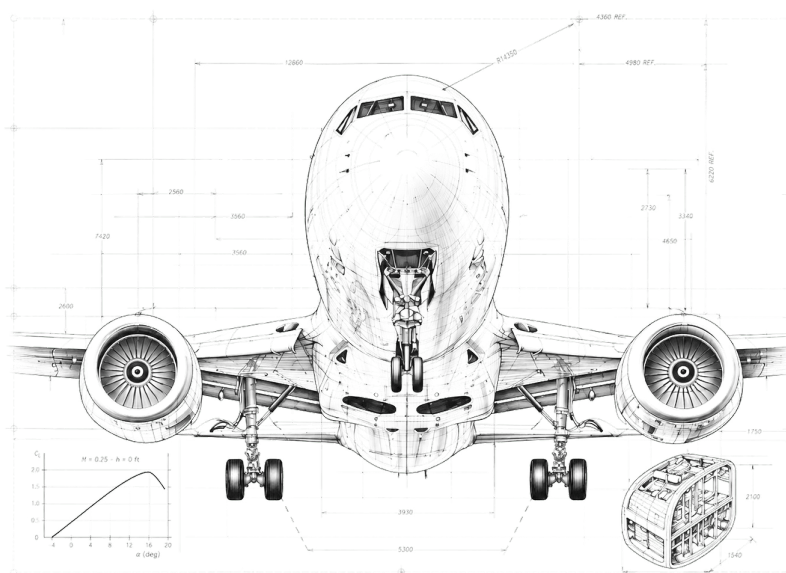


ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE — TEMA I241

La semiala nella raffica

Esame di Stato 2018 — Sessione Suppletiva



Soluzione ragionata della Prima Parte:
fattore di carico da raffica istantanea,
taglio e momento flettente sulla semiala,
scelta della tipologia strutturale

Prof. Ing. Biagio Raucci

Anno scolastico 2026–2027

Indice

1	Il testo della prova e la mappa del viaggio	2
2	La geometria del velivolo e i dati mancanti	3
2.1	Superficie, corda, allungamento	4
2.2	La semiala come mensola	4
2.3	Le scelte dichiarate	4
3	L'aria a 4500 metri	5
4	Dal profilo all'ala: la pendenza corretta	5
5	La raffica istantanea e il fattore di carico	6
5.1	Che cosa fa, fisicamente, una raffica verticale	6
5.2	Derivazione di Δn	7
5.3	Il calcolo e i controlli di plausibilità	7
6	I carichi sulla semiala	8
7	Taglio e momento flettente	9
7.1	Le espressioni analitiche tratto per tratto	9
7.2	Prima della turbolenza: $n = 1$	10
7.3	Durante la turbolenza: $n = 2,27$	10
7.4	I diagrammi	12
8	La tipologia strutturale proposta	12
8.1	La scelta: cassone alare a semiguscio bilongherone	12
8.2	Chi porta che cosa	12
9	Il senso di tutto questo	13
A	Verifica numerica in Python	14

I Il testo della prova e la mappa del viaggio

Prima di aprire la cassetta degli attrezzi, leggiamo il problema con calma: una prova d'esame si vince in gran parte nella lettura lenta, matita alla mano.

Pag. 1/2



Sessione suppletiva 2018
Seconda prova scritta



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
1241 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: ITCT - TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Tema di: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI MEZZO AEREO

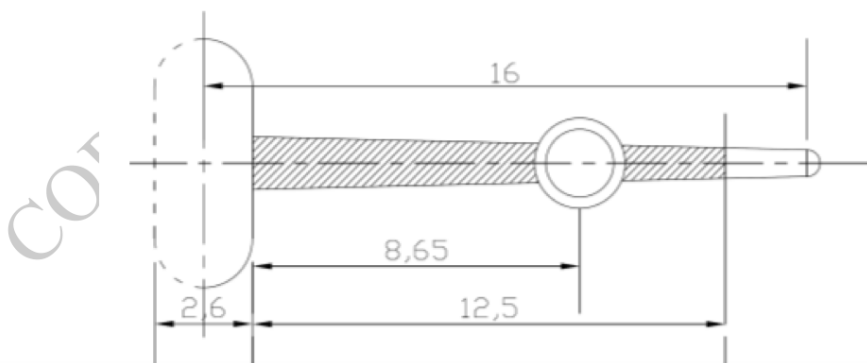
Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due soli quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte

PRIMA PARTE

Un velivolo biturboelica sta volando in crociera, alla quota di 4500 m (in Aria Tipo) e alla velocità di 480 [km/h], quando incontra una raffica verticale verso l'alto di 12.5 [m/s]. L'aeroplano, con ala a sbalzo rettangolare e C^*p_{∞} di 6,28 rad^{-1} , presenta, al momento della turbolenza, le seguenti caratteristiche :

- W (peso) = 350 kN
- W/S (carico alare) = 2,45 kN/m²
- b (apertura alare) = 32,0 m
- a (distanza fra le sezioni di incastro delle due semiali) = 2,60 m
- m_c (massa di combustibile stivata in ciascuna semiala) = 1200 kg
- b_c (estensione lungo l'apertura alare dei serbatoi alari, a partire dall'incastro alare) = 12,5 m
- m_m (massa di un motore) = 508 kg
- b_m (distanza del baricentro del motore dall'incastro alare) = 8,65 m

Il candidato, assegnando con appropriati criteri tecnici i dati mancanti e ipotizzando che l'effetto della raffica sia istantaneo e il peso proprio della struttura alare sia trascurabile, determini e rappresenti graficamente il momento flettente ed il taglio, indotti dai carichi verticali, che sollecitano la struttura di ciascuna semiala, prima e durante la turbolenza. Si proponga, infine, una tipologia strutturale dell'ala in grado di sopportare le sollecitazioni calcolate.



