

Il Volo Librato

Esercizi svolti sulla meccanica del volo dell'aliante

Prof. Ing. Raucci Biagio

Questa raccolta propone ventisei esercizi svolti sul volo librato dell'aliante, presentati con lo stesso impianto degli appunti di Strutture aeronautiche: ogni esercizio è risolto passo per passo, con l'obiettivo dichiarato di ciascun passaggio, la formula impiegata e l'interpretazione fisica del risultato. I valori numerici finali sono evidenziati in **grassetto**; dove utile, la polare, l'odografa o la curva di efficienza sono tracciate direttamente in figura. Un breve formulario iniziale rende la raccolta autoconsistente.

Richiami di teoria

Questa prima parte raccoglie, in forma essenziale ma autoconsistente, tutta la teoria impiegata negli esercizi: l'equilibrio del volo librato, la velocità di volo, l'odografa, la polare parabolica con la deduzione dei punti caratteristici, le prestazioni di distanza e di quota, l'effetto del vento, dei diruttori e della zavorra, e infine la lettura strumentale in prova di volo. Le derivazioni sono svolte per intero, perché è dal loro meccanismo che discende il significato fisico dei risultati.

1. L'equilibrio del volo librato

Nel volo librato (o planata) il velivolo procede *senza propulsione*: l'unica sorgente di energia è la quota, che viene convertita in lavoro contro la resistenza aerodinamica. In regime rettilineo uniforme la traiettoria è una retta inclinata di un angolo γ sotto l'orizzonte, detto *angolo di rampa*, e l'accelerazione è nulla. Agiscono tre forze soltanto: il peso W (verticale), la portanza L (normale alla traiettoria) e la resistenza D (parallela alla traiettoria e opposta al moto).

Teoria – equazioni dell'equilibrio

Proiettando il peso lungo la normale e la tangente alla traiettoria:

$$L = W \cos \gamma, \quad D = W \sin \gamma \quad (1)$$

Dividendo membro a membro si ottiene la relazione fondamentale della planata:

$$\tan \gamma = \frac{D}{L} = \frac{C_D}{C_L} = \frac{1}{E} \quad (2)$$

dove $E = C_L/C_D$ è l'efficienza aerodinamica.

La (2) è la chiave di lettura di tutta la meccanica del volo librato: *l'angolo di discesa dipende solo dall'assetto aerodinamico*, cioè dal rapporto fra i coefficienti, e non dal peso né dalla quota. Volare più efficienti significa scendere meno ripidi. La proiezione (1) è esatta per qualunque γ : nella maggior parte degli assetti γ è di pochi gradi e si può porre $\cos \gamma \simeq 1$, ma quando l'assetto si avvicina alla portanza nulla (picchiata) l'angolo diventa grande e la forma esatta va mantenuta.

Analogia pratica – il motore è la gravità

Un aliante in planata è una biglia che rotola su un piano inclinato la cui pendenza è regolata dal pilota tramite l'assetto: a C_L di massima efficienza il piano è quasi orizzontale (discesa dolce), a C_L piccoli è quasi verticale (picchiata). La componente $W \sin \gamma$ del peso lungo la china è la “spinta” che vince la resistenza.

2. La velocità di volo e la costante 1,277

Dall'equilibrio della portanza $L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = W \cos \gamma$ si ricava la velocità vera V sulla traiettoria:

$$V = \sqrt{\frac{2 (W/S) \cos \gamma}{\rho C_L}} \quad (3)$$

dove W/S è il *carico alare*. Introducendo la densità relativa $\sigma = \rho/\rho_0$ rispetto al valore al livello del mare $\rho_0 = 1,2257 \text{ kg/m}^3$, si mette in evidenza una costante ricorrente:

Teoria – velocità di volo e costante caratteristica

$$V = \frac{1,277}{\sqrt{\sigma}} \sqrt{\frac{W/S}{C_L}} \sqrt{\cos \gamma}, \quad 1,277 = \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2}{1,2257}} \quad (4)$$

Nella grande maggioranza degli assetti $\cos \gamma \simeq 1$ e il fattore $\sqrt{\cos \gamma}$ si omette; va invece tenuto in picchiata.

La costante $1,277 \text{ (m/s)} / \sqrt{\text{N/m}^2}$ raccoglie una volta per tutte il fattore $\sqrt{2/\rho_0}$: se W/S è in N/m^2 , la (4) fornisce V in m/s . Il termine $1/\sqrt{\sigma}$ traduce l'effetto della quota: a parità di assetto, salendo l'aria si dirada e la velocità vera cresce.

Definizione – velocità indicata e velocità vera

L'anemometro, misurando la pressione dinamica $q = \frac{1}{2} \rho V^2$, indica la *velocità equivalente* (o indicata) V_i riferita a ρ_0 . La velocità vera V si ottiene con

$$V = \frac{V_i}{\sqrt{\sigma}} \quad (5)$$

Analogamente il *variometro* misura la componente verticale della velocità, $w = V \sin \gamma$, cioè il *rateo di discesa*.

3. L'odografa del volo librato

Al variare dell'assetto (cioè di C_L), l'estremo del vettore velocità descrive nel piano una curva detta *odografa*. Ogni suo punto ha componenti orizzontale e verticale

$$u = V \cos \gamma, \quad w = V \sin \gamma \quad (6)$$

ovvero, in coordinate polari, distanza V dall'origine e anomalia γ . L'odografa riassume graficamente tutte le prestazioni di planata: la tangente per l'origine individua l'angolo minimo (massima efficienza), il punto più alto individua il minimo rateo di discesa, e l'asintoto verticale la velocità limite.

Quando l'assetto spazia fino alla portanza nulla gli angoli non sono più piccoli, e conviene lavorare con il *coefficiente di forza aerodinamica totale*

$$C_F = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}, \quad V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_F}}, \quad \gamma = \arctan \frac{C_D}{C_L} \quad (7)$$

che tratta L e D come componenti di un'unica forza inclinata di γ rispetto alla portanza: la (7) è esatta e, per $C_L = 0$, restituisce la picchiata verticale ($\gamma = 90^\circ$).

4. La polare parabolica e la geometria dell'ala

La *polare* lega i due coefficienti. Per un velivolo completo si adotta la forma parabolica

Teoria – polare parabolica

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR} \quad (8)$$

somma di un termine costante C_{D_0} (*resistenza parassita*, indipendente dalla portanza) e di un termine $C_L^2/(\pi e AR)$ (*resistenza indotta*), che cresce col quadrato della portanza. Qui $AR = b^2/S$ è l'allungamento alare, b l'apertura, S la superficie ed e il *fattore di Oswald* ($e \leq 1$, con $e = 1$ per distribuzione di portanza ellittica).

Per un'ala si usano inoltre le relazioni geometriche $S = b \bar{c}$ (con $\bar{c}$ corda media) e $AR = b^2/S = b/\bar{c}$. La resistenza indotta è il prezzo aerodinamico della portanza finita: i vortici liberi di estremità inducono una velocità verso il basso (*downwash*) che inclina all'indietro la forza aerodinamica. Un allungamento elevato — le ali lunghe e strette degli alianti — riduce questo termine ed è la ragione fisica delle loro efficienze elevate.

5. Efficienza massima e minimo angolo di rampa

L'assetto di massima efficienza è quello che rende minimo l'angolo di discesa e massima la distanza percorsa. Si cerca il massimo di $E = C_L/C_D$ sostituendo la polare (8):

$$E(C_L) = \frac{C_L}{C_{D_0} + k C_L^2}, \quad k = \frac{1}{\pi e AR} \quad (9)$$

Annullando la derivata, $\frac{dE}{dC_L} = \frac{C_{D_0} - k C_L^2}{(C_{D_0} + k C_L^2)^2} = 0$, si ottiene $k C_L^2 = C_{D_0}$, cioè la condizione notevole

Teoria – efficienza massima

La massima efficienza si ha quando la *resistenza indotta eguaglia la parassita*, $C_{D_i} = C_{D_0}$:

$$C_L^* = \sqrt{\pi e AR C_{D_0}}, \quad E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{e AR}{C_{D_0}}}, \quad \gamma_{\min} = \arctan \frac{1}{E_{\max}} \quad (10)$$

avendo posto $0,886 = \sqrt{\pi}/2$.

Il coefficiente 0,886 nasce dal calcolo: a $C_{D_i} = C_{D_0}$ si ha $C_D = 2C_{D_0}$ e $E_{\max} = C_L^*/(2C_{D_0}) = \sqrt{\pi e AR C_{D_0}}/(2C_{D_0}) = (\sqrt{\pi}/2)\sqrt{e AR/C_{D_0}}$. Graficamente, sul piano (C_D, C_L) l'efficienza massima corrisponde alla *tangente condotta dall'origine alla polare*: il punto di tangenza è l'assetto ottimo.

6. Minimo rateo di discesa e indice di quota

Per restare in aria il più a lungo possibile — o per sfruttare al meglio una corrente ascendente — non interessa l'angolo minimo, ma il minimo *rateo di discesa* $w = V \sin \gamma$. Poiché per angoli piccoli $\sin \gamma \simeq C_D/C_L$ e $V \propto 1/\sqrt{C_L}$, si ha

$$w = \frac{1,277}{\sqrt{\sigma}} \sqrt{W/S} \frac{C_D}{C_L^{3/2}} = \frac{1,277}{\sqrt{\sigma}} \frac{\sqrt{W/S}}{F}, \quad F = E \sqrt{C_L} = \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \quad (11)$$

dove F è detto *indice di quota*. Minimizzare w equivale a massimizzare F . Annullando la derivata di $F(C_L) = C_L^{3/2}/(C_{D_0} + k C_L^2)$ si trova $k C_L^2 = 3 C_{D_0}$:

Teoria – minimo rateo di discesa

Il minimo rateo di discesa si ha quando la *resistenza indotta è tripla della parassita*, $C_{D_i} = 3 C_{D_0}$:

$$C_L^{**} = \sqrt{3\pi e AR C_{D_0}}, \quad F_{\max} = 1,345 \sqrt[4]{\frac{(e AR)^3}{C_{D_0}}}, \quad w_{\min} = \frac{1,277}{\sqrt{\sigma}} \frac{\sqrt{W/S}}{F_{\max}} \quad (12)$$

L'assetto di minima discesa è più *cabrato* (portanza maggiore, $C_L^{**} = \sqrt{3} C_L^*$) e quindi più *lento* di quello di massima efficienza: chi vuole galleggiare vola piano, chi vuole andare lontano vola un po' più forte. La curva di F è molto piatta attorno al massimo, per cui piccoli errori di assetto costano pochissimo in rateo di discesa: è un margine prezioso nel volo in termica.

