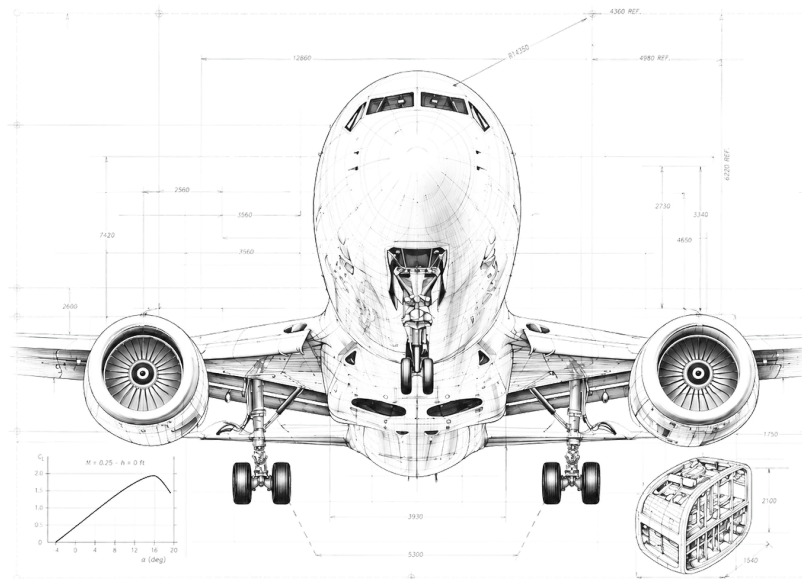


La stabilità statica dei velivoli

equilibrio, stabilità e controllabilità
del volo

Monografia per il corso di
Costruzioni Aeronautiche

Classi quinte — indirizzo Trasporti e Logistica
articolazione Costruzione del Mezzo Aeronautico



Prof. Ing. Biagio Raucci
ITIS *E. Majorana* — Cassino (FR)

Indice

1	Un nuovo modello del velivolo	3
1.1	Dal punto materiale al corpo rigido	3
1.2	Le superfici di controllo: primarie e secondarie	5
1.3	Convenzioni sui segni: il contratto che firmiamo ora	6
1.4	Che cosa cambia nelle equazioni	8
2	Equilibrio e stabilità: due cose diverse	8
2.1	Le equazioni dell'equilibrio statico	8
2.2	Stabile, instabile, indifferente: la pallina e il velivolo	9
2.3	La definizione di stabilità statica	9
2.4	La condizione matematica: una derivata con il segno giusto	10
2.5	Trimmaggio: l'equilibrio ha un nome	12
2.6	La mappa completa: longitudinale, direzionale, laterale	13
3	La corda media aerodinamica	15
3.1	Perché serve una corda “media”	15
3.2	L'ala trapezia: la derivazione completa	16
3.3	La costruzione grafica al tavolo da disegno	18
3.4	Centro di pressione e centro aerodinamico	19
3.5	Il centraggio si misura in %MAC	20
4	L'ala isolata: un dilemma istruttivo	21
4.1	Il modello e le due equazioni	21
4.2	Caso 1: baricentro dietro l'a.c. — equilibrata ma instabile	22
4.3	Caso 2: baricentro davanti all'a.c. — stabile ma non equilibrata	23
4.4	Caso 3: baricentro avanzato + profilo reflex — il tutt'ala	23
5	Il piano di coda: la soluzione tradizionale	25
5.1	Il modello ala + piano di coda	25
5.2	Il downwash: l'ala respira sulla coda	26
5.3	Equilibrio e stabilità del sistema ala + coda	27
5.4	Il velivolo completo: entra la fusoliera	28
5.5	L'equazione in coefficienti e il rapporto volumetrico di coda	29
5.6	Il grafico dei contributi	31
6	Baricentro, equilibratore e controllabilità	32
6.1	Il baricentro comanda la pendenza	32
6.2	Punto neutro e margine statico	33
6.3	Da dove viene il punto neutro: la formula di Anderson	34
6.4	L'equilibratore: cambiare assetto senza cambiare stabilità	36
6.5	Baricentro e controllabilità: il conflitto	37
6.6	I limiti di escursione del baricentro	38

7	La configurazione canard	40
7.1	Il modello ala + superficie canard	40
7.2	Equilibrio e stabilità	41
7.3	Pro e contro: perché il canard non ha vinto	42
8	La stabilità latero-direzionale	44
8.1	Perché il caso latero-direzionale è diverso	45
8.2	Stabilità direzionale: la banderuola	45
8.3	Stabilità laterale: il caso più sottile	48
8.4	a) L'effetto diedro	49
8.5	b) L'effetto freccia	49
8.6	c) L'effetto della posizione ala-fusoliera	50
8.7	Il gioco delle compensazioni: guardate gli aeroplani	52
9	Esercizi svolti e proposti	54
9.1	Esercizio svolto 1 — Corda media aerodinamica e centraggio	54
9.2	Esercizio svolto 2 — L'ala isolata alla prova dei numeri	55
9.3	Esercizio svolto 3 — Margine statico e assetto di trimmaggio	56
9.4	Esercizio svolto 4 — Equilibratore e indice di efficacia	56
9.5	Esercizio svolto 5 — Il contributo direzionale della deriva	57
9.6	La sequenza guidata: un modello in galleria del vento	58
9.7	Esercizi proposti	61
A	Soluzioni complete degli esercizi proposti	63
A.1	Proposto 1 — MAC di un aliante	63
A.2	Proposto 2 — Collaudo della formula: l'ala a delta	63
A.3	Proposto 3 — Margine statico ai due estremi di centraggio	64
A.4	Proposto 4 — Trimmaggio e risposta alla raffica	64
A.5	Proposto 5 — Dimensionare la deriva	65
A.6	Proposto 6 — Punto neutro dalla geometria	66
A.7	Proposto 7 — Lettura delle configurazioni: C-17 e B-787	66
B	Formulario e glossario	67
B.1	Formulario essenziale	67
B.2	Glossario italiano-inglese	69

1 Un nuovo modello del velivolo

La bussola della sezione

Fino ad oggi, per calcolare le prestazioni — velocità di crociera, salita, autonomia, decollo — ci è bastato trattare il velivolo come un *punto materiale*: tutta la massa concentrata nel baricentro, tutte le forze applicate lì. Era un modello onesto e ci ha portato lontano. Ma ora vogliamo rispondere a una domanda diversa: *se una raffica disturba l'aeroplano, l'aeroplano torna da solo al suo assetto oppure se ne va per conto suo?* Per rispondere, il punto materiale non basta più: un punto non può ruotare. Ci serve un *corpo rigido esteso*, con i suoi assi, i suoi momenti e le sue superfici di controllo. In questa sezione costruiamo il nuovo modello e fissiamo il linguaggio — assi, rotazioni, convenzioni sui segni — che useremo per tutto il resto della monografia.

1.1 Dal punto materiale al corpo rigido

Quando in quarta abbiamo scritto l'equilibrio del volo livellato, $L = W$ e $T = D$, stavamo facendo un'ipotesi silenziosa ma pesante: che portanza, peso, spinta e resistenza fossero tutte applicate *nello stesso punto*, il baricentro. Con quell'ipotesi le forze possono al massimo accelerare il velivolo, ma non possono mai farlo *ruotare*: la rotazione nasce dai momenti, e una forza applicata nel punto rispetto al quale calcoliamo i momenti ha braccio nullo.

La realtà è diversa, e lo sapete già dall'esperienza dei modellini: la portanza dell'ala nasce sull'ala, la deportanza del piano di coda nasce in coda, a metri di distanza dal baricentro. Ognuna di queste forze ha un braccio, quindi genera un momento. Lo studio della stabilità è, in sostanza, *la contabilità di questi momenti*: dobbiamo verificare che, in volo equilibrato, si annullino a vicenda, e che, quando qualcosa disturba l'equilibrio, la loro somma spinga il velivolo a *tornare* dov'era e non ad allontanarsi.

Il nuovo modello si fonda su due scelte:

1. le equazioni di equilibrio vengono scritte rispetto a una **terna baricentrica** X, Y, Z **solidale al velivolo**, detta terna **assi corpo**: l'origine è nel baricentro, e gli assi “viaggiano” con l'aeroplano come se fossero dipinti sulla fusoliera;
2. il velivolo è trattato come corpo rigido dotato di **sei gradi di libertà**: tre traslazioni lungo X, Y, Z e tre rotazioni intorno agli stessi assi.

Gli assi corpo e i nomi delle rotazioni

La terna assi corpo è così disposta:

- **asse** X (longitudinale): dalla coda verso il muso, nel piano di simmetria. La rotazione intorno a X è il **rollio** (*roll*), angolo ϕ ;
- **asse** Y (laterale): lungo l'apertura alare, verso la semiala destra. La rotazione intorno a Y è il **beccheggio** (*pitch*), angolo θ ;
- **asse** Z (verticale): nel piano di simmetria, verso il “ventre” del velivolo. La rotazione intorno a Z è l'**imbardata** (*yaw*), angolo ψ .

I momenti intorno ai tre assi hanno simboli propri, che vanno imparati subito perché li useremo in continuazione:

$$M_x \equiv L \text{ (momento di rollio),} \quad M_y \equiv M \text{ (momento di beccheggio),}$$

$$M_z \equiv N \text{ (momento di imbardata).}$$

La lettera L ha due mestieri

In questa monografia la lettera L compare con *due* significati: la **portanza** (*lift*) e il **momento di rollio** ($M_x \equiv L$). È una sovrapposizione storica della letteratura internazionale, non un nostro capriccio, e il contesto scioglie sempre l'ambiguità: quando parliamo di stabilità longitudinale, L , L_w , L_t sono portanze; quando parliamo di stabilità laterale e scriviamo $dL/d\beta$, quella L è il momento di rollio. Nei compiti in classe, chi confonde le due L scrive equazioni dimensionalmente sbagliate: una portanza è una forza (N), un momento è una forza per un braccio (N m). Il controllo dimensionale è il vostro salvagente.

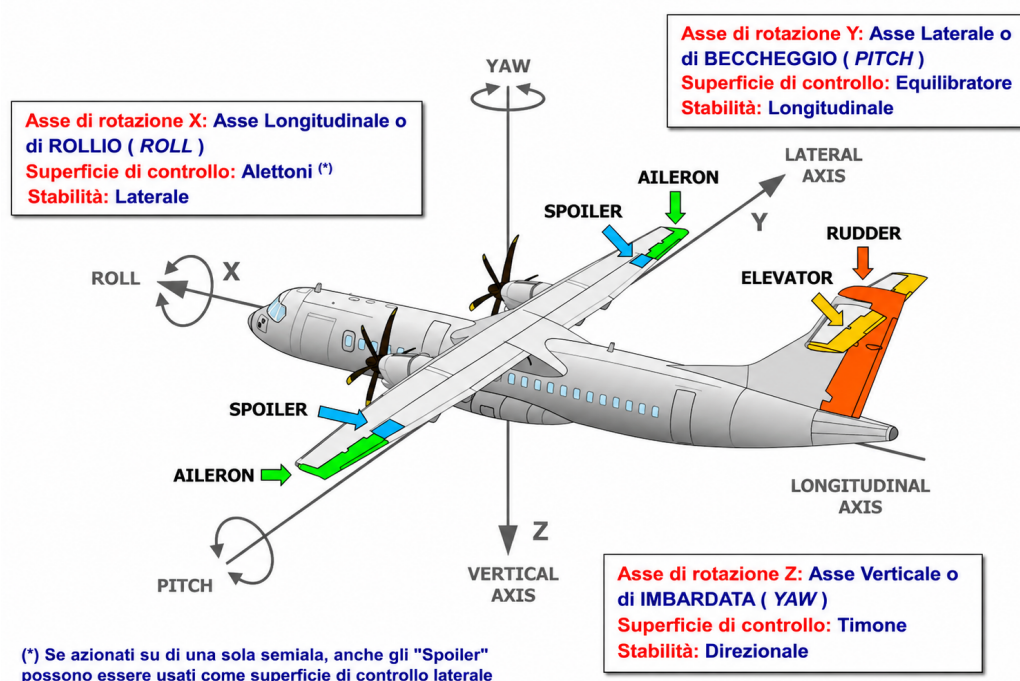


Figura 1: I tre assi corpo e le rotazioni associate. A ciascun asse corrisponde una superficie di controllo primaria e una "famiglia" di stabilità.

La tabella 1 riassume la corrispondenza che governa tutto il seguito: a ogni asse è associata una rotazione, una superficie di controllo che la comanda e un tipo di stabilità che la riguarda.

Tabella 1: Assi, rotazioni, superfici di controllo e stabilità.

Asse	Rotazione	Superficie di controllo	Stabilità
X longitudinale	rollio ϕ (<i>roll</i>)	alettoni ^(*)	laterale
Y laterale	beccheggio θ (<i>pitch</i>)	equilibratore	longitudinale
Z verticale	imbardata ψ (<i>yaw</i>)	timone	direzionale

(*) Se azionati su una sola semiala, anche gli *spoiler* possono operare come superficie di controllo laterale (*roll spoilers*).

1.2 Le superfici di controllo: primarie e secondarie

Le superfici mobili di un velivolo non sono tutte uguali: alcune servono a *governare la traiettoria*, altre a *modificare le caratteristiche aerodinamiche* in particolari fasi del volo. La distinzione è così importante che le norme di certificazione e i manuali di volo la adottano come classificazione ufficiale.

Comandi di volo primari e secondari

Comandi primari (alettoni, equilibratore, timone):

- sono *proporzionali* e ad azionamento *continuo*: a metà corsa della barra corrisponde metà deflessione;
- modificano la traiettoria generando momenti di beccheggio, rollio e imbardata;
- sono azionati *continuamente* dal pilota, devono restituirgli la giusta sensibilità di sforzo ed essere istintivi;
- devono essere altamente affidabili: un'avaria a un comando primario è un'emergenza.

Comandi secondari (ipersostentatori, aerofreni, *lift dumpers*):

- hanno azionamento di tipo *on/off* o con poche posizioni preselezionate (pensate alla leva dei flap: 0° , 15° , $30^\circ \dots$);
- non comandano la traiettoria: modificano i coefficienti C_L e C_D , aumentando portanza e/o resistenza;
- sono azionati occasionalmente (decollo, atterraggio) e sono *stabili e irreversibili*: mantengono la posizione impostata senza che il pilota debba trattenerli.

Il caso ibrido degli spoiler

Gli *spoiler* (diruttori) sono l'eccezione che aiuta a capire la regola. Aperti *simmetricamente* su entrambe le semiali dopo il contatto in pista (*lift dumpers*), distruggono rapidamente la portanza per caricare le ruote e rendere efficace la frenata: azionamento *on/off*, funzione aerodinamica $\Rightarrow$ comando *secondario*. Azionati su una sola semiala, in modo proporzionale

al comando di rollio, integrano gli alettoni generando un momento M_x : stessa lamiera, ma funzione di comando *primario* (*roll spoilers*). La classificazione, come vedete, non riguarda il pezzo di metallo ma il *mestiere* che sta facendo in quel momento. Sui liner moderni (A320, B 737) entrambe le funzioni convivono sugli stessi pannelli.

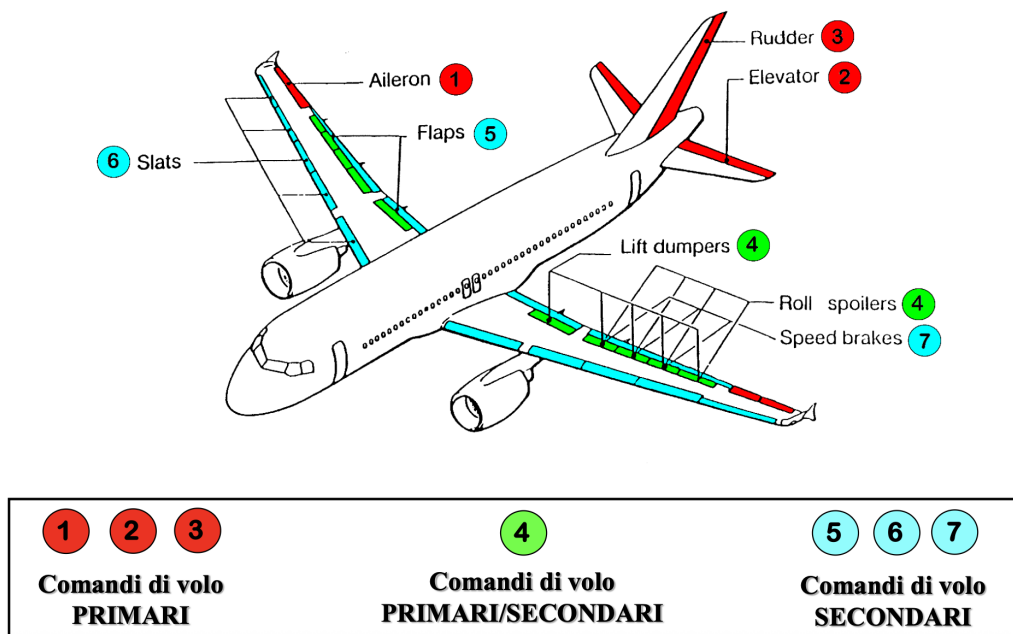


Figura 2: Classificazione delle superfici di controllo: primarie (1–3), primarie/secondarie (4), secondarie (5–7).

1.3 Convenzioni sui segni: il contratto che firmiamo ora

Lo studio della stabilità è pieno di segni: momenti positivi e negativi, deflessioni positive e negative, derivate che devono risultare minori di zero. Se non fissiamo *ora* le convenzioni, ogni equazione dei sezioni successive diventerà una fonte di dubbio. Firmiamo quindi il contratto.

Convenzioni sui segni (da imparare a memoria)

- Rotazione a **cabrare** (muso in su): $\theta > 0$, momento di beccheggio $M > 0$ (*cabrante*); muso in giù: momento *picchiante*, $M < 0$.
- Rollio che **abbassa la semiala destra**: $\phi > 0$, momento $L > 0$ (attenzione: L momento, non portanza!).
- Imbardata con il **muso che ruota a destra**: $\psi > 0$, momento $N > 0$.
- Deflessioni *positive* delle superfici e loro effetti:

$$+\Delta\delta_a \rightarrow +\Delta L \rightarrow +\Delta\phi, \quad +\Delta\delta_e \rightarrow -\Delta M \rightarrow -\Delta\theta, \quad +\Delta\delta_r \rightarrow -\Delta N \rightarrow -\Delta\psi.$$

La deflessione positiva dell'equilibratore (bordo d'uscita *in basso*) genera un momento *picchiante*; quella positiva del timone (a sinistra) un'imbardata a sinistra.

Vale la pena tradurre queste convenzioni nel linguaggio della cabina, perché è così che le ricorderete:

- **volantino a destra** (o barra a destra) $\Rightarrow$ alettone destro *in alto*, sinistro *in basso* $\Rightarrow$ la semiala destra si abbassa: $+\phi$;
- **barra indietro** $\Rightarrow$ equilibratore ruotato *in alto* ($\delta_e < 0$) $\Rightarrow$ rotazione a cabrare: $+\theta$;
- **piede sinistro avanti** $\Rightarrow$ timone a *sinistra* $\Rightarrow$ il muso ruota a sinistra: $-\psi$.

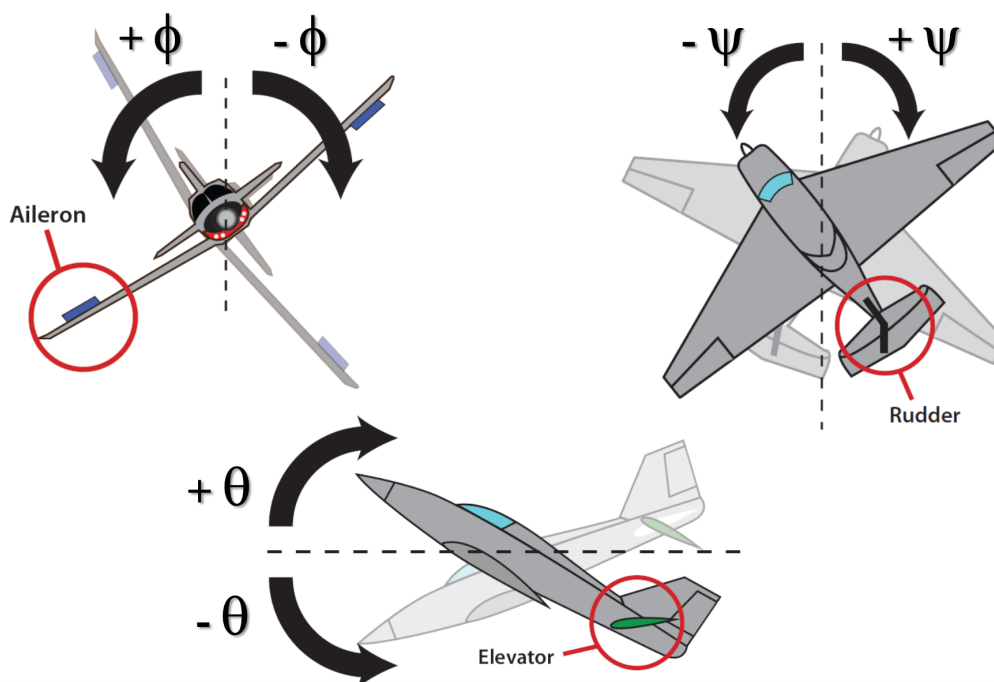


Figura 3: I versi positivi delle rotazioni intorno ai tre assi corpo e le superfici che le comandano.

Barra indietro, δ_e negativo, momento positivo

Un errore frequentissimo al colloquio d'esame: confondere il segno della *deflessione* con il segno del *momento* che produce. Tirare la barra significa deflettere l'equilibratore verso l'*alto*, cioè $\delta_e < 0$; il momento che ne nasce è però *cabrante*, $\Delta M > 0$. I due segni sono opposti per costruzione: $+\Delta\delta_e \rightarrow -\Delta M$. Se durante un esercizio vi trovate δ_e e ΔM dello stesso segno, fermatevi: avete quasi certamente sbagliato una convenzione.

1.4 Che cosa cambia nelle equazioni

Con il punto materiale bastavano le equazioni di equilibrio delle *forze*. Con il corpo rigido, poiché le forze aerodinamiche e propulsive *non sono più applicate nel baricentro*, dobbiamo aggiungere le equazioni di equilibrio dei *momenti* intorno ai tre assi. Il sistema completo, che analizzeremo nella prossima sezione, comprende dunque sei equazioni: tre di forze e tre di momenti. E scopriremo subito una cosa che ai progettisti costa notti insonni: *soddisfare l'equilibrio non basta*. Anche una matita in equilibrio sulla punta soddisfa le equazioni della statica — per un istante.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

Abbiamo sostituito il punto materiale con un corpo rigido a sei gradi di libertà, descritto nella terna assi corpo: tre traslazioni e tre rotazioni (rollio ϕ , beccheggio θ , imbardata ψ), comandate dalle tre superfici primarie (alettoni, equilibratore, timone) secondo convenzioni sui segni che abbiamo fissato una volta per tutte. I momenti L , M , N intorno agli assi X , Y , Z sono i nuovi protagonisti. Nella prossima sezione scriviamo le loro equazioni di equilibrio e diamo finalmente la definizione precisa di *stabilità statica*: la useremo, identica, per tutto il resto del percorso.

2 Equilibrio e stabilità: due cose diverse

La bussola della sezione

Una pallina sul fondo di una conca e una pallina in bilico sulla cima di una collina sono *entrambe* in equilibrio: la somma delle forze è nulla in tutti e due i casi. Eppure ci fidiamo solo della prima. In questa sezione trasformiamo questa intuizione da giardino in una condizione matematica precisa — una *derivata* con il segno giusto — e la applichiamo al velivolo. Alla fine avremo i due mattoni su cui poggia l'intera monografia: le equazioni di equilibrio e il criterio $dM/d\alpha < 0$.

2.1 Le equazioni dell'equilibrio statico

Consideriamo un velivolo in volo rettilineo uniforme e simmetrico. Perché lo stato di moto si mantenga, devono annullarsi le risultanti delle forze lungo i tre assi corpo e i momenti risultanti intorno agli stessi assi. Il piano di simmetria del velivolo permette però di *separare* il problema in due famiglie che non si parlano tra loro (finché il volo resta simmetrico):

Equazioni dell'equilibrio statico

Equilibrio longitudinale (tutto avviene nel piano di simmetria XZ):

$$F_x = 0, \quad F_z = 0, \quad M_y \equiv M = 0.$$

Equilibrio latero-direzionale (tutto ciò che esce dal piano di simmetria):

$$F_y = 0, \quad M_x \equiv L = 0, \quad M_z \equiv N = 0.$$

Le prime due equazioni longitudinali le conoscete già dalla meccanica del volo: sono, in volo livellato, la $T = D$ e la $L = W$ del punto materiale. La novità vera è la terza, $M = 0$: il momento di beccheggio risultante di *tutte* le forze rispetto al baricentro deve annullarsi, altrimenti il velivolo ruota intorno all'asse Y e l'assetto non si mantiene.

Ma — ed è il punto centrale di tutta la monografia —

Non basta l'equilibrio!

Non è sufficiente che siano soddisfatte le equazioni dell'equilibrio statico: tale equilibrio deve anche essere **stabile**. Un velivolo può volare con $M = 0$ ed essere, come la matita sulla punta, pronto a divergere alla prima raffica. L'equilibrio è una fotografia dell'istante; la stabilità è una previsione su ciò che accade *subito dopo* il disturbo.

2.2 Stabile, instabile, indifferente: la pallina e il velivolo

Riprendiamo la pallina, perché è il modello mentale giusto.

- **Equilibrio stabile:** pallina sul fondo della conca. Se la sposto, nasce una forza di richiamo che la riporta verso il fondo.
- **Equilibrio instabile:** pallina sulla sommità del dosso. Se la sposto, nasce una forza che la allontana ancora di più.
- **Equilibrio indifferente:** pallina su un piano orizzontale. Se la sposto, resta dove l'ho messa: nessuna forza di richiamo, nessuna di fuga.