Nella lettura vogliamo distinguere tre famiglie di informazioni: i dati che il Ministero ci regala, i dati che dovremo assegnare noi «con appropriati criteri tecnici», e le ipotesi semplificative che il testo stesso ci autorizza — anzi, ci ordina — di adottare.

Il testo ministeriale (Prima Parte, sessione suppletiva 2018)

Un velivolo biturboelica sta volando in crociera, alla quota di 4500 m (in Aria Tipo) e alla velocità di 480 km/h, quando incontra una raffica verticale verso l'alto di 12,5 m/s. L'aeroplano, con ala a sbalzo rettangolare e c_{ℓ_∞} di 6,28/rad, presenta, al momento della turbolenza, le seguenti caratteristiche:

- W (peso) = 350 kN;
- W/S (carico alare) = 2,45 kN/m²;
- b (apertura alare) = 32,0 m;
- a (distanza fra le sezioni di incastro delle due semiali) = 2,60 m;
- m_c (massa di combustibile stivata in ciascuna semiala) = 1200 kg;
- b_c (estensione lungo l'apertura dei serbatoi alari, dall'incastro) = 12,5 m;
- m_m (massa di un motore) = 508 kg;
- b_m (distanza del baricentro del motore dall'incastro alare) = 8,65 m.

Il candidato, assegnando con appropriati criteri tecnici i dati mancanti e ipotizzando che l'effetto della raffica sia *istantaneo* e il peso proprio della struttura alare sia *trascurabile*, determini e rappresenti graficamente il momento flettente e il taglio, indotti dai carichi verticali, che sollecitano la struttura di ciascuna semiala, *prima* e *durante* la turbolenza. Si proponga, infine, una tipologia strutturale dell'ala in grado di sopportare le sollecitazioni calcolate.

Fisicamente, il problema racconta una storia semplice: un aeroplano vola tranquillo, un colpo di vento verticale lo investe, l'ala produce di colpo più portanza del necessario e tutta la macchina accelera verso l'alto. Alla struttura della semiala questo «strattone» arriva sotto forma di sollecitazioni amplificate. Il nostro compito è quantificare lo strattone e poi decidere quale scheletro serva per reggerlo.

Il percorso si articola in cinque mosse, con il consueto schema di attacco della Serie (*dati* → *modello fisico* → *equazione* → *incognita*) applicato in cascata:

1. **Geometria** (§2): dal carico alare ricaviamo superficie, corda, allungamento e la luce della mensola.
2. **Ambiente** (§3): l'atmosfera ISA a 4500 m ci consegna la densità ρ .
3. **Aerodinamica** (§4): dalla pendenza del profilo c_{ℓ_∞} passiamo a quella dell'ala vera, c_{ℓ_a} .
4. **Meccanica del volo** (§5): la raffica istantanea produce l'incremento Δn e quindi $n = 1 + \Delta n$.
5. **Costruzioni** (§6–8): la semiala diventa una trave a sbalzo; tracciamo taglio e momento per $n = 1$ e per n da raffica, e su quei numeri scegliamo la struttura.

Osservazione

Notate la logica dell'esame: la meccanica del volo produce *un solo numero*, il fattore di carico n , e lo consegna alle costruzioni. Tutto il ponte fra le due discipline passa per quel numero. È lo stesso schema del progetto reale: l'ufficio carichi calcola n , l'ufficio strutture lo trasforma in spessori e sezioni.

2 La geometria del velivolo e i dati mancanti

Trasformiamo i dati «amministrativi» del testo in grandezze pronte all'uso: superficie, corda, allungamento e, soprattutto, la lunghezza della mensola che dovremo verificare.

2.1 Superficie, corda, allungamento

Il carico alare è, per definizione, peso diviso superficie: invertendolo,

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{350 \text{ kN}}{2,45 \text{ kN/m}^2} = 142,86 \text{ m}^2. \quad (1)$$

L'ala è rettangolare, dunque la corda è costante lungo l'apertura:

$$c = \frac{S}{b} = \frac{142,86 \text{ m}^2}{32,0 \text{ m}} = 4,46 \text{ m}, \quad AR = \frac{b^2}{S} = \frac{(32,0 \text{ m})^2}{142,86 \text{ m}^2} = 7,17. \quad (2)$$

Osservazione

Un allungamento di circa 7 e una corda di quasi quattro metri e mezzo descrivono un biturboelica regionale da 35 t del tutto credibile: pensate a un ATR 72 o a un Fokker 50. Fermarsi un istante a chiedersi «questi numeri disegnano un aeroplano vero?» è la prima verifica di qualità di ogni calcolo — e in sede d'esame vale punti.

2.2 La semiala come mensola

Il testo definisce $a = 2,60 \text{ m}$ come distanza fra le due sezioni di incastro: in pratica, la larghezza del tratto di attraversamento in fusoliera. Ciascuna semiala a sbalzo ha dunque luce

$$\ell = \frac{b - a}{2} = \frac{32,0 \text{ m} - 2,60 \text{ m}}{2} = 14,70 \text{ m}, \quad (3)$$

in accordo con le quote del disegno ministeriale ($16 - 2,6/2 = 14,7$). D'ora in poi useremo l'ascissa y , misurata dall'incastro ($y = 0$) verso l'estremità libera ($y = \ell$).

Attenzione

Non confondete la a di questo testo (larghezza di fusoliera) con la a che molti manuali usano per la pendenza della retta di portanza! È proprio per evitare simili collisioni che nella Serie adottiamo la notazione c_{ℓ_∞} e c_{ℓ_α} per le pendenze: i simboli costano poco, gli equivoci in sede d'esame costano molto.

