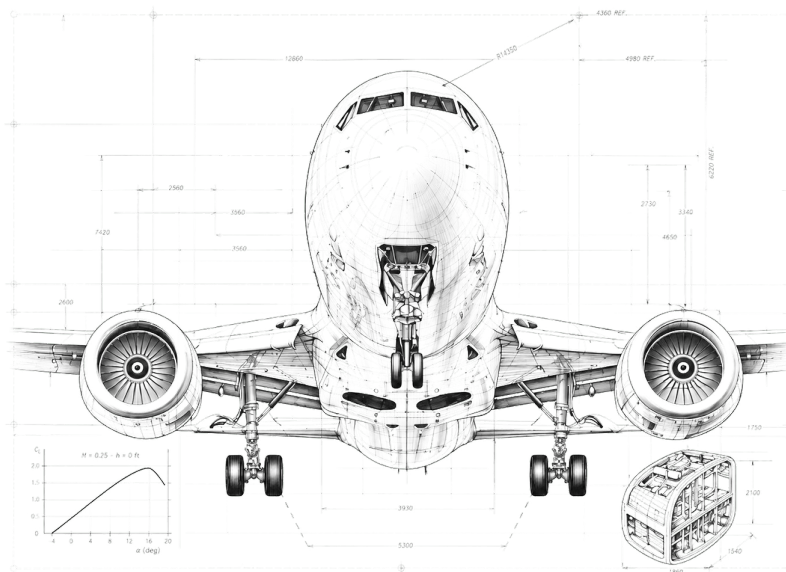


L'accrescimento di ghiaccio sulle superfici portanti

*Fisica del fenomeno, modelli di previsione,
degrado delle prestazioni e sistemi di protezione*



Monografia di approfondimento, autoconsistente, per l'articolazione *Costruzione del Mezzo Aeronautico*. Contiene la trattazione completa del fenomeno fisico, il modello matematico di previsione, **17 esercizi svolti passo passo** e le appendici di richiamo.

Prof. Ing. B. Raucci

Monografia didattica — uso interno

Indice

Premessa	iv
1 Il problema del ghiaccio in volo	1
1.1 Che cosa fa il ghiaccio a un'ala	1
1.2 Non soltanto le ali	2
1.3 L'evidenza statistica	2
1.4 La risposta della normativa	3
1.5 Due filosofie: prevenire o rimuovere	4
1.6 Perché serve il calcolo	4
2 Il fenomeno fisico dell'accrescimento	6
2.1 Richiamo: il diagramma di stato dell'acqua	6
2.2 L'acqua soprafusa: il cuore del problema	7
2.3 Come si descrive una nube	8
2.4 Che cosa succede all'impatto	10
2.5 La <i>freezing fraction</i> e le tre morfologie	12
2.5.1 <i>Rime ice</i> : $n \simeq 1$	13
2.5.2 <i>Glaze ice</i> : $n < 1$	13
2.5.3 <i>Beak ice</i> : il caso limite	13
2.6 Le forme reali: miscele e fattori secondari	14
3 La cattura d'acqua: traiettorie ed efficienza	16
3.1 Le ipotesi sulla gocciolina	16
3.2 L'equazione del moto	16
3.2.1 Il coefficiente di resistenza della sfera	17
3.2.2 La viscosità dell'aria	17
3.3 Adimensionalizzazione: nasce il parametro inerziale	17
3.4 L'integrazione numerica	20
3.4.1 Il campo aerodinamico	20
3.4.2 La temperatura della gocciolina all'impatto	21
3.5 L'efficienza di cattura	21
3.6 La portata d'acqua di <i>impingement</i>	24
4 Il bilancio termodinamico superficiale	27
4.1 Il volume di controllo	27
4.2 Superficie asciutta e superficie bagnata	28
4.3 Il bilancio di massa	28
4.4 Il bilancio di energia	30
4.4.1 $\dot{q}_1$ — scambio convettivo	30
4.4.2 $\dot{q}_2$ — evaporazione e sublimazione	30
4.4.3 $\dot{q}_3$ — energia associata all'acqua di cattura	30
4.4.4 $\dot{q}_4$ — energia associata al <i>run back</i> in ingresso	31
4.4.5 $\dot{q}_5$ — apporto energetico esterno	31
4.5 Il coefficiente di scambio termico convettivo	31

4.5.1	L'approccio semplificato	32
4.5.2	L'approccio raffinato	33
4.6	La risoluzione del sistema	35
4.7	Dal bilancio alla nuova geometria	38
4.8	La marcia nel tempo: <i>multistep</i> e <i>predictor-corrector</i>	39
4.9	I codici di calcolo	40
5	Il degrado delle prestazioni del velivolo	41
5.1	I due meccanismi del degrado	41
5.2	Il profilo contaminato	41
5.2.1	L'effetto della sola rugosità	41
5.2.2	<i>Rime</i> e <i>glaze</i> a confronto	42
5.3	Le conseguenze sulla meccanica del volo	43
5.4	Gli apparati propulsivi	45
5.4.1	Le eliche	45
5.4.2	Le prese d'aria	45
5.5	L'effetto delle dimensioni e della tipologia del velivolo	47
5.5.1	Il ragionamento	47
5.5.2	La verifica quantitativa	47
5.5.3	Le conseguenze progettuali	48
5.6	Dove e quando si forma il ghiaccio	48
5.7	Il ruolo della velocità: due effetti opposti	48
5.8	Sintesi: chi è veramente a rischio	49
6	I sistemi di protezione dal ghiaccio	51
6.1	Che cosa va protetto	51
6.2	Le quattro famiglie convenzionali	51
6.2.1	Sistemi pneumatici a impulso (<i>de-icing</i>)	51
6.2.2	Sistemi a fluido (<i>anti-icing</i>)	52
6.2.3	Sistemi elettrotermici	52
6.2.4	Sistemi ad aria calda	53
6.3	Quanta energia serve davvero	53
6.4	I sistemi in fase di studio e sviluppo	55
6.5	Il trattamento a terra	57
6.6	Il criterio di scelta	57
7	La certificazione in ghiaccio	58
7.1	Il quadro normativo	58
7.2	Le condizioni meteorologiche regolamentari	58
7.3	Le prove	60
7.3.1	Prove di volo in ghiaccio naturale	60
7.3.2	Prove di volo in ghiaccio simulato	60
7.3.3	Prove in galleria del ghiaccio	60
7.3.4	Prove dietro velivolo <i>tanker</i>	60
7.4	Come si costruisce una campagna di certificazione	61
7.5	Conclusione	61

A	Costanti e proprietà termofisiche	63
A.1	Costanti universali e dell'aria	63
A.2	Proprietà dell'acqua e del ghiaccio	63
A.3	Atmosfera standard: valori di riferimento usati	63
A.4	Formule empiriche usate	64
A.5	Fattori di conversione ricorrenti	64
B	Richiami di termodinamica, strato limite e calcolo numerico	65
B.1	Grandezze termiche fondamentali	65
B.2	Numeri adimensionali	65
B.3	Strato limite: l'essenziale	66
B.4	Il metodo di Runge–Kutta del quarto ordine	67
	B.4.1 Applicazione al problema delle traiettorie	67
B.5	Nota sul metodo di lavoro numerico	68
C	Simbologia e indice degli esercizi	69
C.1	Simboli latini	69
C.2	Simboli greci	70
C.3	Acronimi e termini inglesi	71
C.4	Indice degli esercizi svolti	71

Premessa

C'è una domanda che, prima o poi, uno studente di quarta o di quinta finisce per porre: *ma quanto può essere grave un po' di ghiaccio su un'ala?* La risposta onesta è che un velo di ghiaccio dello spessore di una carta di credito, distribuito sul bordo d'attacco, può ridurre la portanza massima di un'ala di oltre il trenta per cento e raddoppiarne la resistenza. Non è un'esagerazione didattica: è la ragione per cui esiste un intero capitolo dei regolamenti di certificazione dedicato soltanto a questo.

Il fenomeno è affascinante proprio perché mette insieme, in pochi centimetri quadrati di lamiera, quasi tutto ciò che si studia nel triennio: la termodinamica dei cambiamenti di stato, la dinamica del punto materiale in un campo di forze, la teoria dello strato limite, lo scambio termico convettivo, l'aerodinamica del profilo, le prestazioni del velivolo, l'impiantistica di bordo e, infine, la normativa. Per questo motivo è un ottimo argomento di approfondimento: obbliga a ricucire insieme pezzi di programma che, studiati separatamente, sembrano non parlarsi.

Come è organizzata questa monografia

Il testo è **autoconsistente**: ogni grandezza, ogni numero adimensionale, ogni proprietà termofisica che compare nelle formule viene definita prima di essere usata, anche quando si tratta di concetti già incontrati in altri corsi. Le Appendici A e B raccolgono rispettivamente le costanti numeriche e i richiami di termodinamica, strato limite e calcolo numerico; chi ha la memoria fresca può saltarle, chi non ce l'ha vi troverà tutto il necessario senza dover cercare altrove.

I **quindici esercizi svolti** non sono un'appendice del discorso teorico: sono il discorso teorico messo alla prova. Ciascuno segue lo schema abituale della collana — *dati, modello fisico, equazione, incognita, discussione del risultato* — e ciascuno è collocato esattamente nel punto in cui il concetto corrispondente è appena stato introdotto. Tutti i valori numerici riportati nel testo sono stati ricavati con calcolo indipendente e verificati; le eventuali piccole discrepanze rispetto a valori tabulati in letteratura dipendono dalle correlazioni empiriche adottate, che sono sempre dichiarate.

Le **unità sono quelle del Sistema Internazionale**, con la sola eccezione di alcuni valori citati in unità anglosassoni là dove è prassi consolidata nell'industria (potenze specifiche in W/in^2 , quote in ft): in quei casi la conversione è sempre esplicitata.

Un avvertimento sui modelli

Il modello di accrescimento che costruiremo è un modello *ingegneristico*: fa ipotesi forti (goccioline sferiche, trasformazioni istantanee, conduzione trascurabile, flusso quasi-bidimensionale) e le fa perché senza di esse il problema non è trattabile. Ogni volta che una di queste ipotesi entra in gioco, il testo la segnala esplicitamente e ne dichiara i limiti di validità. Chiedere a un modello risposte fuori dal suo campo di validità è il modo più rapido per ottenere numeri sbagliati con grande precisione.

Il problema del ghiaccio in volo

Dove stiamo andando

In questo primo capitolo non faremo quasi nessun conto. Serve invece a mettere a fuoco *che cosa* succede quando un velivolo attraversa una nube in condizioni di ghiaccio, *quanto* il fenomeno pesa sulla sicurezza del volo, e *perché* l'aeronautica gli abbia dedicato una parte specifica dei regolamenti di certificazione. Vedremo che il ghiaccio non è un problema di una sola disciplina: tocca contemporaneamente l'aerodinamica, la meccanica del volo, la propulsione e l'impiantistica. Alla fine del capitolo avremo il vocabolario minimo (*de-icing*, *anti-icing*, *clean wing concept*, certificazione in ghiaccio) che useremo in tutto il resto della monografia.

1.1 Che cosa fa il ghiaccio a un'ala

Un profilo alare è una forma progettata con una precisione che sorprende chi la incontra per la prima volta: lo scostamento fra un NACA 23012 e un NACA 23015, che si traduce in comportamenti allo stallo sensibilmente diversi, è dell'ordine di qualche millimetro su una corda di un metro. Su una geometria così sensibile, l'accrescimento di ghiaccio agisce in tre modi distinti, che conviene tenere separati fin dall'inizio perché hanno cause e conseguenze diverse.