Trasferiamo l'immagine al velivolo. Supponiamo che una raffica verticale (*gust*) investa l'aeroplano e ne aumenti l'angolo di attacco di una quantità $\Delta\alpha$. La distribuzione delle pressioni cambia, e sul velivolo nasce una variazione di momento di beccheggio ΔM . Tre casi:

- se $\Delta M < 0$ (picchiante), il momento tende a *ridurre* l'angolo di attacco, cioè a cancellare il disturbo: **equilibrio stabile**;
- se $\Delta M > 0$ (cabrante), il momento *aumenta* ancora α : il disturbo si autoalimenta, **equilibrio instabile**;
- se $\Delta M = 0$, il velivolo resta nel nuovo assetto: **equilibrio indifferente**.

2.3 La definizione di stabilità statica

Definizione

La stabilità statica è la tendenza del velivolo a ritornare nel suo stato di equilibrio iniziale una volta che ne sia stato allontanato da una qualsiasi causa perturbatrice, sia esterna (per esempio una raffica) sia interna (per esempio la deflessione di una superficie di controllo).

Notate due cose in questa definizione. Primo: si parla di *tendenza*, non di ritorno effettivo. La stabilità statica ci dice solo che, nell'istante del disturbo, nasce un momento nel verso giusto;

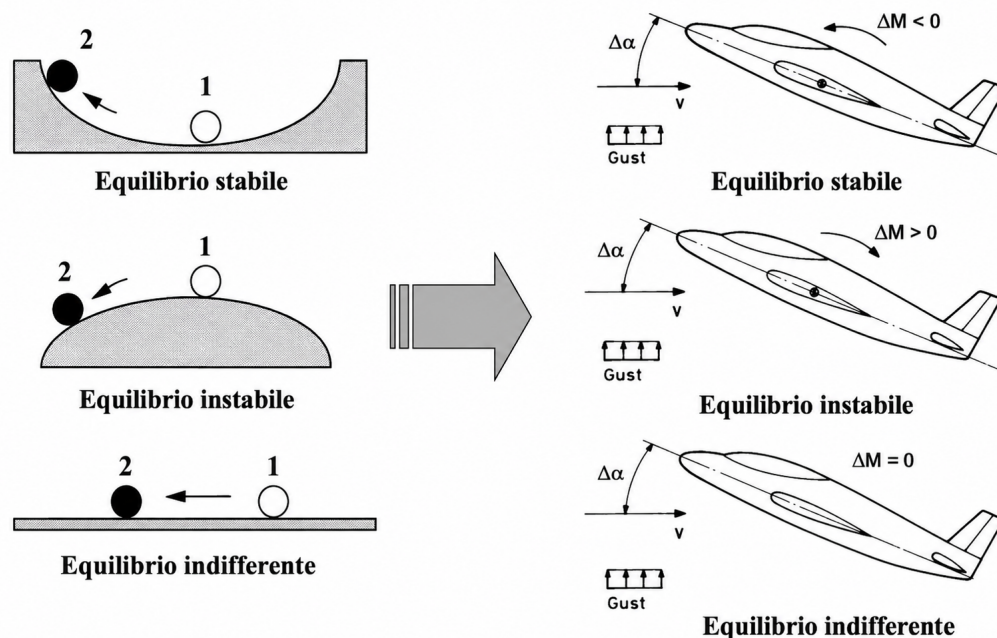


Figura 4: L'analogia della pallina: equilibrio stabile, instabile e indifferente, per la pallina e per il velivolo disturbato da una raffica.

non ci dice nulla su *come* avverrà il ritorno — se dolcemente o con oscillazioni che crescono. Quest'ultima domanda appartiene alla stabilità *dinamica*, che è materia universitaria: noi ci fermiamo, consapevolmente, alla tendenza iniziale. Secondo: la causa perturbatrice può essere anche *interna* — il pilota stesso che muove un comando. Un velivolo stabile “resiste” anche al pilota: ecco già un'anticipazione del conflitto tra stabilità e controllabilità che incontreremo nella sezione 6.

2.4 La condizione matematica: una derivata con il segno giusto

Qui è dove il concetto di derivata, che avete costruito in matematica, diventa uno strumento di progetto. Consideriamo il caso longitudinale e assumiamo la completa linearità delle forze e dei momenti aerodinamici rispetto alle variabili del moto: significa che, nel campo di assetti che ci interessa, il momento di beccheggio è una *retta* in funzione dell'angolo di attacco,

$$M(\alpha) = M_0 + \frac{dM}{d\alpha} \alpha, \quad (1)$$

dove M_0 è il momento ad $\alpha = 0$ e $dM/d\alpha$ è la pendenza, costante, della retta.

La condizione di stabilità che abbiamo raccontato a parole — “ $\Delta\alpha$ positivo deve generare ΔM negativo” — si scrive allora in un rigo:

Criterio di stabilità statica longitudinale

$$\frac{dM}{d\alpha} = M_\alpha < 0 \quad \text{o, in forma adimensionale,} \quad \frac{dC_m}{d\alpha} = C_{m_\alpha} < 0, \quad (2)$$

dove il coefficiente di momento di beccheggio è definito come

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}} \quad (3)$$

con $\bar{c}$ = corda media aerodinamica dell'ala (sezione 3).

Perché proprio la derivata? La dimostrazione

Il criterio (2) non è una convenzione: si *dimostra*, e la dimostrazione è un'applicazione diretta di ciò che sapete sulle funzioni lineari (o, se preferite, dello sviluppo al primo ordine). Sia α_{TRIM} l'assetto di equilibrio, cioè $M(\alpha_{\text{TRIM}}) = 0$. Una perturbazione porti l'assetto a $\alpha_{\text{TRIM}} + \Delta\alpha$. Il momento nel nuovo assetto, usando la linearità (1), vale

$$M(\alpha_{\text{TRIM}} + \Delta\alpha) = \underbrace{M(\alpha_{\text{TRIM}})}_{=0} + \frac{dM}{d\alpha} \Delta\alpha = \frac{dM}{d\alpha} \Delta\alpha.$$

Il momento residuo dopo il disturbo è dunque *proporzionale al disturbo stesso*, con costante di proporzionalità $dM/d\alpha$. Ora imponiamo che sia un momento di *richiamo*, cioè di segno opposto al disturbo, e controlliamo *entrambi* i versi:

- raffica a cabrare, $\Delta\alpha > 0$: serve $\Delta M < 0$ (picchiante, che riabbassi il muso) $\Rightarrow dM/d\alpha < 0$;
- raffica a picchiare, $\Delta\alpha < 0$: serve $\Delta M > 0$ (cabrante, che rialzi il muso) $\Rightarrow dM/d\alpha < 0$.

Un'unica condizione copre entrambi i casi: è la potenza del segno della derivata. Notate anche il parallelo perfetto con la molla: $F = -kx$ richiama se $k > 0$; qui $\Delta M = (dM/d\alpha)\Delta\alpha$ richiama se $dM/d\alpha < 0$. La derivata $-dM/d\alpha$ è, a tutti gli effetti, la *rigidezza aerodinamica in beccheggio* del velivolo.

Fermiamoci sulla definizione (3), perché è il primo posto in cui la corda media aerodinamica entra in scena, e vale la pena smontarla pezzo per pezzo. Il denominatore è costruito così:

- $\frac{1}{2}\rho V^2$ è la *pressione dinamica* q : ha le dimensioni di una pressione ($\text{Pa} = \text{N/m}^2$) e rappresenta l'energia cinetica per unità di volume della corrente — la “moneta” con cui l'aria paga tutte le forze aerodinamiche;
- moltiplicando per la superficie S si ottiene qS , che ha le dimensioni di una *forza* (N): è con questo che si adimensionalizzano portanza e resistenza, $C_L = L/(qS)$ e $C_D = D/(qS)$;
- un momento però è una *forza per un braccio* (Nm): serve una lunghezza in più a denominatore, e per i momenti di beccheggio la scelta universale è $\bar{c}$.

Il risultato è un numero puro, e questo è il vero guadagno: C_m non dipende dalle dimensioni del velivolo né dalle condizioni di prova. Il C_m misurato su un modello in galleria del vento a 30 m/s è (in similitudine) lo stesso del velivolo vero a 500 km/h: è per questo che tutta la

letteratura ragiona in coefficienti. Quando invece servono i Nm veri — per dimensionare la struttura della coda, per esempio — si torna indietro moltiplicando: $M = C_m q S \bar{c}$.

2.5 Trimmaggio: l'equilibrio ha un nome

La condizione di equilibrio longitudinale $M = 0$ ha un nome tecnico che sentirete in ogni hangar e in ogni cabina: **condizione di trimmaggio**. Si dice che il velivolo è *trimmato* a un certo assetto (o, equivalentemente, a una certa velocità). Sul grafico $M-\alpha$, il punto di trimmaggio è semplicemente l'intersezione della retta (1) con l'asse orizzontale: l'angolo α_{TRIM} per cui $M = 0$.

Il grafico $M-\alpha$ è lo strumento visivo più potente di tutta la monografia: impariamo subito a leggerlo.

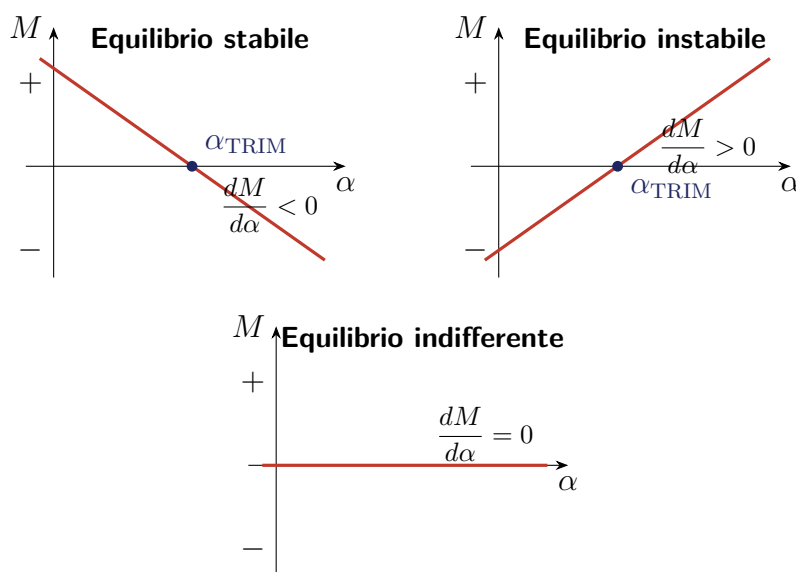


Figura 5: Il grafico $M-\alpha$ nei tre casi. Il punto di trimmaggio è l'intersezione con l'asse α ; il segno della pendenza decide la stabilità.

Guardate il caso stabile: la retta parte da un valore *positivo* di M ad $\alpha = 0$ e scende. È essenziale che parta da un valore positivo! Se la retta avesse pendenza negativa ma intercetta negativa, non taglierebbe mai l'asse per $\alpha > 0$: il velivolo sarebbe stabile ma *non trimmabile* a un assetto portante. Da qui la coppia di condizioni che chiude la sezione:

Condizioni necessarie e sufficienti

Affinché il velivolo sia *equilibrato* a un assetto utile ($\alpha_{\text{TRIM}} > 0$) e *stabile*, devono valere contemporaneamente:

$$\frac{dM}{d\alpha} < 0 \quad \text{e} \quad M_0 > 0 \quad (4)$$

La prima è la stabilità (pendenza negativa); la seconda è la possibilità di equilibrio a incidenza positiva (intercetta positiva). Vedremo nella sezione 4 che un'ala da sola, con un

profilo convenzionale, non riesce a soddisfarle entrambe: è il motivo per cui gli aeroplani hanno la coda.

Esempio 2.1 – leggere una retta $M-\alpha$

Un velivolo in prova presenta, a una data velocità, un momento di beccheggio che varia linearmente con l'assetto: ad $\alpha = 0^\circ$ si misura $M = +1500 \text{ N m}$ (cabrante), ad $\alpha = 6^\circ$ si misura $M = 0$. Domande: (a) il velivolo è stabile? (b) qual è l'assetto di trimmaggio? (c) che cosa accade se una raffica porta l'assetto a 8° ?

Risposte. (b) L'assetto di trimmaggio è per definizione quello a momento nullo: $\alpha_{\text{TRIM}} = 6^\circ$. (a) La pendenza è $dM/d\alpha = (0 - 1500)/(6 - 0) = -250 \text{ N m per grado}$: è negativa, il velivolo è stabile, e inoltre $M_0 = +1500 \text{ N m} > 0$: entrambe le condizioni (4) sono soddisfatte. (c) A $\alpha = 8^\circ$ il momento vale $M = 1500 - 250 \cdot 8 = -500 \text{ N m}$: picchiante, dunque riporta il muso verso il basso, verso α_{TRIM} . Il disturbo viene contrastato: è la stabilità in azione.

“Stabile” non significa “fermo”

Molti immaginano che un velivolo stabile resti inchiodato all'assetto di trimmaggio. No: la stabilità statica garantisce solo la *nascita del momento di richiamo*. Il velivolo disturbato oscillerà intorno all'assetto di equilibrio, e il modo in cui queste oscillazioni si smorzano (o meno) è appunto la stabilità dinamica. La distinzione è la stessa che c'è tra dire “la molla tira indietro” e descrivere il moto armonico che ne segue.

2.6 La mappa completa: longitudinale, direzionale, laterale

Prima di addentrarci nei calcoli, fermiamoci a guardare l'intero territorio dall'alto. Lo studio della stabilità di un velivolo sembra un argomento vasto e frammentato — momenti, angoli greci, derivate, superfici — ma in realtà è *un solo ragionamento, ripetuto tre volte*. Questo paragrafo è la mappa: se in qualunque punto della monografia vi sentirete persi, tornate qui.

Il velivolo può ruotare intorno a tre assi, e a ciascuna rotazione corrisponde una “famiglia” di stabilità:

- **Stabilità longitudinale** (beccheggio, asse Y). È la stabilità del muso che si alza e si abbassa. Il disturbo è una variazione dell'angolo di attacco α (una raffica verticale, una turbolenza); la risposta del velivolo è il momento di beccheggio M . Vive interamente nel piano di simmetria, e per questo si studia *da sola*, separata dalle altre due. A garantirla è il *piano di coda orizzontale*; a comandarla è l'equilibratore.
- **Stabilità direzionale** (imbardata, asse Z), detta anche *stabilità di rotta*. È la stabilità del muso che punta nella direzione del moto, come una banderuola nel vento. Il disturbo è l'angolo di derapata β (vento al traverso, colpo di pedaliera); la risposta è il momento di imbardata N . A garantirla è la *deriva*; a comandarla è il timone.
- **Stabilità laterale** (rollio, asse X), che molti testi italiani chiamano *stabilità trasversale*: i due termini sono **sinonimi**, e conviene saperlo perché li incontrerete entrambi. È la

stabilità delle ali che tornano orizzontali dopo un'inclinazione. È la più sottile delle tre: il disturbo apparente è l'angolo di rollio ϕ , ma il velivolo non “sente” direttamente ϕ — sente la *derapata* β che l'inclinazione provoca facendolo scivolare di lato. A garantirla è l'*ala*, con la sua geometria (diedro, freccia, posizione sulla fusoliera); a comandarla sono gli alettoni.

Le ultime due condividono lo stesso disturbo (β) e si influenzano a vicenda: per questo si parla spesso, cumulativamente, di stabilità *latero-direzionale*.

Il metodo universale in quattro passi

Qualunque sia la famiglia, lo studio della stabilità statica segue sempre lo stesso protocollo:

1. **Individua il disturbo:** la variabile che la perturbazione modifica (α per il beccheggio, β per imbardata e rollio).
2. **Scrivi il momento** che il velivolo sviluppa intorno all'asse in esame, sommando i contributi di tutti i componenti (ala, fusoliera, impennaggi).
3. **Deriva** il momento rispetto al disturbo: è qui che entra l'analisi matematica che avete studiato.
4. **Guarda il segno** della derivata: se il momento che nasce *si oppone* al disturbo, il velivolo è stabile; se lo asseconda, è instabile; se è nullo, è indifferente.

Tutto il resto — corde medie, punti neutri, rapporti volumetrici, angoli diedri — sono gli strumenti per eseguire bene i passi 2 e 3.

Tabella 2: La mappa della stabilità statica in una tabella.

	Longitudinale	Direzionale	Laterale (trasversale)
Asse / rotazione	Y / beccheggio	Z / imbardata	X / rollio
Disturbo	$\Delta\alpha$	$\Delta\beta$	$\Delta\phi$ (via β)
Momento	M	N	L
Criterio	$dM/d\alpha < 0$	$dN/d\beta > 0$	$dL/d\beta < 0$
Chi la garantisce	piano di coda orizz.	deriva	ala (diedro, freccia, posizione)
Chi la comanda	equilibratore	timone	alettoni
Immagine mentale	freccia impennata	banderuola	pallina nella conca

Un'ultima avvertenza sui segni dei criteri, che a prima vista sembrano incoerenti (perché due “minore di zero” e un “maggiore di zero”?). Non c'è nessuna incoerenza fisica: in tutti e tre i casi la condizione dice la stessa identica cosa — *il momento deve opporsi al disturbo*. I segni diversi sono solo il riflesso delle convenzioni geometriche fissate nella sezione 1: con quelle convenzioni, “opporsi a $+\Delta\beta$ ” in imbardata richiede un N positivo, mentre “opporsi a $+\Delta\alpha$ ” in beccheggio richiede un M negativo. Chi memorizza i segni senza la fisica li confonde; chi memorizza la fisica (“il momento raddrizza”) li ricava al volo.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

Abbiamo separato l'equilibrio longitudinale ($F_x = 0$, $F_z = 0$, $M = 0$) da quello latero-direzionale ($F_y = 0$, $L = 0$, $N = 0$) e, soprattutto, abbiamo distinto l'*equilibrio* dalla *stabilità*: la prima è un'uguaglianza ($M = 0$, il trimmaggio), la seconda è una disuguaglianza su una derivata ($dM/d\alpha < 0$). Le condizioni per avere entrambe, con assetto utile, sono $dM/d\alpha < 0$ e $M_0 > 0$. Prima di verificare chi riesce a soddisfarle ci serve però l'unità di misura con cui si misurano le posizioni sul velivolo: la corda media aerodinamica. È il tema della prossima sezione.

3 La corda media aerodinamica

La bussola della sezione

Prima di chiederci *dove* debba stare il baricentro perché il velivolo sia stabile, dobbiamo deciderci su un punto più elementare: *con quale righello misuriamo le posizioni* lungo l'asse longitudinale? La risposta dell'ingegneria aeronautica è la *corda media aerodinamica*, $\bar{c}$ (in inglese *mean aerodynamic chord*, MAC). In questa sezione la definiamo, ricaviamo per intero le formule per l'ala trapezia — una derivazione che è un ottimo allenamento di analisi — impariamo la costruzione grafica da tavolo da disegno e chiariamo la differenza, cruciale, tra centro aerodinamico e centro di pressione.

3.1 Perché serve una corda “media”

Su un'ala rettangolare non c'è nulla da mediare: la corda è la stessa a ogni stazione lungo l'apertura. Ma le ali vere sono rastremate: la corda alla radice c_r è maggiore della corda all'estremità c_t , e la corda locale $c(y)$ varia lungo l'apertura b . Quando allora scriviamo il coefficiente di momento $C_m = M/(\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c})$, quale corda usiamo?

Non una media qualsiasi. La corda media aerodinamica è definita in modo che l'ala tridimensionale possa essere *sostituita*, ai fini del momento di beccheggio, da un'ala rettangolare equivalente di corda $\bar{c}$: è una media *pesata*, in cui ogni stazione dell'apertura conta in proporzione alla corda locale — perché le stazioni con corda maggiore hanno più superficie e generano momenti maggiori.

Per convincersene basta riscrivere la definizione (che daremo tra un attimo) in una forma più trasparente. Poiché la superficie è $S = 2 \int_0^{b/2} c(y) dy$, si ha

$$\bar{c} = \frac{2 \int_0^{b/2} c(y)^2 dy}{S} = \frac{\int_0^{b/2} c(y) \cdot c(y) dy}{\int_0^{b/2} c(y) dy} :$$

a numeratore c'è la grandezza da mediare (la corda c) moltiplicata per il peso (ancora c , cioè l'area $c dy$ della striscia elementare); a denominatore la somma dei pesi. È la stessa identica struttura della media pesata dei voti: $\bar{v} = \sum v_i p_i / \sum p_i$, dove qui il “credito” di ogni striscia d'ala è la sua area. Le stazioni larghe vicino alla radice pesano di più; le punte sottili contano

poco — ed è giusto così, perché è vicino alla radice che si genera la parte del leone di portanza e momento.

Definizione di corda media aerodinamica

$$MAC \equiv \bar{c} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y)^2 dy. \quad (5)$$

Il quadrato sotto il segno di integrale è il “peso”: si integra la corda *moltiplicata per sé stessa*, cioè ogni striscia elementare di ala $c(y) dy$ contribuisce con la propria corda $c(y)$. Il fattore 2 tiene conto delle due semiali; S è la superficie alare totale.

Verifica di buon senso: l'ala rettangolare

Prima di lanciarsi nell'ala trapezia, controlliamo la formula su un caso in cui conosciamo già la risposta. Per un'ala rettangolare $c(y) = c$ costante e $S = bc$:

$$\bar{c} = \frac{2}{bc} \int_0^{b/2} c^2 dy = \frac{2}{bc} c^2 \frac{b}{2} = c.$$

La corda media di un'ala a corda costante è la corda: la formula supera il collaudo. È una buona abitudine, che ritroverete in tutta l'ingegneria: prima di fidarvi di una formula nuova, fatele fare una domanda di cui conoscete già la risposta.

3.2 L'ala trapezia: la derivazione completa

L'ala trapezia è il caso di gran lunga più importante nella pratica: la corda varia *linearmente* dall'attacco all'estremità. Introduciamo il **rapporto di rastremazione**

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (0 < \lambda \leq 1), \quad (6)$$

e scriviamo la legge lineare della corda:

$$c(y) = c_r \left[1 - (1 - \lambda) \frac{y}{b/2} \right]. \quad (7)$$

Controllate gli estremi, sempre: per $y = 0$ (radice) la parentesi vale 1 e $c = c_r$; per $y = b/2$ (estremità) la parentesi vale λ e $c = \lambda c_r = c_t$. La legge è giusta.

Derivazione di $\bar{c}$ per l'ala trapezia

Poniamo per comodità $k = 1 - \lambda$ e $u = y/(b/2)$, cosicché $dy = (b/2) du$ e la (7) diventa $c = c_r(1 - ku)$. La superficie del trapezio è

$$S = \frac{c_r + c_t}{2} b = \frac{c_r(1 + \lambda)}{2} b.$$

Sostituiamo nella definizione (5):

$$\bar{c} = \frac{2}{S} \frac{b}{2} \int_0^1 c_r^2 (1 - ku)^2 du = \frac{b c_r^2}{S} \left[-\frac{(1 - ku)^3}{3k} \right]_0^1 = \frac{b c_r^2}{3kS} (1 - (1 - k)^3).$$

Ora $1 - k = \lambda$, quindi $1 - (1 - k)^3 = 1 - \lambda^3 = (1 - \lambda)(1 + \lambda + \lambda^2)$, e il fattore $(1 - \lambda) = k$ semplifica il k a denominatore:

$$\bar{c} = \frac{b c_r^2 (1 + \lambda + \lambda^2)}{3S} = \frac{b c_r^2 (1 + \lambda + \lambda^2)}{3} \cdot \frac{2}{c_r (1 + \lambda) b}.$$

Da cui la formula finale, che va conosciuta a memoria:

$$\boxed{\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda}} \quad (8)$$

La posizione lungo l'apertura della stazione in cui la corda locale vale esattamente $\bar{c}$ si ottiene ponendo $c(y_{MAC}) = \bar{c}$ nella (7). Svolgiamo il conto per intero, perché è un buon esempio di come le formule “da memorizzare” nascano da pochi passaggi di algebra. Imponiamo:

$$c_r \left[1 - (1 - \lambda) \frac{y_{MAC}}{b/2} \right] = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda}.$$

Semplifichiamo c_r e isoliamo il termine con y_{MAC} :

$$(1 - \lambda) \frac{y_{MAC}}{b/2} = 1 - \frac{2}{3} \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = \frac{3(1 + \lambda) - 2(1 + \lambda + \lambda^2)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + \lambda - 2\lambda^2}{3(1 + \lambda)}.$$

Il numeratore si fattorizza: $1 + \lambda - 2\lambda^2 = (1 - \lambda)(1 + 2\lambda)$ (verificalo sviluppando il prodotto). Il fattore $(1 - \lambda)$ si semplifica con quello a primo membro:

$$\frac{y_{MAC}}{b/2} = \frac{1 + 2\lambda}{3(1 + \lambda)},$$

da cui, moltiplicando per $b/2$:

$$\boxed{y_{MAC} = \frac{b}{6} \frac{1 + 2\lambda}{1 + \lambda}} \quad (9)$$

Anche qui, collaudo immediato: per $\lambda = 1$ (ala rettangolare) la (8) dà $\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \cdot \frac{3}{2} = c_r$ e la (9) dà $y_{MAC} = b/4$, il centro della semiala. Tutto coerente.

$\bar{c}$ non è la corda media geometrica

La corda media *geometrica* è $c_g = S/b = (c_r + c_t)/2$ per l'ala trapezia: la semplice media aritmetica. La corda media *aerodinamica* è sempre un po' più grande (tranne che per l'ala rettangolare, dove coincidono), perché la media pesata privilegia le stazioni di corda

maggiore. Con $\lambda = 0,5$: $c_g = 0,75 c_r$ mentre $\bar{c} \approx 0,778 c_r$. La differenza è piccola ma non è un errore di conto: è concettuale. Usare c_g al posto di $\bar{c}$ nel calcolo del centraggio è un errore che si paga.