2.3 Le scelte dichiarate

Il Ministero ci chiede esplicitamente di assegnare i dati mancanti «con appropriati criteri tecnici». Le scelte vanno *dichiarate e motivate* nel punto in cui le si usa: in un compito d'esame la scelta motivata vale quanto il calcolo. Le nostre sono tre:

1. **fattore di Oswald** $e = 0,90$: valore tipico per un'ala rettangolare di grande allungamento, coerente con quanto usiamo in tutta la Serie;
2. **distribuzione di portanza proporzionale alle corde**: su ala rettangolare significa portanza *uniforme* lungo l'apertura — l'approssimazione di Schrenk troncata al primo termine, adeguata al livello di questo dimensionamento;
3. **accelerazione di gravità** $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ per convertire le masse di combustibile e motore nei rispettivi pesi.

3 L'aria a 4500 metri

La raffica agisce attraverso la portanza, e la portanza vive nell'aria: ci serve la densità alla quota di volo.

Il testo dice «in Aria Tipo», cioè atmosfera standard ISA: è un rimando diretto alla monografia MON-ISA della Serie, di cui qui richiamiamo solo l'essenziale. Nella troposfera la temperatura decresce linearmente con gradiente $\lambda = 6,5 \text{ K/km}$:

$$T = T_0 - \lambda z = 288,15 \text{ K} - 0,0065 \text{ K/m} \cdot 4500 \text{ m} = 258,90 \text{ K} (\approx -14,3^\circ \text{C}). \quad (4)$$

La pressione segue la legge esponenziale della troposfera,

$$p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{\lambda R}} = 101\,325 \text{ Pa} \left(\frac{258,90}{288,15} \right)^{5,256} = 57\,729 \text{ Pa}, \quad (5)$$

e l'equazione di stato dei gas perfetti chiude il conto:

Densità ISA a 4500 m

$$\rho = \frac{p}{R T} = \frac{57\,729 \text{ Pa}}{287,06 \text{ J/(kg K)} \cdot 258,90 \text{ K}} = 0,777 \text{ kg/m}^3. \quad (6)$$

Fisicamente: a 4500 m ogni metro cubo d'aria contiene circa il 37 % di massa in meno che al livello del mare. Meno massa d'aria da deviare significa, a parità di tutto il resto, meno portanza — ed è per questo che la densità entrerà, in prima persona, nella formula del carico da raffica.

Nota

La formula rapida scolastica $\rho_z = 1,225 \frac{20 - z}{20 + z}$ (con z in km) fornisce $0,775 \text{ kg/m}^3$: uno scarto dello 0,2 %, irrilevante ai fini del compito. In sede d'esame entrambe le strade sono legittime; l'importante è dichiarare quale si sta percorrendo.

Convertiamo infine la velocità di volo:

$$V = 480 \text{ km/h} = \frac{480}{3,6} \text{ m/s} = 133,3 \text{ m/s}. \quad (7)$$

Trattandosi di quota e Aria Tipo dichiarate, la interpretiamo come velocità vera (TAS), coerentemente con l'uso della densità locale ρ nelle formule che seguono.

4 Dal profilo all'ala: la pendenza corretta

Il testo ci regala la pendenza della retta di portanza del profilo; ma a rispondere alla raffica non è un profilo: è un'ala vera, con le sue estremità e i suoi vortici.

Il valore $c_{\ell_\infty} = 6,28/\text{rad}$ non è scelto a caso: è 2π , il risultato della teoria dei profili sottili per l'ala di allungamento *infinito*. La nostra ala ha però $AR = 7,17$, e la fisica delle estremità cambia le carte in tavola: l'aria in pressione sul ventre sfugge verso il dorso aggirando le tip, genera i vortici d'estremità, e questi inducono sull'ala una componente di velocità verso il basso (*downwash*). L'ala lavora così a un'incidenza *effettiva* minore di quella geometrica: a parità di $\Delta\alpha$ imposto dall'esterno, produce meno portanza addizionale del profilo isolato.

Dalla teoria della linea portante di Prandtl, per una distribuzione di portanza quasi ellittica (fattore di Oswald e):

Pendenza della retta di portanza dell'ala finita

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{c_{\ell_\infty}}{1 + \frac{c_{\ell_\infty}}{\pi e AR}} \quad (8)$$

Con i nostri numeri, $\pi e AR = \pi \cdot 0,90 \cdot 7,17 = 20,27$ e

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{6,28}{1 + \frac{6,28}{20,27}} = \frac{6,28}{1,310} = 4,79/\text{rad}. \quad (9)$$

Osservazione — chi balla di più in turbolenza

La correzione spiega un fatto di esperienza: un aliante, con il suo allungamento enorme, ha c_{ℓ_α} vicinissimo a 2π ed è *sensibilissimo* alle raffiche; un caccia dall'ala tozza ha c_{ℓ_α} molto più basso e attraversa la stessa turbolenza quasi senza accorgersene. La forma in pianta dell'ala è, letteralmente, un filtro sulla turbolenza.

Attenzione

Applicare direttamente $c_{\ell_\infty} = 6,28$ nella formula della raffica è l'errore più frequente in questo tema: si otterrebbe $n = 2,66$ invece di $n = 2,27$, con un aggravio fittizio del 17 % su tutte le sollecitazioni. Il testo fornisce deliberatamente il dato «di profilo» proprio per verificare che il candidato sappia compiere, con criterio tecnico, il passaggio all'ala finita.

5 La raffica istantanea e il fattore di carico

Qui costruiamo, e non semplicemente ricordiamo, la formula del fattore di carico da raffica: chi la sa ricostruire non la dimentica più.

5.1 Che cosa fa, fisicamente, una raffica verticale

In crociera il velivolo vola in equilibrio: $L = W$, dunque $n = L/W = 1$. Una raffica ascendente di velocità U non «spinge» l'aeroplano verso l'alto come farebbe una mano: agisce in modo più sottile, *ruotando il vento relativo*. La velocità dell'aria rispetto all'ala passa da V (orizzontale) alla composizione vettoriale di V e U , inclinata di

$$\Delta\alpha = \arctan \frac{U}{V} \simeq \frac{U}{V} = \frac{12,5}{133,3} = 0,0938 \text{ rad} = 5,4^\circ. \quad (10)$$

L'ala si ritrova di colpo a un'incidenza maggiorata di cinque gradi e mezzo. Sembra poco? Sulla retta di portanza sono tanti: la portanza schizza verso l'alto, l'equilibrio verticale si rompe e il rapporto L/W diventa il nuovo fattore di carico.