7. La velocità limite in candela

All'estremo opposto della polare, in *picchiata verticale* stabilizzata ($\gamma = 90^\circ$, $C_L = 0$), tutto il peso è equilibrato dalla sola resistenza parassita: $W = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0}$. Ne segue la *velocità limite*

Teoria – velocità limite

$$V_{\text{lim}} = \frac{1,277}{\sqrt{\sigma}} \sqrt{\frac{W/S}{C_{D_0}}} \quad (13)$$

È la massima velocità raggiungibile a motore spento; sull'odografa corrisponde all'asintoto verticale. Poiché dipende da $1/\sqrt{C_{D_0}}$, è la grandezza che i diruttori (Sezione 9) abbattano più efficacemente.

8. Distanza di planata ed effetto del vento

In aria calma la distanza orizzontale percorsa dipende solo dall'efficienza e dal dislivello:

$$s_{\text{max}} = E_{\text{max}} \Delta z \quad (14)$$

risultato puramente aerodinamico: né il peso né la quota vi compaiono (il peso cambia solo la *velocità* con cui la distanza è percorsa). In presenza di un vento orizzontale di velocità V_w , la traiettoria rispetto al suolo si modifica perché all'avanzamento proprio u si somma il trascinamento del vento, mentre il rateo w resta invariato:

Teoria – angolo rispetto al suolo con vento

$$\tan \gamma' = \frac{w}{u - V_w} \quad (15)$$

con vento contrario ($V_w > 0$) la traiettoria al suolo si irripidisce; con vento a favore si distende.

L'angolo al suolo va calcolato con l'*arcotangente* del rapporto fra i due cateti w e $u - V_w$, non con l'arcoseno: quest'ultimo sarebbe corretto solo dividendo w per il modulo $\sqrt{(u - V_w)^2 + w^2}$.

9. I freni aerodinamici (diruttori)

Per irripidire l'avvicinamento o per limitare la velocità in picchiata, l'aliante estrae dei *diruttori*: superfici piane, di area S_f e coefficiente C_{D_f} (tipicamente $\approx 1,6-1,7$, come una lastra normale al vento), che aumentano la sola resistenza parassita:

$$C'_{D_0} = C_{D_0} + C_{D_f} \frac{S_f}{S} \quad (16)$$

Il nuovo C'_{D_0} va sostituito nelle eqs. (10) and (13): cala l'efficienza massima (l'angolo minimo aumenta) e cala la velocità limite. Bastano superfici piccole perché il loro coefficiente unitario è due ordini di grandezza superiore a quello del velivolo pulito.

10. Effetto del peso e della zavorra

Efficienza, angoli di rampa e indice di quota dipendono *solo* dalla polare, quindi *non* cambiano con il peso. Cambiano invece tutte le velocità: dalla (4), a parità di assetto,

$$V \propto \sqrt{W/S}, \quad w \propto \sqrt{W/S}, \quad t \propto \frac{1}{\sqrt{W}} \quad (17)$$

Imbarcare *zavorra* d'acqua non accorcia dunque la planata, ma la rende più veloce: l'aliante zavorrato percorre la stessa distanza in meno tempo, a spese di un rateo di discesa maggiore. È la ragione per cui in gara, con termiche forti, si vola zavorrati.

11. Densità dell'aria in prova di volo

Quando le condizioni non sono quelle dell'aria tipo (Appendice), la densità si ricava dalle letture strumentali con l'equazione di stato dei gas:

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad R = 287,1 \text{ J/(kg K)} \quad (18)$$

con p in pascal (ricordando $760 \text{ mmHg} = 101\,325 \text{ Pa}$) e T in kelvin. Da ρ si ottengono σ e $1/\sqrt{\sigma}$, che convertono la velocità indicata in vera (5) e chiudono l'identificazione della polare a partire da tre sole letture (pressione, temperatura, velocità e rateo di discesa).

12. Volo librato ripido a motore spento

Per un velivolo che scende a motore spento lungo una traiettoria molto inclinata (grandi γ), l'equilibrio (1) resta valido *senza* approssimazioni. La componente del peso lungo la china,

$$R_{\text{tot}} = W \sin \gamma \quad (19)$$

è la resistenza totale che deve essere sviluppata per mantenere la velocità costante. Se la resistenza propria del velivolo è $D_{\text{vel}} = C_D q S$ (con $q = \frac{1}{2}\rho V^2$), i freni devono fornire la *resistenza addizionale*

$$R_{\text{add}} = R_{\text{tot}} - D_{\text{vel}} \quad (20)$$

Alle piccole portanze di una discesa ripida D_{vel} è modesta e quasi tutto il lavoro di frenatura ricade sui diruttori.

Esercizio 1

Costruire l'odografa del volo librato al livello del mare, in coordinate polari, per un aliante di peso $W = 4710 \text{ N}$ e superficie alare $S = 12 \text{ m}^2$, la cui polare è assegnata per punti:

C_L	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,3 ^(*)
C_D	0,0150	0,0158	0,0182	0,0221	0,0277	0,0350	0,0465	0,0625	0,0724

(*) punto oltre lo stallo.

Soluzione

Passo 1 — Forma dell'equilibrio. La polare spazia dalla portanza nulla (picchiata verticale) fino allo stallo: gli angoli di rampa non sono tutti piccoli, quindi si usa la forma esatta dell'equilibrio con il coefficiente di forza aerodinamica totale $C_F = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}$. Per ogni assetto si calcolano C_F , la velocità V e l'angolo $\gamma = \arctan(C_D/C_L)$.

Passo 2 — Costante dell'aliante. Il carico alare e il termine ricorrente della velocità valgono:

$$\frac{W}{S} = \frac{4710}{12} = 392,5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, \quad \frac{2(W/S)}{\rho_0} = \frac{2 \times 392,5}{1,2257} = 640,5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Al livello del mare ($\sigma = 1$) la velocità si riduce a $V = \sqrt{640,5/C_F}$: l'intera odografa dipende da questo unico numero e dalla polare.

Passo 3 — Costruzione punto per punto. Per ogni riga: $C_F = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}$, $V = \sqrt{640,5/C_F}$, $\gamma = \arctan(C_D/C_L)$ (con $\gamma = 90^\circ$ per $C_L = 0$).

C_L	C_D	C_F	$V \text{ (m/s)}$	γ
0	0,0150	0,0150	206,6	90°
0,2	0,0158	0,2006	56,5	$4^\circ 31'$
0,4	0,0182	0,4004	40,0	$2^\circ 36'$
0,6	0,0221	0,6004	32,7	$2^\circ 07'$
0,8	0,0277	0,8005	28,3	$1^\circ 59'$
1,0	0,0350	1,0006	25,3	$2^\circ 00'$
1,2	0,0465	1,2009	23,1	$2^\circ 13'$
1,4	0,0625	1,4014	21,4	$2^\circ 33'$
1,3	0,0724	1,3020	22,2	$3^\circ 11'$

Passo 4 — Lettura del risultato. L'angolo di rampa è minimo ($\gamma \approx 1^\circ 59'$) intorno a $C_L = 0,8$: è l'assetto di **efficienza massima**. Alle basse portanze la velocità cresce e la traiettoria si irripidisce, fino alla picchiata verticale a **206,6 m/s**, che è la velocità limite. Oltre lo stallo la resistenza aumenta a portanza calante e la traiettoria torna a irripidirsi.

Passo 5 — Grafico.

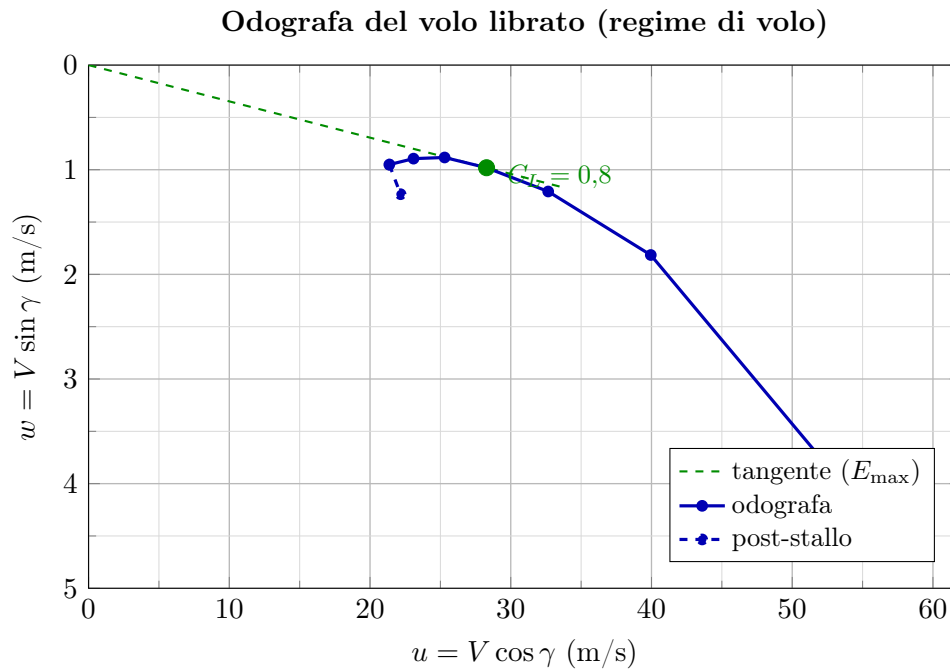


Figura 1: Odografa polare dell'Esercizio 1 (regime di volo). Ogni punto ha distanza dall'origine pari a V e anomalia γ ; la tangente verde individua l'assetto di efficienza massima. Il tratto punteggiato è post-stallo. Il punto di candela ($C_L = 0$, $V = 206,6$ m/s) cade fuori scala in alto.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Carico alare	W/S	392,5	N/m ²
Assetto di $E_{\max}$	C_L	0,8	—
Angolo di rampa minimo	$\gamma_{\min}$	1°59'	—
Velocità limite (candela)	$V_{\lim}$	206,6	m/s

Esercizio 2

Costruire l'odografa in coordinate cartesiane (u, w) , al livello del mare, per un aliante di peso $W = 4\,655\text{ N}$, superficie $S = 19,3\text{ m}^2$, apertura $b = 17,2\text{ m}$, $C_{D_0} = 0,016$, $C_{L,\max} = 1,5$ e fattore di Oswald $e = 0,9$.