Esempio 3.1 – la MAC di un addestratore

Dati

Ala trapezia di un velivolo da addestramento: corda di radice $c_r = 2,40$ m, corda di estremità $c_t = 1,20$ m, apertura $b = 10,80$ m.

Rapporto di rastremazione: $\lambda = c_t/c_r = 1,20/2,40 = 0,5$.

Superficie: $S = \frac{c_r + c_t}{2} b = \frac{3,60}{2} \cdot 10,80 = 19,44 \text{ m}^2$; allungamento $AR = b^2/S = 116,64/19,44 = 6,0$.

Corda media aerodinamica, dalla (8):

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot 2,40 \cdot \frac{1 + 0,5 + 0,25}{1 + 0,5} = 1,60 \cdot \frac{1,75}{1,50} = 1,867 \text{ m.}$$

Posizione lungo l'apertura, dalla (9):

$$y_{MAC} = \frac{10,80}{6} \cdot \frac{1 + 2 \cdot 0,5}{1 + 0,5} = 1,80 \cdot \frac{2}{1,5} = 2,400 \text{ m.}$$

Risultato

$\bar{c} = 1,867$ m alla stazione $y_{MAC} = 2,400$ m dalla mezzzeria. Verifica incrociata: la corda locale in quella stazione, dalla (7), vale $c(2,40) = 2,40 [1 - 0,5 \cdot 2,40/5,40] = 1,867 \text{ m} = \bar{c}$. I conti chiudono. (Valori confermati anche per integrazione numerica diretta della (5).)

3.3 La costruzione grafica al tavolo da disegno

Prima dei calcolatori, la MAC dell'ala trapezia si trovava con riga e matita, con una costruzione elegante che vale la pena conoscere — è tuttora il modo più rapido per verificare un risultato ed è un classico delle prove grafiche.

Costruzione grafica della MAC (ala trapezia)

Sulla semiala disegnata in pianta:

1. si prolunga la corda di *radice* oltre il bordo, di una lunghezza pari alla corda di *estremità* c_t ;
2. si prolunga la corda di *estremità*, dal lato opposto, di una lunghezza pari alla corda di *radice* c_r ;
3. si uniscono i due punti così ottenuti con una retta;

4. si traccia la retta che unisce i punti di mezzo delle corde di radice e di estremità (la linea delle mezze corde);
5. l'intersezione delle due rette individua la stazione y_{MAC} : la corda locale in quella stazione è la MAC.

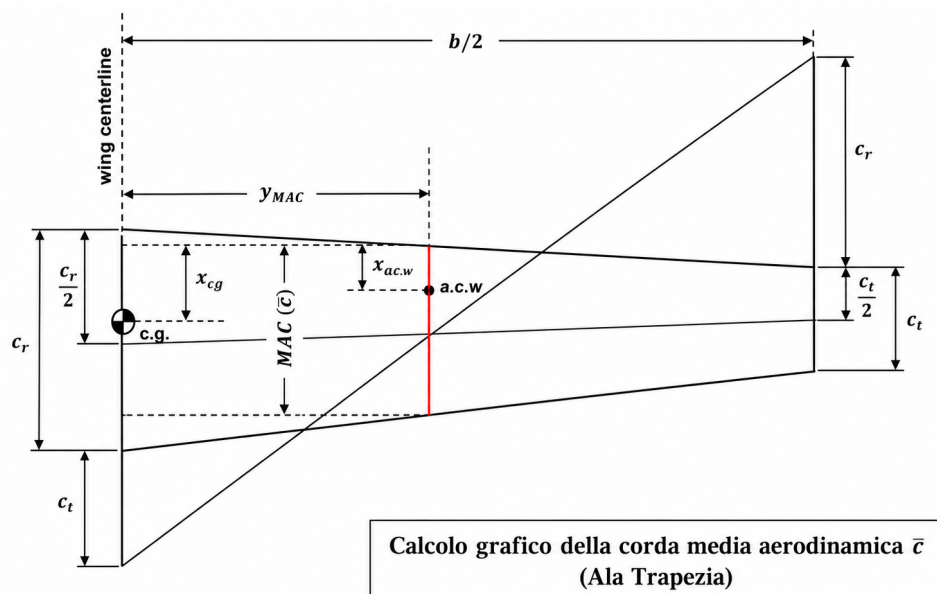


Figura 6: Calcolo grafico della corda media aerodinamica per l'ala trapezia.

Provate la costruzione sull'esempio numerico precedente, in scala 1:50: troverete l'intersezione a 4,8 cm dalla mezzeria del disegno, cioè 2,40 m in scala reale — esattamente il y_{MAC} calcolato.

3.4 Centro di pressione e centro aerodinamico

La MAC non serve solo ad adimensionalizzare: permette una rappresentazione “bidimensionale” dell'ala che semplifica tutto il seguito. L'idea è questa: la distribuzione di pressione sull'intera ala può essere ridotta a una *singola forza portante* applicata in un punto opportuno, più un momento. Ma quale punto scegliere? Qui bisogna essere chirurgici, perché ci sono due candidati e la scelta sbagliata genera confusione per mesi.

Centro di pressione vs. centro aerodinamico

Centro di pressione (c.p.): il punto in cui la risultante delle pressioni ha momento nullo. Sembra la scelta naturale, ma ha un difetto grave: *si sposta al variare dell'angolo di attacco* (per un profilo convenzionale arretra al diminuire di α , e a portanza nulla scappa all'infinito). Un punto di riferimento che si muove è un pessimo punto di riferimento.

Centro aerodinamico (*a.c.*): il punto rispetto al quale il momento di beccheggio *non varia con l'angolo di attacco*:

$$\left. \frac{dM}{d\alpha} \right|_{a.c.} = 0 \quad \implies \quad M_{ac} \approx \text{costante con } \alpha.$$

La sua posizione sulla corda è *nota e fissa* (almeno per assetti non elevati): in regime subsonico

$$X_{ac_w} \approx 0,25 \bar{c}, \quad (10)$$

cioè al 25% della corda media aerodinamica dal bordo di attacco. In regime supersonico l'a.c. arretra verso il 50%.

La rappresentazione che adottiamo da qui in avanti è dunque: *tutta l'aerodinamica dell'ala equivale a una portanza L_w applicata nel centro aerodinamico $a.c.w$, più un momento costante M_{ac_w} intorno ad esso*. Per un profilo convenzionale (curvatura positiva) M_{ac_w} è *negativo*, cioè picchiante: tenetelo a mente, perché nella prossima sezione questo segno deciderà il destino dell'ala isolata. Il valore adimensionale tipico è $C_{m_{ac}} \approx -0,03 \div -0,10$ per i profili della serie NACA a curvatura moderata (per il NACA 2412, ad esempio, $C_{m_{ac}} \simeq -0,05$); è nullo per i profili simmetrici e *positivo* per i profili autostabili (*reflex*).

Perché l'a.c. è al quarto di corda: l'indizio della teoria

Nel corso di aerodinamica avete incontrato la teoria dei profili sottili: essa dimostra che, per qualunque linea media, il punto a 1/4 della corda è il “fuoco” del profilo, il punto a momento costante. Non è quindi un valore sperimentale fortunato: è un risultato esatto della teoria linearizzata, che l'esperienza conferma con ottima approssimazione finché lo strato limite resta attaccato. Sullo stesso filone, il punto ai 3/4 della corda è il “punto neutro posteriore” del profilo (teorema di Pistoletti) — da non confondere con il punto neutro *del velivolo* che incontreremo nella sezione 6.

3.5 Il centraggio si misura in %MAC

Ultima, fondamentale convenzione. La posizione del baricentro di un velivolo viene misurata *a partire dal bordo di attacco della $\bar{c}$* , esprimendo la distanza come frazione (o percentuale) della corda stessa:

$$\bar{x}_{cg} = \frac{X_{cg}}{\bar{c}} \quad (\text{esempio: } \bar{x}_{cg} = 0,30 \text{ si legge "baricentro al 30\% MAC"}). \quad (11)$$

Quando nei manuali di carico e centraggio leggete che l'involuppo del baricentro va, poniamo, dal 18% al 35% MAC, è esattamente questa la scala di misura. La MAC è dunque il “righello di bordo” del velivolo: su di essa si misurano la posizione del baricentro, quella del centro aerodinamico e — come vedremo — il margine di stabilità, che è la distanza tra i due.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

La corda media aerodinamica $\bar{c}$ è la media pesata (5) delle corde lungo l'apertura; per l'ala trapezia vale la formula chiusa (8) con posizione (9), che sappiamo anche costruire graficamente. Sulla MAC si colloca il centro aerodinamico ($\approx 25\%$ in subsonico), punto rispetto al quale il momento è costante con α — a differenza del centro di pressione, che si muove. E in frazioni di MAC misureremo d'ora in poi la posizione del baricentro. Con il righello in mano, possiamo finalmente fare la domanda vera: un'ala da sola può essere equilibrata e stabile?

4 L'ala isolata: un dilemma istruttivo

La bussola della sezione

Facciamo l'esperimento mentale più semplice possibile: un velivolo fatto di *sola ala*. Niente coda, niente fusoliera. Può volare equilibrato e stabile? La risposta — un “no, tranne...” pieno di sfumature — è una delle pagine più istruttive di tutta la meccanica del volo: ci costringe a maneggiare insieme le due condizioni del sezione 2 e ci spiega, per contrasto, perché il 99% degli aeroplani ha un piano di coda. Analizzeremo tre configurazioni: stessa ala, esiti opposti.

4.1 Il modello e le due equazioni

Rappresentiamo l'ala come nella sezione precedente: portanza L_w applicata nel centro aerodinamico $a.c.w$, momento costante M_{acw} intorno ad esso, peso W applicato nel baricentro $c.g$. Definiamo la distanza (con segno!) tra baricentro e centro aerodinamico, misurata positiva se il baricentro è *dietro*:

$$X_{aw} = X_{cg} - X_{acw}. \quad (12)$$

Il momento di beccheggio rispetto al baricentro è allora la somma di due contributi: il momento proprio dell'ala e il momento di trasporto della portanza,

$$M = M_{acw} + L_w X_{aw}. \quad (13)$$

(Per semplicità, ma senza perdere di generalità, assumiamo che per $\alpha = 0$ sia anche $L_w = 0$, cosicché $M_0 \equiv M_{acw}$; il peso, passando per il baricentro, non dà momento.)

L'angolo di attacco assoluto: perché “non perdiamo generalità”

L'assunzione appena fatta merita di essere formalizzata, perché è uno strumento che la trattatistica internazionale (Anderson in testa) usa sistematicamente. Un profilo con curvatura positiva come il NACA 2412 ha portanza nulla non a $\alpha = 0$, ma a un angolo *negativo*: dai dati sperimentali NACA, $\alpha_{L=0} = -2,2^\circ$ per il 2412. Se però misuriamo l'incidenza non dalla corda geometrica ma dalla *direzione di portanza nulla*, definendo l'**angolo di attacco assoluto**

$$\alpha_a = \alpha - \alpha_{L=0} = \alpha + |\alpha_{L=0}|,$$

allora per costruzione $L = 0$ quando $\alpha_a = 0$, per *qualunque* profilo. Tutte le rette $M-\alpha$ di questa monografia vanno lette, a rigore, come rette $M-\alpha_a$: le formule non cambiano di una virgola (una traslazione dell'origine non tocca le derivate, e la stabilità è una derivata), ma l'intercetta M_0 acquista un significato preciso: è il momento di beccheggio *alla portanza nulla*. Nei conti pratici, quando i dati forniscono α dalla corda, basta ricordare la conversione $\alpha_a = \alpha + |\alpha_{L=0}|$.

Le due condizioni da verificare sono quelle della (4):

$$\textbf{Equilibrio: } M = M_{acw} + L_w X_{aw} = 0 \quad (14)$$

$$\textbf{Stabilità: } \frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{aw} < 0 \quad (15)$$

Vediamo da dove esce la (15), termine per termine. Deriviamo la (13) rispetto ad α applicando la linearità della derivata (la derivata di una somma è la somma delle derivate):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \underbrace{\frac{dM_{acw}}{d\alpha}}_{=0} + \frac{d}{d\alpha} (L_w X_{aw}) = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{aw}.$$

Il primo termine è nullo perché M_{acw} è *costante con α* : non è un'approssimazione di comodo, è la proprietà che *definisce* il centro aerodinamico — ed è esattamente il motivo per cui, tra centro di pressione e centro aerodinamico, abbiamo scelto il secondo. Se avessimo applicato la portanza nel centro di pressione, questo termine non sarebbe sparito (il c.p. si muove con α) e l'analisi sarebbe diventata inutilmente tortuosa. Nel secondo termine, X_{aw} è una *costante geometrica* (distanza tra due punti fissi del velivolo): esce dalla derivata come un numero, e resta $dL_w/d\alpha$ moltiplicata per essa. Ed ecco il fatto che comanda tutta la sezione:

$$\frac{dL_w}{d\alpha} > 0 \quad \text{sempre} \quad (16)$$

(più incidenza, più portanza — almeno fino allo stallo). Dunque nella (15) *il segno di $dM/d\alpha$ è il segno di X_{aw}* : la stabilità dell'ala isolata dipende solo da che parte sta il baricentro rispetto al centro aerodinamico. Vediamo i tre casi.

4.2 Caso 1: baricentro dietro l'a.c. — equilibrata ma instabile

Sia $X_{aw} > 0$ (baricentro dietro il centro aerodinamico) e il profilo convenzionale, quindi $M_{acw} < 0$.

Equilibrio: la (14) chiede $L_w X_{aw} = -M_{acw} > 0$, che con $X_{aw} > 0$ si soddisfa con una portanza positiva. Esiste dunque un assetto di trimmaggio a incidenza positiva: **equilibrio** sì ✓

Stabilità: $dM/d\alpha = (dL_w/d\alpha) X_{aw} > 0$. **Instabile** ×

È la matita sulla punta: il velivolo può volare trimmato, ma alla prima raffica che aumenta α la portanza cresce, il suo momento (braccio positivo) è cabrante, l'incidenza aumenta ancora — divergenza.

Esempio 4.1 – i numeri del caso 1

Dati

Ala dell'addestratore dell'Esempio 2.1: $S = 19,44 \text{ m}^2$, $\bar{c} = 1,867 \text{ m}$, profilo NACA 2412 con $C_{mac} = -0,05$. Volo a $V = 50 \text{ m/s}$ al livello del mare ISA ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$). Baricentro al 35% MAC, a.c. al 25% MAC: $X_{aw} = 0,10 \bar{c} = 0,187 \text{ m}$.

Pressione dinamica: $q = \frac{1}{2} \rho V^2 = 1\,531 \text{ Pa}$.

Momento proprio dell'ala: $M_{acw} = C_{mac} q S \bar{c} = -0,05 \cdot 1531,25 \cdot 19,44 \cdot 1,867 \simeq -2\,778 \text{ N m}$ (picchiante).

Equilibrio: $L_w = -M_{acw}/X_{aw} = 2778,3/0,1867 \simeq 14\,884 \text{ N}$, corrispondente a $C_L = L_w/(qS) = 0,50$: un valore di crociera del tutto plausibile. L'ala *vola trimmata*.

Stabilità: con pendenza della retta di portanza $a_w \simeq 4,9/\text{rad}$ (ala con $AR = 6$),

$$\frac{dM}{d\alpha} = a_w q S X_{aw} \simeq 4,9 \cdot 1531,25 \cdot 19,44 \cdot 0,1867 \simeq +27\,200 \text{ N m/rad} > 0.$$

Positiva: basta una raffica che aggiunga un grado di incidenza ($0,0175 \text{ rad}$) per generare $\Delta M \simeq +475 \text{ N m}$ cabranti, che aumentano ancora l'incidenza. **Sistema equilibrato ma instabile.**

4.3 Caso 2: baricentro davanti all'a.c. — stabile ma non equilibrata

Spostiamo il baricentro *davanti* al centro aerodinamico: $X_{aw} = X_{cg} - X_{acw} < 0$. Profilo sempre convenzionale, $M_{acw} < 0$.

Stabilità: $dM/d\alpha = (dL_w/d\alpha) X_{aw} < 0$. **Stabile** ✓

Equilibrio: la (14) chiede $L_w X_{aw} = -M_{acw} > 0$; ma ora $X_{aw} < 0$, quindi servirebbe $L_w < 0$: l'ala potrebbe “equilibrarsi” solo a portanza negativa, cioè a incidenza *negativa*. Ad assetti utili ($\alpha > 0$) i due momenti, $M_{acw} < 0$ e $L_w X_{aw} < 0$, sono entrambi picchianti: la loro somma non può annullarsi. **Non equilibrata** × (per $\alpha > 0$!)

Sul grafico $M-\alpha$: retta con pendenza negativa (bene) ma intercetta $M_0 = M_{acw} < 0$ (male): il punto di trimmaggio cade ad $\alpha_{\text{TRIM}} < 0$, inutilizzabile.

4.4 Caso 3: baricentro avanzato + profilo reflex — il tutt'ala

Il caso 2 fallisce per colpa dell'intercetta: $M_0 = M_{acw} < 0$. E se usassimo un profilo con $M_{acw} > 0$? Esistono: sono i profili **reflex** (o “autostabili”), riconoscibili dalla linea media che si *rialza* verso il bordo d'uscita, come uno sci. Quel ricciolo di coda deporta leggermente la parte posteriore del profilo e rende il momento proprio *cabrante*.

Con $X_{aw} < 0$ (stabilità) e $M_{acw} > 0$ (equilibrio a $\alpha > 0$) entrambe le condizioni sono soddisfatte: **sistema equilibrato e stabile** ✓✓

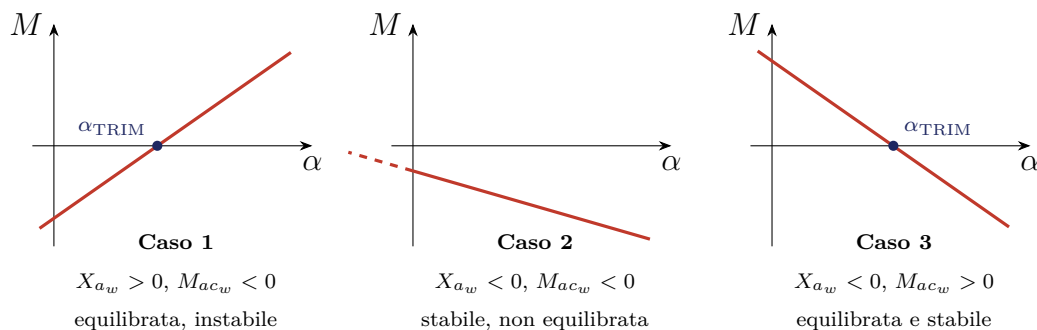


Figura 7: L'ala isolata nei tre casi, sul grafico $M-\alpha$. Solo la combinazione “baricentro avanti + profilo reflex” produce pendenza negativa e intercetta positiva.

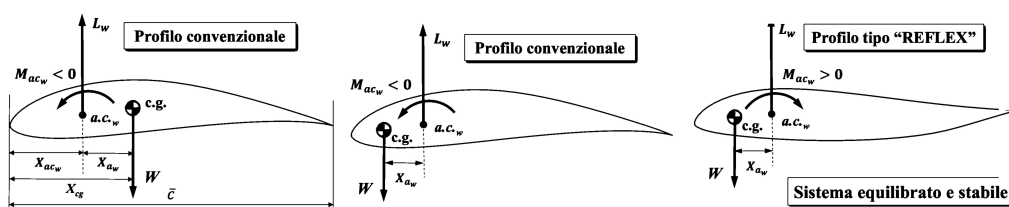


Figura 8: Le tre configurazioni dell'ala isolata: stessa fisica, esiti opposti a seconda della posizione relativa c.g.-a.c. e del segno di M_{ac_w} .

Sintesi della sezione in una tabella

	X_{a_w}	M_{ac_w}	Equilibrio ($\alpha > 0$)	Stabilità
Caso 1	> 0	< 0 (convenz.)	✓	✗
Caso 2	< 0	< 0 (convenz.)	✗	✓
Caso 3	< 0	> 0 (reflex)	✓	✓

Le condizioni del caso 3 si ottengono: 1) posizionando il baricentro davanti al centro aerodinamico ($\Rightarrow dM/d\alpha < 0$); 2) adottando un profilo reflex o “autostabile” ($\Rightarrow M_{ac_w} > 0$).

I tutt'ala esistono davvero

Il caso 3 non è un esercizio accademico: è la ricetta dei velivoli *tutt'ala* (*flying wing*) e di molti deltaplani e ali di aeromodelli da pendio. Gli alianti tutt'ala dei fratelli Horten negli anni '40, fino al bombardiere Northrop B-2 e al più recente B-21, volano senza piano di coda proprio combinando profili a momento (complessivamente) non picchiante — nei tutt'ala a freccia il “reflex” è spesso realizzato in modo equivalente con lo *svergolamento negativo* delle estremità, che deportano come farebbe il ricciolo del profilo — e un centraggio davanti al centro aerodinamico. Il prezzo si paga in efficienza (il reflex riduce la curvatura utile, e quindi il $C_{L,max}$) e in margini di stabilità ridotti: il B-2, non a caso, vola stabilizzato artificialmente dal sistema *fly-by-wire*. Per un velivolo convenzionale il

progettista preferisce un'altra strada: aggiungere una seconda superficie portante. È la prossima sezione.

“Il baricentro avanzato stabilizza”: sì, ma non equilibra

Dal caso 2 nasce uno degli equivoci più comuni: pensare che basti spostare il baricentro in avanti per “sistemare tutto”. Il baricentro avanzato dà la *pendenza* giusta, ma da solo lascia la retta $M-\alpha$ tutta sotto l'asse: manca chi fornisca il momento cabrante $M_0 > 0$. Nell'ala isolata quel momento può darlo solo un profilo reflex; nel velivolo completo lo darà la coda. Ricordate sempre: la stabilità è la pendenza, l'equilibrio è l'intercetta, e servono *tutte e due*.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

L'ala isolata con profilo convenzionale non può essere insieme equilibrata e stabile: se il baricentro è dietro l'a.c. è equilibrata ma instabile, se è davanti è stabile ma non equilibrata ad assetti utili. La scappatoia del profilo reflex funziona (è la via dei tutt'ala) ma costa efficienza. La soluzione generale è un'altra: dare al velivolo una *seconda superficie portante* che fornisca il momento cabrante mancante senza rinunciare ai profili convenzionali. Nella prossima sezione la mettiamo dietro l'ala — la configurazione “tradizionale” — e scopriremo che è proprio il piano di coda a stabilizzare il velivolo.

5 Il piano di coda: la soluzione tradizionale

La bussola della sezione

La sezione precedente ci ha lasciato con un problema aperto: con profili convenzionali, un'unica superficie portante non basta. La soluzione che l'aviazione ha adottato fin dai Wright è aggiungere una *seconda superficie portante*. In questa sezione la posizioniamo *dietro* l'ala — la configurazione “tradizionale” — e sviluppiamo per intero le equazioni di equilibrio e di stabilità, prima per il sistema ala+coda e poi per il velivolo completo con la fusoliera. Il risultato finale è uno dei più importanti dell'intera meccanica del volo: *è il piano di coda che stabilizza il velivolo*, e lo fa qualunque sia la posizione del baricentro rispetto ai centri aerodinamici delle due superfici. Lungo la strada incontreremo il *downwash*, l'ombra aerodinamica che l'ala proietta sulla coda.

5.1 Il modello ala + piano di coda

Consideriamo dunque ala e piano di coda orizzontale, trascurando per ora la fusoliera. Fissiamo le ipotesi con cura, perché ogni termine delle equazioni che seguono discende da una di esse.

Ipotesi di lavoro

- Il piano di coda ha profilo *simmetrico*, quindi $M_{ac_t} = 0$: della coda sopravvive solo la portanza L_t , applicata nel suo centro aerodinamico $a.c._t$, a distanza l_t dal baricentro.
- Il baricentro è *dietro* il centro aerodinamico dell'ala: $X_{a_w} = X_{c_g} - X_{ac_w} > 0$ (è il caso 1 della sezione precedente, quello “comodo” per l'equilibrio: vedremo che ora possiamo permettercelo).
- Le pendenze delle rette di portanza sono positive, sempre: $dL_w/d\alpha > 0$ e $dL_t/d\alpha_t > 0$.
- Senza perdere di generalità, l'angolo di attacco del velivolo α coincide con quello dell'ala.

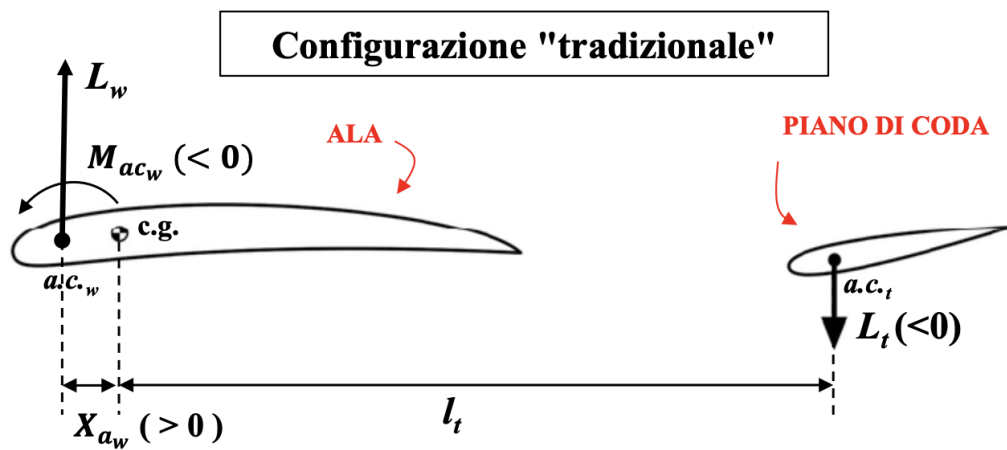


Figura 9: La configurazione “tradizionale”: superficie addizionale dietro l'ala. Nel volo equilibrato tipico la coda *deporta*.