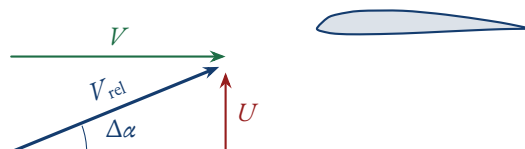


Figura 1. La raffica ascendente U si compone con la velocità di volo V : il vento relativo ruota di $\Delta\alpha \simeq U/V$ e l'incidenza aumenta della stessa quantità.

E il significato di «raffica istantanea»? A 480 km/h il velivolo attraversa un fronte di raffica di qualche decina di metri in circa due decimi di secondo: un tempo troppo breve perché la traiettoria si incurvi, la velocità

cambi o il pilota reagisca. L'ipotesi del testo — che il velivolo subisca l'intero $\Delta\alpha$ «congelato» nelle condizioni di crociera — è dunque fisicamente sensata, oltre che prudente.

5.2 Derivazione di Δn

Sotto questa ipotesi la portanza addizionale vale

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho V^2 S \Delta C_L = \frac{1}{2}\rho V^2 S c_{\ell_\alpha} \Delta\alpha = \frac{1}{2}\rho V^2 S c_{\ell_\alpha} \frac{U}{V} = \frac{1}{2}\rho V U S c_{\ell_\alpha}. \quad (11)$$

Osservate il passaggio centrale: una V del quadrato si semplifica con la V al denominatore di $\Delta\alpha$. Il carico da raffica cresce quindi *linearmente* con la velocità di volo, non col suo quadrato: un dettaglio matematico con conseguenze operative concrete, come vedremo nell'esercizio 5.3. L'incremento del fattore di carico è $\Delta n = \Delta L/W$; dividendo numeratore e denominatore per S compare, elegantemente, il carico alare:

Fattore di carico da raffica istantanea (sharp-edged gust)

$$n = 1 + \Delta n = 1 + \frac{\rho V U c_{\ell_\alpha}}{2(W/S)} \quad (12)$$

Osservazione — perché il carico alare protegge

Il carico alare sta al denominatore: a parità di raffica, un velivolo «pesante per metro quadro d'ala» accelera meno — ha più inerzia per ogni metro quadro che la raffica può afferrare. È il motivo per cui in un pomeriggio turbolento un liner vi scuote appena mentre un ultraleggero sullo stesso cielo balla vistosamente: non è (solo) questione di dimensioni, è questione di W/S . Ed è anche il motivo per cui la raffica è spesso *la* condizione dimensionante per i velivoli leggeri, mentre per i pesanti prevale la manovra.

5.3 Il calcolo e i controlli di plausibilità

Sostituendo i valori, tutti in unità SI coerenti:

$$\Delta n = \frac{0,777 \cdot 133,3 \cdot 12,5 \cdot 4,79}{2 \cdot 2450} = \frac{6207}{4900} = 1,267, \quad \boxed{n = 1 + 1,267 = 2,27} \quad (13)$$

Diamo corpo fisico a questo numero. La portanza in eccesso vale $\Delta L = \Delta n \cdot W \approx 443$ kN: sull'intera macchina da 35 t agisce, di colpo, una forza verticale non bilanciata pari a una volta e un quarto il suo peso. L'accelerazione corrispondente, $a_z = (n-1)g \approx 12,4$ m/s², è quella che i passeggeri sentono come lo «strappo» verso l'alto — e che ogni massa a bordo trasmette, per inerzia, alla struttura che la sostiene.

Osservazione — tre controlli prima di proseguire

1. **Normativa.** Per i grandi velivoli da trasporto la CS-25 prescrive un fattore di carico limite di manovra di 2,5: il nostro $n = 2,27$ da raffica vi sta comodamente al di sotto. Il numero «suona giusto».
2. **Stallo.** In crociera $C_{L,1} = \frac{W/S}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{2450}{6905} = 0,355$; durante la raffica $C_L = n C_{L,1} = 0,80$, ben lontano dal $C_{L,\max} \approx 1,4$ di un'ala pulita. L'ala non stalla: l'ipotesi di risposta lineare ($\Delta C_L = c_{\ell_\alpha} \Delta\alpha$) è dunque autoconsistente. Se il conto avesse dato $C_L > C_{L,\max}$, la fisica stessa avrebbe «tagliato» il carico: lo stallo è, suo malgrado, un limitatore naturale del fattore di carico.
3. **Conservatività.** La raffica reale non è mai un gradino: cresce gradualmente, e le norme CS ne tengono conto con il fattore di attenuazione $K_g < 1$ della «raffica graduale». Assumere l'effett-

to istantaneo, come chiede il testo, è la scelta più severa: stiamo dimensionando dalla parte della sicurezza.

Esercizio svolto 1 — La stessa raffica, ma più piano

Traccia. Lo stesso velivolo incontra la stessa raffica ($U = 12,5$ m/s, stessa quota) mentre vola a 300 km/h. Quanto vale il nuovo fattore di carico?

Dati. Identici al tema, salvo $V' = 300$ km/h = 83,3 m/s.

Modello fisico. Raffica istantanea, risposta lineare: vale ancora l'equazione (12). La fisica del rallentare è duplice: a V minore la stessa U produce un $\Delta\alpha$ maggiore (U/V cresce), ma la pressione dinamica con cui quel $\Delta\alpha$ viene «monetizzato» in portanza cala col quadrato di V . Il bilancio netto, come mostra la formula, è lineare in V .