Soluzione

Passo 1 — Polare parabolica. Servono l'allungamento e il denominatore della resistenza indotta:

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{17,2^2}{19,3} = \mathbf{15,33}, \quad \pi e AR = \pi \times 0,9 \times 15,33 = \mathbf{43,34}$$

da cui $C_D = 0,016 + C_L^2/43,34$ per ogni assetto fino a $C_{L,\max} = 1,5$.

Passo 2 — Formula della velocità. Con $W/S = 4\,655/19,3 = 241,2\text{ N/m}^2$:

$$1,277\sqrt{W/S} = 1,277\sqrt{241,2} = 19,84 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{19,84}{\sqrt{C_L}} \sqrt{\cos \gamma} \quad (\text{m/s})$$

con $\gamma = \arctan(C_D/C_L)$. Il fattore $\sqrt{\cos \gamma}$ è mantenuto perché alle bassissime portanze l'angolo diventa grande.

Passo 3 — Componenti dell'odografa. Per ogni C_L : C_D dalla polare, poi γ , V , e le componenti $u = V \cos \gamma$, $w = V \sin \gamma$.

C_L	C_D	$\cos \gamma$	$\sin \gamma$	$V \text{ (m/s)}$	$u \text{ (m/s)}$	$w \text{ (m/s)}$
0,01	0,0160	0,530	0,848	144,4	76,5	122,5
0,05	0,0160	0,952	0,305	88,6	84,4	27,0
0,10	0,0162	0,987	0,160	62,3	61,5	10,0
0,20	0,0169	0,996	0,084	44,3	44,1	3,73
0,40	0,0197	0,999	0,049	31,4	31,3	1,54
0,60	0,0243	0,999	0,041	25,6	25,6	1,04
0,80	0,0308	0,999	0,038	22,2	22,2	0,85
1,00	0,0391	0,999	0,039	19,8	19,8	0,77
1,20	0,0492	0,999	0,041	18,1	18,1	0,74
1,40	0,0612	0,999	0,044	16,8	16,7	0,73
1,50	0,0679	0,999	0,045	16,2	16,2	0,73

Passo 4 — Punti notevoli. Per $C_L \rightarrow 0$ la curva tende alla velocità limite:

$$V_{\lim} = 1,277\sqrt{\frac{241,2}{0,016}} = \mathbf{156,8\text{ m/s}} \approx 565\text{ km/h}$$

Il rateo minimo di discesa si legge in tabella, $w \approx \mathbf{0,73\text{ m/s}}$ fra $C_L = 1,4$ e lo stallo, coerente con $C_L^{**} = \sqrt{3\pi e AR C_{D_0}} = 1,44$.

Passo 5 — Grafico.

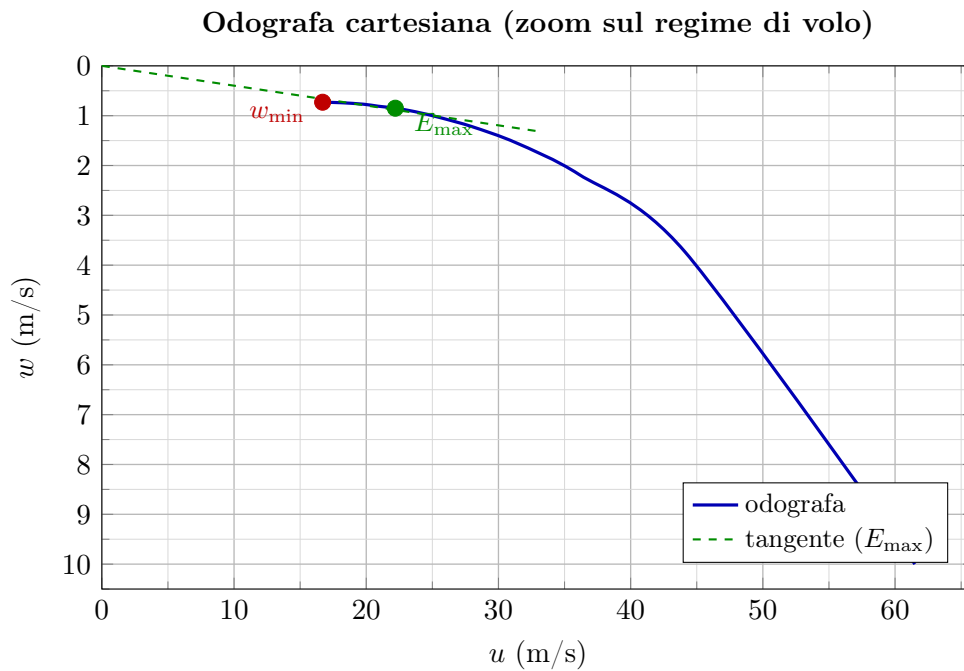


Figura 2: Odografa cartesiana dell'Esercizio 2 (asse w verso il basso). Sono evidenziati la tangente per l'origine ($E_{\max}$) e il punto di minimo rateo di discesa $w_{\min}$. Il ramo ad alta velocità tende all'asintoto $V_{\lim} = 156,8$ m/s (fuori scala).

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Allungamento alare	AR	15,33	—
Velocità limite (candela)	$V_{\lim}$	156,8	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,73	m/s

Esercizio 3

Determinare, al livello del mare, l'efficienza massima, il massimo indice di quota, la velocità di stallo, il rateo minimo di discesa e la velocità limite di un aliante di carico alare $W/S = 315 \text{ N/m}^2$ e polare assegnata per punti:

C_L	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,3 ^(*)
C_D	0,016	0,016	0,018	0,022	0,029	0,040	0,054	0,079	0,092

Soluzione

Passo 1 — Funzioni di prestazione. Con la polare per punti si calcolano, per ogni assetto, l'efficienza $E = C_L/C_D$ e l'indice di quota $F = E\sqrt{C_L}$, cercandone i massimi.

C_L	C_D	E	$F = E\sqrt{C_L}$
0,2	0,016	12,50	5,59
0,4	0,018	22,22	14,05
0,6	0,022	27,27	21,13
0,8	0,029	27,59	24,67
1,0	0,040	25,00	25,00
1,2	0,054	22,22	24,34
1,4	0,079	17,72	20,97

Il massimo di E cade a $C_L = 0,8$ ($E_{\max} = \mathbf{27,6}$); il massimo di F a $C_L = 1,0$ ($F_{\max} = \mathbf{25,0}$). L'assetto di minima discesa è più lento di quello di efficienza massima.

Passo 2 — Velocità di stallo. Allo stallo $C_{L,\max} = 1,4$, $C_D = 0,079$; $\gamma_s = \arctan(0,079/1,4) = 3^\circ 14'$, $\cos \gamma_s = 0,9984$:

$$V_{st} = 1,277 \sqrt{\frac{315}{1,4}} \sqrt{0,9984} = \mathbf{19,15 \text{ m/s}} = 68,9 \text{ km/h}$$

Passo 3 — Rateo minimo di discesa.

$$w_{\min} = \frac{1,277 \sqrt{315}}{F_{\max}} = \frac{22,67}{25,0} = \mathbf{0,91 \text{ m/s}}$$

È il minimo di corrente ascendente necessario a mantenere la quota.

Passo 4 — Velocità limite. In candela lavora il solo $C_{D_0} = 0,016$:

$$V_{\lim} = 1,277 \sqrt{\frac{315}{0,016}} = \mathbf{179,2 \text{ m/s}} = 645 \text{ km/h}$$

Passo 5 — Grafici.

