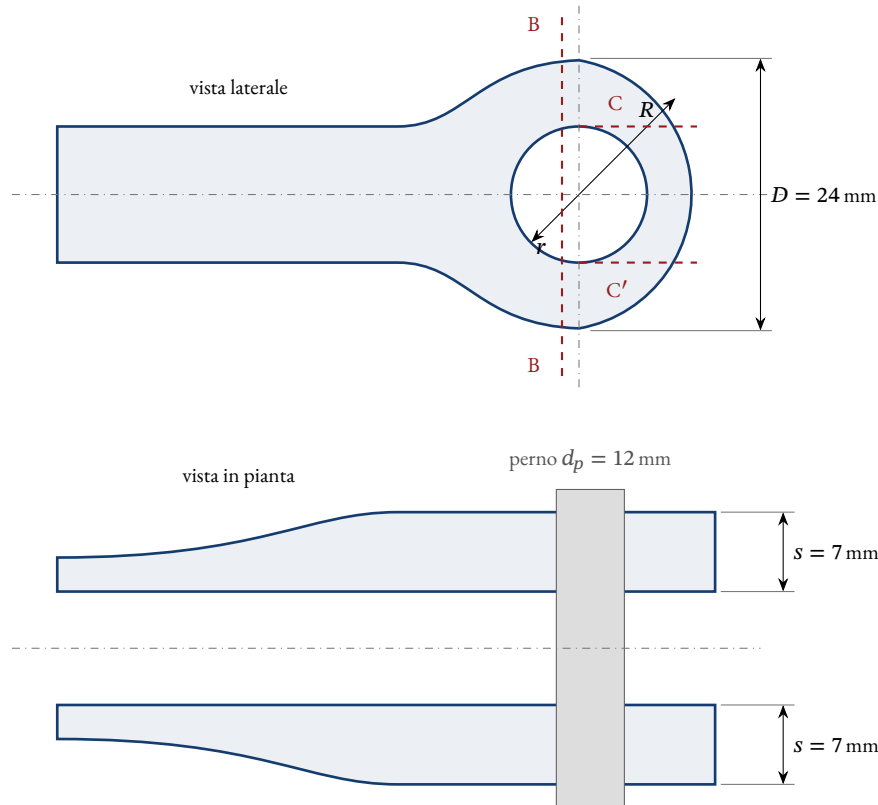


Figura 4. Forcella quotata: occhiello con $D = 2d_p = 24$ mm, foro $d_p = 12$ mm, due bracci di spessore $s = 7$ mm (quote MIL-SPEC: $R = d_p$, $r = d_p/2$).

3-B | Diametro preliminare

Regola pratica $d_r \approx 4t \div 6t = 10 \div 15$ mm. Il primo tentativo $d_r = 10$ mm dà però $n_{\min} = 2$: troppo pochi (nessuna ridondanza, giunto sensibile a un difetto singolo). Come da formulario, se $n \leq 2$ si riduce d_r : adottiamo $d_r = 8$ mm.

3-C / 3-D | Numero minimo

$$n_{tag} \geq \left\lceil \frac{2F}{\pi d_r^2 \tau_{a,r}} \right\rceil = \left\lceil \frac{2 \cdot 26164}{\pi \cdot 64 \cdot 117,6} \right\rceil = [2,21] = 3, \quad n_{oval} \geq \left\lceil \frac{F}{2 d_r t \sigma_{a,a}} \right\rceil = [2,09] = 3.$$

3-E | Numero adottato

$$n = \max(n_{tag}, n_{oval}) = 3 \quad \longrightarrow \quad \boxed{n = 4 \text{ ribattini } d_r = 8 \text{ mm}}$$

adottati in numero di quattro per realizzare una disposizione simmetrica su due file da due, che centra la risultante ed evita momenti parassiti sul giunto.

3-F | Verifiche finali con $n = 4$

$$\text{taglio ribattini: } \tau = \frac{F}{n \cdot 2 \cdot \pi d_r^2 / 4} = \frac{26164}{4 \cdot 2 \cdot 50,27} = 65,1 \text{ N/mm}^2 \leq 117,6 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

$$\text{ovalizzazione parete asta: } p_{s,a} = \frac{F}{2 n d_r t} = \frac{26164}{160} = 163,5 \text{ N/mm}^2 \leq 312,7 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

$$\text{linguetta forcella: } s_\ell \geq \frac{F}{n \cdot 2 \cdot d_r \cdot \sigma_{a,f}} = 0,84 \text{ mm} \quad (s = 7 \text{ mm} \gg s_\ell) \checkmark$$

Risultato

Distinta del collegamento. Perno $d_p = 12 \text{ mm}$ in C40 bonificato; forcella in 40Cr4 bonificato con occhiello $D = 24 \text{ mm}$ e bracci $s = 7 \text{ mm}$; 4 ribattini $d_r = 8 \text{ mm}$ in Al 2024-TN su due file. Tutte le verifiche soddisfatte con carico governante $F = 26\,164 \text{ N}$.