Equazione e calcolo. $\Delta n \propto V$: non serve rifare il conto, basta riscalare:

$$\Delta n' = \Delta n \frac{V'}{V} = 1,267 \cdot \frac{300}{480} = 0,792, \quad n' = 1,79.$$

Commento. Rallentare riduce il carico da raffica in proporzione diretta alla velocità: è esattamente la logica della velocità di penetrazione in aria agitata V_B prescritta dalle norme. Quando il comandante, entrando in turbolenza, riduce alla *turbulence penetration speed*, sta letteralmente spostando il proprio punto sul diagramma di raffica.

6 I carichi sulla semiala

La meccanica del volo ci ha consegnato n : da qui in avanti cambiamo mestiere e diventiamo strutturisti. La semiala è una trave a sbalzo, e il primo passo è capire chi la carica, dove e in che verso.

Sulla mensola di luce $\ell = 14,70$ m agiscono tre famiglie di carichi verticali (il peso proprio della struttura è trascurabile per ipotesi del testo):

1. **la portanza distribuita** (verso l'alto): con distribuzione proporzionale alle corde su ala rettangolare, la portanza totale $L = nW$ si ripartisce uniformemente sull'intera apertura b :

$$p_L = n \frac{W}{b} = n \cdot \frac{350\,000 \text{ N}}{32,0 \text{ m}} = n \cdot 10,94 \text{ kN/m}; \quad (14)$$

2. **la forza d'inerzia del combustibile** (verso il basso): la massa $m_c = 1200$ kg è distribuita sui primi $b_c = 12,5$ m dall'incastro e in raffica «pesa» n volte:

$$w_c = n \frac{m_c g}{b_c} = n \cdot \frac{1200 \cdot 9,81}{12,5} \text{ N/m} = n \cdot 0,941 \text{ kN/m}; \quad (15)$$

3. **la forza d'inerzia del motore** (verso il basso), concentrata in $y = b_m = 8,65$ m:

$$F_m = n m_m g = n \cdot 508 \cdot 9,81 \text{ N} = n \cdot 4,98 \text{ kN}. \quad (16)$$

Osservazione — perché le masse alari «pesano n volte»

Durante la raffica l'intero velivolo accelera verso l'alto con $a_z = (n - 1)g$. Mettiamoci nel riferimento solidale al velivolo, che è un riferimento accelerato: lì ogni massa a bordo è soggetta al proprio peso mg più la forza d'inerzia $m(n - 1)g$, entrambi verso il basso; in totale, nmg . È la stessa fisica della bilancia

in ascensore: se la cabina accelera verso l'alto, l'ago segna di più. Combustibile e motore, «in piedi sulla bilancia» dell'ala, tirano la struttura verso il basso proprio dove la portanza la spinge verso l'alto: si chiama *alleggerimento inerziale* (inertia relief) ed è uno dei regali più preziosi che il progettista possa ricevere.

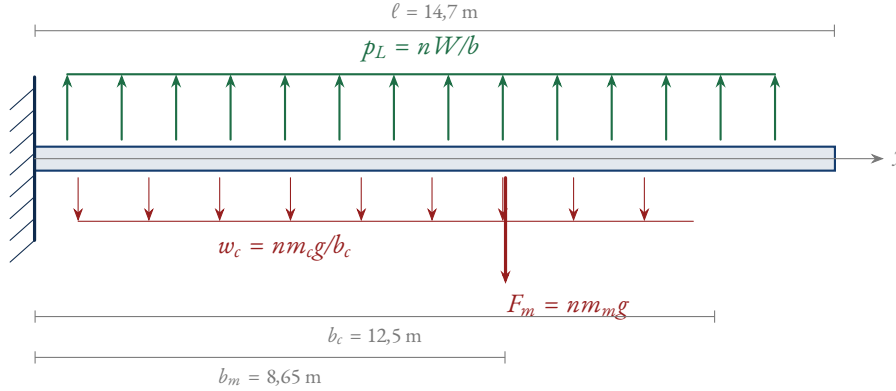


Figura 2. Schema di carico della semiala: mensola di luce ℓ , portanza uniforme p_L verso l'alto, combustibile w_c distribuito su b_c e motore F_m concentrato in b_m , entrambi verso il basso.

Un'ultima osservazione preziosa prima di calcolare: portanza, inerzia del combustibile e inerzia del motore sono *tutte* proporzionali a n . Lo schema di carico in raffica è dunque una fotocopia in scala $n = 2,27$ dello schema di volo rettilineo uniforme — e questo, tra poco, ci farà risparmiare metà del lavoro.

7 Taglio e momento flettente

Percorriamo la mensola dall'estremità libera verso l'incastro: è la direzione «giusta» per una trave a sbalzo, perché all'estremità sappiamo con certezza che taglio e momento sono nulli.

7.1 Le espressioni analitiche tratto per tratto

Il taglio in una sezione y è la risultante dei carichi posti *oltre* y ; il momento flettente è il momento di quegli stessi carichi rispetto alla sezione. Le discontinuità dei dati (fine dei serbatoi, motore) dividono la trave in tre tratti.

Tratto III ($12,5 \text{ m} \leq y \leq 14,7 \text{ m}$ — oltre i serbatoi, agisce solo la portanza):

$$T(y) = p_L(\ell - y), \quad M(y) = p_L \frac{(\ell - y)^2}{2}. \quad (17)$$

Tratto II ($8,65 \text{ m} \leq y < 12,5 \text{ m}$ — si aggiunge il combustibile):

$$T(y) = p_L(\ell - y) - w_c(b_c - y), \quad M(y) = p_L \frac{(\ell - y)^2}{2} - w_c \frac{(b_c - y)^2}{2}. \quad (18)$$

Tratto I ($0 \leq y < 8,65 \text{ m}$ — si aggiunge il motore):

$$T(y) = p_L(\ell - y) - w_c(b_c - y) - F_m, \quad M(y) = p_L \frac{(\ell - y)^2}{2} - w_c \frac{(b_c - y)^2}{2} - F_m(b_m - y). \quad (19)$$

Le firme grafiche da riconoscere a colpo d'occhio

Il taglio è lineare in ogni tratto e presenta un *salto* pari a F_m in corrispondenza del motore; il momento flettente è parabolico, *continuo* ovunque, ma con un punto angoloso sotto il motore (la sua derivata, che è proprio il taglio, salta). Riconoscere queste firme prima ancora di calcolare è un ottimo antidoto contro gli errori: se il vostro diagramma del momento presenta un salto, qualcosa non va.