Primo: la variazione macroscopica di geometria. Il ghiaccio si deposita prevalentemente sul bordo d'attacco, cioè esattamente là dove il profilo lavora di più. Aggiungendo materia in modo non controllato, cambia il raggio di curvatura del bordo d'attacco, la distribuzione di spessore nel primo tratto della corda e, di conseguenza, l'intero campo di pressione. Non è una deformazione "piccola": una formazione a doppio corno alta 20 mm su una corda di 1 m rappresenta il 2 % della corda, concentrato dove il gradiente di pressione è più severo.

Secondo: la separazione del flusso. Le formazioni di ghiaccio sono, per loro natura, geometrie "ostili": spigoli vivi, concavità, protuberanze rivolte controcorrente. Dietro di esse il flusso si stacca dalla superficie — si ha cioè *separazione* — e si forma una bolla ricircolante. Una bolla di separazione è un oggetto intrinsecamente *instazionario*: si allarga, si restringe, si richiude, con frequenze proprie. Ne segue che anche le forze aerodinamiche diventano instazionarie, e ciò si traduce, per il pilota, in vibrazioni, oscillazioni dei comandi e comportamenti bruschi che nel velivolo pulito non esistono.

Terzo: la rugosità superficiale. Anche quando la variazione di forma è modesta, la superficie contaminata perde la sua lisciatura. Questo terzo effetto è il più subdolo, perché si manifesta anche là dove il ghiaccio non c'è ancora: bastano microscopiche irregolarità sparse sul bordo d'attacco per anticipare la transizione da strato limite laminare a turbolento e per ispessire lo strato limite a valle. Vedremo nel Capitolo 5 che la *sola* rugosità, senza alcuna variazione apprezzabile di forma, è sufficiente a far crollare il coefficiente di portanza massimo di un profilo di oltre un terzo.

Osservazione

I tre effetti non si sommano linearmente e non hanno la stessa scala temporale. La rugosità compare per prima, nei primissimi secondi di esposizione; la variazione di forma cresce nel tempo; la separazione compare quando la forma ha superato una certa soglia. Un velivolo può quindi trovarsi con prestazioni già sensibilmente degradate quando il pilota, guardando fuori, vede sul bordo d'attacco un accumulo che giudica “trascurabile”.

1.2 Non soltanto le ali

Sarebbe un errore limitare il problema alle superfici portanti. Il ghiaccio si forma su *ogni* superficie prodiera, cioè su ogni superficie che si affaccia controcorrente, e ciascuna di esse ha una sua vulnerabilità specifica.

- **Impennaggi.** Il piano orizzontale ha corde più piccole dell'ala e, come dimostreremo nel §5.5, *cattura relativamente più acqua* proprio perché è più piccolo. Poiché lo stabilizzatore lavora a portanza negativa, un suo stallo — l'*ice contaminated tailplane stall* — produce una picchiata violenta e difficile da recuperare.
- **Prese d'aria motore.** Il ghiaccio sul labbro (*lip*) della presa d'aria altera il campo di velocità in ingresso e aumenta la *distorsione* del flusso che raggiunge il compressore — cioè la disuniformità di pressione totale sulla sezione d'ingresso. Un compressore alimentato con flusso distorto perde margine allo stallo. Peggio ancora: pezzi di ghiaccio che si staccano dal labbro possono essere ingeriti e danneggiare le palette dei primi stadi.
- **Pale delle eliche e dei rotori.** Sono profili alari piccoli, veloci e rotanti. Il ghiaccio ne degrada il rendimento in modo drastico e, poiché il distacco è quasi sempre asimmetrico fra una pala e l'altra, introduce squilibri dinamici.
- **Parabrezza.** Problema di visibilità, non di aerodinamica, ma non per questo meno critico in avvicinamento.
- **Sensori anemometrici.** I tubi di Pitot e le prese statiche sono piccoli e sporgenti: sono fra i primi elementi a ghiacciare, e la loro ostruzione produce indicazioni di velocità e quota errate. Diversi incidenti maggiori dell'aviazione commerciale hanno esattamente questa origine.
- **Appendici esterne.** Antenne, luci, sonde di temperatura, ganci: piccoli oggetti su cui il ghiaccio si accumula con grande efficienza e da cui può staccarsi diventando un proiettile.

Il velivolo pesa di più?

Si sente spesso dire che il pericolo del ghiaccio stia nell'*appesantimento* del velivolo. È vero solo in minima parte. Nell'Esercizio 17 calcoleremo che, nelle condizioni regolamentari di ghiaccio continuo massimo, l'ala di un velivolo da trasporto regionale accumula in mezz'ora una massa di ghiaccio dell'ordine di qualche decina di chilogrammi: rilevante, ma piccola rispetto alla massa del velivolo. Il pericolo vero non è il peso: è la **perdita di portanza massima**, l'**aumento di resistenza** e il **cambiamento delle caratteristiche di stabilità e controllo**.

1.3 L'evidenza statistica

Vale la pena di guardare i numeri, perché sono controintuitivi. Sul totale degli eventi dell'aviazione generale — dalla semplice avaria all'incidente con perdita di vite umane — il ghiaccio è responsabile di circa l'1 % dei casi. Sembra poco. Ma se ci si restringe agli incidenti *fatali*, la quota attribuibile al ghiaccio sale a circa il 3,4 %; e se si prendono i soli eventi originati dal ghiaccio, quelli con esito fatale sono circa la **metà** del totale.

Come si legge questo dato

Il ghiaccio causa *pochi* incidenti, ma quando li causa sono *gravi*. La ragione è che il degrado aerodinamico si manifesta spesso in modo improvviso e in fasi di volo in cui i margini sono già ridotti: decollo, salita iniziale, avvicinamento, e in generale tutte le condizioni di bassa velocità e alta incidenza — cioè esattamente là dove il crollo del coefficiente di portanza massimo è più difficile da compensare.

I rilevamenti statistici a partire dalla metà degli anni Settanta indicano una media di circa **trenta eventi gravi all'anno** imputabili al ghiaccio, dove per “grave” si intende un evento con danni al velivolo o ai passeggeri. La distribuzione per fase di volo di questi eventi è istruttiva: si concentra sul decollo (spesso per trattamento a terra inadeguato o assente), sulla crociera a bassa quota e sulla discesa.

Tabella 1.1. Distribuzione tipica delle circostanze negli eventi da ghiaccio dell'aviazione civile, per grandi categorie. Le percentuali sono indicative e servono a fissare l'ordine di grandezza dei fenomeni, non ad avere valore statistico rigoroso.

Circostanza	Meccanismo prevalente
Decollo con superfici contaminate	Trattamento a terra assente, inadeguato o scaduto; crollo del $C_{L,max}$ prima ancora della rotazione.
Salita in condizioni di ghiaccio	Accrescimento continuo a incidenza elevata; riduzione progressiva del margine di potenza e del rateo di salita.
Crociera prolungata in nube	Accumulo lento con degrado graduale; stallo a velocità superiore a quella attesa dal pilota.
Discesa e avvicinamento	Attraversamento dello strato più critico (0 a $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$); configurazione ipersostentata già penalizzata.
Ingestione motore	Distacco di ghiaccio dal labbro della presa d'aria; stallo del compressore, <i>flame-out</i> , spegnimento.

1.4 La risposta della normativa

Di fronte a un rischio di questo tipo, le autorità di certificazione — storicamente la FAA (*Federal Aviation Administration*) in Nord America e la JAA (*Joint Aviation Authorities*) in Europa, oggi in larga parte EASA — hanno costruito un impianto normativo dedicato, raccolto essenzialmente nelle Parti 23 (velivoli leggeri) e 25 (velivoli da trasporto) dei regolamenti FAR/JAR. Le stesse prescrizioni valgono, in massima parte, anche per la certificazione dei velivoli militari.

Certificazione in ghiaccio

Si dice che un velivolo è **certificato in ghiaccio** quando è stato dimostrato, con prove e analisi accettate dall'ente certificante, che la sicurezza del volo è mantenuta *in tutto l'involuppo di volo previsto* anche in presenza delle condizioni meteorologiche di ghiaccio definite dal regolamento. La certificazione in ghiaccio può essere ottenuta *solo* se il velivolo è equipaggiato con adeguati sistemi di protezione dal ghiaccio.

Da questa definizione discendono due conseguenze operative che vale la pena enunciare esplicitamente, perché sono spesso fraintese.

1. Un velivolo *non* certificato in ghiaccio non può neppure decollare se a terra esistono già le condizioni per la formazione di ghiaccio sulle superfici.
2. Se le condizioni di ghiaccio sopraggiungono in volo su un velivolo non certificato, la missione va modificata: cambio di rotta, cambio di quota, atterraggio all'aeroporto più vicino. Non si tratta di una raccomandazione prudenziale, ma di una prescrizione.

Clean wing concept

Il **clean wing concept** è il principio, raccomandato per *tutti* i velivoli senza eccezione, secondo cui il decollo deve avvenire con superfici portanti *non contaminate*. Dopo il trattamento a terra con liquidi sghiaccianti, il pilota deve poter completare il decollo entro il *holdover time*, cioè l'intervallo di tempo durante il quale il liquido mantiene la sua efficacia. Scaduto quel tempo, il trattamento va ripetuto.

L'attivazione dei sistemi antighiaccio di bordo è invece a discrezione del pilota, che deve però attenersi alla prescrizione di attivarli *prima* di entrare in qualsiasi condizione di volo o manovra in ghiaccio, e non dopo.

1.5 Due filosofie: prevenire o rimuovere

Tutti i sistemi di protezione dal ghiaccio ricadono in una di due categorie, distinte non dalla tecnologia ma dall'obiettivo.

Anti-icing e de-icing

Un sistema **anti-icing** *previene* la formazione del ghiaccio: la superficie protetta viene mantenuta in condizioni tali che il ghiaccio non si formi affatto (tipicamente riscaldandola).

Un sistema **de-icing** *rimuove* il ghiaccio già formato: si lascia che uno strato di ghiaccio si accumuli fino a uno spessore prestabilito, poi lo si frattura e lo si fa distaccare, ciclicamente.

La differenza non è accademica. Un sistema anti-icing lavora in continuo e richiede quindi molta energia; un sistema de-icing lavora a impulsi e consuma molto meno, ma accetta per costruzione che sulla superficie esista, per la maggior parte del tempo, uno strato di ghiaccio di spessore non nullo — con la corrispondente penalizzazione aerodinamica, detta *de-icing penalty*. La scelta fra le due filosofie dipende dalla **potenza che il velivolo può rendere disponibile** e dalla **criticità della superficie da proteggere**. Torneremo su questo, con i conti, nel Capitolo 6.

Perché un turbogetto e un turboelica scelgono sistemi diversi

Un velivolo da trasporto con motori a getto dispone di aria spillata dal compressore ad alta temperatura in quantità abbondante: può permettersi un sistema *anti-icing* ad aria calda che riscalda dall'interno il bordo d'attacco, portando all'evaporazione istantanea delle goccioline che vi impattano.

Un turboelica ha molta meno potenza disponibile da distogliere dalla propulsione, e non può permettersi un sistema continuo: adotta quindi un *de-icing* pneumatico a camere gonfiabili (*boots*), che ciclicamente deforma la superficie fratturando lo strato di ghiaccio in formazione e provocandone il distacco. Il consumo energetico è di un altro ordine di grandezza.