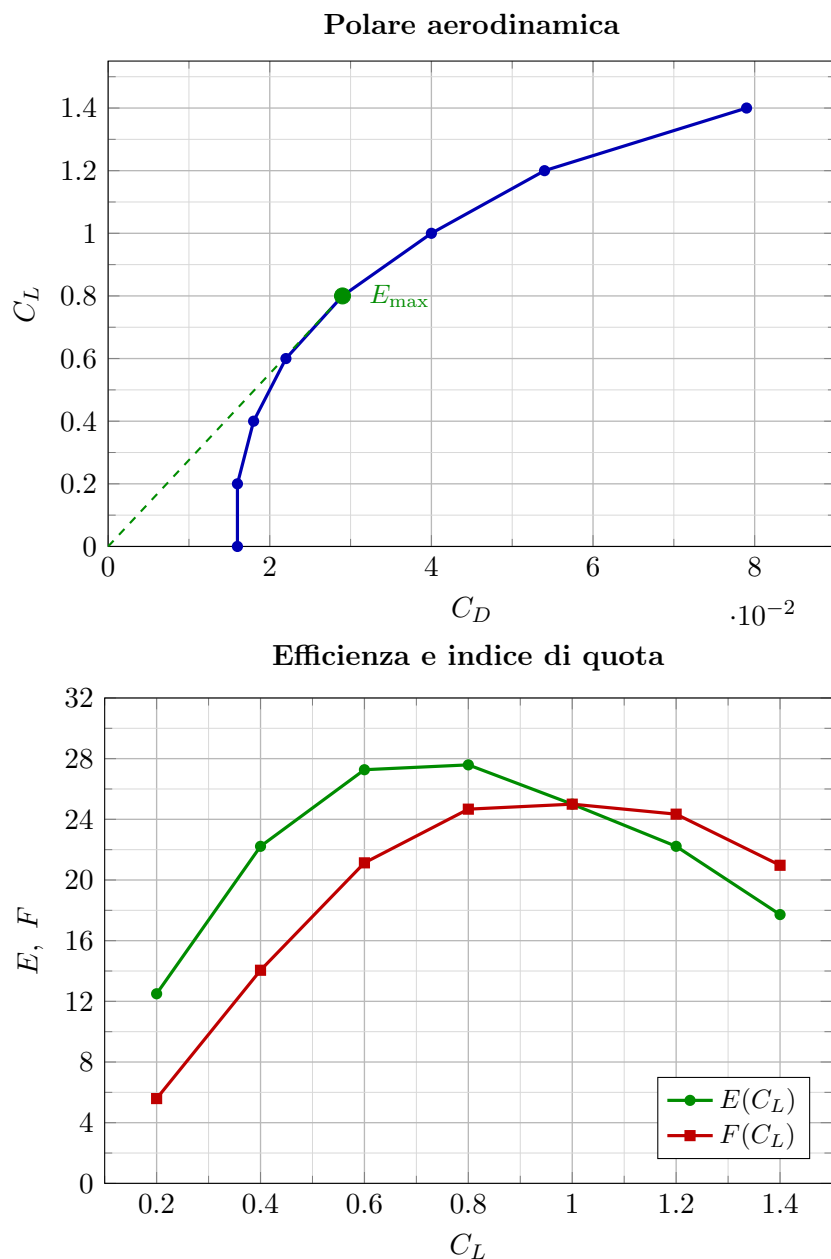


Figura 3: Polare per punti con tangente di efficienza massima (sinistra) e curve di efficienza E e indice di quota F (destra) dell'Esercizio 3.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima ($C_L = 0,8$)	$E_{\max}$	27,6	—
Indice di quota massimo ($C_L = 1,0$)	$F_{\max}$	25,0	—
Velocità di stallo	V_{st}	19,15	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,91	m/s
Velocità limite	$V_{\lim}$	179,2	m/s

Esercizio 4

Per un aliante di peso $W = 4710 \text{ N}$, superficie $S = 20 \text{ m}^2$, allungamento effettivo $eAR = 15$, coefficiente di stallo $C_{L,\max} = 1,6$ e $C_{D_0} = 0,015$, determinare al livello del mare: efficienza massima e minimo angolo di rampa; velocità di stallo; assetto di minimo rateo di discesa con la relativa velocità e il valore di $w_{\min}$.

Soluzione

Passo 1 — Efficienza massima e minimo angolo di rampa. Con la polare parabolica valgono le formule chiuse:

$$E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{15}{0,015}} = 0,886 \times 31,62 = \mathbf{28,0}, \quad \gamma_{\min} = \arctan \frac{1}{28,0} = \mathbf{2^\circ 03'}$$

Passo 2 — Velocità di stallo. Con $W/S = 4710/20 = 235,5 \text{ N/m}^2$; allo stallo:

$$C_D(C_{L,\max}) = 0,015 + \frac{1,6^2}{\pi \times 15} = 0,0693, \quad \gamma_s = \arctan \frac{0,0693}{1,6} = 2^\circ 29'$$

$$V_{st} = 1,277 \sqrt{\frac{235,5}{1,6}} \sqrt{\cos 2^\circ 29'} = \mathbf{15,5 \text{ m/s}} = 55,8 \text{ km/h}$$

Passo 3 — Assetto di minimo rateo di discesa. La teoria colloca l'ottimo a $C_{D_i} = 3C_{D_0}$:

$$C_L^{**} = \sqrt{3 \times \pi \times 15 \times 0,015} = 1,456, \quad F_{\max} = 1,345 \sqrt[4]{\frac{15^3}{0,015}} = \mathbf{29,3}$$

Verifica numerica tabulando E ed F ad alta portanza:

C_L	C_{D_i}	C_D	E	F
1,0	0,0212	0,0362	27,61	27,61
1,2	0,0306	0,0456	26,34	28,85
1,4	0,0416	0,0566	24,74	29,27
1,5	0,0477	0,0627	23,91	29,28
1,6	0,0543	0,0693	23,08	29,19

Il massimo numerico ($F = 29,28$ a $C_L = 1,5$) coincide con quello analitico: la curva di F è piattissima intorno all'ottimo, un vantaggio operativo perché piccoli errori di assetto costano pochissimo in rateo di discesa.

Passo 4 — Velocità e rateo di discesa all'ottimo. A $C_L = 1,5$ ($E = 23,91$, $\gamma = 2^\circ 24'$):

$$V = 1,277 \sqrt{\frac{235,5}{1,5}} \sqrt{\cos \gamma} = \mathbf{16,0 \text{ m/s}}, \quad w = V \sin \gamma = \mathbf{0,67 \text{ m/s}}$$

In alternativa, $w_{\min} = 1,277 \sqrt{235,5}/29,3 = 0,67 \text{ m/s}$: le due strade coincidono.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	28,0	—
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	2°03'	—
Velocità di stallo	V_{st}	15,5	m/s
Assetto di minima discesa	C_L^{**}	1,5	—
Velocità di minima discesa	V	16,0	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,67	m/s

Esercizio 5

Un aliante di superficie $S = 22,5 \text{ m}^2$, apertura $b = 18,7 \text{ m}$, fattore di Oswald $e = 0,95$ e $C_{D_0} = 0,015$, sganciato dal traino a 2300 m , deve raggiungere un campo posto a 200 m . Determinare la massima distanza orizzontale percorribile in aria calma.

Soluzione

Passo 1 — Efficienza massima. La distanza dipende solo dall'efficienza:

$$AR = \frac{18,7^2}{22,5} = 15,54, \quad e AR = 0,95 \times 15,54 = 14,76, \quad E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{14,76}{0,015}} = \mathbf{27,8}$$

con $\gamma_{\min} = \arctan(1/27,8) = 2^\circ 04'$.

Passo 2 — Distanza massima. Il dislivello è $\Delta z = 2300 - 200 = 2100 \text{ m}$:

$$s_{\max} = E_{\max} \Delta z = 27,8 \times 2100 = \mathbf{58,4 \text{ km}}$$

Passo 3 — Interpretazione. Né il peso né la quota entrano nel risultato: il peso cambia solo la velocità con cui la distanza viene percorsa. La distanza in aria calma è una proprietà puramente aerodinamica, dislivello per efficienza.

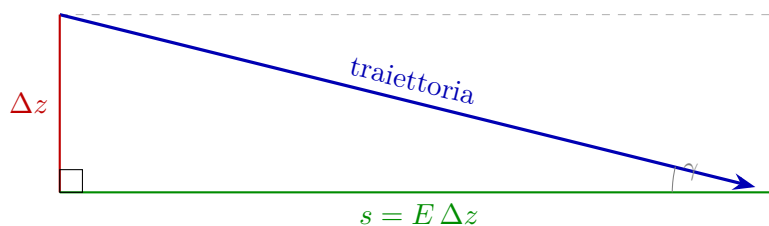


Figura 4: Geometria della planata dell'Esercizio 5: il dislivello Δz , la distanza s e l'angolo di rampa γ formano un triangolo rettangolo con $s = \Delta z / \tan \gamma = E \Delta z$.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	27,8	—
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	$2^\circ 04'$	—
Distanza massima	$s_{\max}$	58,4	km

Esercizio 6

Durante una planata stabilizzata gli strumenti indicano: pressione $p = 520$ mmHg, temperatura $t = 6^\circ\text{C}$, velocità indicata $V_i = 160$ km/h, rateo di discesa $w = 4$ m/s. L'aliante ha $W = 5\,200$ N, $S = 21$ m², $eAR = 16$. Determinare l'angolo di rampa, l'efficienza, i coefficienti C_L , C_D e il C_{D_0} .

Soluzione

Passo 1 — Densità dell'aria dalle letture. Le condizioni non sono quelle dell'aria tipo: si usa l'equazione di stato. Con 760 mmHg = $101\,325$ Pa:

$$p = \frac{520}{760} \times 101\,325 = 69\,328 \text{ Pa}, \quad T = 279 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{69\,328}{287,1 \times 279} = 0,8655 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \sigma = \frac{0,8655}{1,2257} = 0,7061$$

Passo 2 — Dalla velocità indicata alla velocità vera. Con $1/\sqrt{\sigma} = 1,190$:

$$V = \frac{V_i}{\sqrt{\sigma}} = 160 \times 1,190 = 190,4 \text{ km/h} = 52,9 \text{ m/s}$$

Passo 3 — Angolo di rampa ed efficienza. Il variometro misura la componente verticale w , quindi $\sin \gamma = w/V$:

$$\gamma = \arcsin \frac{4}{52,9} = 4^\circ 20', \quad E = \frac{1}{\tan \gamma} = 13,2$$

Passo 4 — Coefficienti aerodinamici. Dall'equilibrio $L = W \cos \gamma$:

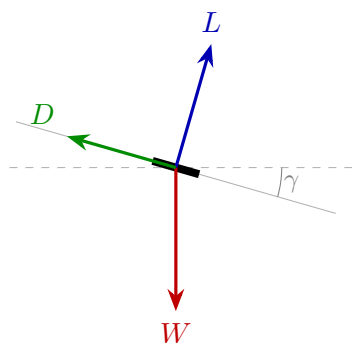
$$C_L = \frac{2(W/S) \cos \gamma}{\rho V^2} = \frac{2 \times (5\,200/21) \times \cos 4^\circ 20'}{0,8655 \times 52,9^2} = 0,204, \quad C_D = \frac{C_L}{E} = 0,0155$$

Passo 5 — Coefficiente di resistenza minimo. Ipotizzando la polare parabolica, si sottrae la resistenza indotta:

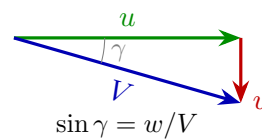
$$C_{D_0} = C_D - \frac{C_L^2}{\pi e AR} = 0,0155 - \frac{0,204^2}{\pi \times 16} = 0,0146$$

È la logica della prova di volo: da tre letture strumentali si identifica il parametro aerodinamico fondamentale.

Passo 6 — Diagrammi.



(a) Corpo libero della planata.



(b) Triangolo delle velocità.

Figura 5: Esercizio 6: il diagramma di corpo libero ($L = W \cos \gamma$, $D = W \sin \gamma$) e il triangolo delle velocità che lega la lettura del variometro w alla velocità vera V .