7.2 Prima della turbolenza: $n = 1$

Valutiamo le espressioni nelle sezioni notevoli, con $p_L = 10,94 \text{ kN/m}$, $w_c = 0,941 \text{ kN/m}$, $F_m = 4,98 \text{ kN}$. All'incastro, la sezione candidata al massimo:

$$T(0) = 10,94 \cdot 14,7 - 0,941 \cdot 12,5 - 4,98 = 160,8 - 11,8 - 5,0 = 144,0 \text{ kN}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} M(0) &= 10,94 \cdot \frac{14,7^2}{2} - 0,941 \cdot \frac{12,5^2}{2} - 4,98 \cdot 8,65 \\ &= 1181,7 - 73,6 - 43,1 = 1065 \text{ kN m}. \end{aligned} \quad (21)$$

Guardate i tre addendi del momento: la portanza da sola varrebbe 1182 kN m; combustibile e motore ne restituiscono insieme quasi 117 kN m, un dieci per cento di sconto che la struttura incassa volentieri.

Tabella 1. Sollecitazioni nelle sezioni notevoli, prima della turbolenza ($n = 1$).

Sezione	y [m]	T [kN]	M [kN m]
Incastro	0	144,0	1065
Motore (lato radice)	$8,65^-$	57,6	193,2
Motore (lato estremità)	$8,65^+$	62,5	193,2
Fine serbatoi	12,5	24,1	26,5
Estremità	14,7	0	0

7.3 Durante la turbolenza: $n = 2,27$

Qui incassiamo il risparmio promesso: poiché tutti i carichi dello schema sono proporzionali a n , taglio e momento si ottengono semplicemente *riscaldando* i diagrammi di volo rettilineo uniforme:

Riscalatura per il fattore di carico

$$T_n(y) = n T_1(y), \quad M_n(y) = n M_1(y). \quad (22)$$

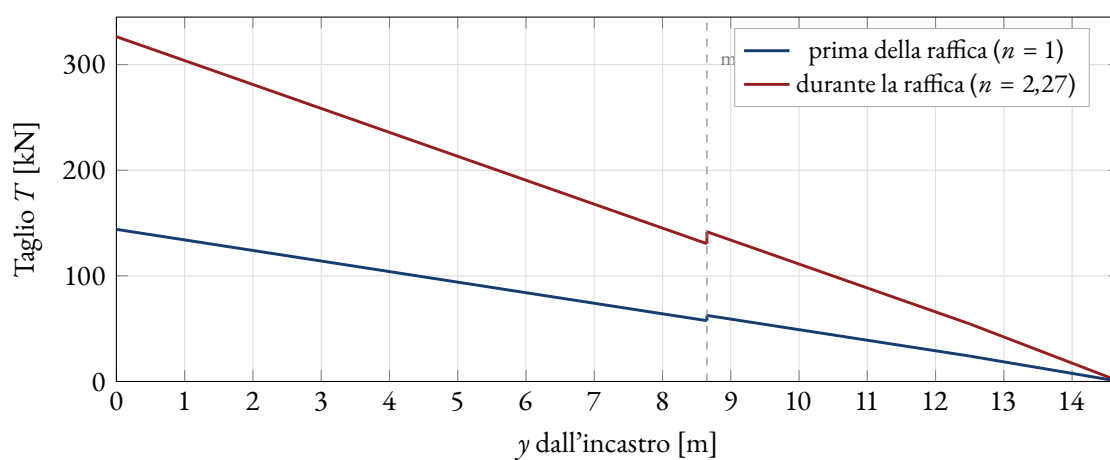
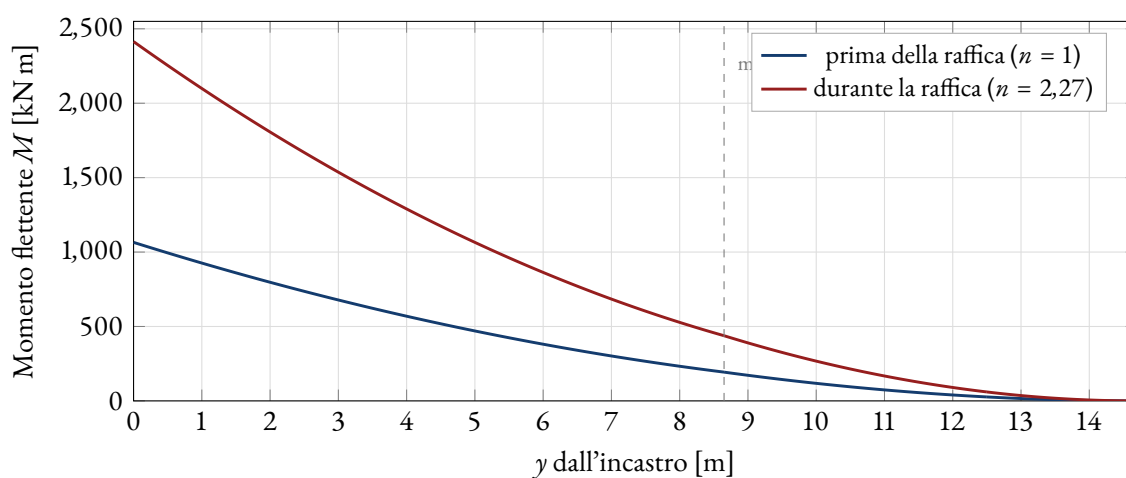
All'incastro:

$$T_n(0) = 2,27 \cdot 144,0 \text{ kN} = 326 \text{ kN}, \quad M_n(0) = 2,27 \cdot 1065 \text{ kN m} = 2414 \text{ kN m}. \quad (23)$$

Per dare un volto a 2414 kN m: è il momento che otterreste appendendo all'estremità della semiala, a quasi quindici metri dall'incastro, il peso di *undici automobili* di media cilindrata. Ecco che cosa deve reggere, senza fare una piega (o meglio: facendone una, elastica e prevista), la sezione di radice durante due decimi di secondo di turbolenza.