5.2 Il downwash: l'ala respira sulla coda

C'è una sottigliezza fisica che non possiamo saltare, perché entra dritta nelle equazioni. Il piano di coda non vola in aria indisturbata: vola nella *scia* dell'ala. L'ala, per generare portanza, deflette verso il basso la corrente che la attraversa (è il “downwash” w che avete incontrato nella teoria della linea portante: la portanza è la reazione a questa deflessione). La coda, che sta dietro, riceve quindi una corrente già piegata verso il basso di un angolo ε , detto appunto **angolo di downwash**.

L'angolo di attacco *effettivo* della coda è perciò ridotto:

$$\alpha_t = \alpha - \varepsilon. \quad (17)$$

E poiché il downwash è generato dalla portanza dell'ala, che cresce con α , anche ε cresce con α . Nel modello lineare che stiamo usando si scrive

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha, \quad \frac{d\varepsilon}{d\alpha} > 0 \quad (\text{valori tipici } 0,3 \div 0,5), \quad (18)$$

dove ε_0 è il downwash residuo ad assetto nullo (dovuto alla curvatura dei profili, che portano anche ad $\alpha = 0$). Il legame con la teoria della linea portante è diretto: il downwash dietro l'ala è proporzionale al C_L dell'ala e inversamente proporzionale all'allungamento — è lo stesso meccanismo dell'incidenza indotta, $\alpha_i = C_L/(\pi AR e)$, visto però a distanza di una fusoliera. Ali corte e tozze (basso AR) “sporcano” molto la coda; gli alianti, con i loro allungamenti enormi, quasi per niente.

Quando deriveremo i momenti rispetto ad α , la coda risponderà quindi con un fattore di sconto. Vale la pena anticipare il passaggio, perché è un'applicazione da manuale della *regola della catena*: la portanza di coda dipende da α attraverso α_t , quindi

$$\frac{dL_t}{d\alpha} = \frac{dL_t}{d\alpha_t} \cdot \frac{d\alpha_t}{d\alpha} = \frac{dL_t}{d\alpha_t} \cdot \frac{d}{d\alpha}(\alpha - \varepsilon) = \frac{dL_t}{d\alpha_t} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right). \quad (19)$$

Per ogni grado di incidenza in più del velivolo, la coda ne “sente” solo la frazione $(1 - d\varepsilon/d\alpha)$: con $d\varepsilon/d\alpha = 0,4$, un $\Delta\alpha = +1^\circ$ del velivolo diventa $\Delta\alpha_t = +0,6^\circ$ per la coda.

Un'immagine per il downwash

Pensate alla scia di una barca. Un gommone che segua la barca nella sua scia naviga in acqua già smossa e “sente” onde diverse da quelle del mare aperto. Il piano di coda è il gommone: vive nell'aria già lavorata dall'ala. È anche il motivo per cui molti progetti montano la coda in posizione alta (coda a T, come sull'ATR-72 o sul DC-9): per tirarla fuori, almeno in parte, dalla scia dell'ala — scelta che però si paga in peso della deriva e in comportamenti delicati allo stallo (il *deep stall*).

5.3 Equilibrio e stabilità del sistema ala + coda

Scriviamo il momento di beccheggio totale rispetto al baricentro. Tre contributi: il momento di trasporto della portanza alare, il momento proprio dell'ala, il momento di trasporto della portanza di coda (braccio l_t , e una portanza L_t positiva verso l'alto dà momento picchiante, da cui il segno meno):

$$M = L_w X_{a_w} + M_{ac_w} - L_t l_t = L_w X_{a_w} + M_{ac_w} - \frac{dL_t}{d\alpha_t} \alpha_t l_t. \quad (20)$$

Equilibrio. La condizione $M = 0$ ora si può soddisfare sempre: comunque siano fatti i primi due termini, basta che la coda fornisca la portanza (o deportanza) giusta. Con baricentro dietro l'a.c. dell'ala e M_{ac_w} moderato, il bilancio tipico richiede $L_t < 0$: la coda deporta, cioè spinge verso il basso, e il suo momento cabrante $-L_t l_t > 0$ compensa i momenti picchianti. Ecco chi fornisce quel $M_0 > 0$ che all'ala isolata mancava.

Stabilità. Deriviamo la (20) rispetto ad α : il primo termine dà $(dL_w/d\alpha) X_{a_w}$ come nell'ala isolata, il secondo (M_{ac_w}) sparisce perché costante, e il terzo è esattamente la regola della catena (19) moltiplicata per il braccio l_t :

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{a_w} - \frac{dL_t}{d\alpha_t} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) l_t < 0 ? \quad (21)$$

Guardate la struttura: il primo termine è *positivo* (destabilizzante: è l'ala del caso 1); il secondo è *negativo* (stabilizzante), ed è tanto più grande quanto maggiori sono la superficie della coda (dentro $dL_t/d\alpha_t$) e il suo braccio l_t . La stabilità è un braccio di ferro tra ala e coda, e il progettista può sempre far vincere la coda dimensionandola a dovere.

Il meccanismo fisico è limpido: se una raffica aumenta α , *anche la coda* vede più incidenza (sia pure scontata del downwash) e genera più portanza verso l'alto; ma la portanza in coda, con quel braccio lungo, è un momento *picchiante* che riporta giù il muso. La coda funziona come l'impennaggio di una freccia o la coda di un aquilone: qualunque deviazione produce una forza che raddrizza.

5.4 Il velivolo completo: entra la fusoliera

Aggiungiamo ora la fusoliera, che contribuisce con un momento proprio M_f . Per la fusoliera i risultati della teoria (Munk) e delle prove in galleria dicono: generalmente $M_f < 0$ a bassa incidenza, ma soprattutto $dM_f/d\alpha > 0$ *sempre*: la fusoliera è un corpo affusolato che, messo in incidenza, tende a ruotare di traverso — contributo **instabilizzante**, come l'ala del caso 1.

Equilibrio e stabilità del velivolo completo (configurazione tradizionale)

Equilibrio:

$$M = L_w X_{aw} + M_{acw} + M_f - \frac{dL_t}{d\alpha_t} \alpha_t l_t = 0. \quad (22)$$

Stabilità. Deriviamo la (22) termine per termine (l'ala dà $(dL_w/d\alpha) X_{aw}$; M_{acw} sparisce; la fusoliera dà $dM_f/d\alpha$; la coda dà il solito termine con la regola della catena (19)):

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{aw} + \frac{dM_f}{d\alpha} - \frac{dL_t}{d\alpha_t} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) l_t. \quad (23)$$

Così com'è, la (23) è corretta ma poco leggibile: tre termini di natura diversa (una forza per un braccio, un momento derivato, un altro prodotto forza-braccio). Il colpo d'occhio arriva con una mossa algebrica: *raccogliamo a fattor comune $dL_w/d\alpha$* , che è positivo e non nullo — quindi possiamo dividerci ciascun termine senza cambiare nulla dei segni. Ricordando che $X_{aw} = X_{cg} - X_{acw}$:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} \left[X_{cg} - X_{acw} + \frac{dM_f/d\alpha}{dL_w/d\alpha} - \frac{dL_t/d\alpha_t}{dL_w/d\alpha} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) l_t \right]. \quad (24)$$

Ora osservate la parentesi quadra. Controllo dimensionale, sempre: $dM_f/d\alpha$ è un momento per radiante (N m), $dL_w/d\alpha$ una forza per radiante (N): il loro rapporto è una *lunghezza*. Il rapporto $\frac{dL_t/d\alpha_t}{dL_w/d\alpha}$ è invece un numero puro (forza su forza) che moltiplica la lunghezza l_t . Tutta la parentesi è dunque una lunghezza: X_{cg} meno “qualcosa”. Diamo un nome a quel qualcosa:

$$X_{ac} = X_{acw} - \underbrace{\frac{dM_f/d\alpha}{dL_w/d\alpha}}_{\text{fusoliera: sposta l'a.c. in avanti}} + \underbrace{\frac{dL_t/d\alpha_t}{dL_w/d\alpha} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) l_t}_{\text{coda: sposta l'a.c. molto indietro}}. \quad (25)$$

Leggetela così: il velivolo completo si comporta come un'unica superficie portante il cui centro aerodinamico non sta più al 25% MAC dell'ala, ma in una posizione “efficace” corretta dai compagni di viaggio. La fusoliera, con $dM_f/d\alpha > 0$, *avanza* l'a.c. (entra con il segno meno: toglie stabilità); la coda, con il suo braccio l_t lungo, lo *arretra* di parecchio (aggiunge stabilità). Questo punto si chiama **centro aerodinamico del velivolo completo**, o **punto neutro posteriore**. Con la definizione (25), la parentesi della (24) diventa semplicemente $X_{cg} - X_{ac}$; e poiché la coda è piccola rispetto all'ala, la pendenza di portanza del velivolo completo è circa quella dell'ala, $dL/d\alpha \simeq dL_w/d\alpha$. Si arriva così alla forma che dovete ricordare:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL}{d\alpha} (X_{cg} - X_{ac}) < 0 \quad \Longleftrightarrow \quad X_{cg} < X_{ac} \quad (26)$$

Il velivolo è stabile se e solo se il baricentro sta davanti al centro aerodinamico del velivolo completo. È la generalizzazione esatta del criterio dell'ala isolata: cambia solo il punto di riferimento, non la logica.

5.5 L'equazione in coefficienti e il rapporto volumetrico di coda

C'è un secondo modo di scrivere l'equilibrio del velivolo completo, adottato dalla trattatistica internazionale (è la forma di Anderson) e prezioso per due motivi: lavora con numeri puri, confrontabili tra velivoli diversi, e fa emergere spontaneamente il parametro con cui il progettista *dimensiona* la coda. Riprendiamo il momento del sistema ala-coda e dividiamolo per la quantità che adimensionalizza i momenti di beccheggio, $\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}$, un pezzo alla volta: i primi due termini danno direttamente C_{mac} e $C_L(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac})$, ma è il termine di coda a nascondere la sorpresa. Il momento della coda è $-L_t l_t$; la sua forma adimensionale è

$$\frac{-L_t l_t}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}} = -\frac{L_t}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_t} \cdot \frac{S_t l_t}{S \bar{c}} = -C_{L_t} \frac{S_t l_t}{S \bar{c}},$$

dove abbiamo moltiplicato e diviso per la superficie di coda S_t , in modo da far comparire il coefficiente di portanza *della coda* C_{L_t} riferito alla *sua* superficie. Il gruppo geometrico rimasto è un numero puro così importante da avere nome e simbolo propri:

Il rapporto volumetrico di coda orizzontale

$$V_H = \frac{S_t l_t}{S \bar{c}} \quad (27)$$

È il rapporto tra il “volume” $S_t l_t$ (superficie di coda per braccio) e il volume di riferimento $S \bar{c}$: misura, in un solo numero, *quanta autorità di beccheggio* possiede la coda. È il gemello longitudinale del rapporto $V_v = S_v l_v / (S b)$ che useremo per la deriva nella sezione 8. Valori tipici: $V_H \simeq 0,4 \div 0,9$; per i monomotori dell'aviazione generale la letteratura di progetto (Anderson, su dati Raymer) suggerisce $V_H \simeq 0,7$ come punto di partenza, insieme a $V_v \simeq 0,04$. Con la (27), l'equazione di equilibrio del velivolo completo in coefficienti assume la forma compatta

$$C_{m,cg} = C_{mac} + C_L (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) - V_H C_{L_t}, \quad (28)$$

dove il primo termine è il momento proprio di ala (più fusoliera), il secondo è il trasporto della portanza, il terzo è la coda. È la stessa fisica delle equazioni dimensionali — provate a riottenerla dividendo la (22) — ma in forma da manuale internazionale: è così che la troverete scritta su Anderson e nei software di progetto preliminare.

Il V_H del nostro addestratore

Con i dati che accompagnano tutta la monografia — coda con $S_t = 4,0 \text{ m}^2$ e braccio $l_t = 4,60 \text{ m}$, ala con $S = 19,44 \text{ m}^2$ e $\bar{c} = 1,867 \text{ m}$:

$$V_H = \frac{4,0 \cdot 4,60}{19,44 \cdot 1,867} = 0,507.$$

Un valore nella fascia bassa ma plausibile per un addestratore. Tenetelo a mente: nella sezione 6 questo numero ci permetterà di *calcolare* la posizione del punto neutro che finora abbiamo dovuto assumere per data.

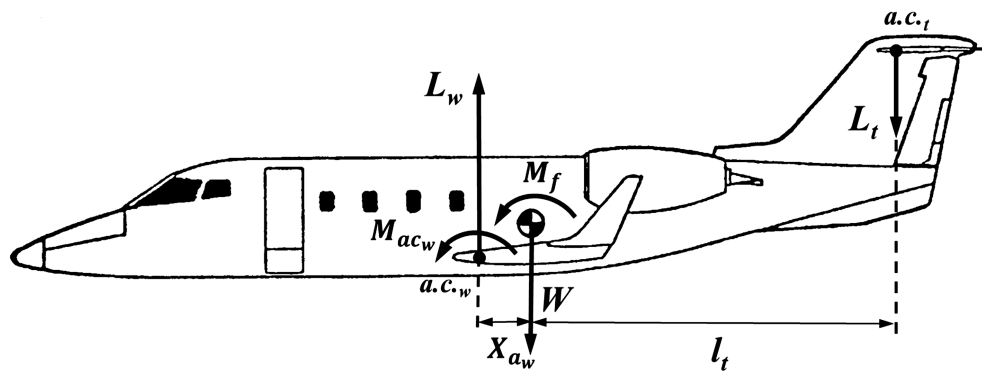


Figura 10: Il velivolo completo in configurazione tradizionale con tutte le azioni in gioco.

È il piano di coda che stabilizza il velivolo

Nella (24) l'unico termine stabilizzante è quello della coda. *Pro* della configurazione tradizionale: qualunque sia la posizione del baricentro rispetto ai due centri aerodinamici $a.c._w$ e $a.c._t$, è sempre possibile ottenere un equilibrio stabile $\Rightarrow$ **grande flessibilità di carico** (potete caricare il bagagliaio anteriore o posteriore: la coda perdona). *Contro*: distribuzione della portanza **meno efficiente** — generalmente $L_t < 0$, quindi $L_w > W$: l'ala deve portare *più del peso*, sostenendo anche la coda che spinge in giù, con l'aggravio di resistenza indotta che ne consegue (la cosiddetta *resistenza di trim*).

Esempio 5.1 – quanto deporta la coda?

Riprendiamo l'addestratore delle sezioni precedenti ($q = 1\,531\text{ Pa}$, $S = 19,44\text{ m}^2$, $\bar{c} = 1,867\text{ m}$, $M_{ac_w} = -2\,778\text{ Nm}$, $X_{a_w} = 0,187\text{ m}$) e aggiungiamo una coda con braccio $l_t = 4,60\text{ m}$. In una condizione di volo con $L_w = 6\,000\text{ N}$, l'equilibrio (20) richiede

$$L_t = \frac{L_w X_{a_w} + M_{ac_w}}{l_t} = \frac{6000 \cdot 0,1867 - 2778,3}{4,60} \simeq -360\text{ N}.$$

La coda deporta di 360 N. Il peso sostenuto è $W = L_w + L_t \simeq 5\,640\text{ N}$: l'ala porta il 106% del peso. Notate anche il rapporto delle grandezze: alla coda bastano poche centinaia di newton perché il suo braccio (4,60 m) è venticinque volte quello della portanza alare (0,187 m). È il principio della leva: forza piccola, braccio lungo.

5.6 Il grafico dei contributi

Il modo migliore per fissare il ruolo di ciascun componente è sovrapporre le loro rette $M-\alpha$.

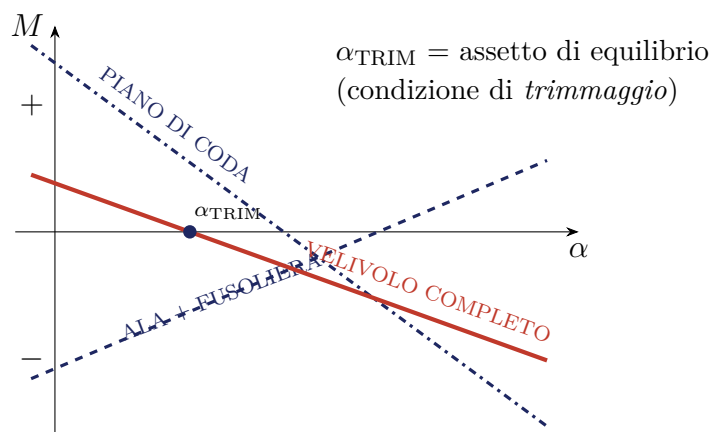


Figura 11: Contributi dei principali componenti al momento di beccheggio (configurazione tradizionale). Ala+fusoliera: instabilizzanti (pendenza positiva). Piano di coda: stabilizzante (pendenza fortemente negativa). La somma — il velivolo completo — ha pendenza negativa e intercetta positiva: equilibrato e stabile.

Leggetelo con calma, perché riassume tre sezioni: la retta ala+fusoliera sale (instabile, come sappiamo dal caso 1); la retta della coda scende ripida e parte alta (è lei che porta in dote sia la pendenza negativa sia l'intercetta positiva); la somma è la retta rossa del velivolo completo, che soddisfa entrambe le condizioni (4).

Il downwash non è un dettaglio

Nella (21) il fattore $(1 - d\varepsilon/d\alpha)$ riduce l'efficacia stabilizzante della coda anche del 30–50%. Dimenticarlo significa sovrastimare la stabilità — un errore non conservativo, il peggior tipo di errore per un progettista. Nei conti d'esame, quando i dati forniscono $d\varepsilon/d\alpha$, deve comparire: se scrivete il contributo di coda senza quel fattore, il risultato è sbagliato e la

commissione capisce che vi è sfuggita la fisica del problema.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

La seconda superficie portante dietro l'ala risolve il dilemma dell'ala isolata: fornisce l'intercetta positiva (deportando, con il suo lungo braccio) e domina la pendenza (è il piano di coda che stabilizza il velivolo), al prezzo di una portanza alare maggiore del peso. Il criterio generale è la (26): baricentro davanti al centro aerodinamico del velivolo completo, il *punto neutro*. Ma *quanto* davanti? E chi ci garantisce di poter ancora manovrare un velivolo molto stabile? La prossima sezione mette il baricentro sotto il microscopio.

6 Baricentro, equilibratore e controllabilità

La bussola della sezione

Il criterio $X_{cg} < X_{ac}$ ci dice *da che parte* deve stare il baricentro, ma il progettista — e il pilota che compila il piano di carico — ha bisogno di sapere *quanto* avanti: esiste una posizione ottima? E che cosa si rompe se il baricentro è *troppo* avanti? In questa sezione scopriamo che la posizione del baricentro è l'unica manopola che regola il livello di stabilità, definiamo il *margin statico*, studiamo come l'equilibratore permetta di cambiare assetto senza toccare la stabilità, e chiudiamo con il conflitto che governa il centraggio di ogni aeroplano: *stabilità e controllabilità sono requisiti contrapposti*.

6.1 Il baricentro comanda la pendenza

Riprendiamo il risultato centrale della sezione precedente:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL}{d\alpha} (X_{cg} - X_{ac}). \quad (26)$$

Leggiamola come la leggerebbe un progettista. La pendenza della retta di portanza $dL/d\alpha$ è fissata dalla geometria (profili, allungamento): non si tocca a velivolo costruito. Il centro aerodinamico del velivolo completo X_{ac} è anch'esso “congelato” dalla geometria: dipende da ala, coda e fusoliera. Resta *una sola* grandezza libera: X_{cg} , che cambia a ogni volo con il carico di combustibile, passeggeri e merci.

Un risultato da incorniciare

La pendenza (negativa) della retta $M-\alpha$, ovvero *il livello di stabilità di un velivolo*, è determinata **esclusivamente** dalla posizione del baricentro rispetto al centro aerodinamico del velivolo completo (detto anche *punto neutro posteriore*).

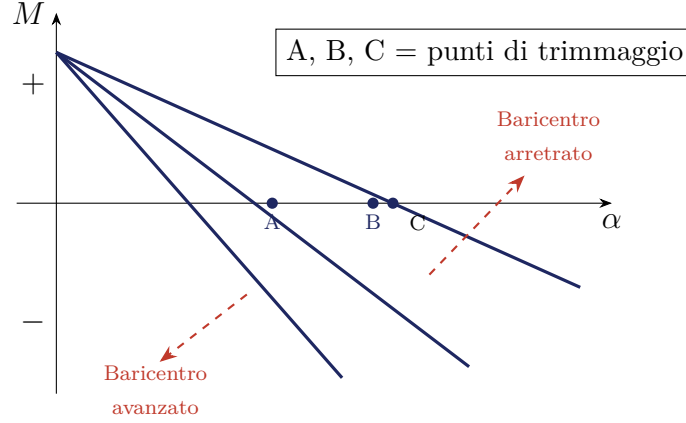


Figura 12: Effetto della posizione del baricentro: arretrando il c.g. la retta ruota, la pendenza si riduce in modulo (meno stabilità) e il punto di trimmaggio arretra. Avanzando il c.g. la retta si irrigidisce (più stabilità).

6.2 Punto neutro e margine statico

Diamo un nome preciso alle cose, e facciamolo passando ai coefficienti — un passaggio che conviene svolgere una volta per tutte, con calma, perché agli esami viene spesso chiesto “da dove viene” la formula del margine statico. Partiamo dalla forma dimensionale (26) e dividiamo entrambi i membri per $\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}$, la quantità che adimensionalizza i momenti di beccheggio:

$$\underbrace{\frac{dM/d\alpha}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}}}_{= C_{m_\alpha}} = \frac{dL/d\alpha}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \cdot \frac{X_{cg} - X_{ac}}{\bar{c}}.$$

A primo membro riconosciamo, per definizione, C_{m_α} (la derivata del coefficiente di momento). A secondo membro abbiamo spezzato il denominatore in due: la parte $\frac{1}{2}\rho V^2 S$ adimensionalizza la derivata di portanza, dando C_{L_α} ; la $\bar{c}$ restante adimensionalizza la distanza, dando le posizioni in *frazione di MAC*, $\bar{x} = X/\bar{c}$ — esattamente la convenzione di centraggio della sezione 3. Indicando con $\bar{x}_N$ la posizione adimensionale del punto neutro:

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (\bar{x}_N - \bar{x}_{cg}). \quad (29)$$

Nessuna informazione è andata perduta né aggiunta: è la stessa fisica della (26), riscritta in numeri puri — e quindi confrontabile tra velivoli diversi e indipendente dalla condizione di volo.

Punto neutro e margine statico

Punto neutro N : la posizione del baricentro per la quale $C_{m_\alpha} = 0$, cioè il velivolo diventa *indifferente*. Coincide con il centro aerodinamico del velivolo completo. Se il baricentro arretra oltre il punto neutro, il velivolo è instabile.

Margine statico (*static margin*):

$$SM = \bar{x}_N - \bar{x}_{cg}. \quad (30)$$

È la distanza, in frazione di MAC, tra punto neutro e baricentro: positiva = stabile. È la misura del livello di stabilità: dire “margine statico del 15%” significa che il baricentro sta il 15% della corda media davanti al punto neutro. Valori tipici: $5 \div 15\%$ per l'aviazione generale e i liner; caccia moderni anche $SM < 0$ (instabili, stabilizzati dal calcolatore di bordo).

Esempio 6.1 – margine statico e assetto di trimmaggio

Dati

Velivolo con $C_{L_\alpha} = 5,0/\text{rad}$, punto neutro a $\bar{x}_N = 0,45$, baricentro a $\bar{x}_{cg} = 0,30$, coefficiente di momento ad assetto nullo $C_{m_0} = +0,09$.

Margine statico: $SM = 0,45 - 0,30 = 0,15$, cioè il 15% della MAC: velivolo stabile, con buon margine.

Pendenza: dalla (29),

$$C_{m_\alpha} = 5,0 \cdot (0,30 - 0,45) = -0,75/\text{rad} \quad (= -0,0131 \text{ per grado}).$$

Assetto di trimmaggio: da $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha = 0$,

$$\alpha_{\text{TRIM}} = -\frac{C_{m_0}}{C_{m_\alpha}} = \frac{0,09}{0,75} = 0,12 \text{ rad} \simeq 6,9^\circ.$$

Se il carico sposta il baricentro a $\bar{x}_{cg} = 0,42$, il margine scende al 3% e $C_{m_\alpha} = -0,15/\text{rad}$: il velivolo è ancora stabile, ma cinque volte “più molle”. A $\bar{x}_{cg} = 0,45$ il margine è nullo: equilibrio indifferente — il limite da non superare mai.

Tre “punti neutri”, una sola stabilità

Nel vostro percorso avete incontrato: il punto neutro *anteriore* del profilo (il fuoco, a $c/4$), il punto neutro *posteriore del profilo* (a $3c/4$, teorema di Pistolesi) e ora il punto neutro *del velivolo*. Sono tre concetti diversi che condividono il nome. Quello che comanda il centraggio è l'ultimo: il centro aerodinamico dell'intero velivolo, coda compresa — che infatti sta molto più indietro del 25% MAC (nel nostro esempio al 45%), proprio grazie al contributo della coda.

6.3 Da dove viene il punto neutro: la formula di Anderson

Finora il punto neutro è stato un dato: “ $\bar{x}_N = 0,45$ ”. Ma il progettista deve poterlo *calcolare* dalla geometria, prima che l'aeroplano esista. La formula, che qui riportiamo nella forma della trattatistica internazionale (Anderson), è la versione adimensionale della definizione (25) della sezione 5: dividendo per $\bar{c}$ e riconoscendo il rapporto volumetrico V_H della (27),

$$\bar{x}_N = \bar{x}_{ac,wb} + V_H \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad (31)$$

dove $\bar{x}_{ac,wb}$ è la posizione del centro aerodinamico del sistema ala-fusoliera (*wing-body*: il pedice ricorda che la fusoliera ha già spostato in avanti l'a.c. dell'ala isolata), a_t e a sono le pendenze delle rette di portanza di coda e velivolo, e il fattore col downwash è il solito. La lettura fisica è trasparente: il punto neutro parte dall'a.c. di ala+fusoliera e viene *arretrato* dal contributo della coda, in misura proporzionale alla sua autorità V_H , scontata dell'efficienza aerodinamica relativa (a_t/a) e del downwash.