Per il labbro delle prese d'aria, invece, si adotta quasi sempre un sistema *anti-icing* indipendentemente dalla motorizzazione: qui non si può accettare che il ghiaccio si formi e poi si stacchi, perché finirebbe nel compressore.

1.6 Perché serve il calcolo

Verificare sperimentalmente il comportamento di un velivolo in ghiaccio è lungo e costosissimo. Occorre trovare, in volo, le condizioni atmosferiche prescritte dal regolamento — che sono per definizione le più gravose, e quindi le meno frequenti — e occorre trovarle ripetutamente. Non è raro che una campagna di prove in ghiaccio naturale si trascini per più stagioni invernali in attesa delle condizioni giuste.

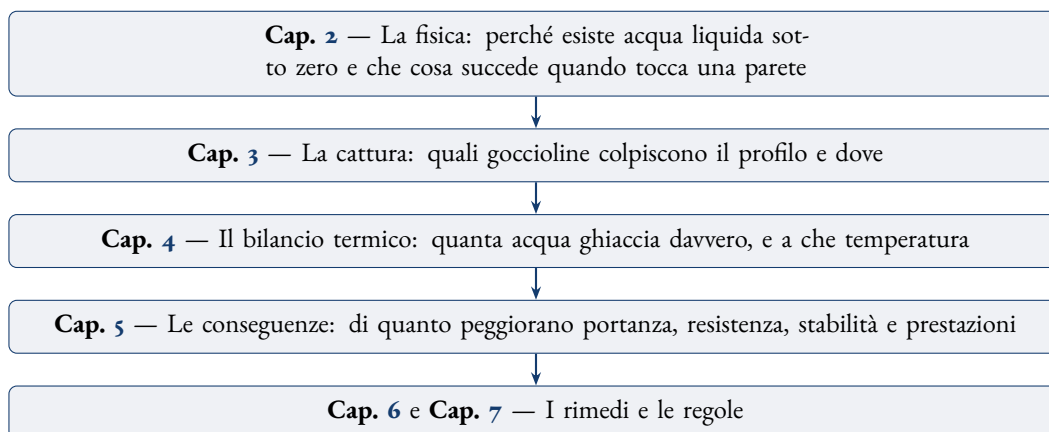
Gli enti certificanti hanno perciò accettato un compromesso che ha cambiato la storia di questo settore: è ammesso verificare la sicurezza del volo utilizzando **forme di ghiaccio simulate** — sagome artificiali applicate al bordo d'attacco — *a condizione* che tali forme siano dimostrabilmente rappresentative di quelle che si

generano nelle reali condizioni ambientali. Ma per dimostrarlo bisogna saperle *prevedere*: ed è qui che entrano in gioco, da un lato, la galleria del ghiaccio (*Icing Research Tunnel*) e, dall'altro, i metodi di calcolo numerico.

Osservazione

Si noti la struttura logica, che è tipica dell'ingegneria della certificazione: il calcolo non sostituisce la prova, ma la *estende*. Si eseguono alcune prove di volo in ghiaccio naturale; si dimostra che il modello di calcolo e la galleria riproducono quei risultati; e solo allora si usa il modello per esplorare tutte le altre condizioni previste dal programma di certificazione, che sarebbe impossibile provare una per una.

Il resto di questa monografia è, in sostanza, la costruzione di quel modello. Il percorso è il seguente:



Il senso di tutto questo

Il ghiaccio non è un “guasto”: è una *modifica non autorizzata della geometria del velivolo*, che avviene in volo, in tempo reale, e senza che nessuno l’abbia progettata. Tutta la disciplina consiste nel prevedere quella modifica con sufficiente anticipo e precisione da poter dimostrare che il velivolo, anche modificato in quel modo, resta governabile. Nel prossimo capitolo cominciamo dal principio: perché l’acqua di una nube può restare liquida a venti gradi sotto zero, e che cosa la convince a ghiacciare.

Il fenomeno fisico dell'accrescimento

Dove stiamo andando

Qui costruiamo le fondamenta. Partiremo da una domanda apparentemente ingenua — *come fa l'acqua di una nube a essere liquida a -15°C ?* — e da lì ricaveremo tutto il resto: come si misura il contenuto d'acqua di una nube, quanto sono grandi e quanto sono distanti fra loro le goccioline, che cosa succede nell'istante in cui una di esse tocca il bordo d'attacco, e perché da quell'istante possono nascere formazioni di ghiaccio completamente diverse fra loro. Introduciamo la grandezza centrale di tutta la trattazione, la *freezing fraction*, e vedremo che le tre morfologie classiche del ghiaccio aeronautico non sono tre fenomeni diversi, ma tre risultati diversi dello stesso bilancio energetico.

2.1 Richiamo: il diagramma di stato dell'acqua

Cominciamo da ciò che si sa già, per fissare il linguaggio.

Fase e diagramma di stato

Si dice **fase** di una sostanza pura una porzione di materia omogenea per composizione e stato fisico (solido, liquido, aeriforme). Il **diagramma di stato** (o diagramma di fase) è la rappresentazione, sul piano pressione-temperatura (p, T), delle regioni in cui ciascuna fase è *stabile* e delle curve lungo le quali due fasi coesistono in equilibrio.

Le curve che separano le regioni si chiamano **curve di saturazione**: lungo di esse la sostanza può passare da una fase all'altra a pressione e temperatura costanti, scambiando calore. La curva che separa liquido e vapore è la più importante per noi.

Pressione di vapore saturo

A una data temperatura T , si dice **pressione di vapore saturo** $p_{\text{sat}}(T)$ la pressione parziale del vapore in equilibrio con la propria fase liquida (o solida). È il massimo valore che la pressione parziale del vapore può assumere in equilibrio a quella temperatura: al di sopra di esso il vapore condensa.

Una correlazione empirica accurata e comodissima per l'acqua, che useremo nel Capitolo 4, è la formula di Magnus–Tetens:

$$p_{\text{sat}}(T) = 610,94 \text{ Pa} \exp\left(\frac{17,625 T}{T + 243,04}\right), \quad T \text{ in } ^\circ\text{C}. \quad (2.1)$$

Osservazione

La (2.1) restituisce 610,94 Pa a 0°C : circa sei millesimi di atmosfera. È un valore piccolissimo, e questo spiega perché nell'atmosfera reale il vapore d'acqua sia sempre una componente *minoritaria* in termini di pressione parziale, pur essendo determinante per la meteorologia.

Sul diagramma compaiono due punti notevoli.

Punto triplo e punto critico

Il **punto triplo** è l'unico punto (p_3, T_3) in cui le tre fasi coesistono in equilibrio. Per l'acqua vale $p_3 = 611,66 \text{ Pa}$ (circa 0,0060 atmosfere) e $T_3 = 0,01^\circ \text{C}$.

Il **punto critico** (p_c, T_c) è il punto in cui la curva di saturazione liquido–vapore termina: al di sopra di esso non esiste più distinzione fra liquido e vapore. Per l'acqua $p_c \approx 22,06 \text{ MPa}$ (circa 218 atmosfere) e $T_c \approx 374^\circ \text{C}$.

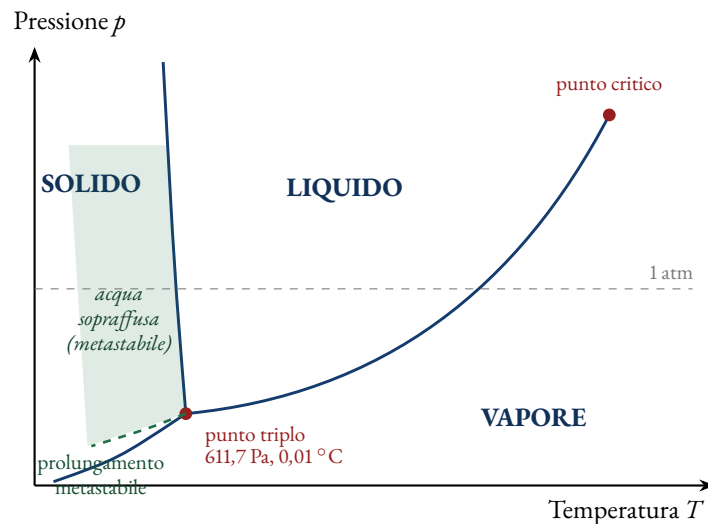


Figura 2.1. Diagramma di stato dell'acqua (schematico: le scale non sono lineari). In verde la regione di interesse aerodinamico: acqua liquida a temperatura inferiore a quella di fusione, cioè in condizioni *metastabili*.

2.2 L'acqua sopraffusa: il cuore del problema

Il diagramma di stato descrive le condizioni di *equilibrio*. Nulla vieta però a un sistema di trovarsi, per un certo tempo, in uno stato che non è quello di equilibrio ma che è comunque stabile rispetto a piccole perturbazioni. Uno stato di questo tipo si dice **metastabile**.

Acqua sopraffusa (*supercooled water*)

Si dice **sopraffusa** (o superraffreddata) l'acqua che si trova allo stato liquido a temperatura inferiore a quella di fusione, senza essere solidificata. È uno stato metastabile: l'acqua “vorrebbe” ghiacciare, ma non può farlo finché non si innesca il processo di solidificazione.

Perché non può? Perché la solidificazione richiede un **nucleo di congelamento**: un'impurità, un cristallo di ghiaccio già formato, una superficie solida, o anche solo un aggregato molecolare sufficientemente grande formatosi per fluttuazione statistica. In assenza di nuclei, una gocciolina piccolissima e chimicamente pura può restare liquida fino a temperature molto basse — in laboratorio si raggiungono, su gocce micrometriche, valori dell'ordine di -38°C . Nelle nubi reali, la sopraffusione a -10 o -20°C è la norma, non l'eccezione.

Attenzione

Da qui discende il meccanismo fondamentale del ghiaccio aeronautico: è **il velivolo stesso a fornire il nucleo di congelamento**. La gocciolina sopraffusa vola indisturbata finché non incontra una superficie solida; nell'istante in cui la tocca, la metastabilità si rompe e la solidificazione parte immediatamente.

Questo processo di accrescimento per collezione di goccioline liquide ha un nome tecnico.

Riming e clumping

Si dice **riming** l'accrescimento di ghiaccio per collezione di goccioline d'acqua liquida (sopraffusa) su una superficie o su una particella di ghiaccio.

Si dice **clumping** l'accrescimento per collezione di cristalli di ghiaccio già formati.

Il *riming* è responsabile sia del ghiaccio sulle superfici dei velivoli sia, in atmosfera libera, della grandine, del nevischio e della pioggia ghiacciata (*freezing drizzle* e *freezing rain*).

Cristallografia

Indipendentemente dal meccanismo con cui si forma, il ghiaccio che si deposita sulle superfici dei velivoli ha struttura cristallina a simmetria esagonale — la stessa del ghiaccio ordinario. Ciò che cambia fra una formazione e l'altra non è la struttura del cristallo, ma la *macrostruttura* del deposito: quanta aria vi resta intrappolata, quanta acqua liquida, con quale rugosità superficiale. È da lì che nascono le differenze di aspetto e di densità che vedremo fra poco.

2.3 Come si descrive una nube

Per fare i conti servono due numeri: quanta acqua liquida c'è, e com'è distribuita in gocce.