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Densità dell'aria	ρ	0,8655	kg/m ³
Velocità vera	V	52,9	m/s
Angolo di rampa	γ	4°20'	—
Efficienza	E	13,2	—
Coeff. di portanza	C_L	0,204	—
Coeff. di resistenza	C_D	0,0155	—
Coeff. resistenza minimo	C_{D_0}	0,0146	—

Esercizio 7

Un aliante di peso $W = 2\,254\text{ N}$ e superficie $S = 13,2\text{ m}^2$ ha $C_{D_0} = 0,015$. Si vuole che in picchiata verticale stabilizzata la velocità non superi 250 km/h al livello del mare. Determinare la superficie dei freni aerodinamici necessaria, con $C_{D_f} = 1,6$.

Soluzione

Passo 1 — Impostazione alla rovescia. È assegnata la velocità limite ($V = 250/3,6 = 69,4\text{ m/s}$) e si cerca la resistenza. Si inverte la formula della velocità limite rispetto al coefficiente di resistenza complessivo con freni estesi:

$$C'_{D_0} = \frac{2(W/S)}{\rho_0 V^2} = \frac{2 \times (2\,254/13,2)}{1,2257 \times 69,4^2} = \mathbf{0,0578}$$

Passo 2 — Superficie dei freni. Da $C'_{D_0} = C_{D_0} + C_{D_f} S_f/S$:

$$S_f = \frac{C'_{D_0} - C_{D_0}}{C_{D_f}} S = \frac{0,0578 - 0,015}{1,6} \times 13,2 = \mathbf{0,35\text{ m}^2}$$

Passo 3 — Interpretazione. Il coefficiente di resistenza minimo deve quasi quadruplicare, eppure bastano $0,35\text{ m}^2$ di diruttori perché il loro coefficiente unitario ($C_{D_f} = 1,6$, tipico di una lastra piana normale al vento) è cento volte quello del velivolo pulito.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Coeff. resistenza con freni	C'_{D_0}	0,0578	—
Superficie dei freni	S_f	0,35	m^2

Esercizio 8

Un aliante di peso $W = 2\,646\text{ N}$, carico alare $W/S = 216\text{ N/m}^2$, $C_{D_0} = 0,015$ e $eAR = 17$ ha freni di superficie $S_f = 0,55\text{ m}^2$ e $C_{D_f} = 1,7$. Determinare, con freni estesi al livello del mare, la velocità limite, l'efficienza massima e il minimo angolo di rampa.

Soluzione

Passo 1 — Coefficiente di resistenza con freni. La superficie alare è $S = W/(W/S) = 2\,646/216 = 12,25\text{ m}^2$:

$$C'_{D_0} = 0,015 + 1,7 \times \frac{0,55}{12,25} = \mathbf{0,0913}$$

Passo 2 — Velocità limite frenata.

$$V_{\text{lim}} = 1,277 \sqrt{\frac{216}{0,0913}} = \mathbf{62,1\text{ m/s}} = 224\text{ km/h}$$

Senza freni sarebbe $153\text{ m/s} \approx 553\text{ km/h}$: i freni la riducono a meno della metà.

Passo 3 — Efficienza massima frenata.

$$E'_{\text{max}} = 0,886 \sqrt{\frac{17}{0,0913}} = \mathbf{12,1}, \quad \gamma'_{\text{min}} = \arctan \frac{1}{12,1} = \mathbf{4^\circ 44'}$$

Passo 4 — Interpretazione. L'angolo di discesa minimo passa da circa 2° (velivolo pulito) a quasi 5° : è ciò che il pilota cerca in finale, una traiettoria ripida e controllabile per scavalcare gli ostacoli e toccare nel punto voluto.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Coeff. resistenza con freni	C'_{D_0}	0,0913	—
Velocità limite frenata	V_{lim}	62,1	m/s
Efficienza massima frenata	E'_{max}	12,1	—
Minimo angolo di rampa	γ'_{min}	$4^\circ 44'$	—

Esercizio 9

Durante una prova di volo, un aliante di peso $W = 4410 \text{ N}$, superficie $S = 18,3 \text{ m}^2$ e $AR = 17$ scende in planata stabilizzata da 2800 m a 2700 m in 55 s , mantenendo velocità indicata $V_i = 100 \text{ km/h}$. Determinare l'angolo di rampa, l'efficienza, i coefficienti C_L , C_D , il C_{D_0} e l'efficienza massima.

Soluzione

Passo 1 — Rateo di discesa.

$$w = \frac{2800 - 2700}{55} = 1,82 \text{ m/s}$$

Passo 2 — Velocità vera alla quota media. Sull'intervallo si usano i valori medi dell'aria tipo: $1/\sqrt{\sigma} = 1,146$, $\rho_m = 0,9333 \text{ kg/m}^3$:

$$V = V_i \times 1,146 = 114,6 \text{ km/h} = 31,83 \text{ m/s}$$

Passo 3 — Angolo di rampa ed efficienza.

$$\gamma = \arcsin \frac{1,82}{31,83} = 3^\circ 16', \quad E = \frac{1}{\tan \gamma} = 17,5$$

Passo 4 — Coefficienti aerodinamici. Con $\cos \gamma = 0,9984$ e $W/S = 4410/18,3 = 241,0 \text{ N/m}^2$:

$$C_L = \frac{2 \times 241,0 \times 0,9984}{0,9333 \times 31,83^2} = 0,509, \quad C_D = \frac{C_L}{E} = 0,0291$$

Passo 5 — Coefficiente di resistenza minimo ed efficienza massima.

$$C_{D_0} = 0,0291 - \frac{0,509^2}{\pi \times 17} = 0,0243, \quad E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{17}{0,0243}} = 23,4$$

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Rateo di discesa	w	1,82	m/s
Velocità vera	V	31,83	m/s
Angolo di rampa	γ	$3^\circ 16'$	—
Efficienza	E	17,5	—
Coeff. di portanza	C_L	0,509	—
Coeff. di resistenza	C_D	0,0291	—
Coeff. resistenza minimo	C_{D_0}	0,0243	—
Efficienza massima	$E_{\max}$	23,4	—

Esercizio 10

Si vuole progettare un aliante di peso $W = 5\,200\text{ N}$ e carico alare $W/S = 284\text{ N/m}^2$, capace di un angolo di rampa minimo di 2° . Stimando $C_{D_0} = 0,015$ e fattore di Oswald unitario, determinare l'allungamento necessario, la superficie, l'apertura e la corda media.

Soluzione

Passo 1 — Dal requisito all'efficienza. Il requisito di pendenza è un requisito di efficienza:

$$E_{\max} = \frac{1}{\tan 2^\circ} = \mathbf{28,6}$$

Passo 2 — Dall'efficienza all'allungamento. Invertendo la formula dell'efficienza massima:

$$\mathcal{AR} = \frac{E_{\max}^2 C_{D_0}}{0,886^2} = \frac{28,6^2 \times 0,015}{0,785} = \mathbf{15,7}$$

Passo 3 — Geometria dell'ala.

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{5\,200}{284} = \mathbf{18,3\text{ m}^2}, \quad b = \sqrt{\mathcal{AR} \cdot S} = \sqrt{15,7 \times 18,3} = \mathbf{16,9\text{ m}}$$

$$\bar{c} = \frac{S}{b} = \frac{18,3}{16,9} = \mathbf{1,08\text{ m}}$$

Passo 4 — Interpretazione. Da un requisito operativo (la pendenza) si risale a un parametro aerodinamico (l'efficienza) e da questo alla geometria: la silhouette classica dell'aliante, quasi 17 m di apertura per un metro di corda.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	28,6	—
Allungamento alare	$\mathcal{AR}$	15,7	—
Superficie alare	S	18,3	m^2
Apertura alare	b	16,9	m
Corda media	$\bar{c}$	1,08	m

Esercizio 11

Un aliante con carico alare $W/S = 314 \text{ N/m}^2$, $C_{D_0} = 0,015$ e $eAR = 18,9$ incontra a 1 000 m una corrente ascendente uniforme di 5 m/s. Quanto tempo impiega a salire fino a 3 000 m, volando all'assetto di minimo rateo di discesa?

Soluzione

Passo 1 — Massimo indice di quota.

$$F_{\max} = 1,345 \sqrt[4]{\frac{18,9^3}{0,015}} = \mathbf{34,8}$$

Passo 2 — Rateo minimo di discesa alla quota media. La salita copre 1 000–3 000 m: si valuta $w_{\min}$ alla quota media di 2 000 m, dove $1/\sqrt{\sigma} = 1,1032$:

$$w_{\min} = 1,277 \sqrt{314} \times 1,1032 \times \frac{1}{34,8} = \mathbf{0,72 \text{ m/s}}$$

Passo 3 — Rateo di salita netto e tempo. L'aliante scende di 0,72 m/s rispetto all'aria, ma l'aria sale di 5 m/s:

$$w_{\text{salita}} = 5 - 0,72 = 4,28 \text{ m/s}, \quad \Delta t = \frac{2\,000}{4,28} = \mathbf{467 \text{ s} \approx 7'47''}$$

Passo 4 — Interpretazione. La correzione di quota su $w_{\min}$ vale circa il 10% del suo valore al suolo ma pesa meno del 2% sul tempo totale, perché $w_{\min} \ll w_a$: quando la termica è forte, l'aliante sale quasi alla velocità dell'aria.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Indice di quota massimo	$F_{\max}$	34,8	—
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,72	m/s
Rateo di salita netto	w_{salita}	4,28	m/s
Tempo di salita	Δt	7'47''	—

Esercizio 12

Due alianti aerodinamicamente identici scendono, in aria calma, da 2 000 m al suolo percorrendo entrambi 18 km: il primo in un'ora, il secondo in un'ora e venti minuti. Il primo ha carico alare $(W/S)_1 = 275 \text{ N/m}^2$.

- Determinare il carico alare del secondo e l'efficienza (comune).
- Determinare l'angolo di rampa rispetto al suolo con vento contrario di 3 m/s.

Soluzione

Passo 1 — Componenti di velocità. Stessa traiettoria in tempi diversi:

$$u_1 = \frac{18\,000}{3\,600} = 5 \text{ m/s}, \quad w_1 = \frac{2\,000}{3\,600} = 0,556 \text{ m/s};$$

$$u_2 = \frac{18\,000}{4\,800} = 3,75 \text{ m/s}, \quad w_2 = \frac{2\,000}{4\,800} = 0,417 \text{ m/s}$$

L'efficienza è comune: $E = u/w = 18\,000/2\,000 = 9$.