Nella letteratura di progetto preliminare circola anche la versione “grezza” $\bar{x}_N \approx \bar{x}_{ac} + V_H$ (downwash trascurato, $a_t \approx a$): è utile per una primissima collocazione dell'ala sulla fusoliera, ma sovrastima parecchio l'arretramento — i due fattori di sconto, tipicamente 0,8 e $0,5 \div 0,6$, dimezzano il contributo della coda. Usatela sapendo che cosa state trascurando.

Esempio 6.2 – la chiusura del cerchio: calcoliamo $\bar{x}_N$

Verifichiamo che il valore $\bar{x}_N = 0,45$, finora assunto per il nostro addestratore, sia coerente con la sua geometria.

Dati

$V_H = 0,507$ (calcolato nella sezione 5); a.c. di ala+fusoliera $\bar{x}_{ac,wb} = 0,22$ (la fusoliera ha avanzato l'a.c. dal 25% al 22%); $a_t = 4,0/\text{rad}$, $a = 5,0/\text{rad}$; $d\varepsilon/d\alpha = 0,43$.

Dalla (31):

$$\bar{x}_N = 0,22 + 0,507 \cdot \frac{4,0}{5,0} \cdot (1 - 0,43) = 0,22 + 0,507 \cdot 0,80 \cdot 0,57 = 0,22 + 0,231 = 0,451.$$

Risultato

$\bar{x}_N = 0,45$: esattamente il valore usato finora. Il cerchio si chiude: il punto neutro non era un numero calato dall'alto, ma la conseguenza della geometria del velivolo — e ora sapete ricalcolarlo se il progetto cambia coda, braccio o ala.

Un'ultima identità lega tutto ciò che sappiamo. Sostituendo la definizione di margine statico nella (29):

$$C_{m_\alpha} = a(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_N) = -a \cdot SM : \quad (32)$$

la pendenza della retta di momento è la pendenza della retta di portanza cambiata di segno e moltiplicata per il margine statico. È la formula più compatta dell'intera monografia — verificatela: $-5,0 \cdot 0,15 = -0,75$ 1/rad, il valore che conosciamo.

Come la usa il progettista: collocare l'ala

Nella pratica di progetto preliminare il ragionamento va spesso *all'indietro*, ed è istruttivo vederlo (è la procedura seguita da Anderson nel progetto di un monomotore da turismo). Il baricentro è sostanzialmente fissato dai “pesi che non si spostano”: motore, abitacolo, occupanti. Il progettista allora: (1) sceglie il margine statico obiettivo — per l'aviazione generale la prassi di progetto è $SM = 5 \div 10\%$; (2) ne ricava la posizione richiesta del punto neutro, $\bar{x}_N = \bar{x}_{cg} + SM$; (3) usa la (31) *alla rovescia* per decidere dove collocare

l'ala (cioè $\bar{x}_{ac,wb}$) o quanto fare grande la coda (cioè V_H). La stabilità, insomma, non si “verifica” a posteriori: si *impone* in fase di disegno, ed è uno dei vincoli che decidono dove l'ala si attacca alla fusoliera.

6.4 L'equilibratore: cambiare assetto senza cambiare stabilità

Fin qui il velivolo ha *un solo* assetto di trimmaggio. Ma il pilota deve poter volare a molte velocità, cioè a molti assetti: in crociera veloce con α piccolo, in avvicinamento lento con α grande. Chi gli permette di spostare il punto di trimmaggio? L'**equilibratore**, la parte mobile del piano di coda orizzontale.

Attraverso la deflessione δ_e è possibile variare la portanza (o deportanza) del piano di coda e ottenere l'equilibrio per qualunque assetto (o velocità), *senza che venga modificato il valore della derivata $dM/d\alpha$* e quindi il livello di stabilità del velivolo. Vediamo perché con le equazioni. L'angolo di attacco della coda, con equilibratore deflesso, diventa

$$\alpha_t = \alpha - \varepsilon + \tau \delta_e, \quad (33)$$

dove τ è l'**indice di efficacia** dell'equilibratore. L'equazione di equilibrio si aggiorna:

$$M = L_w X_{a_w} + M_{ac_w} + M_f - \frac{dL_t}{d\alpha_t} (\alpha - \varepsilon + \tau \delta_e) l_t = 0, \quad (34)$$

mentre la derivata di stabilità

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{a_w} + \frac{dM_f}{d\alpha} - \frac{dL_t}{d\alpha_t} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) l_t \quad (35)$$

non contiene δ_e : la deflessione è una costante rispetto ad α , e derivando sparisce. Ecco la dimostrazione, in un rigo, di un fatto che sul grafico si vede benissimo: al variare di δ_e la retta $M-\alpha$ *trasla parallelamente a sé stessa*. Il punto di trimmaggio si sposta (A, B, C...), la pendenza no.

L'indice di efficacia τ

Che cosa fa, fisicamente, l'equilibratore? Deflettendosi, *cambia la curvatura* del profilo di coda: bordo d'uscita in giù ($\delta_e > 0$) significa profilo più “incurvato”, che porta di più a parità di incidenza. Sul grafico $L_t-\alpha_t$ questo si traduce in una *traslazione verso l'alto* della retta di portanza, senza cambiarne la pendenza — esattamente come la curvatura sposta l'intercetta α_{0L} di un profilo senza toccarne il $dC_l/d\alpha$. Guardando la figura 14: lo stesso incremento di portanza ΔL_t ottenuto con $\delta_e = +10^\circ$ si sarebbe potuto ottenere, a equilibratore fermo, aumentando l'incidenza dell'intero piano di coda di una quantità $\Delta \alpha_t$. Il rapporto tra i due angoli è, per definizione, l'indice di efficacia:

$$\tau = \frac{d\alpha_t}{d\delta_e} \implies \Delta \alpha_t = \tau \delta_e : \quad (36)$$

deflettere l'equilibratore di δ_e “vale” quanto ruotare tutto il piano di coda di $\tau \delta_e$. τ dipende dal rapporto tra la superficie della parte mobile S_e e la superficie totale del piano

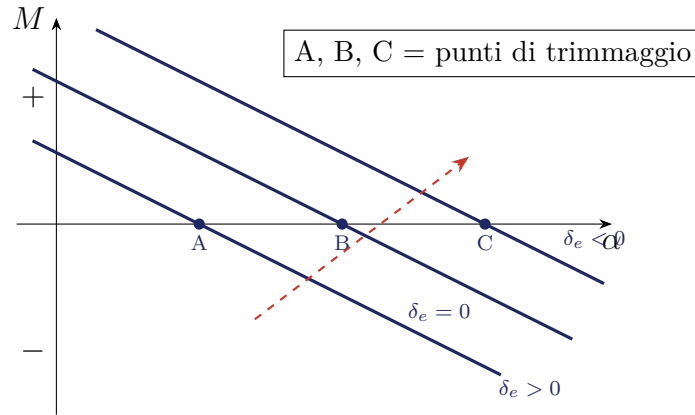


Figura 13: Effetto della deflessione dell'equilibratore: le diverse condizioni di equilibrio si raggiungono *senza modificare il livello di stabilità* — le rette sono parallele. Deflessioni negative (equilibratore in alto, barra indietro) trimmano ad assetti maggiori.

orizzontale S_t (parte fissa + parte mobile): è nullo per $S_e/S_t = 0$ (nessuna parte mobile: nessun effetto), vale 1 per $S_e/S_t = 1$ (piano di coda *tutto mobile*, lo “stabilizzatore” dei caccia e di molti monomotori Piper: ruotarlo è ruotare il piano), e per i valori usuali $S_e/S_t = 0,3 \div 0,45$ vale circa $0,5 \div 0,6$ (dal diagramma sperimentale τ vs S_e/S_t , che cresce ripido all'inizio e poi satura). Esempio: con $\tau = 0,5$, una deflessione $\delta_e = -8^\circ$ equivale a $\Delta\alpha_t = -4^\circ$ visti dalla coda.

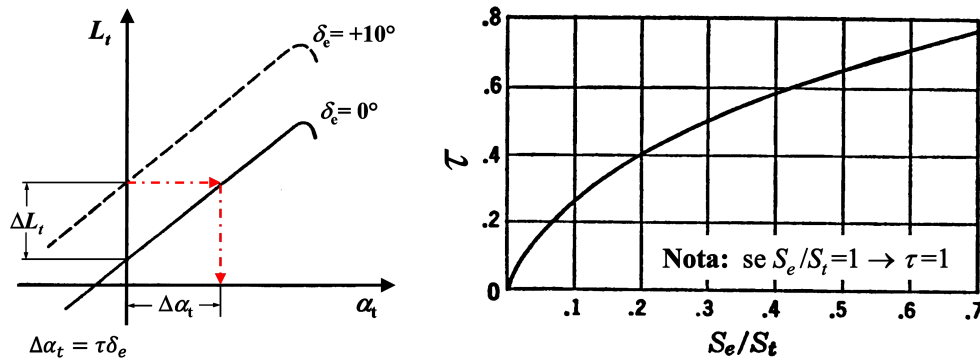


Figura 14: La deflessione dell'equilibratore trasla la curva di portanza della coda; l'indice di efficacia τ cresce con la frazione mobile del piano.

6.5 Baricentro e controllabilità: il conflitto

Ora mettiamo insieme i due effetti — posizione del baricentro e deflessione dell'equilibratore — e scopriamo il conflitto.

Consideriamo lo stesso velivolo con due centraggi: X_{cg1} (avanzato, molto stabile) e X_{cg2} (arretrato, meno stabile), trimmati inizialmente allo stesso modo. Il pilota vuole portare

entrambi a un nuovo assetto α_B , più alto (per esempio per rallentare in avvicinamento). Con il baricentro arretrato la retta è poco pendente: il momento da annullare al nuovo assetto è piccolo, e bastano pochi gradi di equilibratore. Con il baricentro avanzato la retta è ripida: al nuovo assetto il velivolo sviluppa un momento picchiante *grande*, e per annullarlo servono deflessioni (negative) molto maggiori.

Maggiore stabilità = comandi più “pesanti”

La maggiore stabilità (baricentro più avanzato) determina **l'aumento del momento di beccheggio che è necessario annullare** per equilibrare il velivolo nel nuovo punto di trimmaggio: sono quindi richieste **maggiori deflessioni dell'equilibratore** — e maggiori sforzi di barra. Un velivolo molto stabile è un mulo affidabile ma testardo; un velivolo poco stabile è agile ma nervoso. La stabilità *resiste ai disturbi*, ma il comando del pilota è, per il velivolo, un disturbo come un altro.

Diamo forma quantitativa a questa affermazione, perché è uno di quei punti in cui la formula vale più di mille parole. Aggiungiamo al modello lineare il contributo dell'equilibratore, con la sua derivata di controllo $C_{m_{\delta_e}} = dC_m/d\delta_e$ (negativa: deflessione positiva $\rightarrow$ momento picchiante, come da convenzione della sezione 1):

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e.$$

Imponiamo il trimmaggio ($C_m = 0$) e risolviamo per la deflessione richiesta a ciascun assetto:

$$\delta_{e,\text{trim}}(\alpha) = -\frac{C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha}{C_{m_{\delta_e}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\delta_{e,\text{trim}}}{d\alpha} = -\frac{C_{m_\alpha}}{C_{m_{\delta_e}}}.$$

Ecco il risultato in una riga: *la deflessione necessaria per ogni grado di assetto in più è direttamente proporzionale a C_{m_α}* , cioè al margine statico. Numeri alla mano, con un tipico $C_{m_{\delta_e}} = -1,10/\text{rad}$ e i due centraggi dell'Esempio precedente: per $\bar{x}_{cg} = 0,30$ ($C_{m_\alpha} = -0,75/\text{rad}$) si ha $d\delta_e/d\alpha = -0,68$: per guadagnare 4° di assetto servono circa $-2,7^\circ$ di equilibratore; per $\bar{x}_{cg} = 0,42$ ($C_{m_\alpha} = -0,15/\text{rad}$) il gradiente scende a $-0,14$ e bastano $-0,5^\circ$. Stesso velivolo, stesso equilibratore: il centraggio avanzato chiede *cinque volte* più comando. È esattamente ciò che la figura 15 mostra graficamente (-9° contro -5° per raggiungere il punto B), e ciò che il pilota sente nella barra.

6.6 I limiti di escursione del baricentro

Da tutto ciò discendono i due limiti che trovate nel manuale di volo di qualunque aeroplano, dal Cessna 152 all'A380, sotto forma di inviluppo peso-centraggio.

Limiti di escursione del baricentro

Posizione massima arretrata: è condizionata dal livello minimo di stabilità che si vuole garantire, cioè dalla minima distanza accettabile tra baricentro e punto neutro posteriore (margine statico minimo). Oltre questo limite il velivolo diventa indifferente e poi instabile.

Posizione massima avanzata: limita il livello massimo di stabilità. È condizionata dalla *controllabilità*: con il baricentro molto avanzato, la possibilità di “trimmare” il velivolo agli

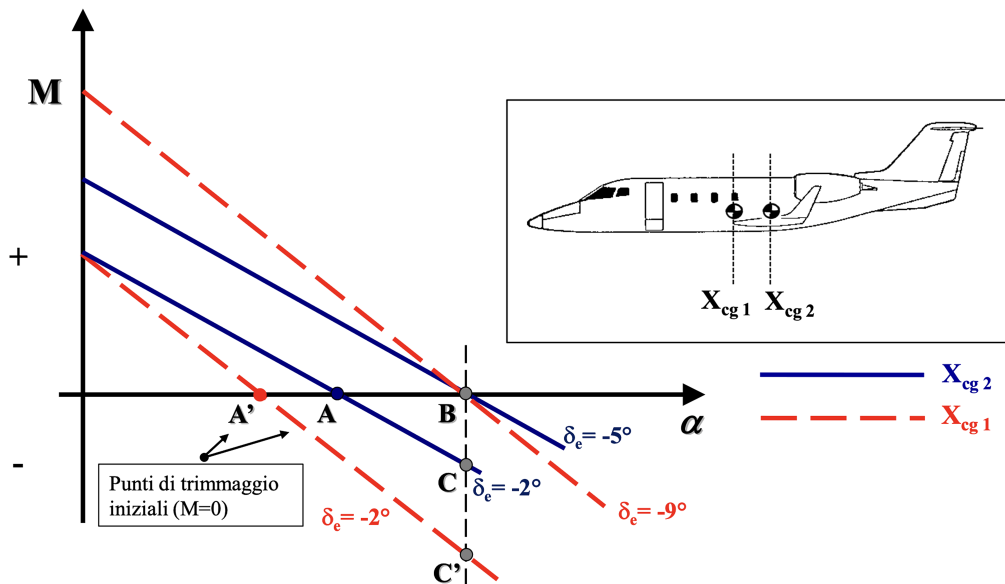


Figura 15: Effetto della posizione del baricentro sulla controllabilità: a parità di nuovo assetto, il centraggio avanzato richiede deflessioni maggiori (-9° contro -5°).

assetto più elevati (atterraggio!) richiederebbe deflessioni dell'equilibratore oltre il fondo corsa. Il limite anteriore è fissato dalla condizione più critica: tipicamente la richiamata in atterraggio, a bassa velocità e in effetto suolo, con la massima deflessione a cabrare disponibile.

Stabilità e controllabilità sono requisiti contrapposti

... e vanno pertanto adeguatamente bilanciati. Questa frase è il succo della sezione e un classico da colloquio d'esame. Chi carica un aeroplano oltre il limite posteriore consegna al pilota un velivolo che non tiene l'assetto; chi lo carica oltre il limite anteriore gli consegna un velivolo che a 110 km/h, in flare, non alza più il muso. Entrambi gli errori hanno riempito i rapporti d'incidente: il centraggio non è burocrazia, è meccanica del volo applicata.

Perché i caccia volano instabili

Se la stabilità si paga in controllabilità (e in resistenza di trim), un caccia — che della manovrabilità fa il proprio mestiere — ha interesse a ridurla fino a zero e oltre. L'F-16 fu il primo velivolo di serie progettato con margine statico negativo in subsonico: da solo divergerebbe in una frazione di secondo, ma il sistema *fly-by-wire* corregge l'assetto decine di volte al secondo, come un giocoliere che tiene in equilibrio la scopa sul palmo. Il pilota comanda, il calcolatore stabilizza. È la dimostrazione più spettacolare che stabilità e controllabilità stanno sui piatti opposti della stessa bilancia.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

Il livello di stabilità è governato da un solo parametro, la distanza baricentro–punto neutro, misurata dal margine statico $SM = \bar{x}_N - \bar{x}_{cg}$. L’equilibratore sposta il punto di trimmaggio traslando la retta $M-\alpha$ senza cambiarne la pendenza, con efficacia misurata dall’indice τ . I limiti di escursione del baricentro nascono dal conflitto tra stabilità (limite posteriore) e controllabilità (limite anteriore). Resta una domanda: e se la seconda superficie la mettessimo *davanti* all’ala? È la configurazione canard, protagonista della prossima sezione.

7 La configurazione canard

La bussola della sezione

Se la seconda superficie portante può stare dietro l’ala, perché non davanti? La configurazione *canard* (dal francese “anatra”, per la sagoma in volo) fa esattamente questo — ed è più antica di quanto si pensi: il Flyer dei fratelli Wright del 1903 era un canard. In questa sezione ripetiamo, passo per passo, l’analisi della sezione 5 con la superficie addizionale *davanti*, e scopriremo un ribaltamento concettuale elegante: nel canard è *l’ala* che stabilizza, mentre la superficie anteriore è instabilizzante. Ne usciranno i pro (portanza più efficiente) e i contro (minore flessibilità di carico) che spiegano perché il canard, pur affascinante, resta una scelta di nicchia.

7.1 Il modello ala + superficie canard

Posizioniamo la superficie addizionale *avanti* all’ala e, come fatto in precedenza, non consideriamo per adesso la fusoliera.

Ipotesi di lavoro

- Superficie canard con profilo simmetrico: $M_{ac_c} = 0$; portanza L_c applicata nel suo centro aerodinamico $a.c.c.$, a distanza l_c *davanti* al baricentro.
- Il baricentro sta ora *davanti* al centro aerodinamico dell’ala: $X_{aw} = X_{cg} - X_{ac_w} < 0$ (è il caso 2 dell’ala isolata: stabile ma, da sola, non equilibrabile — il canard serve proprio a equilibrarla).
- $dL_w/d\alpha > 0$ e $dL_c/d\alpha_c > 0$, sempre.
- Angolo di attacco del velivolo coincidente con quello dell’ala.

C’è anche qui un effetto di interferenza, ma di segno *opposto* al downwash: la superficie anteriore vola nella zona di **upwash** dell’ala. Davanti a un’ala portante la corrente è deviata *verso l’alto* (è la stessa circolazione che dietro produce il downwash: davanti al bordo d’attacco

il flusso “sale” per scavalcare l’ala). Il canard vede quindi un angolo di attacco *aumentato*:

$$\alpha_c = \alpha + \varepsilon_u, \quad \varepsilon_u = \text{angolo di upwash}, \quad \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha} > 0. \quad (37)$$

Notate la differenza rispetto alla coda: là il downwash *riduceva* l’efficacia della superficie ($1 - d\varepsilon/d\alpha$), qui l’upwash la *esalta* ($1 + d\varepsilon_u/d\alpha$). Purtroppo, come vedremo, esalta il termine sbagliato.

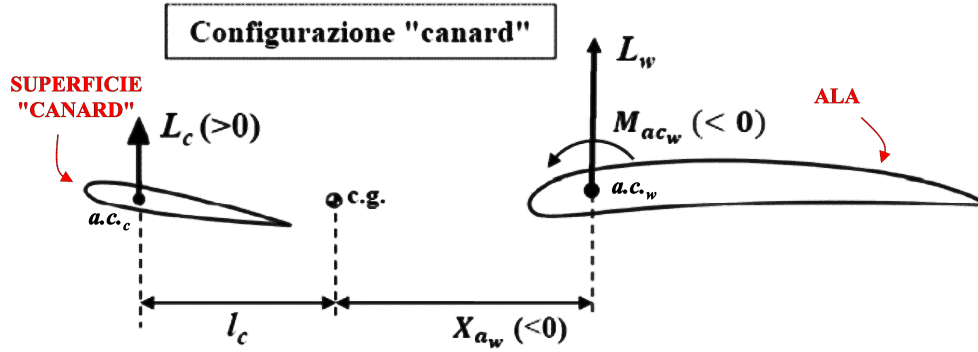


Figura 16: La configurazione canard: superficie addizionale davanti all’ala, baricentro tra le due superfici.

7.2 Equilibrio e stabilità

Il momento rispetto al baricentro: la portanza del canard, positiva verso l’alto e applicata *davanti*, dà momento *cabrante*, quindi entra con segno positivo:

$$M = L_w X_{aw} + M_{ac_w} + L_c l_c = L_w X_{aw} + M_{ac_w} + \frac{dL_c}{d\alpha_c} \alpha_c l_c = 0. \quad (38)$$

Equilibrio: i primi due termini sono entrambi negativi (picchianti: $X_{aw} < 0$ e $M_{ac_w} < 0$); il canard li compensa con un momento cabrante generato da una portanza *positiva*, $L_c > 0$. Prima differenza notevole rispetto alla coda: *il canard porta*, non deporta.

Stabilità: deriviamo la (38) rispetto ad α , termine per termine, con la stessa disciplina usata per la coda. Il termine dell’ala dà $(dL_w/d\alpha) X_{aw}$; M_{ac_w} , costante con α , sparisce. Per il termine del canard serve di nuovo la regola della catena, perché L_c dipende da α *attraverso* α_c :

$$\frac{dL_c}{d\alpha} = \frac{dL_c}{d\alpha_c} \cdot \frac{d\alpha_c}{d\alpha} = \frac{dL_c}{d\alpha_c} \cdot \frac{d}{d\alpha}(\alpha + \varepsilon_u) = \frac{dL_c}{d\alpha_c} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha}\right).$$

Confrontate con la coda: là la derivata interna era $d(\alpha - \varepsilon)/d\alpha = 1 - d\varepsilon/d\alpha$, un fattore *minore* di uno che scontava l’efficacia; qui è $1 + d\varepsilon_u/d\alpha$, un fattore *maggiore* di uno che la esalta. Mettendo insieme i pezzi:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{aw} + \frac{dL_c}{d\alpha_c} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha}\right) l_c < 0? \quad (39)$$

Guardate i segni, perché sono l'esatto negativo della sezione 5: il termine dell'*ala* è ora negativo (stabilizzante, grazie a $X_{aw} < 0$), quello della superficie *anteriore* è positivo (instabilizzante), per giunta amplificato dall'upwash.

Il ribaltamento concettuale

Nel canard è l'*ala* che stabilizza il velivolo, mentre la superficie anteriore è instabilizzante. La stabilità esiste solo se il contributo dell'*ala* prevale, e questo impone che il baricentro si trovi *sempre* tra $a.c.c$ e $a.c.w$, sufficientemente davanti all'*ala*.

Aggiungendo la fusoliera (M_f , con $dM_f/d\alpha > 0$) e ripetendo identica la manovra algebrica della sezione 5 — derivare, raccogliere $dL_w/d\alpha$, riconoscere nella parentesi una lunghezza — si arriva alla definizione del punto neutro del velivolo canard:

$$X_{ac} = X_{ac_w} - \frac{dM_f/d\alpha}{dL_w/d\alpha} - \frac{dL_c/d\alpha_c}{dL_w/d\alpha} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha} \right) l_c.$$

Confrontatela con la (25) della configurazione tradizionale: la struttura è identica, ma il termine della superficie addizionale ha cambiato segno (e il downwash è diventato upwash). Là la coda *arretrava* il punto neutro; qui il canard lo *avanza* — entrambi i correttivi vanno nel verso “sbagliato” per la stabilità, ed è per questo che il baricentro deve stare così avanti. La forma universale resta la stessa:

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL}{d\alpha} (X_{cg} - X_{ac}) < 0 \quad \Longleftrightarrow \quad X_{cg} < X_{ac}.$$

Il criterio non cambia mai: baricentro davanti al punto neutro. Cambia solo dove il punto neutro va a cadere.

7.3 Pro e contro: perché il canard non ha vinto

Bilancio della configurazione canard

PRO — distribuzione di portanza più efficiente. Nel volo equilibrato $L_c > 0$, quindi $L_w < W$: le due superfici *collaborano* a sostenere il peso, invece di remare una contro l'altra come ala e coda deportante. Ne segue, a parità di peso, un'*ala* meno caricata e in linea di principio meno resistenza di trim.

CONTRO 1 — livelli di stabilità in genere più bassi rispetto a una configurazione tradizionale: il canard instabilizza sempre, e per aumentare la distanza tra $c.g.$ e $a.c.w$ (cioè il contributo stabilizzante dell'*ala*) si devono adottare, spesso, ali a freccia che arretrano il centro aerodinamico alare.

CONTRO 2 — minore flessibilità di carico. Il baricentro deve sempre trovarsi tra $a.c.c$ e $a.c.w$, in una fascia stretta: davanti al punto neutro (stabilità) ma abbastanza indietro da non rendere il canard incapace di equilibrare (controllabilità). L'involuppo di centraggio è molto più angusto che nella configurazione tradizionale, dove la coda “perdona” quasi ogni caricamento.

C'è poi un aspetto che le equazioni linearizzate non mostrano ma che i progettisti sfruttano: nel canard ben progettato la superficie anteriore è calettata in modo da *stallare prima* dell'ala. Allo stallo del canard il muso si abbassa da solo, l'ala — che non è mai arrivata al suo $C_{L,max}$ — riprende velocità, e il velivolo risulta praticamente immune dallo stallo classico e dalla vite. È la filosofia dei celebri progetti di Burt Rutan (VariEze, Long-EZ).