Tabella 2. Sollecitazioni nelle sezioni notevoli, durante la raffica ($n = 2,27$).

Sezione	y [m]	T [kN]	M [kN m]
Incastro	0	326,5	2414
Motore (lato radice)	$8,65^-$	130,5	437,9
Motore (lato estremità)	$8,65^+$	141,8	437,9
Fine serbatoi	12,5	54,5	60,0
Estremità	14,7	0	0

**Figura 3.** Diagramma del taglio lungo la semiala. Il salto in $y = 8,65$ m è la forza d'inerzia del motore (4,98 kN per $n = 1$, 11,3 kN in raffica).**Figura 4.** Diagramma del momento flettente lungo la semiala: andamento parabolico a tratti, continuo, con punto angoloso in corrispondenza del motore e massimo all'incastro.

7.4 I diagrammi

Esercizio svolto 2 — Il regalo dei serbatoi alari

Traccia. Quanto varrebbe il momento flettente all'incastro, durante la stessa raffica, se il combustibile fosse stivato in fusoliera anziché nelle semiali (a parità di peso totale W)?

Modello fisico. Con il combustibile in fusoliera scompare il termine di alleggerimento w_c dallo schema della semiala; la portanza non cambia (stesso W , stesso n): la fusoliera si limita a incassare il carico attraverso l'incastro, senza più «aiutare» la mensola lungo la sua luce.

Calcolo. A $n = 1$:

$$M(0) = p_L \frac{\ell^2}{2} - F_m b_m = 1181,7 - 43,1 = 1138,6 \text{ kN m},$$

e in raffica $M_n(0) = 2,27 \cdot 1138,6 = 2581 \text{ kN m}$, contro i 2414 kN m del caso reale: un aggravio del 6,9 % sul momento e dell'8,2 % sul taglio.

Commento. Ecco perché i liner stivano il combustibile nelle ali: ogni newton di massa appeso all'ala lavora *contro* la flessione da portanza, con un braccio pari alla propria distanza dall'incastro. Per lo stesso motivo i motori appesi sotto l'ala (e non in coda) alleggeriscono la radice alare, oltre a fare da smorzatori di flutter. In un progetto vero, la sequenza di svuotamento dei serbatoi (prima quelli centrali o di fusoliera, poi quelli alari) è pianificata proprio per conservare questo alleggerimento il più a lungo possibile.

8 La tipologia strutturale proposta

Il testo chiude con una richiesta qualitativa ma tutt'altro che decorativa: proporre una struttura capace di reggere 326 kN di taglio e 2414 kN m di flessione. Traduciamo i diagrammi in un'architettura.

8.1 La scelta: cassone alare a semiguscio bilongherone

Per un velivolo di questa taglia la risposta canonica — e pienamente motivata dai numeri — è la struttura a **semiguscio con cassone bilongherone** (*two-spar torsion box*):

- **due longheroni** (anteriore al ~ 15 –20 % della corda, posteriore al ~ 60 –65 %), ciascuno con *solette* superiori e inferiori collegate da un'*anima*;
- **rivestimento lavorante** (pannelli superiori e inferiori del cassone) irrigidito da **correntini** longitudinali;
- **centine** trasversali che conservano la forma del profilo, ripartiscono i carichi aerodinamici e introducono nel cassone i carichi concentrati; in corrispondenza del motore ($y = 8,65 \text{ m}$) e dell'attacco ala-fusoliera si prevedono *centine di forza*;
- il volume interno del cassone, fra i due longheroni e per $b_c = 12,5 \text{ m}$ di apertura, è sigillato e funge da **serbatoio integrale** per i 1200 kg di combustibile per semiala.

8.2 Chi porta che cosa

La bontà della scelta si giustifica associando ogni sollecitazione calcolata al membro strutturale che la assorbe — perché in una struttura ben pensata ogni sforzo ha il suo specialista:

- il **momento flettente** ($M_{\max} = 2414 \text{ kN m}$) si traduce in una coppia di forze normali: compressione nei pannelli e nelle solette superiori, trazione in quelli inferiori. Con un'altezza utile del cassone $h \approx 0,10 c \approx 0,45 \text{ m}$, la coppia vale indicativamente $M/h \approx 5,4 \text{ MN}$ per lato: un ordine di grandezza che

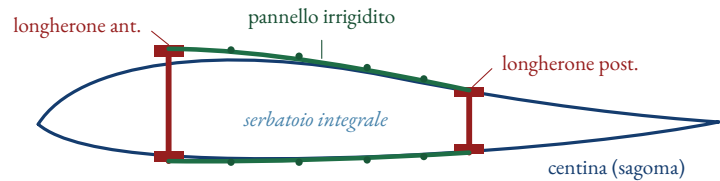


Figura 5. Sezione tipo del cassone alare bilongherone a semiguscio: le solette dei longheroni e i pannelli irrigiditi assorbono la flessione, le anime il taglio, il contorno chiuso la torsione; il volume interno è serbatoio integrale.

spiega da solo perché le solette all'incastro sono i membri più massicci dell'intera ala, e perché il pannello superiore va verificato all'*instabilità* a compressione — i correntini servono esattamente a questo;

- il **taglio** ($T_{\max} = 326 \text{ kN}$) fluisce nelle *anime* dei longheroni come flusso di taglio (teoria di Jourawski per le anime, Bredt per il contorno chiuso);
- la **torsione** — qui non calcolata, ma inevitabile perché centro di pressione, asse elastico e baricentri delle masse non coincidono — è assorbita dal *contorno chiuso* del cassone, rigidissimo torsionalmente proprio in quanto cella chiusa;
- i **carichi concentrati** del motore entrano attraverso la centina di forza e il castello motore, che li diffondono nei pannelli senza strappare il rivestimento.