Passo 2 — Carico alare del secondo alante. Per la similitudine, a parità di assetto le velocità scalano come $\sqrt{W/S}$:

$$(W/S)_2 = (W/S)_1 \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^2 = 275 \times \left(\frac{60}{80} \right)^2 = 155 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Passo 3 — Angoli di rampa con vento contrario. Il vento trasla il moto rispetto al suolo. Con $V_w = 3 \text{ m/s}$:

$$\tan \gamma'_1 = \frac{w_1}{u_1 - V_w} = \frac{0,556}{5 - 3} = 0,278 \implies \gamma'_1 = 15^\circ 31'$$

$$\tan \gamma'_2 = \frac{w_2}{u_2 - V_w} = \frac{0,417}{3,75 - 3} = 0,556 \implies \gamma'_2 = 29^\circ 03'$$

Passo 4 — Grafico.

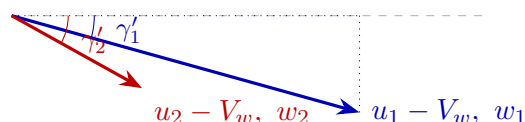


Figura 6: Esercizio 12: triangoli delle velocità rispetto al suolo con vento contrario, in scala reale. L'aliante più lento (rosso) ha traiettoria quasi doppia in pendenza.

Attenzione – seno o tangente?

L'angolo al suolo va calcolato con l'*arcotangente* di $w/(u - V_w)$, perché w e $u - V_w$ sono i due *cateti* del triangolo rispetto al suolo. In alcune soluzioni tradizionali compare $\arcsin(w/(u - V_w))$, che dà $16^\circ 08'$ e $33^\circ 45'$: valori errati, con errore crescente all'aumentare dell'angolo. L'arcoseno sarebbe legittimo solo dividendo w per

il *modulo* $\sqrt{(u - V_w)^2 + w^2}$.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Carico alare 2° aliante	$(W/S)_2$	155	N/m ²
Efficienza (comune)	E	9	—
Angolo al suolo, aliante 1	γ'_1	15°31'	—
Angolo al suolo, aliante 2	γ'_2	29°03'	—

Esercizio 13

Un velivolo a reazione di peso $W = 80\,000\text{ N}$ e carico alare $W/S = 3\,100\text{ N/m}^2$ scende, a motore spento, lungo una traiettoria inclinata di 71° sull'orizzonte, a velocità costante $V = 620\text{ km/h}$ alla quota di $3\,000\text{ m}$. All'assetto di volo l'efficienza è $E = 3$. Determinare la resistenza aerodinamica del velivolo e la resistenza addizionale che i freni devono fornire.

Soluzione

Passo 1 — Equilibrio sulla traiettoria ripida. A velocità costante l'equilibrio vale anche a 71° , senza approssimazioni:

$$L = W \cos 71^\circ, \quad R_{\text{tot}} = W \sin 71^\circ = 80\,000 \times 0,9455 = \mathbf{75\,641\text{ N}}$$

dove R_{tot} è la resistenza totale (velivolo più freni) necessaria a impedire l'accelerazione lungo la china.

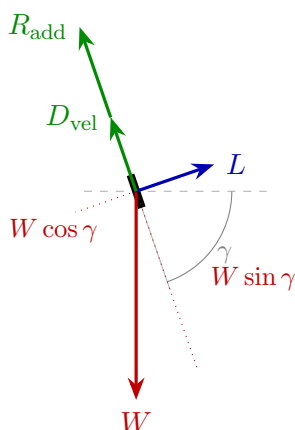


Figura 7: Esercizio 13: corpo libero sulla traiettoria a 71° . Il peso si scompone in $W \cos \gamma$ (equilibrato dalla portanza) e $W \sin \gamma$ lungo la china, contrastato dalla somma della resistenza del velivolo D_{vel} e della resistenza addizionale dei freni R_{add} .

Passo 2 — Coefficiente di portanza. Con $\rho_{3000} = 0,9096\text{ kg/m}^3$ e $V = 620/3,6 = 172,2\text{ m/s}$:

$$C_L = \frac{2(W/S) \cos 71^\circ}{\rho V^2} = \frac{2 \times 3\,100 \times 0,3256}{0,9096 \times 172,2^2} = \mathbf{0,0748}$$

Passo 3 — Resistenza propria del velivolo. All'assetto $E = 3$: $C_D = C_L/3 = 0,0249$. Con $S = 80\,000/3\,100 = 25,8\text{ m}^2$ e $q = \frac{1}{2}\rho V^2 = 13\,489\text{ Pa}$:

$$D_{\text{vel}} = C_D q S = 0,0249 \times 13\,489 \times 25,8 = \mathbf{8\,682\text{ N}}$$

Passo 4 — Resistenza addizionale dei freni.

$$R_{\text{add}} = R_{\text{tot}} - D_{\text{vel}} = 75\,641 - 8\,682 = \mathbf{66\,959\text{ N}}$$

Passo 5 — Interpretazione. Quasi il 90% del freno lo devono fare i diruttori: alle piccolissime portanze di una discesa così ripida l'ala quasi non resiste, e il peso proiettato lungo la china è un motore formidabile. Senza freni il velivolo accelererebbe di circa $8,2\text{ m/s}^2$, quasi un'intera g .

Attenzione – verifica della sottrazione

In qualche soluzione tradizionale la sottrazione finale riporta 66 272 N: è un refuso, il valore corretto è $75\,641 - 8\,682 = 66\,959$ N. Le sottrazioni si verificano sommando.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Coeff. di portanza	C_L	0,0748	—
Coeff. di resistenza	C_D	0,0249	—
Resistenza del velivolo	D_{vel}	8 682	N
Resistenza totale	R_{tot}	75 641	N
Resistenza addizionale	R_{add}	66 959	N

Esercizio 14

Costruire l'odografa in coordinate polari, al livello del mare, per un aliante di peso $W = 5\,390\text{ N}$ e superficie $S = 14\text{ m}^2$, con polare:

C_L	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,3 ^(*)
C_D	0,0160	0,0168	0,0192	0,0231	0,0287	0,0360	0,0475	0,0635	0,0734

Soluzione

Passo 1 — Costante dell'aliante.

$$\frac{W}{S} = \frac{5\,390}{14} = 385 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, \quad \frac{2(W/S)}{\rho_0} = 628,2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{628,2}{C_F}}$$

Passo 2 — Odografa punto per punto. Come nell'Esercizio 1: $C_F = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}$, poi V e $\gamma = \arctan(C_D/C_L)$.

C_L	C_D	C_F	$V \text{ (m/s)}$	γ
0	0,0160	0,0160	198,2	90°
0,2	0,0168	0,2007	55,9	4°48'
0,4	0,0192	0,4005	39,6	2°45'
0,6	0,0231	0,6004	32,4	2°12'
0,8	0,0287	0,8005	28,0	2°03'
1,0	0,0360	1,0006	25,1	2°04'
1,2	0,0475	1,2009	22,9	2°16'
1,4	0,0635	1,4014	21,2	2°36'
1,3	0,0734	1,3021	22,0	3°14'

Passo 3 — Punti notevoli. L'efficienza massima cade a $C_L = 0,8$ con $\gamma_{\min} \approx 2^\circ 03'$; la velocità limite in candela è $V_{\lim} = 198,2 \text{ m/s} \approx 713 \text{ km/h}$. La costruzione grafica è identica a quella dell'Esercizio 1.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Carico alare	W/S	385	N/m^2
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	2°03'	—
Velocità limite	$V_{\lim}$	198,2	m/s

Esercizio 15

Costruire l'odografia cartesiana, al livello del mare, per un aliante di peso $W = 4410 \text{ N}$, superficie $S = 18 \text{ m}^2$, apertura $b = 16,4 \text{ m}$, $C_{D0} = 0,016$, $C_{L,\max} = 1,5$, $e = 0,9$.

Soluzione

Passo 1 — Polare parabolica.

$$AR = \frac{16,4^2}{18} = \mathbf{14,94}, \quad \pi e AR = 42,25 \implies C_D = 0,016 + \frac{C_L^2}{42,25}$$

Passo 2 — Formula della velocità. Con $W/S = 4410/18 = 245 \text{ N/m}^2$: $1,277\sqrt{245} = 19,99$ e $V = 19,99\sqrt{\cos\gamma}/\sqrt{C_L}$.

Passo 3 — Tabella dell'odografia. La curva ha la stessa forma di quella dell'Esercizio 2, con l'asintoto alla nuova velocità limite.

C_L	C_D	$\cos\gamma$	$\sin\gamma$	$V \text{ (m/s)}$	$u \text{ (m/s)}$	$w \text{ (m/s)}$
0,01	0,0160	0,530	0,848	145,6	77,1	123,4
0,10	0,0162	0,987	0,160	62,8	62,0	10,1
0,20	0,0169	0,996	0,084	44,6	44,5	3,77
0,40	0,0198	0,999	0,049	31,6	31,6	1,56
0,60	0,0245	0,999	0,041	25,8	25,8	1,05
0,80	0,0311	0,999	0,039	22,4	22,3	0,87
1,00	0,0397	0,999	0,040	20,0	20,0	0,79
1,20	0,0501	0,999	0,042	18,2	18,2	0,76
1,40	0,0624	0,999	0,045	16,9	16,9	0,75
1,50	0,0693	0,999	0,046	16,3	16,3	0,75

Passo 4 — Punti notevoli. Velocità limite $V_{\lim} = 1,277\sqrt{245/0,016} = \mathbf{158,1 \text{ m/s}} \approx 569 \text{ km/h}$; rateo minimo di discesa $\approx \mathbf{0,75 \text{ m/s}}$ fra $C_L = 1,4$ e lo stallo.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Allungamento alare	AR	14,94	—
Velocità limite	$V_{\lim}$	158,1	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,75	m/s

Esercizio 16

Un aliante di peso $W = 5\,245\text{ N}$ e superficie $S = 21,4\text{ m}^2$ ha polare:

C_L	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,3	1,4	1,3 ^(*)
C_D	0,0157	0,0157	0,0177	0,0216	0,0286	0,0395	0,0535	0,0628	0,0785	0,0917

Determinare: efficienza massima e massimo indice di quota; velocità di stallo al livello del mare; rateo minimo di discesa e velocità limite a 1 200 m.