1903: il canard instabile dei fratelli Wright

Vale la pena tornare al Flyer con gli occhi di chi ha studiato le equazioni. Il Flyer del 1903 era un canard — controllo di beccheggio affidato alla superficie anteriore — ed era *staticamente instabile*: i Wright, con il baricentro dove lo avevano e quella superficie davanti, volavano dalla parte sbagliata del punto neutro. Non fu un errore: fu una scelta di filosofia progettuale. Come documenta Anderson ricostruendone il percorso, i due fratelli furono i primi a capire che il problema del volo era anzitutto un problema di *controllo* sui tre assi — inclusa la novità assoluta del controllo di rollio, che nessuno prima aveva considerato — e accettarono un velivolo instabile pur di averlo prontissimo ai comandi, compensando l'instabilità con un addestramento intensissimo al pilotaggio (si allenarono sugli alianti per anni: consideravano il pilota parte del sistema). È, con un secolo di anticipo, la stessa logica dell'F-16 della sezione 6: rinunciare alla stabilità per guadagnare controllabilità — solo che al posto del calcolatore *fly-by-wire* c'erano i riflessi di Orville e Wilbur.

Due canard da conoscere: Starship e P.180 Avanti

Il **Beechcraft Starship** (primo volo 15 febbraio 1986) è il canard “da manuale”: esecutive da 6–8 passeggeri, interamente in compositi, apertura 16,6 m, superficie alare 26,1 m², massa massima al decollo 6 759 kg, due turboeliche PT6A-67A da 890 kW in configurazione spingente. Tecnicamente raffinatissimo, fu un insuccesso commerciale: appena una cinquantina di esemplari oltre i 3 prototipi (1989–1995).

Il **Piaggio P.180 Avanti**, orgoglio italiano, è in realtà una configurazione a *tre superfici*: aletta anteriore, ala e piano di coda tradizionale. L'aletta anteriore *porta* (come un canard) e consente un'ala più piccola e arretrata, ma la stabilità e il controllo restano affidati alla coda: un compromesso che cattura parte dei vantaggi del canard senza pagarne tutti i contro — e che gli regala una velocità da jet con consumi da turboelica.

“Il canard è come una coda davanti”: no!

La tentazione di trasferire di peso i risultati della configurazione tradizionale al canard produce errori a catena. Ricordate le tre differenze: (1) il canard *porta*, la coda tipicamente *deporta*; (2) il canard è *instabilizzante*, la coda è stabilizzante; (3) il canard vive nell'*upwash* ($\alpha_c = \alpha + \varepsilon_u$), la coda nel *downwash* ($\alpha_t = \alpha - \varepsilon$). Se in un esercizio sul canard vi ritrovate un fattore $(1 - d\varepsilon/d\alpha)$, avete copiato la formula sbagliata.

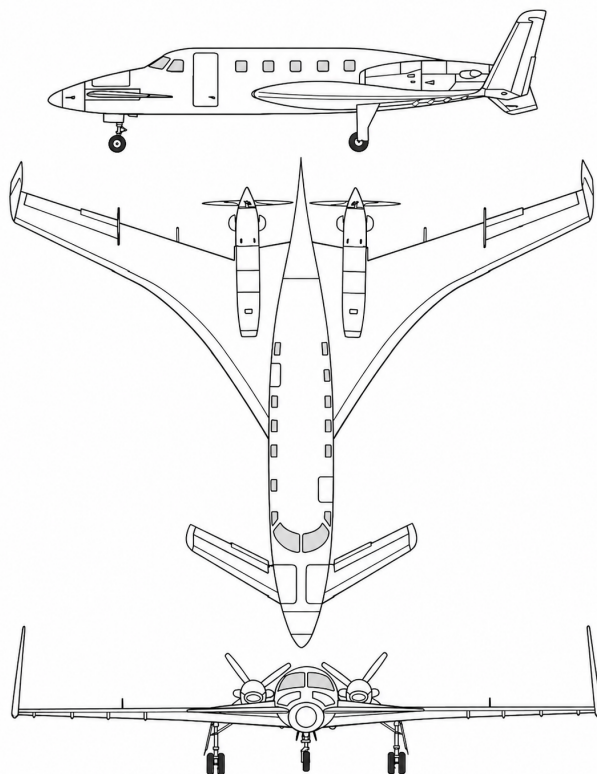


Figura 17: Il Beechcraft Starship, il più noto velivolo executive in configurazione canard.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

La superficie anteriore equilibra il velivolo *portando* (ala meno caricata, distribuzione più efficiente) ma è sempre instabilizzante: nel canard la stabilità la fa l'ala, con il baricentro obbligato in una fascia stretta tra i due centri aerodinamici — da cui la minore flessibilità di carico. Il criterio universale $X_{cg} < X_{ac}$ resta intatto. Con questo si chiude lo studio del piano longitudinale: è ora di uscire dal piano di simmetria e occuparci di imbardata e rollio — la stabilità latero-direzionale.

8 La stabilità latero-direzionale

La bussola della sezione

Usciamo dal piano di simmetria. Le rotazioni di imbardata e di rollio obbediscono alla stessa logica del beccheggio — disturbo, momento di reazione, segno della derivata — ma con tre novità: il baricentro non conta più, non esiste un vero problema di trimmaggio, e i due assi sono naturalmente *accoppiati*. Studieremo prima la stabilità **direzionale** (la “banderuola”), poi quella **laterale**, dove incontreremo tre protagonisti del progetto: l'angolo diedro, l'angolo di freccia e la posizione ala-fusoliera. Alla fine saprete spiegare, guardando un aeroplano di fronte in aeroporto, perché le sue ali sono fatte così.

8.1 Perché il caso latero-direzionale è diverso

Tre osservazioni preliminari delimitano il campo.

1. **L'influenza del baricentro è del tutto trascurabile.** L'escursione del baricentro avviene quasi tutta lungo l'asse longitudinale X (combustibile, carichi, passeggeri si spostano avanti e indietro, non a destra e a sinistra): rispetto agli assi Z e X dei momenti di imbardata e rollio, i bracci in gioco praticamente non cambiano.
2. **Non esiste un vero problema di “trimmaggio”.** Il velivolo è simmetrico: in volo simmetrico i momenti di rollio e imbardata sono nulli *da soli*, con superfici latero-direzionali (timone e alettoni) non deflesse. Fanno eccezione alcune fasi particolari — volo con motore in avaria, allineamento alla pista con vento al traverso, virata — in cui il trimmaggio latero-direzionale esiste eccome.
3. **I comandi sono naturalmente accoppiati.** In volo non simmetrico compaiono *contemporaneamente* momenti di imbardata, di rollio e forze laterali (pensate alla virata): a rigore le tre equazioni $F_y = 0$, $L = 0$, $N = 0$ andrebbero studiate insieme. Noi, per costruire i concetti, le esamineremo separatamente — direzionale prima, laterale poi — sapendo che è una semplificazione didattica.

8.2 Stabilità direzionale: la banderuola

Il disturbo, qui, non è più $\Delta\alpha$ ma un **angolo di derapata** β (*sideslip*): l'angolo tra la velocità e il piano di simmetria, positivo quando il vento relativo arriva da destra.

Criterio di stabilità direzionale

Affinché un velivolo possa definirsi **stabile direzionalmente**, in presenza di un disturbo di derapata β deve nascere un momento di imbardata N tale da ristabilire le condizioni di simmetria ($\beta = 0$):

$$\frac{dN}{d\beta} = N_\beta > 0 \quad \text{o, in forma adimensionale,} \quad \frac{dC_n}{d\beta} = C_{n_\beta} > 0, \quad (40)$$

con

$$C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b}. \quad (41)$$

Due dettagli meritano attenzione. Primo: la lunghezza di riferimento per i momenti di imbardata (e di rollio) è l'*apertura* b , non la corda media — i bracci in gioco sono trasversali e longitudinali “lunghi”, e b ne è la scala naturale. Secondo: il criterio è con il segno *positivo*, al contrario del beccheggio. Non c'è nessun mistero, solo geometria delle convenzioni: con vento da destra ($\beta > 0$), per annullare la derapata il muso deve ruotare *a destra*, cioè serve $N > 0$. La banderuola sul tetto fa esattamente questo: qualunque vento la investa di lato, ruota fino a mettersi in asse col vento.

I contributi dei componenti

Considerando l'intero velivolo:

1. **il contributo dell'ala è trascurabile;**
2. **la fusoliera fornisce un contributo sempre instabilizzante:** $(N_\beta)_f < 0$. È lo stesso fenomeno visto in beccheggio: un corpo affusolato in derapata tende a mettersi di traverso, non in asse;
3. **il piano di coda verticale (deriva) fornisce il contributo stabilizzante più importante:** $(N_\beta)_v > 0$, sempre.

Quantifichiamo il contributo della deriva, perché il ragionamento è un piccolo gioiello di segni. In presenza di derapata $\beta > 0$ la deriva — un profilo simmetrico verticale — si trova a lavorare con incidenza: rispetto alla corrente, il suo “angolo di attacco” è proprio β (o meglio β corretto dagli effetti di interferenza, che qui trascuriamo). Nasce quindi una *portanza*, solo che essendo la superficie verticale la forza è orizzontale: la chiamiamo forza laterale Y_v , e la sua espressione è l'identica formula della portanza applicata alla deriva:

$$Y_v = -a_v \beta \underbrace{\frac{1}{2} \rho V^2}_q S_v \eta_v, \quad (42)$$

dove $a_v = dC_{L_v}/d\alpha_v$ è la pendenza della retta di portanza della deriva (bassa, perché la deriva ha allungamento piccolo: valori tipici $2 \div 3$ 1/rad), S_v la sua superficie e $\eta_v \simeq 0,9 \div 0,95$ un coefficiente di efficienza che tiene conto della pressione dinamica leggermente ridotta nella scia di ala e fusoliera. Il segno meno è geometria pura: con vento da destra ($\beta > 0$) la deriva “porta” verso sinistra, cioè verso $-y$: dunque $Y_v < 0$ per $\beta > 0$. Applicata nel centro aerodinamico della deriva, a distanza l_v dietro il baricentro, questa forza produce il momento di imbardata

$$N_v = -Y_v l_v > 0 : \quad (43)$$

positivo, cioè raddrizzante (il segno meno nella formula del momento viene dalla convenzione: una forza verso $-y$ applicata *dietro* il baricentro fa ruotare il muso verso $+y$, cioè a destra, verso il vento). Derivando rispetto a β :

$$(N_\beta)_v = -(Y_\beta)_v l_v > 0 \quad \text{perché } (Y_\beta)_v < 0. \quad (44)$$

Il velivolo risulterà stabile direzionalmente se, sommando i contributi di tutti i componenti (in particolare fusoliera e deriva), risulterà $N_\beta > 0$: in pratica, la deriva va dimensionata per vincere la fusoliera con margine.

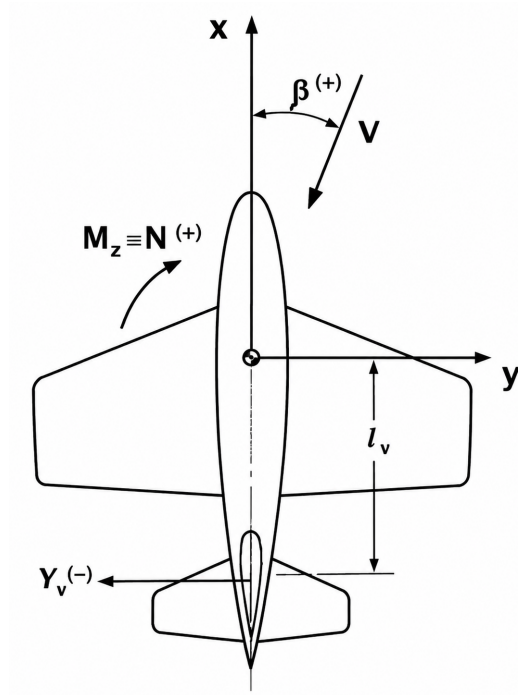


Figura 18: Il meccanismo banderuola: la derapata genera sulla deriva una forza laterale che, con il braccio l_v , produce il momento raddrizzante.

Esempio 8.1 – il contributo della deriva in numeri

Dati

Addestratore delle sezioni precedenti: $S = 19,44 \text{ m}^2$, $b = 10,80 \text{ m}$. Deriva: superficie $S_v = 1,60 \text{ m}^2$, braccio $l_v = 4,60 \text{ m}$, pendenza della retta di portanza $a_v = 2,8/\text{rad}$, efficienza $\eta_v = 0,95$ (la coda vede una pressione dinamica leggermente ridotta dalla scia).

Si definisce il *rapporto volumetrico della deriva*

$$V_v = \frac{S_v l_v}{S b} = \frac{1,60 \cdot 4,60}{19,44 \cdot 10,80} = 0,0351,$$

(un numero puro: è il rapporto tra il “volume” $S_v l_v$ e il volume di riferimento $S b$; valori tipici $0,02 \div 0,05$ — la letteratura di progetto per i monomotori dell’aviazione generale, Anderson su dati Raymer, indica $V_v \simeq 0,04$ come riferimento: il nostro $0,035$ è nella norma). Il contributo alla stabilità direzionale vale

$$(C_{n_\beta})_v = V_v a_v \eta_v = 0,0351 \cdot 2,8 \cdot 0,95 \simeq 0,093/\text{rad} > 0.$$

In forma dimensionale, a $V = 50 \text{ m/s}$ ($q = 1\,531 \text{ Pa}$): $N_\beta = C_{n_\beta} q S b \simeq 3,0 \times 10^4 \text{ N m/rad}$. Con una derapata di 5° ($\beta = 0,0873 \text{ rad}$) la deriva sviluppa $Y_v \simeq -569 \text{ N}$ e un momento raddrizzante $N_v = -Y_v l_v \simeq +2\,616 \text{ N m}$.

8.3 Stabilità laterale: il caso più sottile

E il rollio? Qui la fisica ci tende una trappola concettuale, e le slide di ogni corso universitario la evidenziano in rosso — facciamo anche noi.

Il paradosso della stabilità laterale

Vorremmo che, disturbato di un angolo di inclinazione laterale ϕ , il velivolo sviluppasse un momento di rollio L che lo riporti ad ali livellate. Ma **le forze e i momenti aerodinamici non dipendono direttamente dall'angolo di rollio ϕ** ! Un velivolo inclinato che volasse esattamente dritto vedrebbe l'aria arrivare tale e quale: nessuna asimmetria, nessun momento di richiamo. La dipendenza è invece dall'angolo di *derapata* β : condizione necessaria per la stabilità laterale è la presenza di un $\beta \neq 0$ che, unitamente ad altre caratteristiche del velivolo, generi il momento raddrizzante.

Ma da dove viene questa derapata? Dalla fisica stessa del disturbo. In presenza di un angolo di rollio ϕ , la portanza si inclina con il velivolo mentre il peso resta verticale: la loro somma è una forza F non equilibrata, orizzontale, che fa *scivolare lateralmente* il velivolo verso l'ala bassa. Quantifichiamola, perché non è affatto piccola. In volo livellato la componente verticale della portanza deve ancora sostenere il peso, $L \cos \phi = W$; la componente orizzontale, $L \sin \phi$, resta senza avversario:

$$F = L \sin \phi = \frac{W}{\cos \phi} \sin \phi = W \tan \phi \simeq W \phi \quad (\text{per } \phi \text{ piccolo}).$$

Con un'inclinazione di appena 10° , $F = W \tan 10^\circ \simeq 0,18 W$: quasi un quinto del peso spinge il velivolo di lato. Sotto questa spinta il velivolo accelera lateralmente e nasce una componente di velocità laterale $V_y = V \sin \beta \simeq V \beta$: il volo diventa non simmetrico, $\beta \neq 0$. Ecco l'anello mancante: $\phi \rightarrow$ scivolata $\rightarrow \beta \rightarrow$ (se il velivolo è ben fatto) momento di rollio che annulla ϕ .

Criterio di stabilità laterale

$$\frac{dL}{d\beta} = L_\beta < 0 \quad \text{o, in forma adimensionale,} \quad \frac{dC_l}{d\beta} = C_{l_\beta} < 0, \quad C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b}. \quad (45)$$

Il segno si legge così: velivolo che scivola a destra ($\beta > 0$, semiala destra bassa, $\phi > 0$) deve sviluppare momento di rollio *negativo* (che rialza la semiala destra). Qui L è il *momento di rollio*: è il punto della monografia dove la doppia identità della lettera L chiede la massima attenzione.

I contributi dei componenti

1. Fusoliera e piano di coda orizzontale: contributi trascurabili.
2. **Deriva**: la solita forza Y_v agisce a una quota z_v sopra l'asse longitudinale, quindi oltre all'imbardata produce anche un momento di rollio, negativo per $\beta > 0$: contributo stabilizzante, $(L_\beta)_v = (Y_\beta)_v z_v < 0$.

3. **L'ala è il componente che contribuisce maggiormente**, e il suo contributo è fortemente influenzato da: a) l'angolo diedro; b) l'angolo di freccia; c) la posizione relativa ala-fusoliera. Li esaminiamo uno per uno.

8.4 a) L'effetto diedro

L'**angolo diedro** Γ è l'angolo che il piano alare forma con l'orizzontale, visto di fronte: positivo se le estremità sono più alte delle radici (ali "a V").

Il meccanismo è geometrico, e va capito bene perché è un classico — ricaviamolo con tutti i passaggi. Il velivolo scivola con velocità laterale

$$V_y = V \sin \beta \simeq V\beta \quad (\text{angoli piccoli: } \sin \beta \simeq \beta \text{ in radianti}).$$

Mettiamoci ora nei panni della semiala *verso cui* si scivola (la destra, per $\beta > 0$ e $\phi > 0$) e scomponiamo V_y rispetto al piano di *quella* semiala, che per via del diedro è inclinato di Γ sull'orizzontale:

- la componente *parallela* al piano alare vale $V_y \cos \Gamma \simeq V\beta$: scorre lungo l'apertura e non genera portanza (è il ben noto principio dei flussi trasversali);
- la componente *ortogonale* al piano alare vale $V_y \sin \Gamma \simeq V\beta \Gamma$: per la semiala è a tutti gli effetti un vento *ascendente*, come una raffica verticale che arriva dal basso.

Un vento ascendente w sommato alla velocità di volo V equivale a un aumento di angolo di attacco $\Delta\alpha \simeq w/V$ (è il triangolo delle velocità: la corrente risultante è ruotata verso l'alto di $\arctan(w/V) \simeq w/V$). Quindi, per la semiala sopravvento:

$$\Delta\alpha \simeq \frac{V\beta\Gamma}{V} = +\beta\Gamma, \quad (46)$$

mentre sulla semiala opposta la stessa componente arriva *dall'alto* e il risultato è $\Delta\alpha \simeq -\beta\Gamma$. L'asimmetria di incidenza produce asimmetria di portanza: più portanza a destra, meno a sinistra, quindi un momento di rollio *negativo* che rialza la semiala destra e annulla ϕ . È la contemporanea presenza di $\beta \neq 0$ e di un diedro $\Gamma > 0$ che assicura la stabilità laterale.

L'entità sembra minuscola — con $\Gamma = 5^\circ$ e $\beta = 5^\circ$, $\Delta\alpha \simeq 0,44^\circ$ — ma agisce su *tutta* l'apertura, con bracci che arrivano a $b/2$: il momento risultante è tutt'altro che trascurabile.

8.5 b) L'effetto freccia

Anche l'**angolo di freccia** Λ (positivo all'indietro) stabilizza lateralmente, con un meccanismo diverso: quello che lavora è la componente di velocità *normale al bordo d'attacco*, l'unica che "conta" per la portanza di un'ala a freccia.

In derapata, la semiala sopravvento (la destra, nel nostro caso con semiala destra bassa e scivolamento verso destra) vede la corrente arrivare più "di fronte": la componente normale al bordo d'attacco vale $V \cos(\Lambda - \beta)$, *maggiore* di quella dell'altra semiala, $V \cos(\Lambda + \beta)$ (il coseno decresce: sottrarre β dall'argomento lo aumenta). E poiché la portanza va con il *quadrato* della velocità efficace, le pressioni dinamiche delle due semiali stanno nel rapporto

$$\frac{q_{dx}}{q_{sx}} = \frac{\cos^2(\Lambda - \beta)}{\cos^2(\Lambda + \beta)} > 1.$$

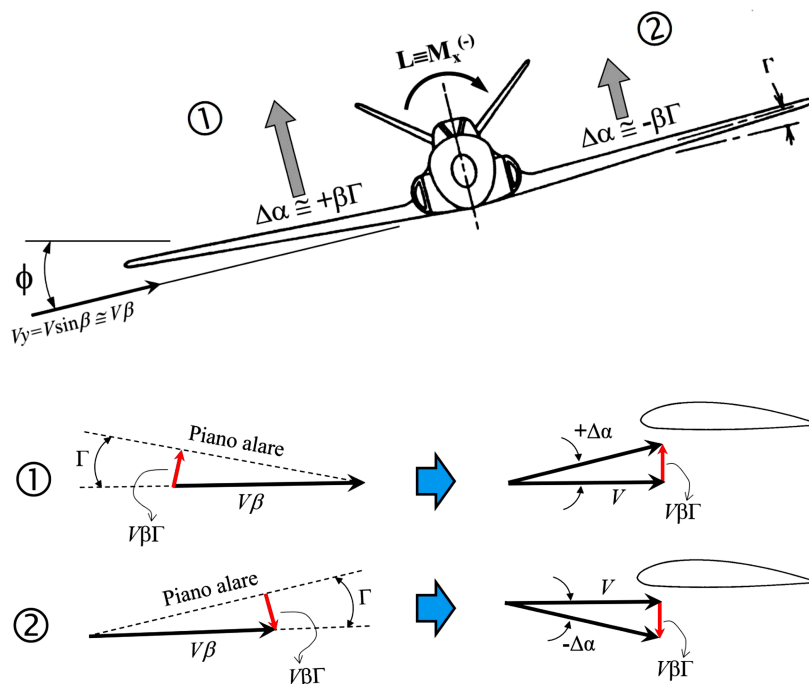


Figura 19: L'effetto diedro: la scivolata, combinata con il diedro, crea un'asimmetria di incidenza tra le semiali e quindi il momento di rollio raddrizzante.

Un esempio numerico rende l'idea: con $\Lambda = 30^\circ$ e $\beta = 5^\circ$, $\cos^2 25^\circ / \cos^2 35^\circ = 0,821/0,671 \simeq 1,22$: la semiala sopravvento lavora con il 22% di pressione dinamica in più. Maggiore pressione dinamica efficace $\Rightarrow$ maggiore portanza sulla semiala bassa $\Rightarrow$ momento di rollio negativo, raddrizzante. L'effetto cresce con Λ e con il C_L (è più forte a bassa velocità): le ali a forte freccia dei jet sono così “naturalmente” stabili in rollio che spesso il progettista deve *togliere* stabilità — vedremo subito come.

8.6 c) L'effetto della posizione ala-fusoliera

Il terzo effetto è il più “fluidodinamico” dei tre. In scivolata, la corrente laterale che investe la fusoliera deve aggirarla: le linee di corrente si incurvano sopra e sotto il cilindro della fusoliera.

- **Ala alta:** sulla semiala sopravvento, vicino alla radice, la corrente che scavalca la fusoliera arriva *dal basso* ($+\Delta\alpha$); sull'altra semiala arriva dall'alto ($-\Delta\alpha$). L'asimmetria è la stessa del diedro: contributo **stabilizzante** (si parla di “effetto diedro equivalente” di $2 \div 3^\circ$).
- **Ala bassa:** il quadro si rovescia esattamente, e il contributo è **instabilizzante** (diedro equivalente negativo).

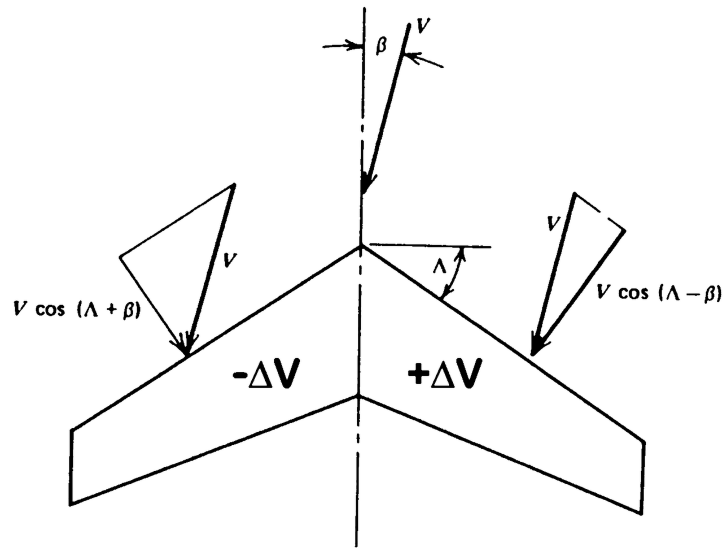


Figura 20: L'effetto dell'angolo di freccia: in derapata la semiala sopravvento vede una componente normale maggiore, quindi più portanza.