Il senso di tutto questo

Un collegamento è una catena: la teoria serve a garantire che nessun anello sia dimenticato. La lezione più preziosa di questa sezione non è un numero ma un ordine di idee: prima di adottare una dimensione condivisa da più verifiche, interroga tutte le verifiche. Il taglio in C–C', verifica apparentemente "finale", in realtà comandava lo spessore fin dall'inizio — e chi progetta se ne accorge prima di disegnare, non dopo.

7 Ciclo di lavorazione del perno

Dove stiamo andando

La traccia chiede il ciclo di lavorazione di uno dei componenti progettati. Scegliamo il perno: è il pezzo più semplice da descrivere in modo completo (tornitura da barra, trattamento termico, rettifica) e permette di parlare di tolleranze e accoppiamenti — il ponte fra il calcolo e l'officina.

7.1 Il pezzo

Perno cilindrico $d_p = 12 \text{ mm}$, lunghezza utile pari alla larghezza della forcella più l'occhiello e i giochi: con due bracci da 7 mm, occhiello dell'attacco da $\approx 14 \text{ mm}$ e franchi, si assume lunghezza totale 40 mm, con gola per anello elastico di sicurezza (in alternativa: testa e foro per copiglia). Materiale: **acciaio C40 UNI 7231, bonificato**.

Osservazione

Il perno lavora a taglio e a rifollamento sulla superficie cilindrica: servono durezza superficiale, buona finitura (per non intagliare la forcella e per resistere all'usura da micro-rotazioni) e una tolleranza che garantisca l'accoppiamento *libero ma senza giochi eccessivi* tipico delle cerniere: ad esempio foro H7 / albero g6.

Fase	Operazione	Descrizione	Macchina / utensile
10	Taglio	troncatura barra trafilata $\varnothing 14$ mm a lunghezza 45 mm (sovrametallo)	segatrice a nastro
20	Tornitura di sgrossatura	sfacciatura delle due estremità; tornitura esterna a $\varnothing 12,4$ mm	tornio parallelo, utensile in metallo duro
30	Tornitura di finitura	tornitura a $\varnothing 12,15$ mm; smussi $1 \times 45^\circ$; esecuzione gola per anello elastico	tornio, utensile di finitura e utensile per gole
40	Trattamento termico	bonifica: tempra in olio da $\approx 840^\circ\text{C}$ e rinvenimento a $\approx 600^\circ\text{C}$ per ottenere $R_s \geq 450 \text{ N/mm}^2$	forno con atmosfera controllata
50	Rettifica	rettifica cilindrica esterna a $\varnothing 12$ mm g6, rugosità $R_a \leq 0,8 \mu\text{m}$	rettificatrice cilindrica in tondo
60	Controllo	controllo dimensionale (micrometro, calibri passa/non passa), controllo durezza HRC, esame visivo	banco metrologico
70	Protezione	protezione anticorrosiva (cadmiatura o zincatura secondo specifica), marcatura lotto	impianto galvanico

Tabella 4. Ciclo di lavorazione del perno in C40 bonificato.

7.2 Il ciclo

Nota

L'ordine non è casuale: la **rettifica viene dopo la bonifica**, perché il trattamento termico deforma leggermente il pezzo e altererebbe la quota finita; per questo in fase 30 si lascia un sovrametallo di rettifica di $\approx 0,15$ mm sul diametro. Il controllo (fase 60) precede la protezione galvanica: non si protegge un pezzo non conforme.

Il senso di tutto questo

Il calcolo dice *quanto* dev'essere grande il perno; il ciclo dice *come* farlo diventare esattamente quello che il calcolo ha promesso. Le tensioni ammissibili che abbiamo usato allo Step 1 valgono soltanto se la bonifica è stata eseguita davvero e se la rugosità non innesca cricche: il coefficiente $k = 1,5$ protegge dagli imprevisti, non dalla trascuratezza.

8 Seconda parte — Quesito 1: la corsa di atterraggio

Dove stiamo andando

Cambiamo completamente registro: dalle strutture alla meccanica del volo. Il quesito chiede la distanza di atterraggio del velivolo della prima parte. Distinguiamo con cura la *distanza di atterraggio* (dall'ostacolo di 15 m all'arresto) dalla *corsa di atterraggio* (solo il rotolamento al suolo) e calcoliamo quest'ultima con un moto uniformemente decelerato.