Contenuto d'acqua liquida (LWC)

Si dice **Liquid Water Content** (LWC) la massa di acqua allo stato liquido contenuta nell'unità di volume di aria nuvolosa. Si misura in g/m^3 nella pratica, in kg/m^3 nei calcoli. Valori tipici nelle nubi in cui si formano condizioni di ghiaccio vanno da qualche decimo a qualche g/m^3 .

La distribuzione dimensionale delle gocce si classifica, secondo una convenzione ormai universale, in tre famiglie.

Denominazione	Diametro	Origine
<i>droplet</i> (gocciolina)	< 0,1 mm	condensazione su nuclei igroscopici
<i>drizzle</i> (pioviggine)	da 0,1 mm–1 mm	coalescenza di goccioline più piccole
<i>rain</i> (pioggia)	> 1 mm	coalescenza avanzata, caduta gravitazionale

All'interno di ciascuna famiglia le gocce non hanno tutte la stessa dimensione: si ha uno *spettro*. Per caratterizzarlo con un solo numero si usa un diametro rappresentativo.

Diametro di volume medio (MVD)

Si dice **Median Volume Diameter** (MVD) il diametro tale che metà del volume totale d'acqua della nube è contenuta in gocce di diametro inferiore, e metà in gocce di diametro superiore. Si noti che è una mediana *in volume*, non in numero: essendo il volume proporzionale a d^3 , l'MVD è pesato fortemente verso le gocce grandi.

Nelle condizioni atmosferiche più comuni l'MVD vale circa 20 μm , e questo valore è ormai un riferimento di fatto in quasi tutti gli studi teorici e sperimentali. Ai fini certificativi, però, non basta: poiché anche le gocce più grandi sono responsabili di fenomeni pericolosi, i regolamenti impongono di considerare l'intero spettro dimensionale osservabile in natura — lo spettro classificato da Langmuir intorno al 1940 — e di verificare i limiti di impatto fino a diametri di 50 μm .

Esercizio svolto 1 — Struttura microfisica di una nube

Una nube presenta $LWC = 0,6 \text{ g/m}^3$ con $MVD = 20 \text{ }\mu\text{m}$. Assumendo, per semplicità, che tutte le goccioline abbiano il diametro pari all'MVD, determinare: (a) la massa di una singola gocciolina; (b) il numero di goccioline per metro cubo; (c) la distanza media fra due goccioline vicine; (d) la frazione volumetrica occupata dall'acqua liquida. Commentare il risultato.

1. Dati e modello

$LWC = 0,6 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$; $d = 20 \times 10^{-6} \text{ m}$; $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$. Le goccioline si assumono sferiche — ipotesi eccellente per diametri di questo ordine, come discuteremo nel §3.1.

2. Massa di una gocciolina

$$m_d = \rho_w \frac{\pi d^3}{6} = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{\pi (20 \times 10^{-6} \text{ m})^3}{6} = 4,189 \times 10^{-12} \text{ kg}.$$

Sono circa 4,2 pg: quattro milionesimi di milionesimo di grammo.

3. Numero di goccioline per unità di volume

$$N = \frac{LWC}{m_d} = \frac{0,6 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3}{4,189 \times 10^{-12} \text{ kg}} = 1,43 \times 10^8 / \text{m}^3.$$

Centoquarantatré milioni di goccioline per metro cubo, cioè circa 143 000 per litro.

4. Distanza media

Se le goccioline fossero disposte sui nodi di un reticolo cubico, il passo del reticolo sarebbe

$$\ell = N^{-1/3} = (1,43 \times 10^8 / \text{m}^3)^{-1/3} = 1,91 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,91 \text{ mm}.$$

5. Frazione volumetrica

$$\phi = \frac{LWC}{\rho_w} = \frac{0,6 \times 10^{-3}}{1000} = 6,0 \times 10^{-7}.$$

► **Discussione.** Il risultato è istruttivo: goccioline di $20 \text{ }\mu\text{m}$ distanti in media 1,91 mm, cioè *novantasei diametri* l'una dall'altra. L'acqua occupa sei parti su dieci milioni del volume. Una nube in condizioni di ghiaccio è quindi un sistema **estremamente diluito**, e da questo discendono due ipotesi di modellazione che useremo per tutto il resto della monografia:

1. *le goccioline non interagiscono fra loro* — non collidono, non si scambiano scia, non si coalescono in modo significativo lungo il breve tratto in cui sono perturbate dal velivolo;
2. *le goccioline non perturbano il campo aerodinamico* — la loro quantità di moto complessiva è trascurabile rispetto a quella dell'aria. Si parla in questo caso di *accoppiamento a una via* (*one-way coupling*): l'aria muove le gocce, le gocce non muovono l'aria.

Il fatto che il flusso sia così diluito e produca comunque, in mezz'ora, decine di chilogrammi di ghiaccio su un'ala è dovuto semplicemente al volume enorme che il velivolo spazza: in mezz'ora a 90 m/s si percorrono 162 km.

2.4 Che cosa succede all'impatto

Consideriamo una gocciolina sopraffusa che colpisce il bordo d'attacco. L'intuizione suggerisce che ghiacci istantaneamente. Non è necessariamente vero, e la ragione sta in un bilancio di energia.

Calore latente

Si dice **calore latente** di una transizione di fase la quantità di calore scambiata per unità di massa durante la transizione, a temperatura e pressione costanti. Per l'acqua:

$$L_f \approx 3,34 \times 10^5 \text{ J/kg (fusione)}, \quad L_v \approx 2,50 \times 10^6 \text{ J/kg (vaporizzazione)},$$

$$L_s = L_f + L_v \approx 2,83 \times 10^6 \text{ J/kg (sublimazione)}.$$

Nella solidificazione il calore latente di fusione viene **ceduto** dall'acqua all'ambiente.

Ecco il punto: solidificando, la gocciolina *rilascia* calore. Quel calore riscalda il ghiaccio in formazione e la superficie sottostante. Se non viene smaltito abbastanza in fretta, la temperatura locale sale fino a 0°C e il processo di solidificazione si ferma: l'acqua residua resta liquida.

Il calore, d'altra parte, viene smaltito per **convezione** verso l'aria che scorre sulla superficie. Ma la stessa corrente d'aria che raffredda per convezione *riscalda* anche la superficie, per due motivi: l'energia cinetica delle goccioline che vi impattano e, molto più importante, il rallentamento del flusso in prossimità della parete.

Temperatura di ristagno e temperatura di recupero

Si dice **temperatura di ristagno** (o totale) T_0 la temperatura che il fluido assumerebbe se venisse portato a riposo in modo adiabatico e reversibile:

$$T_0 = T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2c_{p,a}}. \quad (2.2)$$

In presenza di viscosità il recupero non è completo: la temperatura effettiva della parete adiabatica, detta **temperatura di recupero** T_{rec} , vale

$$T_{\text{rec}} = T_\infty + r \frac{V_\infty^2}{2c_{p,a}}, \quad (2.3)$$

dove r è il **fattore di recupero**, che vale $r = \sqrt{Pr}$ per strato limite laminare e $r = \sqrt[3]{Pr}$ per strato limite turbolento (Pr è il numero di Prandtl, definito nell'Appendice B).

Il bilancio che decide tutto

Su un elemento di superficie investito da goccioline sopraffuse, l'acqua ghiaccia solo nella misura in cui il calore latente rilasciato riesce a essere smaltito. Schematicamente:

$$\underbrace{\text{calore ceduto per solidificazione}}_{\text{scalda}} \quad \text{contro} \quad \underbrace{\text{calore asportato per convezione ed evaporazione}}_{\text{raffredda}}$$

con il **riscaldamento cinetico** che gioca dalla parte di chi scalda. È da questo bilancio che nascono *tutte* le morfologie del ghiaccio aeronautico.

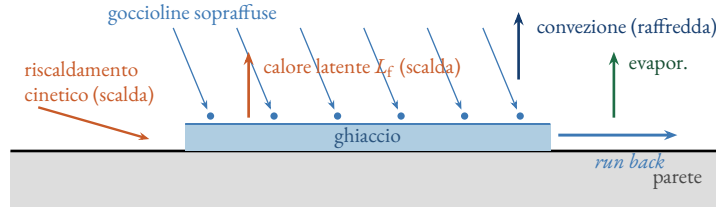


Figura 2.2. I flussi di energia in gioco su un elemento di superficie in accrescimento. La competizione fra i termini che scaldano e quelli che raffreddano determina quanta acqua ghiaccia sul posto e quanta scorre a valle.

Esercizio svolto 2 — Riscaldamento cinetico e velocità di equilibrio termico

Un velivolo vola a $V_\infty = 90 \text{ m/s}$ in aria a $T_\infty = -8^\circ\text{C}$, con strato limite turbolento sul bordo d'attacco ($Pr = 0,72$).

(a) Determinare l'innalzamento di temperatura della superficie dovuto al solo riscaldamento aerodinamico e la temperatura di recupero.

(b) Determinare la velocità alla quale il solo riscaldamento cinetico sarebbe sufficiente a portare la parete a 0°C , impedendo di fatto la formazione di ghiaccio. Ripetere per $T_\infty = -15^\circ\text{C}$ e $T_\infty = -30^\circ\text{C}$.

1. Modello fisico

La superficie del bordo d'attacco, in assenza di scambi termici con l'interno, si comporta come una *parete adiabatica*: assume la temperatura di recupero data dalla (2.3).

2. Fattore di recupero

$$r = \sqrt[3]{Pr} = \sqrt[3]{0,72} = 0,896.$$

(Per confronto, in regime laminare si avrebbe $r = \sqrt{0,72} = 0,849$: la differenza è modesta.)

3. Innalzamento di temperatura — punto (a)

$$\begin{aligned} \frac{V_\infty^2}{2c_{p,a}} &= \frac{(90 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1005 \text{ J/(kg K)}} = 4,03 \text{ K}, \\ \Delta T_{\text{rec}} &= r \frac{V_\infty^2}{2c_{p,a}} = 0,896 \cdot 4,03 = 3,61 \text{ K}, \\ T_{\text{rec}} &= -8 + 3,61 = -4,39^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

La parete è quindi più calda dell'aria ambiente di circa 3,6 K, ma resta ampiamente sotto zero: **il ghiaccio può formarsi**.

4. Velocità di equilibrio — punto (b)

Imponendo $T_{\text{rec}} = 0^\circ\text{C}$ nella (2.3) e risolvendo rispetto a V_∞ :

$$V_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{2 c_{p,a} |T_\infty|}{r}}. \quad (2.4)$$

Per $T_\infty = -8^\circ\text{C}$:

$$V_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1005 \cdot 8}{0,896}} = 133,9 \text{ m/s} \approx 482 \text{ km/h}.$$

Con $a = \sqrt{\gamma R T_\infty} = 326,4 \text{ m/s}$ si ha $M_{\text{eq}} = 0,41$.

T_{∞} [°C]	V_{eq} [m/s]	M_{eq}
-5	105,9	0,32
-8	133,9	0,41
-15	183,4	0,57
-30	259,4	0,83

► **Discussione.** Il risultato spiega un dato operativo importante: *esiste, per ogni condizione ambientale, una velocità al di sopra della quale il ghiaccio semplicemente non si forma.* È questa la ragione fisica per cui le procedure di uscita dalle condizioni di ghiaccio prescrivono sempre di **aumentare la velocità**. L'incremento di velocità agisce peraltro su tre fronti contemporaneamente: (i) alza la temperatura di recupero, come appena calcolato; (ii) esercita un'azione meccanica di "pulizia" che contrasta le forze di adesione del ghiaccio alla superficie e di coesione interna del deposito — che, come vedremo, è spesso poroso e disomogeneo; (iii) consente di ottenere la portanza necessaria a incidenze più basse, allontanandosi dalla zona in cui la riduzione di $C_{L,max}$ diventa critica.