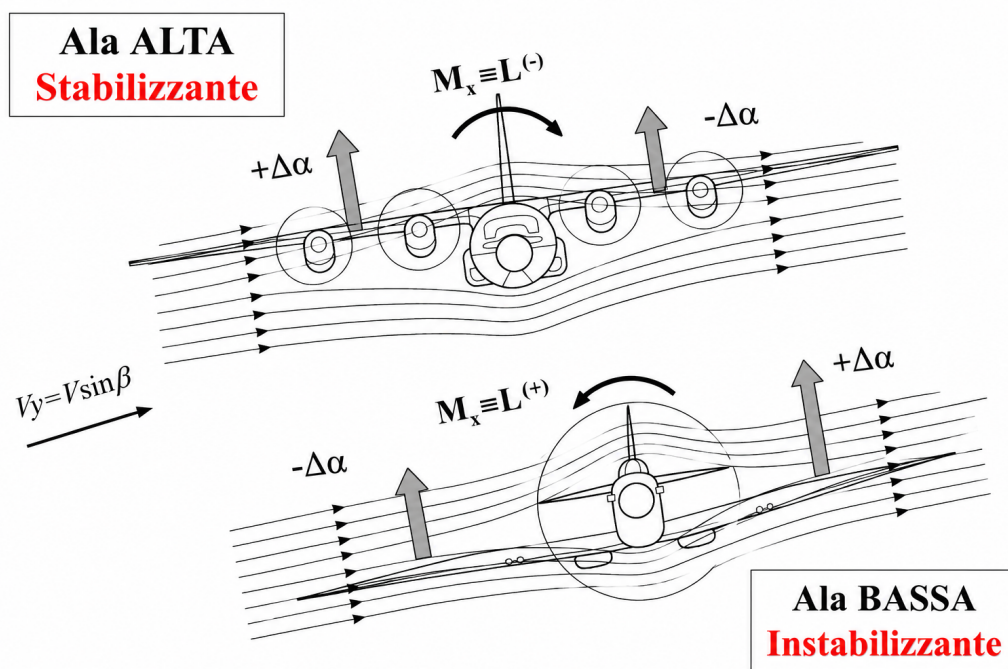


Figura 21: Posizione relativa ala-fusoliera: l'ala alta è stabilizzante, l'ala bassa instabilizzante.

8.7 Il gioco delle compensazioni: guardate gli aeroplani

Adesso avete la chiave di lettura per un intero piazzale aeroportuale. La stabilità laterale complessiva deve essere positiva ma *non troppo* (un velivolo lateralmente troppo stabile è scomodo in virata e sgradevole col vento al traverso): il progettista somma i tre effetti e aggiusta il diedro per centrare il bersaglio.

Tre famiglie di configurazioni

Ala bassa + diedro positivo (A321, A380, B-737, B-787, e la quasi totalità dell'aviazione generale): l'ala bassa è instabilizzante, e il diedro positivo evidente — lo vedete a occhio nudo — serve a ripristinare la stabilità.

Ala alta + diedro nullo (C-130J, C-27J, ATR-72, DHC-8/Q-400): l'ala alta è già stabilizzante di suo; il diedro non serve, e le ali sono praticamente piatte.

Ala alta + freccia + diedro negativo (AN-124, A-400M, C-5, C-17): qui si somma *troppa* stabilità — ala alta e freccia. Per riportarla al giusto livello il progettista adotta un diedro *negativo* (anedro): le estremità alari puntano verso il basso. La prossima volta che vedete un C-130 accanto a un B-737, confrontate le ali: state leggendo C_{l_β} scritto in alluminio.



Figura 22: Il diedro come variabile di aggiustaggio: tre famiglie di configurazioni reali a confronto.

Stabilità sì, ma accoppiata

Direzionale e laterale non vivono in compartimenti stagni: la derapata genera *insieme* imbardata e rollio, e il rapporto tra C_{n_β} e C_{l_β} governa fenomeni dinamici che qui solo

nominiamo — il *dutch roll* (troppa stabilità laterale rispetto alla direzionale) e la *divergenza spirale* (il contrario). È il motivo per cui i liner montano lo *yaw damper*. Al colloquio, se vi chiedono “perché non si aumenta il diedro a piacere?”, la risposta è questa: l’eccesso di stabilità laterale si paga in *dutch roll*.

1947, Boeing B-47: quando il dutch roll fece storia

L’avvisobox qui sopra non è teoria astratta: è la storia del primo bombardiere a getto con ala a freccia. Il B-47 aveva un’ala con freccia di 35° e allungamento altissimo (9,43): per quanto visto in questa sezione, quella freccia gli regalava un “diedro efficace” enorme, cioè una C_{l_β} fortemente negativa — troppa stabilità laterale rispetto alla direzionale. Risultato: un *dutch roll* inaccettabile. La soluzione dei progettisti Boeing fu il primo sistema di aumento di stabilità di serie della storia: un giroscopio misurava la velocità di imbardata e comandava automaticamente piccole correzioni di timone — il primo *yaw damper*. Volò per la prima volta il 17 dicembre 1947, quarantaquattro anni esatti dopo il Flyer; la stessa tecnica è su ogni liner che prendete oggi. Morale per il progettista: le derivate C_{l_β} e C_{n_β} non si massimizzano, si *bilanciano* — e quando la geometria non basta, si chiama in aiuto l’automazione.

Il punto neutro viaggia con il Mach: la lezione dell’SR-71

Un ultimo affaccio oltre il regime subsonico, per collegare questa sezione al beccheggio. Nella sezione 3 abbiamo detto che in supersonico il centro aerodinamico arretra dal 25% verso il 50% della corda: per il velivolo completo ciò significa che *il punto neutro arretra con il numero di Mach* — e con lui cresce il margine statico, anche di molto. Un velivolo trimmato in subsonico diventa, in supersonico, “troppo stabile”: servono grandi deflessioni di equilibratore per trimmarlo, con la relativa resistenza di trim che divora autonomia. Sul Lockheed SR-71 il problema fu attaccato con le *chine*, i bordi affilati che fasciano la fusoliera dal muso in poi: prove in galleria mostrarono che, senza chine, il punto neutro arretrava di circa il 35% passando da subsonico a $M = 3$, mentre con le chine l’escursione restava molto più contenuta. In più, le chine migliorano il comportamento direzionale in derapata, permettendo derive più piccole. Una sola soluzione geometrica, due derivate di stabilità sistemate: è il mestiere del progettista.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

Fuori dal piano di simmetria il disturbo è la derapata β : la stabilità direzionale richiede $C_{n_\beta} > 0$ (la deriva è il gendarme, la fusoliera il disturbatore), quella laterale $C_{l_\beta} < 0$, costruita dall’ala con tre leve — diedro, freccia, posizione rispetto alla fusoliera — che il progettista dosa e compensa. Il baricentro qui non comanda; comandano le forme, e le forme si vedono: ogni aeroplano porta scritta addosso la propria C_{l_β} . Non resta che mettere tutto alla prova: la prossima sezione è una palestra di esercizi svolti e proposti.

9 Esercizi svolti e proposti

La bussola della sezione

La teoria è completa: ora la mettiamo al lavoro. Gli esercizi svolti seguono il metodo di casa — dati, ipotesi, svolgimento commentato, risultato con verifica — e ripercorrono in ordine tutto il filo della monografia: MAC, ala isolata, margine statico, equilibratore, deriva. Tutti i valori numerici sono stati verificati in modo indipendente con gli script Python della cartella `scripts/`. In coda, gli esercizi proposti con i soli risultati: prima si prova da soli, poi si controlla.

9.1 Esercizio svolto 1 — Corda media aerodinamica e centraggio

Dati

Ala trapezia di un velivolo da addestramento: $c_r = 2,40$ m, $c_t = 1,20$ m, $b = 10,80$ m. Il manuale prescrive il baricentro al 30% MAC. Determinare: (a) λ , S , AR ; (b) $\bar{c}$ e y_{MAC} ; (c) la posizione del baricentro in metri dal bordo di attacco della MAC; (d) la posizione stimata del centro aerodinamico dell'ala.

Fase 1 — Geometria di base

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} = \frac{1,20}{2,40} = 0,50; \quad S = \frac{c_r + c_t}{2} b = \frac{3,60}{2} \cdot 10,80 = 19,44 \text{ m}^2;$$

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{116,64}{19,44} = 6,0.$$

Fase 2 — MAC e sua posizione

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = \frac{2}{3} \cdot 2,40 \cdot \frac{1,75}{1,50} = 1,867 \text{ m};$$

$$y_{MAC} = \frac{b}{6} \frac{1 + 2\lambda}{1 + \lambda} = 1,80 \cdot \frac{2,0}{1,5} = 2,400 \text{ m}.$$

Verifica: la corda locale a $y = 2,400$ m vale $c = 2,40 [1 - 0,5 \cdot (2,40/5,40)] = 1,867 \text{ m} = \bar{c} \checkmark$

Fase 3 — Centraggio

Baricentro al 30% MAC: $X_{cg} = 0,30 \cdot 1,867 = 0,560$ m dal bordo di attacco della MAC.
Centro aerodinamico dell'ala (subsonico): $X_{acw} \approx 0,25 \bar{c} = 0,467$ m.

Risultato

$\lambda = 0,5$; $S = 19,44 \text{ m}^2$; $AR = 6$; $\bar{c} = 1,867 \text{ m}$ a $y_{MAC} = 2,400 \text{ m}$; $X_{cg} = 0,560 \text{ m}$; $X_{acw} = 0,467 \text{ m}$. Il baricentro è $0,093 \text{ m}$ dietro il centro aerodinamico dell'ala: da solo, questo direbbe instabilità (caso 1) — ma il punto neutro del velivolo completo, grazie alla coda, starà ben più indietro del 30%. Lo verifichiamo nell'Esercizio 3.

9.2 Esercizio svolto 2 — L'ala isolata alla prova dei numeri**Dati**

Stessa ala ($S = 19,44 \text{ m}^2$, $\bar{c} = 1,867 \text{ m}$, $a_w = 4,9/\text{rad}$), profilo NACA 2412 con $C_{mac} = -0,05$. Volo a $V = 50 \text{ m/s}$, quota zero ISA ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$). Baricentro al 35% MAC. Verificare equilibrio e stabilità dell'ala isolata.

Ipotesi di lavoro

Modello lineare; M_{acw} costante con α ; per $\alpha = 0$ anche $L_w = 0$; tutte le posizioni misurate sulla MAC dal suo bordo di attacco.

Svolgimento. Pressione dinamica: $q = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 50^2 = 1\,531 \text{ Pa}$.

Braccio della portanza: $X_{aw} = (0,35 - 0,25) \bar{c} = 0,10 \cdot 1,867 = 0,187 \text{ m}$ (positivo: c.g. dietro a.c.).

Momento proprio dell'ala:

$$M_{acw} = C_{mac} q S \bar{c} = -0,05 \cdot 1531,25 \cdot 19,44 \cdot 1,867 \simeq -2\,778 \text{ N m} \quad (\text{picchiante}).$$

Equilibrio: da $M = M_{acw} + L_w X_{aw} = 0$,

$$L_w = -\frac{M_{acw}}{X_{aw}} = \frac{2778,3}{0,1867} \simeq 14\,884 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad C_L = \frac{L_w}{qS} = 0,50.$$

Un C_L di crociera perfettamente realistico: *l'equilibrio esiste*.

Stabilità:

$$\frac{dM}{d\alpha} = a_w q S X_{aw} = 4,9 \cdot 1531,25 \cdot 19,44 \cdot 0,1867 \simeq +27\,200 \text{ N m/rad} > 0.$$

Risultato

L'ala vola trimmata a $C_L = 0,50$ ma è **instabile**: una raffica di $+1^\circ$ genera $\Delta M \simeq 27\,227 \cdot 0,01745 \simeq +475 \text{ N m}$ cabranti, che allontanano ulteriormente dall'equilibrio. È il caso 1 della sezione 4: sistema equilibrato ma instabile.

Il primo tentativo istruttivo

Uno studente ha provato a “stabilizzare” quest'ala spostando il baricentro al 20% MAC ($X_{aw} = -0,0933 \text{ m}$) e ha concluso: “ora $dM/d\alpha < 0$, problema risolto”. Rifacciamo il suo conto sull'equilibrio: $L_w = -M_{acw}/X_{aw} = 2778,3/(-0,0933) = -29\,775 \text{ N}$. Portanza

negativa: per stare in equilibrio l'ala dovrebbe volare rovescia o a incidenza negativa. Il tentativo è fallito, ma nel modo più istruttivo possibile: ha mostrato con i numeri che l'ala isolata convenzionale non può avere entrambe le cose. Serve la coda (o un profilo reflex).

9.3 Esercizio svolto 3 — Margine statico e assetto di trimmaggio

Dati

Velivolo completo (stesso addestratore, ora con coda e fusoliera): $C_{L_\alpha} = 5,0/\text{rad}$; punto neutro $\bar{x}_N = 0,45$; baricentro $\bar{x}_{cg} = 0,30$; $C_{m_0} = +0,09$. Determinare: (a) margine statico; (b) C_{m_α} ; (c) α_{TRIM} ; (d) il nuovo C_{m_α} se un caricamento errato porta il baricentro al 42% MAC; (e) il centraggio per cui il velivolo diventa indifferente.

Svolgimento.

- (a) $SM = \bar{x}_N - \bar{x}_{cg} = 0,45 - 0,30 = 0,15 = 15\% \text{ MAC}$.
 (b) $C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_N) = 5,0 \cdot (-0,15) = -0,75/\text{rad}$: negativo, velivolo stabile.
 (c) Dal modello lineare $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha = 0$:

$$\alpha_{\text{TRIM}} = -\frac{C_{m_0}}{C_{m_\alpha}} = \frac{0,09}{0,75} = 0,120 \text{ rad} = 6,9^\circ.$$

Notare che entrambe le condizioni (4) sono soddisfatte: $C_{m_\alpha} < 0$ e $C_{m_0} > 0$.

(d) $C_{m_\alpha} = 5,0 \cdot (0,42 - 0,45) = -0,15/\text{rad}$: ancora stabile, ma con margine ridotto al 3%: la “molla” aerodinamica si è ammorbidita di cinque volte.

(e) Indifferenza per $C_{m_\alpha} = 0$, cioè $\bar{x}_{cg} = \bar{x}_N = 0,45$: il 45% MAC è il limite posteriore assoluto — quello *operativo* starà più avanti, per garantire il margine statico minimo di progetto.

Risultato

$SM = 15\%$; $C_{m_\alpha} = -0,75/\text{rad}$; $\alpha_{\text{TRIM}} = 6,9^\circ$; con c.g. al 42%: $C_{m_\alpha} = -0,15/\text{rad}$; punto di indifferenza: $\bar{x}_{cg} = 0,45$.

9.4 Esercizio svolto 4 — Equilibratore e indice di efficacia

Dati

Piano di coda orizzontale con superficie totale $S_t = 4,0 \text{ m}^2$ e superficie dell'equilibratore $S_e = 1,4 \text{ m}^2$; dal diagramma sperimentale, al rapporto $S_e/S_t = 0,35$ corrisponde $\tau \simeq 0,5$. In avvicinamento il pilota deflette l'equilibratore di $\delta_e = -8^\circ$ (bordo d'uscita in alto).
 (a) Determinare la variazione equivalente di angolo di attacco della coda e commentare l'effetto sul grafico $M-\alpha$. (b) Assumendo per il velivolo dell'Esercizio 3 una derivata di controllo $C_{m_{\delta_e}} = -1,10/\text{rad}$, calcolare il gradiente di trimmaggio $d\delta_{e,\text{trim}}/d\alpha$ per i due centraggi $\bar{x}_{cg} = 0,30$ e $\bar{x}_{cg} = 0,42$, e la deflessione necessaria per aumentare l'assetto di trimmaggio di 4° .

Svolgimento.

(a) Per definizione dell'indice di efficacia:

$$\Delta\alpha_t = \tau \delta_e = 0,5 \cdot (-8^\circ) = -4^\circ.$$

La coda “crede” di aver ridotto la propria incidenza di 4° : la sua portanza diminuisce (o la deportanza aumenta), il momento cabrante del velivolo cresce, e la retta $M-\alpha$ *trasla verso l'alto parallelamente a sé stessa*: il punto di trimmaggio si sposta a un assetto maggiore — il velivolo rallenta — mentre la pendenza $dM/d\alpha$, e quindi il livello di stabilità, resta identica (sezione 6).

(b) Dal trimmaggio con controllo, $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e = 0$, il gradiente è $d\delta_{e,\text{trim}}/d\alpha = -C_{m_\alpha}/C_{m_{\delta_e}}$ (sezione 6). Con i due valori di C_{m_α} dell'Esercizio 3:

$$\bar{x}_{cg} = 0,30 : \quad \frac{d\delta_{e,\text{trim}}}{d\alpha} = -\frac{-0,75}{-1,10} = -0,68 \Rightarrow \Delta\delta_e = -0,68 \cdot 4^\circ \simeq -2,7^\circ;$$

$$\bar{x}_{cg} = 0,42 : \quad \frac{d\delta_{e,\text{trim}}}{d\alpha} = -\frac{-0,15}{-1,10} = -0,14 \Rightarrow \Delta\delta_e = -0,14 \cdot 4^\circ \simeq -0,5^\circ.$$

Il gradiente è negativo in entrambi i casi (per cabrare si tira: la barra indietro dà $\delta_e < 0$), ma con il centraggio avanzato serve *cinque volte* più deflessione: è la misura numerica del conflitto stabilità-controllabilità.

Risultato

(a) $\Delta\alpha_t = -4^\circ$; nuovo trimmaggio ad assetto più alto, stabilità invariata. Se il piano di coda fosse tutto mobile ($S_e/S_t = 1$, $\tau = 1$), per lo stesso effetto basterebbe metà deflessione: è il motivo dello “stabilizzatore” dei velivoli ad alte prestazioni. (b) $\Delta\delta_e \simeq -2,7^\circ$ con c.g. al 30% MAC, $\simeq -0,5^\circ$ con c.g. al 42% MAC.

9.5 Esercizio svolto 5 — Il contributo direzionale della deriva**Dati**

Addestratore: $S = 19,44 \text{ m}^2$, $b = 10,80 \text{ m}$, $V = 50 \text{ m/s}$ a quota zero ISA. Deriva: $S_v = 1,60 \text{ m}^2$, $l_v = 4,60 \text{ m}$, $a_v = 2,8/\text{rad}$, $\eta_v = 0,95$. Determinare: (a) il rapporto volumetrico V_v ; (b) $(C_{n_\beta})_v$; (c) forza laterale e momento di imbardata per $\beta = 5^\circ$; (d) verificare il verso raddrizzante.

Svolgimento.

$$(a) V_v = \frac{S_v l_v}{S b} = \frac{1,60 \cdot 4,60}{19,44 \cdot 10,80} = 0,0351.$$

$$(b) (C_{n_\beta})_v = V_v a_v \eta_v = 0,0351 \cdot 2,8 \cdot 0,95 = 0,093/\text{rad} > 0: \text{ stabilizzante.}$$

$$(c) \text{ Con } q = 1531 \text{ Pa e } \beta = 5^\circ = 0,0873 \text{ rad:}$$

$$Y_v = -a_v \beta q S_v \eta_v = -2,8 \cdot 0,0873 \cdot 1531,25 \cdot 1,60 \cdot 0,95 \simeq -569 \text{ N,}$$

$$N_v = -Y_v l_v = 568,7 \cdot 4,60 \simeq +2616 \text{ N m.}$$

(d) $\beta > 0$ (vento da destra) $\Rightarrow N_v > 0$ (muso a destra, verso il vento): la derapata viene annullata. È la banderuola.

Risultato

$V_v = 0,0351$; $(C_{n_\beta})_v = 0,093/\text{rad}$; a $\beta = 5^\circ$: $Y_v \simeq -569 \text{ N}$, $N_v \simeq +2\,616 \text{ N m}$, raddrizzante. Il progettista verificherà poi che questo contributo superi con margine quello instabilizzante della fusoliera, $(N_\beta)_f < 0$.

9.6 La sequenza guidata: un modello in galleria del vento

I tre esercizi che seguono formano un percorso unico, costruito sul metodo del capitolo 7 di Anderson (*Introduction to Flight*): si parte dalle *misure* in galleria del vento su un modello ala-fusoliera, se ne estraggono le caratteristiche aerodinamiche, si aggiunge la coda e si arriva a trimmaggio, punto neutro e margine statico. È il percorso inverso rispetto agli esercizi precedenti — dai dati sperimentali alla teoria, invece che dalla teoria ai numeri — ed è esattamente ciò che si fa in galleria e nelle prove di volo. Stesso modello per tutti e tre: risolvetele in ordine.

Esercizio svolto 6 — Dalla galleria: trovare $\bar{h}_{ac}$ e $C_{m_{ac}}$ **Dati**

Un modello ala-fusoliera è provato in galleria del vento. Con la bilancia che misura le forze e i momenti rispetto al punto di sospensione, posto al 30% MAC ($\bar{h}_{cg} = 0,30$), si registrano due condizioni:

α	C_L	$C_{m,cg}$
0°	0,16	-0,042
5°	0,56	-0,022

Determinare: (a) la posizione del centro aerodinamico $\bar{h}_{ac,wb}$; (b) il coefficiente di momento $C_{m_{ac}}$; (c) se il modello, da solo, è stabile rispetto al punto di sospensione.

Ipotesi di lavoro

Comportamento lineare tra i due assetti misurati; il punto di sospensione della bilancia gioca il ruolo del baricentro.

Fase 1 — La chiave: derivare rispetto a C_L

L'equazione in coefficienti (28), senza coda, è

$$C_{m,cg} = C_{m_{ac}} + C_L (\bar{h}_{cg} - \bar{h}_{ac}).$$

È una *retta in C_L* : pendenza $(\bar{h}_{cg} - \bar{h}_{ac})$, intercetta $C_{m_{ac}}$ (che è costante: è la proprietà del centro aerodinamico). Due misure bastano quindi a determinare tutto: è il motivo per cui in galleria si rileva $C_{m,cg}$ ad almeno due assetti.

Fase 2 — Pendenza $\Rightarrow$ posizione dell'a.c.

$$\frac{dC_{m,cg}}{dC_L} = \frac{-0,022 - (-0,042)}{0,56 - 0,16} = \frac{0,020}{0,40} = 0,050$$

$$\Rightarrow \bar{h}_{ac,wb} = \bar{h}_{cg} - 0,050 = 0,30 - 0,05 = 0,25.$$

Il centro aerodinamico del modello è al 25% MAC: la fusoliera del modello, evidentemente sottile, non lo ha spostato apprezzabilmente.

Fase 3 — Intercetta $\Rightarrow C_{mac}$

Da una qualunque delle due misure (usiamo la prima e verifichiamo con la seconda):

$$C_{mac} = C_{m,cg} - C_L \cdot 0,050 = -0,042 - 0,16 \cdot 0,050 = -0,050.$$

Verifica con la seconda: $-0,022 - 0,56 \cdot 0,050 = -0,050 \checkmark$ — costante, come dev'essere.

Risultato

$\bar{h}_{ac,wb} = 0,25$; $C_{mac} = -0,050$. (c) La pendenza $dC_m/dC_L = +0,050$ è *positiva*: rispetto a un baricentro al 30% MAC il modello ala-fusoliera da solo è **instabile** — è il caso 1 della sezione 4, ritrovato per via sperimentale. Serve la coda: è il prossimo esercizio.

Esercizio svolto 7 — Aggiungiamo la coda: calettamento e trimmaggio**Dati**

Al modello dell'Esercizio 6 viene aggiunto un piano di coda con: $V_H = 0,40$; pendenza di coda $a_t = 0,060$ per grado; downwash $\varepsilon = 0,35 (\alpha + 2^\circ)$ (nullo alla portanza nulla dell'ala, che ha $\alpha_{L=0} = -2^\circ$); *angolo di calettamento* della coda $i_t = 2,0^\circ$. La pendenza ala-fusoliera è $a_{wb} = 0,080$ per grado. Determinare C_{m_0} , C_{m_α} e l'assetto di trimmaggio.

Il calettamento della coda i_t : il trim "di costruzione"

Finora l'unico modo di regolare il trimmaggio era l'equilibratore. Ma c'è una regolazione più a monte, decisa al tavolo da disegno: la coda non viene montata parallela all'ala, bensì *calettata* a un'incidenza ridotta di un angolo i_t (positivo con il bordo d'attacco della coda ruotato verso il basso). L'angolo di attacco della coda diventa

$$\alpha_t = \alpha - \varepsilon - i_t \quad (+\tau\delta_e \text{ quando si muove l'equilibratore}).$$

Il calettamento sposta l'intercetta C_{m_0} senza toccare la pendenza — esattamente come δ_e , ma in modo *fisso*: il progettista lo sceglie in modo che, alla velocità di crociera, il velivolo voli trimmato *con equilibratore in posizione neutra*, minimizzando la resistenza di trim. L'equilibratore resta per tutte le altre condizioni.

Fase 1 — L'equazione completa in coefficienti

Dalla (28), con $C_L = a_{wb}(\alpha + 2^\circ)$ e $C_{L_t} = a_t \alpha_t$:

$$C_{m,cg} = C_{m_{ac}} + a_{wb}(\alpha + 2^\circ) (\bar{h}_{cg} - \bar{h}_{ac}) - V_H a_t [\alpha - 0,35(\alpha + 2^\circ) - i_t].$$

Fase 2 — Intercetta e pendenza

Ad $\alpha = 0$:

$$\begin{aligned} C_{m_0} &= -0,050 + 0,080 \cdot 2 \cdot 0,05 - 0,40 \cdot 0,060 \cdot (-0,70 - 2,0) \\ &= -0,050 + 0,008 + 0,0648 = +0,0228. \end{aligned}$$

Derivando rispetto ad α (il calettamento, costante, sparisce — come δ_e):

$$\begin{aligned} C_{m_\alpha} &= a_{wb} (\bar{h}_{cg} - \bar{h}_{ac}) - V_H a_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \\ &= 0,080 \cdot 0,05 - 0,40 \cdot 0,060 \cdot 0,65 = -0,0116 \text{ per grado}. \end{aligned}$$

Fase 3 — Trimmaggio e verifica

$$\alpha_{\text{TRIM}} = -\frac{C_{m_0}}{C_{m_\alpha}} = \frac{0,0228}{0,0116} = 1,97^\circ.$$

Verifica diretta: sostituendo $\alpha = 1,97^\circ$ nell'equazione completa della Fase 1 si ottiene $C_{m,cg} = 0,0000 \checkmark$.

Risultato

$C_{m_0} = +0,0228 > 0$ e $C_{m_\alpha} = -0,0116$ per grado ($-0,66 \text{ 1/rad}$) < 0 : entrambe le condizioni (4) sono soddisfatte. Il modello, che da solo era instabile, con la coda è **equilibrato e stabile**, trimmato a $\alpha \simeq 2^\circ$ — un assetto di crociera — *con equilibratore neutro*, grazie al calettamento. La coda ha portato in dote sia la pendenza sia l'intercetta: è la sezione 5 verificata al banco.