8.1 Inquadramento e ipotesi

La distanza di atterraggio completa comprende tre fasi: discesa rettilinea dal superamento dell'ostacolo convenzionale di 15 m, richiamata (raccordata ad arco), corsa a terra. Le prime due fasi richiedono la polare del velivolo (in particolare il C_{D_0}), che la traccia non fornisce e che non è ragionevole inventare. Si calcola quindi

la **corsa di atterraggio**, dichiarando il perimetro dell'ipotesi — esattamente ciò che la traccia chiede quando parla di “ragionevoli ipotesi motivate”.

Ipotesi assunte:

- quota zero, aria tipo: $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$;
- flap in configurazione di atterraggio: $C_{L,\max} = 1,75$;
- contatto a $v_3 = 1,17 v_{SO}$ (tecnica di atterraggio canonica);
- decelerazione media costante $a = 2 \text{ m/s}^2$ (freni + attrito + resistenza).

8.2 Il calcolo

Velocità di stallo in configurazione di atterraggio:

$$v_{SO} = \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S C_{L,\max}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5876}{1,225 \cdot 13,5 \cdot 1,75}} = 20,15 \text{ m/s}.$$

Velocità di contatto:

$$v_3 = 1,17 v_{SO} = 23,58 \text{ m/s} \approx 85 \text{ km/h}.$$

Moto uniformemente decelerato dal contatto all'arresto ($v = v_3 - a t$, arresto per $v = 0$):

$$t = \frac{v_3}{a} = \frac{23,58}{2} = 11,8 \text{ s}.$$

Spazio percorso (formula compatta, indipendente dal tempo):

Corsa di atterraggio

$$s = \frac{v_3^2}{2a} = \frac{23,58^2}{2 \cdot 2} \approx 139 \text{ m}.$$

Osservazione

Ordine di grandezza: 139 m sono meno di una pista da ultraleggeri (tipicamente $300 \div 500 \text{ m}$). È coerente: un velivolo da sei quintali che tocca a 85 km/h con una decelerazione di 0,2 g si ferma in poco più di un campo da calcio. Il controllo dell'ordine di grandezza è la quinta tappa del nostro metodo in cinque passi: dati, modello, equazione, incognita, *verifica*.

Il senso di tutto questo

Il quesito premia chi conosce i confini del proprio modello: senza polare non si calcola la traiettoria di discesa, e dirlo esplicitamente vale più che fingere di saperlo. La corsa a terra, invece, è cinematica pura da primo anno — applicata però con numeri veri e con l'occhio dell'aviatore sulla velocità di contatto.

A Nota metodologica e verifica numerica

A.1 Confronto con la soluzione ministeriale

La soluzione ufficiosa diffusa dopo la prova (P. Poggiolini, ITAer «F. Baracca», Forlì) segue un criterio *a rottura*: carichi di robustezza ($1,5 \times$ i carichi limite) confrontati direttamente con le tensioni di rottura del materiale (σ_R, τ_R). Il metodo del nostro corso lavora invece con **carichi limite** e **tensioni ammissibili allo snervamento** ($\sigma_a = R_s/k, \tau_a = 0,58 \sigma_a$). I due approcci sono entrambi legittimi; conviene sapere dove coincidono e dove no.

- **Asta (Eulero): risultato identico.** In entrambi i casi la condizione è $P_{cr} \geq 1,5 F_c$, perché il coefficiente 1,5 si applica al carico (nostro $P_{cr} = k F_c$) o è già dentro il carico di robustezza (ministeriale). Stessa $I_{\min} \approx 1,051 \times 10^5 \text{ mm}^4$, stessa sezione 50×45 .
- **Perno: risultati diversi ma coerenti.** La soluzione ministeriale adotta un acciaio con $\tau_R = 378 \text{ N/mm}^2$ e ottiene $d_p = 10 \text{ mm}$; noi, con il C40 bonificato del manuale di corso ($\tau_a = 174 \text{ N/mm}^2$, criterio allo snervamento, intrinsecamente più cautelativo), otteniamo $d_p = 12 \text{ mm}$. La differenza sta tutta nel materiale scelto e nel criterio dichiarato: ciò che conta in sede d'esame è la *coerenza interna* della relazione.
- **Forcella.** Il riferimento ministeriale ottiene bracci da 3 mm con occhiello largo (semi-larghezza 15 mm); noi, vincolando la geometria alla regola MIL-SPEC $D = 2d_p$, spostiamo il lavoro sul taglio in C-C' e otteniamo $s = 7 \text{ mm}$. Due strade diverse per lo stesso equilibrio fra larghezza e spessore dell'occhiello.