Si osservi anche il rovescio della medaglia: per T_{∞} molto bassa la velocità richiesta diventa proibitiva per un velivolo dell'aviazione generale. Ed è esattamente per questo che il problema del ghiaccio è soprattutto un problema dei velivoli *piccoli e lenti*, come dimostreremo quantitativamente nel §5.5.

Il riscaldamento cinetico non è gratis

Attenzione a non trarre la conclusione sbagliata: l'aumento di velocità è un rimedio *contingente*, non una soluzione progettuale. A parità di quota, volare più veloci significa anche aumentare la portata d'acqua intercettata, come mostreremo con la (3.16). I due effetti hanno segno opposto e la loro competizione è esattamente ciò che il bilancio termico del Capitolo 4 risolve quantitativamente.

2.5 La freezing fraction e le tre morfologie

Siamo pronti per la definizione centrale di tutta la monografia.

Freezing fraction

Si dice **freezing fraction** n il rapporto fra la portata di acqua che solidifica su una delimitata porzione di superficie e la portata totale di acqua che vi arriva (che "è stata catturata", nel gergo del settore):

$$n = \frac{\text{acqua che ghiaccia}}{\text{acqua che arriva}}, \quad 0 \leq n \leq 1. \quad (2.5)$$

Si definisce corrispondentemente la **non-freezing fraction** $f = 1 - n$, cioè l'aliquota di acqua che *non* solidifica.

Osservazione

n non è un dato del problema: è un *risultato* del bilancio termico. Sarà una delle due incognite del sistema che risolveremo nel Capitolo 4. In questo capitolo ci limitiamo a riconoscere che i suoi valori estremi corrispondono a morfologie di ghiaccio radicalmente diverse.

2.5.1 Rime ice: $n \simeq 1$

Quando la temperatura ambiente e l'LWC sono bassi, tutto il calore latente riesce a essere smaltito, la temperatura del ghiaccio in formazione rimane *sotto* 0°C e praticamente tutta l'acqua che impatta ghiaccia sul posto: $n \simeq 1$. La superficie si dice **asciutta** (*dry*).

Il processo è, in questo caso, relativamente semplice: le goccioline ghiacciano esattamente là dove colpiscono. Ne risulta un deposito che:

- ha **forma semplice**, che riproduce grosso modo la distribuzione di impatto e tende a “ingrossare” il bordo d'attacco seguendone il profilo;
- ha colore **opaco, bianco latte**, perché fra un cristallo e l'altro resta intrappolata molta aria;
- ha **superficie rugosa**, per lo stesso motivo;
- ha **densità bassa**, tipicamente da 300 kg/m^3 – 700 kg/m^3 , cioè ben inferiore ai 917 kg/m^3 del ghiaccio compatto.

2.5.2 Glaze ice: $n < 1$

Quando invece l'LWC è elevato e/o la temperatura ambiente è prossima allo zero, il calore latente non riesce a essere smaltito: la temperatura della superficie si porta a 0°C e vi rimane, e solo una frazione dell'acqua ghiaccia all'istante. La superficie si dice **bagnata** (*wet*), perché su di essa permane acqua liquida.

Run back

Si dice **run back** il flusso di acqua liquida che, non essendo ghiacciata nella zona di impatto, scorre sulla superficie trascinata dallo sforzo tangenziale dell'aria, per solidificare eventualmente più a valle, dove le condizioni termiche sono diverse.

È il *run back* a rendere il *glaze ice* molto più insidioso del *rime*: il meccanismo di accrescimento non è più governato soltanto da dove le gocce colpiscono, ma anche da dove l'acqua va a finire. Ne risultano forme molto più complesse, di cui la più caratteristica è la formazione a **doppio corno** (*double horn*): due creste che sporgono dal bordo d'attacco, una sul dorso e una sul ventre, separate da una zona quasi pulita in corrispondenza del punto di ristagno. Il deposito ha aspetto **vetroso e trasparente**, perché contiene acqua liquida intrappolata, e densità prossima a quella del ghiaccio compatto (da 800 kg/m^3 – 917 kg/m^3).

Attenzione

Il doppio corno è la geometria peggiore che si possa immaginare dal punto di vista aerodinamico: due spigoli sporgenti proprio dove il gradiente di pressione è più severo, con la corrente che vi si separa immediatamente a valle. Non stupisce che la perdita di $C_{L,\max}$ associata al *glaze* sia circa il doppio di quella associata al *rime* (§5.2).

2.5.3 Beak ice: il caso limite

Esiste una terza morfologia, che si presenta in condizioni di temperatura ambiente e/o velocità piuttosto elevate. In quelle condizioni l'acqua di *run back* scorre a valle e raggiunge zone in cui l'*impingement* diretto è scarso o nullo, ma in cui il flusso d'aria è in **espansione**: la velocità locale è alta, la pressione e quindi la temperatura statica sono basse, e la temperatura locale scende intorno allo zero. Lì l'acqua ghiaccia, formando una cresta staccata dal bordo d'attacco, il **beak ice** (letteralmente “ghiaccio a becco”). Sono formazioni frequenti sulle pale dei rotori degli elicotteri.

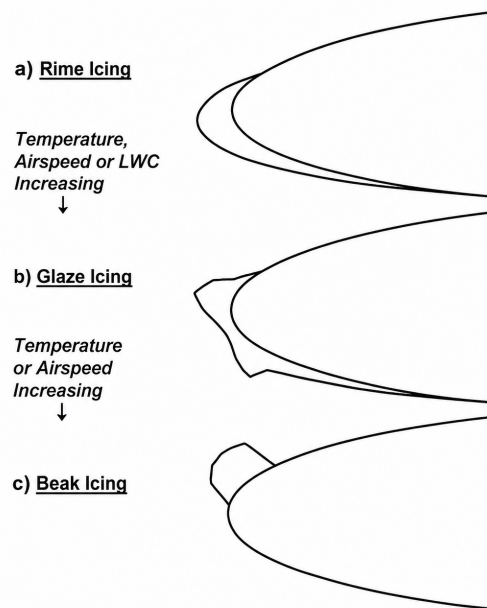


Figura 2.3. Le tre morfologie fondamentali dell'accrescimento. Il passaggio dall'una all'altra è governato dalla *freezing fraction*, cioè in ultima analisi dal bilancio termico locale.

2.6 Le forme reali: miscele e fattori secondari

Le tre morfologie appena descritte sono *idealizzazioni*. Nella pratica si realizza una grande varietà di forme miste, a seconda di quale fattore geometrico, aerodinamico o termodinamico prevalga di volta in volta. Esiste una letteratura vastissima dedicata proprio a stabilire il ruolo di ciascun fattore. Ci limitiamo a segnalare i principali.

Lobster tail e feathers. Sulle ali, particolarmente su quelle a freccia, compaiono formazioni a “coda di aragosta” e a “piume”: strutture ripetute, quasi periodiche, allineate lungo l'apertura. Nascono da due cause concomitanti:

- il **cross-flow** superficiale, cioè la componente di velocità parallela al bordo d'attacco che si stabilisce su un'ala a freccia e che trascina lateralmente l'acqua di *run back*;
- l'**effetto di ombra**: le formazioni di ghiaccio più avanzate schermano dall'*impingement* le porzioni di superficie che stanno dietro di esse, cosicché l'accrescimento diventa spontaneamente disomogeneo e le protuberanze già formate tendono a crescere più delle zone circostanti. È un meccanismo di *instabilità*: piccole irregolarità iniziali si amplificano nel tempo.

Continuità dell'*impingement*. L'arrivo delle goccioline non è un flusso continuo ma una successione discreta di impatti (nell'Esercizio 1 abbiamo contato circa $7,3 \times 10^9$ impatti al secondo per metro quadrato). Su scale sufficientemente piccole questa discretezza conta, ed esistono modelli di tipo statistico che ne tengono conto.

Splashing. Le gocce, specialmente se grandi, possono non aderire alla superficie ma frantumarsi all'impatto, disperdendo una parte della loro massa in goccioline secondarie che vengono riasportate dalla corrente. La *parcellizzazione* riduce quindi l'efficienza effettiva di cattura rispetto a quella calcolata geometricamente, ed è uno dei motivi per cui i modelli tendono a essere conservativi.

Shedding. Pezzi di ghiaccio già formato possono staccarsi spontaneamente, per azione aerodinamica o per forza centrifuga (sulle pale). Lo *shedding* da un lato riduce l'accumulo, dall'altro genera proiettili che possono impattare strutture a valle o essere ingeriti dai motori.

I sistemi di protezione possono peggiorare le cose

Un fatto poco intuitivo ma ben documentato: gli stessi sistemi di protezione possono innescare accrescimenti anomali. L'esempio classico è il *run back* a valle dei *boots* pneumatici di *de-icing*: il ciclo di gonfiaggio frattura e stacca il ghiaccio dalla zona protetta, ma l'acqua che nel frattempo si è liquefatta scorre a valle e ghiaccia su una porzione di superficie che non è servita dal sistema. Il risultato può essere una cresta di ghiaccio a valle della zona protetta, in una posizione aerodinamicamente ancora più dannosa. Lo stesso vale per i sistemi ad aria calda che lavorino in regime *running wet* anziché completamente evaporativo.

Il senso di tutto questo

Abbiamo stabilito il quadro concettuale: nubi diluitissime di acqua metastabile, un velivolo che fornisce il nucleo di congelamento, un bilancio energetico locale che decide quanta di quell'acqua ghiaccia sul posto, e tre morfologie che sono i tre esiti tipici di quel bilancio. Restano però due domande quantitative senza risposta: *quante* goccioline colpiscono effettivamente il profilo e *dove*? È il problema della cattura, che affrontiamo nel prossimo capitolo. Solo dopo averlo risolto potremo scrivere il bilancio termico con numeri veri.

La cattura d'acqua: traiettorie ed efficienza

Dove stiamo andando

Prima di poter dire quanta acqua ghiaccia, bisogna sapere quanta acqua arriva. E non tutta l'acqua contenuta nel volume spazzato dal velivolo lo raggiunge: le goccioline più piccole *seguono* le linee di corrente e schivano il profilo, quelle più grandi hanno troppa inerzia per deviare e ci finiscono sopra. Questo capitolo costruisce il modello che permette di distinguere le une dalle altre. Scriveremo l'equazione del moto di una gocciolina, la renderemo adimensionale, e da questa operazione emergerà spontaneamente il gruppo adimensionale che governa l'intero fenomeno: il **parametro inerziale** K . Definiremo poi l'**efficienza di cattura**, locale e totale, che è la grandezza che il modello deve produrre in uscita per poter alimentare il bilancio termico del capitolo successivo.

3.1 Le ipotesi sulla gocciolina

Cominciamo dichiarando esplicitamente le ipotesi, perché ciascuna ha un suo campo di validità.

Ipotesi del modello di traiettoria

1. Le goccioline sono **sferiche**. Sono tenute insieme dalla tensione superficiale, che per diametri micrometrici domina largamente su ogni azione deformante.
2. Le uniche forze non trascurabili sono la **resistenza aerodinamica** e il **peso**. In particolare, essendo la gocciolina sferica, la forza aerodinamica ha componente di sola resistenza (nessuna portanza).
3. Le goccioline **non perturbano** il campo di moto dell'aria e **non interagiscono** fra loro (accoppiamento a una via, giustificato nell'Esercizio 1).