Approfondimento — e i materiali?

Per un biturboelica di questa classe la soluzione tradizionale è la lega di alluminio: 2024-T3 (ottima tolleranza al danno) per i pannelli inferiori tesi e per il rivestimento, 7075-T6 (alta resistenza a compressione) per solette e pannelli superiori compressi. Le macchine più recenti sostituiscono porzioni crescenti del cassone con laminati in composito carbonio-epossidica. Con i carichi di contingenza qui calcolati e il fattore di sicurezza normativo 1,5 si passerebbe ai carichi di robustezza per il dimensionamento vero e proprio delle aree resistenti: è il naturale capitolo successivo, che nella Serie trovate nella monografia *Dalla trave inflessa al longherone alare*.

9 Il senso di tutto questo

Rileggiamo il percorso da lontano, perché è il percorso — più dei numeri — ciò che l'esaminatore vuole vedere.

Siamo partiti da un aeroplano in crociera tranquilla e da un colpo di vento verticale. La *fisica* della raffica è tutta in un triangolo di velocità: il vento relativo ruota di appena cinque gradi e mezzo, ma su un'ala che risponde con quasi cinque unità di C_L per radiante bastano a far crescere la portanza del 127 %, a generare 443 kN di forza non bilanciata e a imprimere alla macchina un'accelerazione di 1,27 g . Lungo la strada abbiamo esercitato due criteri tecnici che il testo ci chiedeva esplicitamente: il passaggio dalla pendenza del profilo c_{ℓ_∞} a quella dell'ala finita c_{ℓ_α} (senza il quale avremmo sovrastimato il carico del 17 %) e la scelta dell'atmosfera ISA per la densità in quota.

Le *costruzioni* hanno poi tradotto quel numero in sollecitazioni. La semiala è una mensola di quasi quindici metri: la portanza la flette verso l'alto, ma combustibile e motore — che nel riferimento accelerato «pesano» n volte — la alleggeriscono proprio dove serve. L'esercizio 7.4 ci ha mostrato che questo alleggerimento vale, da solo, quasi un 7 % di momento all'incastro. I diagrammi portano le firme che la teoria prevede: taglio lineare a tratti con un salto sotto il motore, momento parabolico con massimo all'incastro: 326 kN e 2414 kN m in raffica — undici automobili appese all'estremità dell'ala.

Infine la *tecnologia*: quei numeri non spaventano un cassone bilongherone a semiguscio, che ripartisce con eleganza i compiti — flessione alle solette e ai pannelli, taglio alle anime, torsione al contorno chiuso — e in più regala il volume per il serbatoio integrale.

Se in sede d'esame saprete raccontare questa catena — ambiente → aerodinamica → fattore di carico → sollecitazioni → struttura — dichiarando ogni ipotesi nel punto in cui la usate, avrete fatto esattamente il mestiere dell'ingegnere: non ricordare formule, ma *scegliere modelli* e conoscerne i limiti.

A Verifica numerica in Python

Come da prassi della Serie, ogni valore numerico della monografia nasce da uno script Python indipendente, eseguito prima della composizione. Se ne riporta il nucleo, utile anche come esercizio di laboratorio.

verifica_2018_suppletiva.py (estratto)

```
import numpy as np
g = 9.80665
# --- dati ---
z, V, U = 4500.0, 480/3.6, 12.5
clinf, W, WS, b, a_fus = 6.28, 350e3, 2450.0, 32.0, 2.60
mc, bc, mm, bm = 1200.0, 12.5, 508.0, 8.65
# --- geometria ---
S = W/WS; AR = b**2/S; l = (b-a_fus)/2
# --- ISA a 4500 m ---
T = 288.15 - 0.0065*z
p = 101325*(T/288.15)**(g/(0.0065*287.058))
rho = p/(287.058*T) # 0.7768 kg/m^3
# --- ala finita e raffica ---
cla = clinf/(1 + clinf/(np.pi*0.90*AR)) # 4.794 1/rad
n = 1 + rho*V*U*cla/(2*WS) # 2.2667
# --- carichi e sollecitazioni alla radice ---
pL, wc, Fm = W/b, mc*g/bc, mm*g
T0 = n*(pL*l - wc*bc - Fm) # 326.5 kN
M0 = n*(pL*l**2/2 - wc*bc**2/2 - Fm*bm) # 2414.3 kN m
```

Tabella 3. Quadro riassuntivo dei risultati.

Grandezza	Simbolo	Valore
Superficie alare	S	142,9 m ²
Corda	c	4,46 m
Allungamento	AR	7,17
Lunghezza semiala	ℓ	14,70 m
Densità ISA a 4500 m	ρ	0,777 kg/m ³
Pendenza ala finita	c_{ℓ_a}	4,79/rad
Variazione d'incidenza	$\Delta\alpha$	5,4°
Fattore di carico	n	2,27
Portanza in eccesso	ΔL	443 kN
Taglio all'incastro ($n = 1$)	$T_1(0)$	144,0 kN
Momento all'incastro ($n = 1$)	$M_1(0)$	1065 kN m
Taglio all'incastro (raffica)	$T_n(0)$	326,5 kN
Momento all'incastro (raffica)	$M_n(0)$	2414 kN m