Soluzione

Passo 1 — Funzioni di prestazione. Con $W/S = 5\,245/21,4 = 245,1\text{ N/m}^2$, si tabulano E ed F :

C_L	C_D	E	$F = E\sqrt{C_L}$
0,4	0,0177	22,60	14,29
0,6	0,0216	27,78	21,52
0,8	0,0286	27,97	25,02
1,0	0,0395	25,32	25,32
1,2	0,0535	22,43	24,57
1,4	0,0785	17,83	21,10

$E_{\max} = \mathbf{27,97}$ a $C_L = 0,8$; $F_{\max} = \mathbf{25,32}$ a $C_L = 1,0$. La lettura grafica è quella dell'Esercizio 3.

Passo 2 — Velocità di stallo al livello del mare. A $C_{L,\max} = 1,4$, $C_D = 0,0785$: $\gamma_s = 3^\circ 13'$, e

$$V_{st} = 1,277 \sqrt{\frac{245,1}{1,4}} \sqrt{\cos \gamma_s} = \mathbf{16,9\text{ m/s}} = 60,8\text{ km/h}$$

Passo 3 — Prestazioni a 1 200 m. A 1 200 m si ha $1/\sqrt{\sigma} = 1,0601$:

$$w_{\min} = \frac{1,277 \sqrt{245,1} \times 1,0601}{25,32} = \mathbf{0,84\text{ m/s}}$$

$$V_{\lim} = 1,277 \sqrt{\frac{245,1}{0,0157}} \times 1,0601 = \mathbf{169,2\text{ m/s}} = 609\text{ km/h}$$

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima ($C_L = 0,8$)	$E_{\max}$	27,97	—
Indice di quota massimo ($C_L = 1,0$)	$F_{\max}$	25,32	—
Velocità di stallo (SL)	V_{st}	16,9	m/s
Rateo minimo di discesa (1 200 m)	$w_{\min}$	0,84	m/s
Velocità limite (1 200 m)	$V_{\lim}$	169,2	m/s

Esercizio 17

Un aliante di carico alare $W/S = 274 \text{ N/m}^2$, $eAR = 15,9$, $C_{L,\max} = 1,6$ e $C_{D_0} = 0,0149$. Determinare al livello del mare: efficienza massima e minimo angolo di rampa; velocità di stallo; assetto di minimo rateo di discesa con velocità, componenti e $w_{\min}$.

Soluzione

Passo 1 — Efficienza massima.

$$E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{15,9}{0,0149}} = \mathbf{28,9}, \quad \gamma_{\min} = \arctan \frac{1}{28,9} = \mathbf{1^\circ 59'}$$

Passo 2 — Velocità di stallo.

$$C_D(C_{L,\max}) = 0,0149 + \frac{1,6^2}{\pi \times 15,9} = 0,0661, \quad \gamma_s = 2^\circ 22'$$

$$V_{st} = 1,277 \sqrt{\frac{274}{1,6}} \sqrt{\cos \gamma_s} = \mathbf{16,7 \text{ m/s}} = 60,2 \text{ km/h}$$

Passo 3 — Assetto di minimo rateo di discesa.

$$C_L^{**} = \sqrt{3\pi \times 15,9 \times 0,0149} = \mathbf{1,49}, \quad F_{\max} = 1,345 \sqrt[4]{\frac{15,9^3}{0,0149}} = \mathbf{30,7}$$

All'ottimo $C_D = 4C_{D_0} = 0,0596$, $E^{**} = 25,1$, $\gamma = 2^\circ 17'$, e

$$V = 1,277 \sqrt{\frac{274}{1,49}} \sqrt{\cos \gamma} = \mathbf{17,3 \text{ m/s}}, \quad u = \mathbf{17,3 \text{ m/s}}, \quad w = \mathbf{0,69 \text{ m/s}}$$

Il controllo diretto conferma $w_{\min} = 1,277 \sqrt{274}/30,7 = 0,69 \text{ m/s}$.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	28,9	—
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	$1^\circ 59'$	—
Velocità di stallo	V_{st}	16,7	m/s
Assetto di minima discesa	C_L^{**}	1,49	—
Velocità di minima discesa	V	17,3	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,69	m/s

Esercizio 18

Un aliante di superficie $S = 31 \text{ m}^2$, apertura $b = 22 \text{ m}$, $e = 0,95$ e $C_{D_0} = 0,0149$, sganciato a 3800 m , deve raggiungere un campo a 500 m . Quale distanza massima può percorrere in aria calma?

Soluzione

Passo 1 — Efficienza massima.

$$AR = \frac{22^2}{31} = 15,61, \quad e AR = 14,83, \quad E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{14,83}{0,0149}} = \mathbf{27,95}$$

con $\gamma_{\min} = 2^\circ 03'$.

Passo 2 — Distanza massima.

$$s_{\max} = E_{\max} \Delta z = 27,95 \times (3800 - 500) = \mathbf{92,2 \text{ km}}$$

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	27,95	—
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	$2^\circ 03'$	—
Distanza massima	$s_{\max}$	92,2	km

Esercizio 19

In una planata stabilizzata gli strumenti indicano: $p = 562 \text{ mmHg}$, $t = -2^\circ\text{C}$, $V_i = 200 \text{ km/h}$, $w = 3,5 \text{ m/s}$. Il velivolo ha $W = 6\,665 \text{ N}$, $S = 13,5 \text{ m}^2$, $eAR = 22$. Determinare angolo di rampa, efficienza, C_L , C_D e C_{D_0} .

Soluzione

Passo 1 — Densità dalle letture.

$$p = \frac{562}{760} \times 101\,325 = 74\,927 \text{ Pa}, \quad T = 271 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{74\,927}{287,1 \times 271} = \mathbf{0,963 \frac{kg}{m^3}}, \quad \sigma = 0,786, \quad 1/\sqrt{\sigma} = 1,128$$

Passo 2 — Velocità vera.

$$V = V_i \times 1,128 = 225,6 \text{ km/h} = \mathbf{62,7 \text{ m/s}}$$

Passo 3 — Angolo di rampa ed efficienza.

$$\gamma = \arcsin \frac{3,5}{62,7} = \mathbf{3^\circ 12'}, \quad E = \frac{1}{\tan \gamma} = \mathbf{17,9}$$

Passo 4 — Coefficienti.

$$C_L = \frac{2 \times (6\,665/13,5) \times \cos \gamma}{0,963 \times 62,7^2} = \mathbf{0,261}, \quad C_D = \frac{C_L}{E} = \mathbf{0,0146}$$

$$C_{D_0} = 0,0146 - \frac{0,261^2}{\pi \times 22} = \mathbf{0,0136}$$

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Densità dell'aria	ρ	0,963	kg/m ³
Velocità vera	V	62,7	m/s
Angolo di rampa	γ	3°12'	—
Efficienza	E	17,9	—
Coeff. di portanza	C_L	0,261	—
Coeff. di resistenza	C_D	0,0146	—
Coeff. resistenza minimo	C_{D_0}	0,0136	—

Esercizio 20

Un aliante di peso $W = 2\,165\text{ N}$ e superficie $S = 12,8\text{ m}^2$ ha $C_{D_0} = 0,015$. Si vuole limitare la picchiata verticale a 225 km/h al livello del mare. Determinare la superficie dei freni, con $C_{D_f} = 1,6$.

Soluzione

Passo 1 — Coefficiente di resistenza necessario. Con $V = 225/3,6 = 62,5\text{ m/s}$:

$$C'_{D_0} = \frac{2(W/S)}{\rho_0 V^2} = \frac{2 \times (2\,165/12,8)}{1,2257 \times 62,5^2} = \mathbf{0,0707}$$

Passo 2 — Superficie dei freni.

$$S_f = \frac{C'_{D_0} - C_{D_0}}{C_{D_f}} S = \frac{0,0707 - 0,015}{1,6} \times 12,8 = \mathbf{0,45\text{ m}^2}$$

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Coeff. resistenza con freni	C'_{D_0}	0,0707	—
Superficie dei freni	S_f	0,45	m^2

Esercizio 21

Un aliante di peso $W = 5\,390\text{ N}$ e carico alare $W/S = 245\text{ N/m}^2$ ha $C_{D_0} = 0,016$; i freni hanno $S_f = 0,53\text{ m}^2$ e $C_{D_f} = 1,7$. Determinare la velocità limite con freni estesi al livello del mare.

Soluzione

Passo 1 — Coefficiente di resistenza con freni.

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{5\,390}{245} = 22,0\text{ m}^2, \quad C'_{D_0} = 0,016 + 1,7 \times \frac{0,53}{22,0} = \mathbf{0,0570}$$

Passo 2 — Velocità limite.

$$V_{\text{lim}} = 1,277 \sqrt{\frac{245}{0,0570}} = \mathbf{83,8\text{ m/s}} = 302\text{ km/h}$$

Senza freni sarebbe $158\text{ m/s} \approx 569\text{ km/h}$: i freni la dimezzano quasi esattamente, coerentemente con $\sqrt{C_{D_0}/C'_{D_0}} = 0,53$.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Coeff. resistenza con freni	C'_{D_0}	0,0570	—
Velocità limite frenata	V_{lim}	83,8	m/s

Esercizio 22

Un aliante di carico alare $W/S = 412 \text{ N/m}^2$ e $eAR = 30$ scende in planata stabilizzata a $V_i = 140 \text{ km/h}$, da 2600 m a 2200 m in $3'50''$. Determinare angolo di rampa, efficienza, C_L , C_D , C_{D_0} ed efficienza massima.