Validità: le ipotesi 1 e 2 sono considerate valide fino a diametri di circa $250 \mu\text{m}$, sia in campo bidimensionale sia tridimensionale. Per diametri inferiori a circa $100 \mu\text{m}$ è lecito trascurare anche la forza di gravità, il che comprende tutto il campo di interesse tipico ($\text{MVD} \approx 20 \mu\text{m}$).

3.2 L'equazione del moto

Sia $\mathbf{V}_m$ la velocità della gocciolina di massa m e $\mathbf{V}$ la velocità *locale* dell'aria nel punto in cui la gocciolina si trova. La seconda legge di Newton dà, con t_s tempo dimensionale,

$$m \frac{d\mathbf{V}_m}{dt_s} = \mathbf{D} + m \mathbf{g}, \quad (3.1)$$

dove la resistenza aerodinamica vale

$$\mathbf{D} = -\frac{1}{2} \rho_a V_r \mathbf{V}_r S_m C_d, \quad \mathbf{V}_r = \mathbf{V}_m - \mathbf{V}, \quad (3.2)$$

con $\mathbf{V}_r$ velocità relativa della gocciolina rispetto all'aria, $S_m = \pi d^2/4$ sezione maestra della sfera di diametro d , ρ_a densità locale dell'aria e C_d coefficiente di resistenza della sfera riferito a S_m .

Osservazione

Il segno negativo nella (3.2) dice semplicemente che la resistenza si oppone al moto *relativo*: se la gocciolina è più lenta dell'aria, la resistenza la accelera in avanti. È il meccanismo con cui l'aria “trascina” le gocce.

3.2.1 Il coefficiente di resistenza della sfera

Per una sfera a numeri di Reynolds molto piccoli vale la soluzione esatta di Stokes, $C_d = 24/Re$, con

$$Re = \frac{\rho_a V_r d}{\mu} \quad (3.3)$$

numero di Reynolds *riferito al diametro della particella e alla velocità relativa*. Nel nostro problema Re arriva a qualche decina, e la correzione alla legge di Stokes non è trascurabile. Si adotta allora la correlazione empirica di Langmuir e Blodgett:

Correlazione di Langmuir–Blodgett

$$\frac{C_d Re}{24} = 1 + 0,197 Re^{0,63} + 0,00026 Re^{1,38}. \quad (3.4)$$

La (3.4) riproduce i dati sperimentali con uno scarto massimo del 7 % fino a $Re = 1000$; nei casi di interesse aeronautico i valori in gioco sono ampiamente al di sotto di tale limite. Per $Re \rightarrow 0$ il membro destro tende a 1 e si riottiene la legge di Stokes: la (3.4) è dunque una *correzione* a essa.

3.2.2 La viscosità dell'aria

Nella (3.3) compare la viscosità dinamica μ dell'aria, che dipende dalla temperatura locale. Si usa la formula di Sutherland:

$$\mu(T) = 1,458 \times 10^{-6} \frac{T^{3/2}}{T + 110,4} \quad [\text{Pa s}], \quad T \text{ in K.} \quad (3.5)$$

Nota

Verifica di coerenza: a $T = 288,15 \text{ K}$ la (3.5) restituisce $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$, che è il valore ISA al livello del mare. A $T = 265,15 \text{ K}$ (-8°C) dà $\mu = 1,676 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$. In letteratura si trovano varianti della (3.5) con costanti leggermente diverse: conviene sempre verificarne il valore a $288,15 \text{ K}$ prima di usarle, perché un refuso di un fattore dieci nella costante moltiplicativa non è raro.

3.3 Adimensionalizzazione: nasce il parametro inerziale

Consideriamo per semplicità il caso bidimensionale. Sia (X, Z) un sistema di riferimento solidale al corpo, con Z asse verticale lungo il quale agisce l'accelerazione di gravità, e sia c la corda del profilo. Introduciamo le variabili adimensionali

$$\mathbf{v}_m = \frac{\mathbf{V}_m}{V_\infty}, \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{V}}{V_\infty}, \quad t = t_s \frac{V_\infty}{c}, \quad x = \frac{X}{c}, \quad z = \frac{Z}{c}. \quad (3.6)$$

Sostituendo la (3.2) nella (3.1), con $m = \rho_w \pi d^3/6$ e $S_m = \pi d^2/4$, e passando alle variabili adimensionali, si ottengono le due equazioni scalari

Equazioni adimensionali della traiettoria

$$\frac{dv_{mx}}{dt} = -\frac{C_d Re}{24 K} (v_{mx} - v_x), \quad (3.7)$$

$$\frac{dv_{mz}}{dt} = -\frac{C_d Re}{24 K} (v_{mz} - v_z) - \frac{g c}{V_\infty^2}, \quad (3.8)$$

dove

$$K = \frac{\rho_w d^2 V_\infty}{18 \mu c} \quad (3.9)$$

è il **parametro inerziale**.**Parametro inerziale K**

Il parametro inerziale K è il rapporto fra la *distanza di arresto* di una gocciolina e la dimensione caratteristica del corpo:

$$K = \frac{\Lambda}{c}, \quad \Lambda = \tau V_\infty, \quad \tau = \frac{\rho_w d^2}{18 \mu},$$

dove τ è il **tempo di rilassamento** della particella, cioè la costante di tempo con cui essa si adegua a una variazione di velocità dell'aria (nell'approssimazione di Stokes).

Il significato fisico di K

La lettura di K come rapporto fra due lunghezze è il modo migliore per capirlo:

- $K \ll 1$: la distanza di arresto è piccolissima rispetto al corpo. La gocciolina ha tempo di adeguarsi al campo aerodinamico: *segue le linee di corrente* e schiva l'ostacolo. Cattura scarsa.
- $K \gg 1$: la gocciolina non riesce a deviare nel tratto disponibile. *Prosegue quasi in linea retta* e colpisce il corpo. Cattura elevata, tendente al limite geometrico.

Poiché $K \propto d^2/c$, ne discende immediatamente il risultato centrale di questo capitolo: **la cattura cresce con il quadrato del diametro delle gocce e decresce con le dimensioni del corpo**. È da qui che nasce la conclusione, apparentemente paradossale, che dimostreremo nel §5.5: i velivoli piccoli sono *più* esposti al ghiaccio dei grandi.

A quale lunghezza è riferito K ?

Il parametro inerziale si può definire riferendolo alla corda c (uso più diffuso in letteratura aeronautica) oppure al raggio del bordo d'attacco R (uso comune negli studi su cilindri). I due valori differiscono di un fattore c/R , che può essere dell'ordine delle decine. *Confrontare valori di K presi da fonti diverse senza verificare la lunghezza di riferimento è un errore classico*. In questa monografia K senza pedice è sempre riferito alla corda; quando serve il riferimento al raggio del bordo d'attacco scriveremo K_R .

Esercizio svolto 3 — Parametro inerziale e ruolo delle dimensioni

Un velivolo vola a $V_\infty = 85$ m/s in aria a $T_\infty = -8^\circ\text{C}$, in nube con $\text{MVD} = 20$ μm . Determinare il parametro inerziale per profili di corda $c = 0,25$ m, $0,50$ m, $1,00$ m, $2,00$ m. Determinare inoltre la distanza di arresto delle goccioline e verificare la relazione $K = \Lambda/c$. Infine, valutare l'effetto di un diametro

di 40 μm .

1. Dati

$d = 20 \times 10^{-6} \text{ m}$; $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$; $T = 265,15 \text{ K}$; $V_\infty = 85 \text{ m/s}$.

2. Viscosità

Dalla (3.5):

$$\mu = 1,458 \times 10^{-6} \cdot \frac{(265,15)^{3/2}}{265,15 + 110,4} = 1,676 \times 10^{-5} \text{ Pa s.}$$

3. Parametro inerziale

Dalla (3.9), con $c = 0,50 \text{ m}$:

$$K = \frac{1000 \cdot (20 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 85}{18 \cdot 1,676 \cdot 10^{-5} \cdot 0,50} = \frac{3,4 \times 10^{-5}}{1,508 \times 10^{-4}} = 0,225.$$

Ripetendo per le altre corde:

$c \text{ [m]}$	$K (d = 20 \mu\text{m})$	$K (d = 40 \mu\text{m})$	rapporto
0,25	0,451	1,803	$\times 4$
0,50	0,225	0,902	$\times 4$
1,00	0,113	0,451	$\times 4$
2,00	0,056	0,225	$\times 4$

4. Distanza di arresto

$$\tau = \frac{\rho_w d^2}{18\mu} = \frac{1000 \cdot 4 \times 10^{-10}}{18 \cdot 1,676 \times 10^{-5}} = 1,326 \times 10^{-3} \text{ s,}$$

$$\Lambda = \tau V_\infty = 1,326 \times 10^{-3} \cdot 85 = 0,113 \text{ m.}$$

Verifica: $\Lambda/c = 0,113/0,50 = 0,225$, che coincide con K come deve essere.

► **Discussione.** Una gocciolina di 20 μm lanciata a 85 m/s in aria ferma percorrerebbe soltanto 11,3 cm prima di fermarsi. È una distanza confrontabile con la corda di un piccolo profilo e piccolissima rispetto a quella di un'ala di grandi dimensioni: ecco perché il profilo grande “fa in tempo” a spostare le gocce e il profilo piccolo no.

Si noti infine il comportamento quadratico rispetto al diametro: raddoppiare d quadruplica K . Le gocce di *drizzle* sopraffuso (da 0,1 mm–1 mm), pur essendo rare, hanno K da venticinque a duemilacinquecento volte maggiore: la loro pericolosità è del tutto sproporzionata alla loro frequenza, ed è questa la ragione per cui i regolamenti impongono di considerare l'intero spettro dimensionale.

Esercizio svolto 4 — Numero di Reynolds, resistenza e tempo di rilassamento

Nelle stesse condizioni dell'esercizio precedente, si consideri una gocciolina che in un certo istante ha velocità relativa rispetto all'aria $V_r = 10 \text{ m/s}$. La quota è 3000 m ISA ($p = 70,1 \text{ kPa}$, $\rho_a = 0,921 \text{ kg/m}^3$). Determinare Re , C_d , il fattore correttivo rispetto a Stokes e il tempo di rilassamento effettivo.

1. Numero di Reynolds

Dalla (3.3):

$$Re = \frac{0,921 \cdot 10 \cdot 20 \times 10^{-6}}{1,676 \times 10^{-5}} = 10,99.$$

2. Fattore di resistenza

Dalla (3.4):

$$\frac{C_d Re}{24} = 1 + 0,197 \cdot (10,99)^{0,63} + 0,00026 \cdot (10,99)^{1,38} = 1,899.$$

Quindi

$$C_d = \frac{24}{Re} \cdot 1,899 = \frac{24}{10,99} \cdot 1,899 = 4,15,$$

contro il valore di Stokes $C_d = 24/Re = 2,18$.

3. Tempo di rilassamento effettivo

Il gruppo che compare nelle (3.7)–(3.8) è $C_d Re/(24K)$: moltiplicare per il fattore correttivo equivale a usare un tempo di rilassamento *ridotto*

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau}{C_d Re/24} = \frac{1,326 \times 10^{-3}}{1,899} = 6,98 \times 10^{-4} \text{ s.}$$

► **Discussione.** La correzione non è cosmetica: la resistenza reale è quasi il doppio di quella di Stokes, e la gocciolina si adegua all'aria in circa la metà del tempo. Trascurare la correzione porterebbe a sopravvalutare l'inerzia e quindi la cattura — errore peraltro conservativo, ma non accettabile in sede di certificazione.