Esercizio svolto 8 — Punto neutro per due vie indipendenti**Dati**

Per il velivolo completo dell'Esercizio 7, determinare la posizione del punto neutro: (a) dalla pendenza C_{m_α} appena calcolata; (b) dalla formula geometrica (31). Confrontare i risultati e calcolare il margine statico.

Via (a) — dalla pendenza misurabile

Dalla (29), $C_{m_\alpha} = a(\bar{h}_{cg} - \bar{h}_N)$, invertita (assumendo $a \simeq a_{wb} = 0,080$ per grado):

$$\bar{h}_N = \bar{h}_{cg} - \frac{C_{m_\alpha}}{a} = 0,30 - \frac{-0,0116}{0,080} = 0,30 + 0,145 = 0,445.$$

Questa è la via delle *prove*: da C_{m_α} , che si misura, al punto neutro.

Via (b) — dalla geometria

Dalla (31):

$$\bar{h}_N = \bar{h}_{ac,wb} + V_H \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) = 0,25 + 0,40 \cdot \frac{0,060}{0,080} \cdot 0,65 = 0,25 + 0,195 = 0,445.$$

Questa è la via del *progetto*: dalla geometria al punto neutro, prima ancora che il velivolo esista.

Risultato

Le due vie coincidono: $\bar{h}_N = 0,445$, margine statico $SM = 0,445 - 0,30 = 14,5\%$ MAC. Non è un caso fortunato: è la coerenza interna della teoria — la formula geometrica è la pendenza, riscritta. Quando in un problema disponete di entrambe le strade, percorretele tutte e due: se non coincidono, avete un errore da scovare. Verifica finale con l'identità compatta (32): $C_{m_\alpha} = -a \cdot SM = -0,080 \cdot 0,145 = -0,0116$ per grado ✓.

9.7 Esercizi proposti

- MAC di un aliante.** Ala trapezia con $c_r = 1,10$ m, $c_t = 0,44$ m, $b = 15,00$ m. Calcolare λ , S , AR , $\bar{c}$ e y_{MAC} . [Risposte: $\lambda = 0,4$; $S = 11,55$ m²; $AR = 19,5$; $\bar{c} = 0,817$ m; $y_{MAC} = 3,21$ m]
- Collaudo della formula.** Dimostrare, partendo dalla definizione integrale (5), che per un'ala a delta pura ($c_t = 0$, cioè $\lambda = 0$) si ha $\bar{c} = \frac{2}{3}c_r$ e $y_{MAC} = b/6$.
- Margine statico.** Un velivolo ha $C_{L_\alpha} = 4,6$ /rad e punto neutro al 48% MAC. Il manuale ammette centraggi dal 22% al 38% MAC. Calcolare C_{m_α} nei due casi estremi e il margine statico minimo garantito. [Risposte: $C_{m_\alpha} = -1,20$ e $-0,46$ /rad; $SM_{\min} = 10\%$]
- Trimmaggio.** Con $C_{m_0} = 0,06$ e $C_{m_\alpha} = -0,90$ /rad, trovare α_{TRIM} in gradi e la variazione di momento (in termini di C_m) prodotta da una raffica che aumenta l'assetto di 2°. Il velivolo è stabile? [Risposte: $\alpha_{\text{TRIM}} = 3,8^\circ$; $\Delta C_m = -0,031$, *picchiante: stabile*]
- Deriva.** Quale superficie S_v serve per ottenere $(C_{n_\beta})_v = 0,12$ /rad su un velivolo con $S = 16,0$ m², $b = 9,00$ m, $l_v = 4,20$ m, $a_v = 2,9$ /rad, $\eta_v = 0,95$? [Risposta: $S_v \simeq 1,49$ m²]

6. **Punto neutro dalla geometria.** Un monomotore ha $\bar{x}_{ac,wb} = 0,23$, coda con $S_t = 3,2 \text{ m}^2$ e $l_t = 4,20 \text{ m}$, ala con $S = 16,0 \text{ m}^2$ e $\bar{c} = 1,50 \text{ m}$; $a_t/a = 0,85$; $d\varepsilon/d\alpha = 0,40$. Calcolare V_H , la posizione del punto neutro e il margine statico con baricentro al 28% MAC. Il centraggio rispetta la prassi di progetto $SM = 5 \div 10\%$? [Risposte: $V_H = 0,56$; $\bar{x}_N = 0,516$; $SM = 23,6\%$: *no, il velivolo è molto più stabile della prassi — comandi pesanti, conviene arretrare il baricentro o ridurre la coda*]
7. **Lettura delle configurazioni.** Spiegare, componente per componente (C_{l_β} dell'ala alta, della freccia, del diedro), perché il C-17 ha l'anedro e il B-787 il diedro positivo, pur essendo entrambi lateralmente stabili.

Come usare le risposte

Le risposte tra parentesi servono per il *collaudo finale*, non per la navigazione. Il valore didattico dell'esercizio sta nel percorso: impostare, controllare le unità (i radianti!), verificare i segni con la fisica. Chi parte dalla risposta e ricostruisce all'indietro impara a fare i puzzle, non i velivoli.

Il raccordo: cosa portiamo con noi

Gli esercizi hanno ripercorso tutto il filo: il righello (MAC), il dilemma dell'ala isolata, il margine statico come misura della stabilità, l'equilibratore che sposta il trimmaggio senza toccare la pendenza, la deriva-banderuola. In appendice trovate il formulario completo e il glossario italiano-inglese: sono gli attrezzi da portare al colloquio dell'Esame di Stato.

A Soluzioni complete degli esercizi proposti

Queste soluzioni sono scritte per essere lette *dopo* un tentativo in autonomia: il valore dell'esercizio sta nel percorso, e le pagine che seguono servono a confrontare il vostro percorso con uno completo, non a sostituirlo. Ogni soluzione è svolta per intero, con lo stesso metodo degli esercizi guidati: impostazione, unità di misura, segni, verifica finale. La numerazione segue l'ordine dell'elenco della sezione 9.

A.1 Proposto 1 — MAC di un aliante

Richiami dei dati

$c_r = 1,10$ m, $c_t = 0,44$ m, $b = 15,00$ m. Richiesti: λ , S , AR , $\bar{c}$, y_{MAC} .

Rapporto di rastremazione. $\lambda = c_t/c_r = 0,44/1,10 = 0,40$. Un valore basso, tipico degli alianti: la forte rastremazione avvicina la distribuzione di portanza a quella ellittica, riducendo la resistenza indotta — prezioso quando l'efficienza è tutto.

Superficie e allungamento.

$$S = \frac{c_r + c_t}{2} b = \frac{1,10 + 0,44}{2} \cdot 15,00 = 0,77 \cdot 15,00 = 11,55 \text{ m}^2; \quad AR = \frac{b^2}{S} = \frac{225}{11,55} = 19,5.$$

Allungamento quasi 20: anche questo è un tratto distintivo degli alianti (un liner sta intorno a 9–10, un caccia sotto 4).

Corda media aerodinamica. Dalla (8):

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = \frac{2}{3} \cdot 1,10 \cdot \frac{1 + 0,40 + 0,16}{1,40} = 0,7333 \cdot \frac{1,56}{1,40} = 0,817 \text{ m}.$$

Posizione. Dalla (9):

$$y_{MAC} = \frac{b}{6} \frac{1 + 2\lambda}{1 + \lambda} = \frac{15,00}{6} \cdot \frac{1,80}{1,40} = 2,50 \cdot 1,2857 = 3,21 \text{ m}.$$

Risultato

$\lambda = 0,40$; $S = 11,55 \text{ m}^2$; $AR = 19,5$; $\bar{c} = 0,817 \text{ m}$; $y_{MAC} = 3,21 \text{ m}$. *Verifica:* la corda locale a $y = 3,21 \text{ m}$ vale $c = 1,10 [1 - 0,60 \cdot 3,214/7,50] = 1,10 \cdot 0,7429 = 0,817 \text{ m} = \bar{c} \checkmark$.

A.2 Proposto 2 — Collaudo della formula: l'ala a delta

Qui non ci sono numeri: c'è una dimostrazione, e la svolgiamo per due strade indipendenti, come si conviene.

Strada 1 — il limite delle formule generali. Per un'ala a delta pura la corda di estremità è nulla: $\lambda = 0$. Sostituendo nelle (8) e (9):

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + 0 + 0}{1 + 0} = \frac{2}{3} c_r; \quad y_{MAC} = \frac{b}{6} \frac{1 + 0}{1 + 0} = \frac{b}{6}.$$

Immediato — ma stiamo usando formule già dimostrate. Il collaudo vero è rifare il conto dalla definizione.

Strada 2 — dalla definizione integrale. Con $\lambda = 0$ la legge della corda (7) diventa $c(y) = c_r \left(1 - \frac{y}{b/2}\right)$ e la superficie è quella del triangolo, $S = \frac{c_r b}{2}$. Poniamo $u = y/(b/2)$, con $dy = (b/2) du$:

$$\bar{c} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y)^2 dy = \frac{2}{c_r b/2} \cdot \frac{b}{2} \int_0^1 c_r^2 (1-u)^2 du = 2c_r \left[-\frac{(1-u)^3}{3} \right]_0^1 = 2c_r \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} c_r \quad \checkmark$$

Per la posizione, cerchiamo la stazione in cui la corda locale vale $\bar{c}$:

$$c_r(1-u) = \frac{2}{3} c_r \implies u = \frac{1}{3} \implies y_{MAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{b}{2} = \frac{b}{6} \quad \checkmark$$

Risultato

Le due strade coincidono: per l'ala a delta $\bar{c} = \frac{2}{3}c_r$ a $y_{MAC} = b/6$. Notate il significato geometrico: $b/6$ è a un terzo della semiapertura — la MAC di un triangolo passa per il suo baricentro, e infatti $\frac{2}{3}c_r$ è proprio la corda alla quota del baricentro del triangolo. La geometria delle aree che conoscete dal disegno e l'aerodinamica si stringono la mano.

A.3 Proposto 3 — Margine statico ai due estremi di centraggio

Richiami dei dati

$C_{L_\alpha} = 4,6/\text{rad}$; $\bar{x}_N = 0,48$; centraggi ammessi dal 22% al 38% MAC.

Centraggio tutto avanzato ($\bar{x}_{cg} = 0,22$):

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_N) = 4,6 \cdot (0,22 - 0,48) = 4,6 \cdot (-0,26) = -1,20/\text{rad}; \quad SM = 26\%.$$

Centraggio tutto arretrato ($\bar{x}_{cg} = 0,38$):

$$C_{m_\alpha} = 4,6 \cdot (0,38 - 0,48) = -0,46/\text{rad}; \quad SM = 10\%.$$

Risultato

C_{m_α} varia da $-1,20$ a $-0,46/\text{rad}$; il margine statico *minimo garantito* è quello del limite posteriore: $SM_{\min} = \bar{x}_N - 0,38 = 10\%$ MAC. Osservate la logica del manuale di volo: il limite *posteriore* è scelto proprio in modo che, nel caso peggiore di caricamento, resti il margine minimo di progetto (qui il 10%, il tetto della prassi $5 \div 10\%$ vista nella sezione 6). Il limite *anteriore*, come sappiamo, non lo detta la stabilità ma la controllabilità.

A.4 Proposto 4 — Trimmaggio e risposta alla raffica

Richiami dei dati

$C_{m_0} = 0,06$; $C_{m_\alpha} = -0,90/\text{rad}$. Richiesti: α_{TRIM} in gradi; ΔC_m per una raffica di $+2^\circ$; giudizio di stabilità.

Assetto di trimmaggio. Dal modello lineare $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha = 0$:

$$\alpha_{\text{TRIM}} = -\frac{C_{m_0}}{C_{m_\alpha}} = \frac{0,06}{0,90} = 0,0667 \text{ rad}.$$

Attenzione all'unità: C_{m_α} è per *radiante*, quindi l'assetto esce in radianti. Conversione: $0,0667 \cdot 57,3 = 3,8^\circ$.

Risposta alla raffica. La raffica porta l'assetto a $\alpha_{\text{TRIM}} + 2^\circ$; la variazione di momento è

$$\Delta C_m = C_{m_\alpha} \cdot \Delta \alpha = -0,90 \cdot \frac{2}{57,3} = -0,90 \cdot 0,0349 = -0,031.$$

Risultato

$\alpha_{\text{TRIM}} = 3,8^\circ$; $\Delta C_m = -0,031$: momento *picchiante*, che riporta il muso verso l'assetto di equilibrio. Il velivolo è stabile — lo sapevamo già dal segno di C_{m_α} , ma il conto mostra la stabilità *in azione*. Errore classico da evitare: moltiplicare C_{m_α} (per radiante) per 2 (gradi) senza convertire — il risultato verrebbe sbagliato di un fattore 57,3.

A.5 Proposto 5 — Dimensionare la deriva**Richiami dei dati**

Obiettivo $(C_{n_\beta})_v = 0,12/\text{rad}$; $S = 16,0 \text{ m}^2$, $b = 9,00 \text{ m}$, $l_v = 4,20 \text{ m}$, $a_v = 2,9/\text{rad}$, $\eta_v = 0,95$.

Impostazione. È un problema di progetto: la formula del contributo della deriva va *invertita*. Da $(C_{n_\beta})_v = V_v a_v \eta_v$ con $V_v = S_v l_v / (Sb)$:

$$S_v = \frac{(C_{n_\beta})_v S b}{l_v a_v \eta_v}.$$

Calcolo.

$$S_v = \frac{0,12 \cdot 16,0 \cdot 9,00}{4,20 \cdot 2,9 \cdot 0,95} = \frac{17,28}{11,57} = 1,49 \text{ m}^2.$$

Risultato

$S_v \simeq 1,49 \text{ m}^2$, corrispondente a $V_v = S_v l_v / (Sb) = 0,0435$ — coerente con il riferimento di progetto $V_v \simeq 0,04$ della letteratura. *Verifica* diretta: $0,0435 \cdot 2,9 \cdot 0,95 = 0,120 \checkmark$. Nota progettuale: se il braccio l_v fosse maggiore (fusoliera più lunga), la stessa stabilità costerebbe meno superficie — è il solito scambio forza-braccio della leva.

A.6 Proposto 6 — Punto neutro dalla geometria

Richiami dei dati

$\bar{x}_{ac,wb} = 0,23$; $S_t = 3,2 \text{ m}^2$, $l_t = 4,20 \text{ m}$; $S = 16,0 \text{ m}^2$, $\bar{c} = 1,50 \text{ m}$; $a_t/a = 0,85$; $d\varepsilon/d\alpha = 0,40$; $\bar{x}_{cg} = 0,28$.

Rapporto volumetrico.

$$V_H = \frac{S_t l_t}{S \bar{c}} = \frac{3,2 \cdot 4,20}{16,0 \cdot 1,50} = \frac{13,44}{24,0} = 0,56.$$

Punto neutro. Dalla (31):

$$\bar{x}_N = \bar{x}_{ac,wb} + V_H \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) = 0,23 + 0,56 \cdot 0,85 \cdot 0,60 = 0,23 + 0,286 = 0,516.$$

Margine statico.

$$SM = \bar{x}_N - \bar{x}_{cg} = 0,516 - 0,28 = 0,236 = 23,6\% \text{ MAC}.$$

Risultato

$V_H = 0,56$; $\bar{x}_N = 0,516$; $SM = 23,6\%$: il velivolo è *molto* più stabile della prassi di progetto ($5 \div 10\%$). Non è una virtù: come sappiamo dalla sezione 6, l'eccesso di stabilità si paga in controllabilità (gradiente $d\delta_e/d\alpha$ elevato, comandi pesanti) e in resistenza di trim. I rimedi, in ordine di praticità: arretrare il baricentro (se il caricamento lo consente), ridurre la superficie di coda o il braccio (a progetto), accettare consapevolmente il margine extra se il velivolo è un addestratore basico, dove la docilità è essa stessa un requisito.

A.7 Proposto 7 — Lettura delle configurazioni: C-17 e B-787

Qui la risposta è un ragionamento, e va costruito contributo per contributo sulla C_{l_β} , come richiesto.

Il bersaglio comune. Entrambi i velivoli devono chiudere il bilancio sullo stesso obiettivo: una C_{l_β} *moderatamente* negativa — abbastanza da raddrizzare le ali dopo un disturbo, non così grande da innescare il dutch roll (sezione 8).

C-17 (ala alta, freccia, anedro). Facciamo l'inventario:

- ala *alta*: contributo stabilizzante (diedro equivalente positivo di $2 \div 3^\circ$ per l'effetto delle linee di corrente attorno alla fusoliera) $\Rightarrow C_{l_\beta}$ più negativa;
- *freccia* marcata (necessaria per la crociera veloce): contributo stabilizzante, tanto più forte quanto più alto è il C_L — e un cargo militare opera spesso lento e pesante, proprio dove l'effetto freccia è massimo $\Rightarrow C_{l_\beta}$ ancora più negativa;
- somma: *troppa* stabilità laterale. Il correttivo è il *diedro negativo* (anedro), ben visibile: riporta $|C_{l_\beta}|$ al livello voluto.

B-787 (ala bassa, freccia, diedro positivo). Stesso inventario:

- ala *bassa*: contributo *instabilizzante* (diedro equivalente negativo) $\Rightarrow C_{l_\beta}$ spinta verso il positivo;
- freccia: contributo stabilizzante, ma da solo non basta a compensare l'ala bassa al livello richiesto in tutte le condizioni;
- somma: stabilità laterale insufficiente. Il correttivo è il *diedro positivo*, anch'esso ben visibile.

Risultato

Due velivoli lateralmente stabili allo stesso modo, con diedri di segno *opposto*: perché il diedro non è la causa unica della stabilità laterale, è la *manopola di regolazione fine* con cui il progettista chiude un bilancio i cui termini grossi (posizione dell'ala, freccia) sono dettati da esigenze che con il rollio non c'entrano nulla — carico a livello del suolo per il C-17, aerodinamica di crociera per il B-787. Saper fare questo inventario a colpo d'occhio, davanti alla foto frontale di un aeroplano, è il segno che la sezione 8 è stata capita davvero.

B Formulario e glossario

B.1 Formulario essenziale

Assi, momenti, criteri

Asse	Momento	Disturbo	Criterio di stabilità
Y (beccheggio)	$M_y \equiv M$	$\Delta\alpha$	$dM/d\alpha < 0$, $C_{m_\alpha} < 0$
Z (imbardata)	$M_z \equiv N$	$\Delta\beta$	$dN/d\beta > 0$, $C_{n_\beta} > 0$
X (rollio)	$M_x \equiv L$	$\Delta\beta$ (via ϕ)	$dL/d\beta < 0$, $C_{l_\beta} < 0$

Coefficienti:

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}}, \quad C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b}, \quad C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b}.$$

Condizioni per equilibrio ad assetto utile e stabilità (longitudinale): $dM/d\alpha < 0$ e $M_0 > 0$.

Corda media aerodinamica (ala trapezia)

$$\bar{c} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y)^2 dy \xrightarrow{c(y) \text{ lineare}} \bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda}, \quad y_{MAC} = \frac{b}{6} \frac{1 + 2\lambda}{1 + \lambda}, \quad \lambda = \frac{c_t}{c_r}.$$

Centro aerodinamico (subsonico): $X_{ac_w} \approx 0,25 \bar{c}$; M_{ac} costante con α (< 0 profili convenzionali, $= 0$ simmetrici, > 0 reflex).

Stabilità longitudinale

Ala isolata ($X_{a_w} = X_{cg} - X_{ac_w}$):

$$M = M_{ac_w} + L_w X_{a_w}, \quad \frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{a_w}.$$

Ala + coda (downwash: $\alpha_t = \alpha - \varepsilon$):

$$M = L_w X_{a_w} + M_{ac_w} - L_t l_t, \quad \frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{a_w} - \frac{dL_t}{d\alpha_t} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) l_t.$$

Ala + canard (upwash: $\alpha_c = \alpha + \varepsilon_u$):

$$M = L_w X_{a_w} + M_{ac_w} + L_c l_c, \quad \frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL_w}{d\alpha} X_{a_w} + \frac{dL_c}{d\alpha_c} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha}\right) l_c.$$

Velivolo completo (forma universale):

$$\boxed{\frac{dM}{d\alpha} = \frac{dL}{d\alpha} (X_{cg} - X_{ac}) < 0 \iff X_{cg} < X_{ac}}$$

Forma in coefficienti (rapporto volumetrico di coda):

$$V_H = \frac{S_t l_t}{S \bar{c}}, \quad C_{m,cg} = C_{m_{ac}} + C_L (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) - V_H C_{L_t}.$$

Punto neutro (formula di Anderson) e margine statico:

$$\bar{x}_N = \bar{x}_{ac,wb} + V_H \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right), \quad SM = \bar{x}_N - \bar{x}_{cg},$$

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_N) = -a \cdot SM, \quad \alpha_{\text{TRIM}} = -\frac{C_{m_0}}{C_{m_\alpha}}.$$

Prassi di progetto (aviazione generale): $SM = 5 \div 10\%$; $V_H \simeq 0,7$; $V_v \simeq 0,04$. Coda con calettamento i_t ed equilibratore: $\alpha_t = \alpha - \varepsilon - i_t + \tau \delta_e$ (i_t fissa il trim di progetto a equilibratore neutro), con $\tau = d\alpha_t/d\delta_e$ funzione di S_e/S_t ; δ_e trasla la retta $M-\alpha$ senza cambiarne la pendenza. Gradiente di trimmaggio:

$$\delta_{e,\text{trim}}(\alpha) = -\frac{C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha}{C_{m_{\delta_e}}}, \quad \frac{d\delta_{e,\text{trim}}}{d\alpha} = -\frac{C_{m_\alpha}}{C_{m_{\delta_e}}} \quad (\propto \text{ margine statico}).$$

Stabilità latero-direzionale

Deriva (direzionale): $N_v = -Y_v l_v$; $(N_\beta)_v = -(Y_\beta)_v l_v > 0$; in coefficienti $(C_{n_\beta})_v = V_v a_v \eta_v$ con $V_v = \frac{S_v l_v}{S \bar{b}}$.

Deriva (laterale): $(L_\beta)_v = (Y_\beta)_v z_v < 0$.

Effetto diedro: $\Delta\alpha \simeq \pm\beta\Gamma$ (semiala sopravvento/sottovento).

Effetto freccia: componenti normali al bordo d'attacco $V \cos(\Lambda \mp \beta)$ sulle due semiali.

Posizione ala-fusoliera: ala alta stabilizzante, ala bassa instabilizzante (in rollio).

Origine della scivolata: in volo inclinato $F = W \tan \phi \simeq W\phi$ (forza laterale non equilibrata) $\Rightarrow V_y = V \sin \beta \simeq V\beta$.

Contributi direzionali: ala trascurabile; fusoliera $(N_\beta)_f < 0$; deriva $(N_\beta)_v > 0$.

B.2 Glossario italiano-inglese

Italiano	Inglese	Nota
rollio	<i>roll</i>	rotazione intorno a X , angolo ϕ
beccheggio	<i>pitch</i>	rotazione intorno a Y , angolo θ
imbardata	<i>yaw</i>	rotazione intorno a Z , angolo ψ
alettoni	<i>aileron</i> s	comando primario di rollio
equilibratore	<i>elevator</i>	comando primario di beccheggio
timone	<i>rudder</i>	comando primario di imbardata
deriva	<i>fin / vertical stabilizer</i>	parte fissa del piano verticale
stabilizzatore	<i>horizontal stabilizer</i>	parte fissa del piano orizzontale
ipersostentatori	<i>flaps / slats</i>	comandi secondari
aerofreni	<i>speed brakes / airbrakes</i>	comandi secondari
diruttori	<i>spoilers / lift dumpers</i>	primari/secondari secondo l'impiego
corda media aerodinamica	<i>mean aerodynamic chord (MAC)</i>	righello del centraggio
rapporto di rastremazione	<i>taper ratio</i> λ	c_t/c_r
centro aerodinamico	<i>aerodynamic center (a.c.)</i>	momento costante con α
centro di pressione	<i>center of pressure (c.p.)</i>	si sposta con α
punto neutro	<i>neutral point</i>	a.c. del velivolo completo
margin statico	<i>static margin (SM)</i>	$\bar{x}_N - \bar{x}_{cg}$
trimmaggio	<i>trim</i>	condizione $M = 0$
angolo di derapata	<i>sideslip angle</i> β	disturbo latero-direzionale
angolo diedro	<i>dihedral angle</i> Γ	negativo: <i>anhedral</i>
angolo di freccia	<i>sweep angle</i> Λ	—
downwash / upwash	<i>downwash / upwash</i>	deflessione della corrente dietro/davanti all'ala
profilo autostabile	<i>reflex airfoil</i>	$M_{ac} > 0$
tutt'ala	<i>flying wing</i>	velivolo senza piano di coda

Riferimenti bibliografici

- [1] R. C. Nelson, *Flight Stability and Automatic Control*, McGraw–Hill, 2^a ed., 1998.
- [2] J. D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*, McGraw–Hill, 1999 (in libreria di corso; capp. 2, 8 e 9 per centro aerodinamico, rapporti volumetrici, punto neutro e casi SR-71/B-47).
- [3] J. D. Anderson, *Introduction to Flight*, McGraw–Hill — cap. 7, *Principles of Stability and Control* (formulazione in coefficienti e formula del punto neutro).
- [4] V. Losito, *Fondamenti di Aeronautica Generale*, Accademia Aeronautica, Napoli.
- [5] Università degli Studi della Campania L. Vanvitelli, *Modulo di Meccanica del Volo (9 CFU)* — materiale didattico del corso.
- [6] ITIS A. Volta – Alessandria, *Manuale di Aerotecnica, Strutture ed Impianti*, ed. 2024.
- [7] EASA, *Certification Specifications for Normal-Category Aeroplanes CS-23*.