Soluzione

Passo 1 — Rateo di discesa.

$$w = \frac{2600 - 2200}{230} = 1,74 \text{ m/s}$$

Passo 2 — Velocità vera alla quota media. Sull'intervallo $2200\text{--}2600 \text{ m}$: $1/\sqrt{\sigma} = 1,126$, $\rho_m = 0,9673 \text{ kg/m}^3$:

$$V = V_i \times 1,126 = 157,6 \text{ km/h} = 43,8 \text{ m/s}$$

Passo 3 — Angolo di rampa ed efficienza.

$$\gamma = \arcsin \frac{1,74}{43,8} = 2^\circ 17', \quad E = \frac{1}{\tan \gamma} = 25,1$$

Passo 4 — Coefficienti e polare.

$$C_L = \frac{2 \times 412 \times \cos \gamma}{0,9673 \times 43,8^2} = 0,444, \quad C_D = \frac{C_L}{E} = 0,0177$$

$$C_{D_0} = 0,0177 - \frac{0,444^2}{\pi \times 30} = 0,0156$$

Passo 5 — Efficienza massima.

$$E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{30}{0,0156}} = 38,9, \quad \gamma_{\min} = 1^\circ 28'$$

L'assetto di prova ($E = 25,1$) è lontano dall'ottimo: la prova serviva a identificare la polare, non a volare bene.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Rateo di discesa	w	1,74	m/s
Velocità vera	V	43,8	m/s
Angolo di rampa	γ	$2^\circ 17'$	—
Efficienza	E	25,1	—
Coeff. di portanza	C_L	0,444	—
Coeff. di resistenza	C_D	0,0177	—
Coeff. resistenza minimo	C_{D_0}	0,0156	—
Efficienza massima	$E_{\max}$	38,9	—

Esercizio 23

Si vuole un aliante con angolo di rampa minimo di $1^\circ 50'$, superficie $S = 22 \text{ m}^2$ e $C_{D0} = 0,0148$ (fattore di Oswald unitario). Determinare allungamento, apertura e corda media.

Soluzione

Passo 1 — Dal requisito all'efficienza.

$$E_{\max} = \frac{1}{\tan 1^\circ 50'} = \mathbf{31,2}$$

Passo 2 — Allungamento e geometria.

$$\mathcal{AR} = \frac{E_{\max}^2 C_{D0}}{0,886^2} = \frac{31,2^2 \times 0,0148}{0,785} = \mathbf{18,4}$$

$$b = \sqrt{\mathcal{AR} \cdot S} = \sqrt{18,4 \times 22} = \mathbf{20,1 \text{ m}}, \quad \bar{c} = \frac{S}{b} = \mathbf{1,09 \text{ m}}$$

Rispetto all'Esercizio 10, mezzo grado in meno di pendenza costa quasi tre punti di allungamento e oltre tre metri di apertura.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	31,2	—
Allungamento alare	$\mathcal{AR}$	18,4	—
Apertura alare	b	20,1	m
Corda media	$\bar{c}$	1,09	m

Esercizio 24

Un aereo di peso $W = 5\,100\text{ N}$, superficie $S = 25\text{ m}^2$, apertura $b = 22\text{ m}$ e $C_{D0} = 0,015$ (Oswald unitario) vola a $1\,000\text{ m}$ all'assetto di minimo rateo di discesa, quando incontra una corrente ascendente di $1,5\text{ m/s}$ nella quale rimane per 15 minuti. Quale quota raggiunge?

Soluzione

Passo 1 — Massimo indice di quota.

$$AR = \frac{22^2}{25} = 19,36, \quad F_{\max} = 1,345 \sqrt[4]{\frac{19,36^3}{0,015}} = \mathbf{35,5}$$

Passo 2 — Rateo minimo di discesa a $1\,000\text{ m}$. Con $W/S = 5\,100/25 = 204\text{ N/m}^2$ e $1/\sqrt{\sigma}(1\,000) = 1,0498$:

$$w_{\min} = \frac{1,277\sqrt{204} \times 1,0498}{35,5} = \mathbf{0,54\text{ m/s}}$$

Passo 3 — Salita netta e quota finale.

$$w_{\text{salita}} = 1,5 - 0,54 = 0,96\text{ m/s}, \quad \Delta z = 0,96 \times 900 = 864\text{ m}, \quad z_f = 1\,000 + 864 \approx \mathbf{1\,860\text{ m}}$$

Passo 4 — Osservazione. A rigore $w_{\min}$ cresce con la quota; ripetendo il calcolo con $1/\sqrt{\sigma}$ alla quota media ($\approx 1\,430\text{ m}$) si ottiene $w_{\min} = 0,55\text{ m/s}$ e $z_f \approx 1\,854\text{ m}$: una decina di metri di differenza, trascurabile rispetto alle incertezze sulla corrente. Un buon esempio di quando *non* conviene raffinare un calcolo.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Indice di quota massimo	$F_{\max}$	35,5	—
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,54	m/s
Rateo di salita netto	w_{salita}	0,96	m/s
Quota raggiunta	z_f	1 860	m

Esercizio 25

Un aliante di peso $W = 4\,800\text{ N}$, superficie $S = 19,6\text{ m}^2$, e $AR = 18$ e $C_{D0} = 0,015$ scende, all'assetto di minimo rateo di discesa, da $3\,000\text{ m}$ al suolo in un'ora esatta. Imbarcando $1\,470\text{ N}$ di zavorra d'acqua:

- in quanto tempo compie la stessa discesa?
- come cambiano efficienza massima, minimo angolo di rampa e rateo minimo di discesa a $3\,000\text{ m}$?

Soluzione

Passo 1 — Il tempo scala con l'inverso della radice del peso. A parità di assetto tutte le velocità (e quindi w) scalano come $\sqrt{W}$; i tempi come $1/\sqrt{W}$:

$$t_2 = t_1 \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = 60 \sqrt{\frac{4\,800}{6\,270}} = \mathbf{52,5\text{ min}} = 52'30''$$

Passo 2 — Efficienza e angolo minimo non cambiano. Dipendono solo dalla polare, non dal peso:

$$E_{\max} = 0,886 \sqrt{\frac{18}{0,015}} = \mathbf{30,7}, \quad \gamma_{\min} = \mathbf{1^\circ 52'}$$

La zavorra non accorcia la planata, la rende solo più veloce.

Passo 3 — Rateo minimo di discesa a $3\,000\text{ m}$. Con $F_{\max} = 1,345 \sqrt[4]{18^3/0,015} = 33,6$ e $1/\sqrt{\sigma}(3\,000) = 1,1608$:

$$w_1 = \frac{1,277 \sqrt{4\,800/19,6} \times 1,1608}{33,6} = \mathbf{0,69\text{ m/s}}, \quad w_2 = w_1 \sqrt{\frac{6\,270}{4\,800}} = \mathbf{0,79\text{ m/s}}$$

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Tempo con zavorra	t_2	52'30''	—
Efficienza massima	$E_{\max}$	30,7	—
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	1°52'	—
$w_{\min}$ senza zavorra (3 000 m)	w_1	0,69	m/s
$w_{\min}$ con zavorra (3 000 m)	w_2	0,79	m/s

Esercizio 26

Un velivolo a reazione di peso $W = 55\,860\text{ N}$ e superficie $S = 23\text{ m}^2$ scende a motore spento lungo una traiettoria inclinata di 75° , a velocità costante $V = 580\text{ km/h}$, a $1\,000\text{ m}$. All'assetto di volo $E = 2,2$. Determinare la resistenza addizionale che i freni devono fornire e la loro superficie, con $C_{D_f} = 1,7$.

Soluzione

Passo 1 — Equilibrio sulla traiettoria. Il diagramma di corpo libero è quello dell'Esercizio 13, con $\gamma = 75^\circ$:

$$R_{\text{tot}} = W \sin 75^\circ = 55\,860 \times 0,9659 = \mathbf{53\,957\text{ N}}$$

Passo 2 — Portanza e resistenza propria del velivolo. Con $\rho_{1000} = 1,1123\text{ kg/m}^3$ e $V = 580/3,6 = 161,1\text{ m/s}$, $q = \frac{1}{2}\rho V^2 = 14\,435\text{ Pa}$:

$$C_L = \frac{2(W/S) \cos 75^\circ}{\rho V^2} = \frac{2 \times 2\,429 \times 0,2588}{1,1123 \times 161,1^2} = \mathbf{0,0435}, \quad C_D = \frac{C_L}{2,2} = \mathbf{0,0198}$$

$$D_{\text{vel}} = C_D q S = 0,0198 \times 14\,435 \times 23 = \mathbf{6\,572\text{ N}}$$

Passo 3 — Resistenza addizionale e superficie dei freni.

$$R_{\text{add}} = R_{\text{tot}} - D_{\text{vel}} = 53\,957 - 6\,572 = \mathbf{47\,385\text{ N}}$$

$$S_f = \frac{R_{\text{add}}}{C_{D_f} q} = \frac{47\,385}{1,7 \times 14\,435} = \mathbf{1,93\text{ m}^2}$$

Passo 4 — Interpretazione. Quasi due metri quadrati di diruttori, un ordine di grandezza più dell'aliante degli Esercizi 7 e 20: il carico alare è dieci volte maggiore e la traiettoria è a 75° , quindi il peso da frenare lungo la china è enorme mentre la resistenza propria, alle bassissime portanze, resta modesta.

Riepilogo dei risultati

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità
Coeff. di portanza	C_L	0,0435	—
Coeff. di resistenza	C_D	0,0198	—
Resistenza del velivolo	D_{vel}	6 572	N
Resistenza addizionale	R_{add}	47 385	N
Superficie dei freni	S_f	1,93	m ²

Appendice — Tabella dell'aria tipo

I valori seguenti, calcolati con il modello dell'atmosfera standard nella troposfera ($\rho_0 = 1,2257 \text{ kg/m}^3$), sono quelli impiegati in tutti gli esercizi.

z (m)	ρ (kg/m ³)	$\sigma = \rho/\rho_0$	$1/\sqrt{\sigma}$
0	1,2257	1,0000	1,0000
200	1,2023	0,9809	1,0097
400	1,1793	0,9622	1,0195
600	1,1566	0,9437	1,0294
800	1,1343	0,9254	1,0395
1 000	1,1123	0,9075	1,0498
1 200	1,0906	0,8898	1,0601
1 400	1,0692	0,8723	1,0707
1 600	1,0482	0,8552	1,0814
1 800	1,0275	0,8383	1,0922
2 000	1,0071	0,8216	1,1032
2 200	0,9870	0,8052	1,1144
2 400	0,9672	0,7891	1,1257
2 600	0,9477	0,7732	1,1373
2 800	0,9285	0,7575	1,1489
3 000	0,9096	0,7421	1,1608