Si noti anche che il fattore correttivo *varia lungo la traiettoria*, perché V_r diminuisce man mano che la gocciolina si adegua al campo: il problema è intrinsecamente non lineare e va risolto numericamente.

3.4 L'integrazione numerica

Le (3.7)–(3.8), insieme alle equazioni cinematiche $dx/dt = v_{mx}$ e $dz/dt = v_{mz}$, costituiscono un sistema di quattro equazioni differenziali ordinarie del primo ordine. Si tratta di un **problema di valore iniziale**: occorrono le condizioni della gocciolina in un istante di partenza.

Dove far partire l'integrazione

Si fa partire l'integrazione a distanza sufficiente dal corpo perché sia lecito assumere che le particelle, in sospensione nell'aria, abbiano la *stessa velocità del flusso asintotico*: $\mathbf{v}_m = \mathbf{v} = (1, 0)$. “Sufficiente” significa, in pratica, qualche corda a monte; la verifica si fa a posteriori, allontanando ulteriormente il punto di partenza e controllando che il punto di impatto non cambi in modo apprezzabile.

Lo schema di integrazione classico è il **metodo di Runge–Kutta del quarto ordine** (Appendice B, §B.4), che offre un buon compromesso fra accuratezza e costo computazionale.

3.4.1 Il campo aerodinamico

Le (3.7)–(3.8) richiedono di conoscere $\mathbf{v}$ in ogni punto attraversato dalla gocciolina: serve dunque il campo aerodinamico non solo *sul* corpo (*on-body*) ma anche *attorno* a esso (*off-body*). Il calcolo si può fare, in 2-D come in 3-D, con due grandi famiglie di metodi.

	Metodi a pannelli	Metodi a griglia
Onere di calcolo	Minore	Maggiore
Aggiornamento della geometria	Molto agevole: basta ripannellare il contorno	Oneroso: occorre rigenerare la griglia
Campo <i>off-body</i>	Oneroso: in ogni punto vanno sommati i coefficienti di influenza di tutti i pannelli	Immediato: semplice interpolazione fra i nodi vicini
Modello disponibile	Potenziiale, eventualmente accoppiato allo strato limite	Da potenziale completo a Navier–Stokes

Quale livello di modello serve davvero?

Per la sola determinazione delle traiettorie, l'analisi **potenziale** è quasi sempre sufficiente: gli effetti della comprimibilità e della viscosità sul percorso delle gocce sono generalmente trascurabili. Due eccezioni importanti:

1. nel caso di un profilo ipersostentato, l'*impingement* sul *flap* è fortemente influenzato dallo strato limite e dalla scia dell'elemento principale, che il modello potenziale non vede;
2. il coefficiente di scambio termico convettivo, che ci servirà nel Capitolo 4, dipende *essenzialmente* dalle caratteristiche locali dello strato limite. Se non si esegue un'analisi viscosa occorre ricorrere a espressioni empiriche, in genere ricavate da esperimenti su lastre piane o cilindri.

3.4.2 La temperatura della gocciolina all'impatto

Lungo la traiettoria la gocciolina scambia calore con l'aria che attraversa. Poiché nel bilancio termico superficiale comparirà l'energia sensibile dell'acqua che arriva, occorre conoscerne la temperatura T_p nell'istante dell'impatto. La si ottiene integrando, in parallelo alla traiettoria, il bilancio termico della singola gocciolina:

$$m c_{p,w} \dot{T}_p = h_d (T - T_p) S_w \quad (3.10)$$

dove m è la massa della gocciolina, $c_{p,w}$ il calore specifico dell'acqua, T la temperatura locale dell'aria, $S_w = \pi d^2$ la superficie bagnata della gocciolina e h_d il suo coefficiente di scambio termico convettivo, esprimibile con relazioni empiriche in funzione del Re definito dalla (3.3):

$$h_d = \begin{cases} \frac{0,0483}{d} & Re < 1, \\ 1003,2 \left(\frac{2,2}{Re} + \frac{0,48}{\sqrt{Re}} \right) \rho_a V_r & 1 < Re < 25, \\ \frac{0,008935 Re^{0,6}}{d} & Re > 25. \end{cases} \quad (3.11)$$

Nota

In molte applicazioni pratiche si semplifica assumendo T_p pari alla temperatura locale dell'aria: le goccioline sono così piccole che la loro inerzia termica è minima e si equilibrano quasi istantaneamente con l'ambiente. Faremo questa assunzione negli esercizi del Capitolo 4, dichiarandola ogni volta.

3.5 L'efficienza di cattura

Siamo arrivati al risultato che ci serve. L'integrazione delle traiettorie fornisce, per ogni y_0 (ordinata di partenza della gocciolina all'infinito a monte), il corrispondente punto di impatto individuato dall'ascissa curvilinea s

misurata sul contorno del corpo a partire dal punto di ristagno. Esiste dunque una funzione $y_0 = y_0(s)$, ed è la sua derivata a interessarci.

Efficienza di cattura locale

Si dice **efficienza di cattura locale** β la derivata della funzione $y_0(s)$:

$$\beta = \frac{dy_0}{ds} \simeq \frac{\Delta y_0}{\Delta s}. \quad (3.12)$$

Interpretazione: Δy_0 è lo spessore, misurato all'infinito a monte, del “tubo di flusso d'acqua” delimitato da due traiettorie vicine; Δs è l'estensione di superficie su cui quel tubo si distribuisce. β è quindi un **fattore di concentrazione**: se $\beta = 1$ la superficie riceve tutta l'acqua che le compete geometricamente, se $\beta = 0$ non ne riceve affatto.

Efficienza di cattura totale

Si dice **efficienza di cattura totale** E il rapporto fra l'ordinata dy_t della *traiettoria tangente* — l'ultima che tocca ancora il corpo — e l'altezza H della proiezione frontale del corpo:

$$E = \frac{dy_t}{H}. \quad (3.13)$$

Vale la relazione di consistenza

$$\int_{s_{\min}}^{s_{\max}} \beta ds = dy_t = E H, \quad (3.14)$$

che costituisce l'ottima verifica numerica di ogni calcolo di cattura.

Limiti di *impingement*

Si dicono **limiti di impingement** le ascisse curvilinee $s_{\min}$ e $s_{\max}$ dei punti di impatto delle traiettorie tangenti sul dorso e sul ventre. Delimitano la porzione di superficie effettivamente bagnata dalle goccioline: fuori da essa $\beta = 0$.

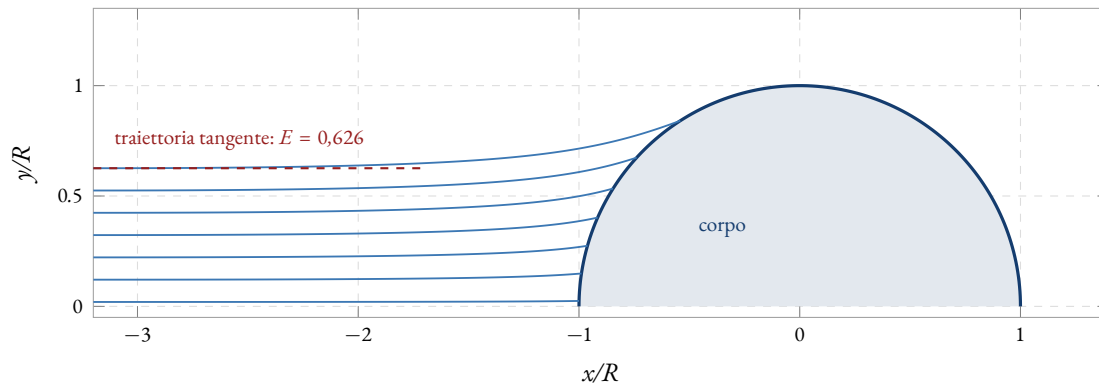


Figura 3.1. Traiettorie di goccioline di $20 \mu\text{m}$ attorno a un bordo d'attacco di raggio 20 mm a 85 m/s ($K_R = 5,63$), ottenute integrando le (3.7)–(3.8) con campo potenziale e resistenza di Langmuir–Blodgett. Si mostra il solo semipiano superiore per simmetria. La traiettoria più esterna è quella tangente e definisce l'efficienza totale.

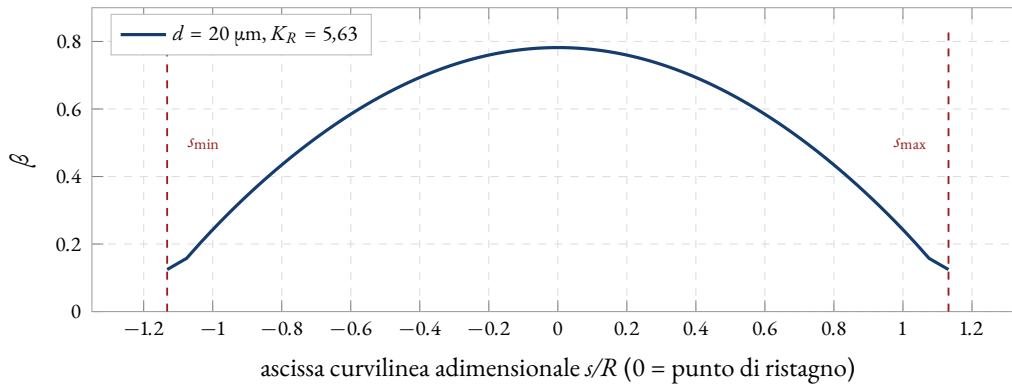


Figura 3.2. Efficienza di cattura locale calcolata per il caso della Fig. 3.1. Il massimo si ha al punto di ristagno ($\beta_{\max} = 0,782$); β si annulla ai limiti di *impingement*. La verifica $\int \beta ds = E$ è soddisfatta con uno scarto dello 0,1 %.

Come si calcola β in pratica

In 2-D non si integrano centinaia di traiettorie: se ne integra un numero ridotto, si costruisce la curva $y_0(s)$ per interpolazione con *spline*, e la si deriva. In 3-D il procedimento è necessariamente diverso, perché non esiste un'unica y_0 : si prendono *quattro* traiettorie che delimitano un tubo di flusso e si definisce

$$\beta = \frac{A_0}{A_m},$$

rapporto fra l'area delimitata dalle quattro traiettorie all'infinito a monte e l'area da esse intercettata sulla superficie del corpo.

Una sottigliezza spesso trascurata: per “area all'infinito a monte” si deve intendere, a rigore, quella della sezione *normale alle traiettorie*, che risulta quindi inclinata degli angoli di attacco e di derapata rispetto al sistema di riferimento assi corpo che si è adottato.

Tabella 3.1. Effetto del diametro delle goccioline sulla cattura, a parità di corpo ($R = 20$ mm) e di velocità (85 m/s). Valori ottenuti per integrazione diretta delle traiettorie.

d [μm]	K_R	E	$\beta_{\max}$	$s_{\max}/R$ [rad]
10	1,41	0,307	0,525	0,796
20	5,63	0,626	0,782	1,132
40	22,54	0,838	0,915	1,322

Osservazione

La Tab. 3.1 quantifica ciò che il ragionamento sul parametro inerziale faceva prevedere: al crescere del diametro cresce l'efficienza totale, cresce il valore di picco di β e — fatto altrettanto importante — **si allargano i limiti di impingement**. Le gocce grandi non solo colpiscono di più: colpiscono anche *più indietro* lungo la corda, in zone che i sistemi di protezione potrebbero non coprire. È questa la ragione tecnica per cui i regolamenti prescrivono di verificare i limiti di *impingement* usando diametri fino a 50 μm , ben oltre l'MVD tipico.

3.6 La portata d'acqua di *impingement*

Ora possiamo scrivere la relazione che ci serviva. Consideriamo il tubo di flusso d'acqua delimitato da due traiettorie vicine (quattro in 3-D) e imponiamo la conservazione della massa d'acqua al suo interno. Con riferimento all' i -esimo elemento di superficie:

$$\text{LWC}_\infty V_\infty \Delta y_0 = \text{LWC}(i) V_m(i) \Delta s(i), \quad (3.15)$$

cioè: la portata d'acqua che entra nel tubo all'infinito a monte è uguale a quella che ne esce sulla superficie. Dividendo per Δs e usando la definizione (3.12) si ottiene:

Portata locale di *impingement*

$$\dot{m}_c(i) = \beta(i) \text{LWC}_\infty V_\infty \quad (3.16)$$

Il flusso di massa d'acqua catturata per unità di superficie e di tempo, in $\text{kg}/(\text{m}^2 \text{s})$, è il prodotto di tre soli fattori: l'efficienza di cattura locale (geometria e inerzia), il contenuto d'acqua liquida (meteorologia) e la velocità di volo (condizione operativa).

Attenzione

La (3.16) contiene V_∞ al primo grado: *volare più veloci significa catturare proporzionalmente più acqua*. È l'effetto che si oppone a quello, favorevole, del riscaldamento cinetico calcolato nell'Esercizio 2. Quale dei due prevalga dipende dalle condizioni, e lo stabilisce il bilancio termico del prossimo capitolo.

Esercizio svolto 5 — Rateo di accrescimento locale e spessore di ghiaccio

Un profilo vola a $V_\infty = 80 \text{ m/s}$ in nube con $\text{LWC} = 0,5 \text{ g/m}^3$. Nel punto considerato l'efficienza di cattura locale vale $\beta = 0,55$. Assumendo che tutta l'acqua catturata solidifichi ($n = 1$, condizioni di *rime*), determinare la portata di cattura, la massa di ghiaccio per unità di superficie dopo 15 min e il corrispondente spessore, discutendo la sensibilità del risultato alla densità del ghiaccio.

1. Portata di cattura

Dalla (3.16):

$$\dot{m}_c = \beta \text{LWC} V_\infty = 0,55 \cdot 0,5 \times 10^{-3} \cdot 80 = 0,0220 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{s}) = 22,0 \text{ g}/(\text{m}^2 \text{s}).$$

2. Massa accumulata

Con $n = 1$ si ha $\dot{m}_i = \dot{m}_c$ e, in $t = 900 \text{ s}$,

$$m'' = \dot{m}_i t = 0,0220 \cdot 900 = 19,8 \text{ kg/m}^2.$$

3. Spessore

Lo spessore accresciuto in un intervallo dt vale

$$d_g = \frac{\dot{m}_i dt}{\rho_g}, \quad (3.17)$$

da cui, essendo la densità del ghiaccio fortemente dipendente dalla morfologia:

Morfologia	$\rho_g [\text{kg/m}^3]$	$d_g [\text{mm}]$
<i>rime</i> poroso	500	39,6
<i>rime</i> denso	700	28,3
<i>glaze</i>	880	22,5
ghiaccio compatto	917	21,6

► **Discussione.** Nel punto di massima cattura si accumulano da due a quattro centimetri di ghiaccio in un quarto d'ora: su un profilo di corda 1 m significa una protuberanza fra il 2 e il 4 % della corda proprio sul bordo d'attacco. Il rateo, per la morfologia *glaze*, è di 1,5 mm/min.

Si osservi che l'incertezza sulla densità produce un'incertezza dell'80 % sullo spessore, a parità di massa accumulata. È per questo motivo che nei codici di calcolo la densità del ghiaccio non è una costante ma viene ricavata da correlazioni empiriche che tengono conto delle modalità di formazione — diametro delle goccioline, temperatura e velocità di impatto. La correlazione classica in questo campo è quella di Macklin.

Limite di validità: il calcolo assume β costante nel tempo. In realtà, appena il ghiaccio si deposita la geometria cambia, e con essa β : il risultato va inteso come stima del *primo passo* di un procedimento incrementale (§4.8).

Esercizio svolto 6 — Massa totale di ghiaccio su un'ala

Un'ala di corda $c = 1,20$ m, apertura bagnata $b = 10$ m e spessore relativo 12 % vola a $V_\infty = 80$ m/s in nube con $LWC = 0,5$ g/m³. L'efficienza di cattura totale vale $E = 0,35$. Determinare la portata d'acqua catturata e la massa di ghiaccio accumulata in 15 min, assumendo $n = 1$.

1. Altezza della proiezione frontale

Per un profilo a piccola incidenza si assume H pari allo spessore massimo:

$$H = 0,12 \cdot c = 0,12 \cdot 1,20 = 0,144 \text{ m.}$$

2. Portata per unità di apertura

Integrando la (3.16) sull'ascissa curvilinea e usando la relazione di consistenza (3.14):

$$\frac{d\dot{M}}{db} = LWC V_\infty \int \beta ds = LWC V_\infty E H = 0,5 \times 10^{-3} \cdot 80 \cdot 0,35 \cdot 0,144,$$

$$\frac{d\dot{M}}{db} = 2,016 \times 10^{-3} \text{ kg/(s m).}$$

3. Portata totale e massa accumulata

$$\dot{M} = 2,016 \times 10^{-3} \cdot 10 = 0,0202 \text{ kg/s,}$$

$$M = \dot{M} \cdot 900 = 18,1 \text{ kg} \quad \Rightarrow \quad P = Mg = 178 \text{ N.}$$

► **Discussione.** Diciotto chilogrammi di ghiaccio distribuiti sul bordo d'attacco. Per un velivolo dell'aviazione generale con massa al decollo di 1500 kg si tratta di poco più dell'1 % del peso: come anticipato nel Capitolo 1, *l'appesantimento non è il problema*. Il problema è che quei diciotto chilogrammi sono concentrati sui pochi centimetri di superficie aerodinamicamente più delicati del velivolo.

Si noti l'eleganza del passaggio: grazie alla (3.14), per calcolare la massa *totale* catturata non serve conoscere l'andamento dettagliato di β , ma soltanto il suo integrale E . La distribuzione di β serve invece — ed è indispensabile — per sapere *dove* il ghiaccio si forma e con quale spessore locale.

Il senso di tutto questo

Abbiamo ora tutto ciò che serve per alimentare il modello termico: sappiamo calcolare, punto per punto sulla superficie, quanta acqua vi arriva. Quello che ancora non sappiamo è quanta di quell'acqua resta

li sotto forma di ghiaccio. Per rispondere dobbiamo scrivere, su un volume di controllo che attraversa la superficie, i bilanci di massa e di energia. È il cuore matematico della disciplina, ed è il capitolo che segue.

Il bilancio termodinamico superficiale

Dove stiamo andando

Questo è il capitolo centrale. Sappiamo quanta acqua arriva su ogni elemento di superficie; ora dobbiamo stabilire quanta ne ghiaccia, a quale temperatura si porta la parete e quanta acqua scorre a valle. Lo faremo scrivendo, su un volume di controllo che attraversa lo strato di ghiaccio, il **bilancio di massa** e il **bilancio di energia**. Sono due equazioni in due incognite: la loro identità cambia a seconda che la superficie sia asciutta o bagnata, ed è proprio questo cambio di incognite a rendere il problema interessante. Dedicheremo poi un paragrafo intero al coefficiente di scambio termico convettivo h , perché è il parametro che più di ogni altro condiziona il risultato. Chiuderemo con il calcolo dello spessore, l'aggiornamento della geometria e le due strategie di marcia nel tempo.

4.1 Il volume di controllo

La superficie del corpo viene discretizzata in elementi. Su ciascuno di essi si considera un **volume di controllo** che attraversa lo strato di ghiaccio, delimitato inferiormente dalla parete metallica e superiormente dall'interfaccia con l'aria.

Ipotesi del modello termico

1. Tutte le grandezze termodinamiche sono **costanti** all'interno del volume di controllo (approssimazione a parametri concentrati).
2. Le trasformazioni fisiche sono **istantanee**: non si considerano ritardi di nucleazione o di crescita cristallina.
3. Sono **trascurabili** i flussi di calore per irraggiamento e quelli per conduzione fra masse di ghiaccio e/o acqua adiacenti.
4. Il processo è **quasi-stazionario**: le derivate temporali si trascurano nell'arco del singolo passo di calcolo.

Validità: queste assunzioni sono senz'altro accettabili per *piccoli intervalli di tempo*. Su intervalli lunghi la conduzione attraverso lo strato di ghiaccio e verso la struttura metallica non è più trascurabile, ed è per questo che il calcolo si esegue per passi successivi (§4.8).

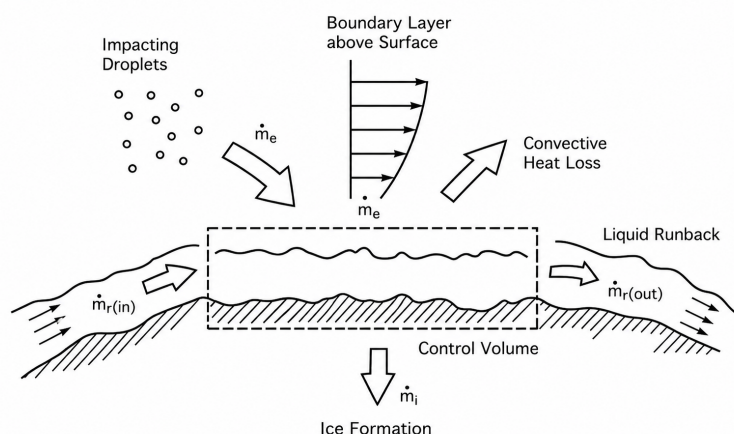


Figura 4.1. Il volume di controllo e i flussi di massa ed energia che lo attraversano. Le due equazioni di bilancio scritte su questo volume costituiscono il modello di accrescimento.

4.2 Superficie asciutta e superficie bagnata

Le due equazioni di bilancio permettono di determinare due incognite. La cosa notevole è che *l'identità di queste due incognite dipende dalle condizioni che si verificano sulla superficie*.

Superficie *dry* e *wet*

Se su un elemento di superficie tutta l'acqua che arriva ghiaccia, la superficie si dice **asciutta** (*dry*). Se su di essa permane acqua allo stato liquido, la superficie si dice **bagnata** (*wet*).

I due casi si trattano così:

	Superficie asciutta (<i>rime</i>)	Superficie bagnata (<i>glaze</i>)
Freezing fraction	$n = 1$ (nota)	$n < 1$ (incognita)
Temperatura di equilibrio	$T_e < 0^\circ\text{C}$ (incognita)	$T_e = 0^\circ\text{C}$ (imposta)
Run back in uscita	assente	presente, a 0°C
Incognite del sistema	T_e (una sola: la massa che ghiaccia è nota)	n e $\dot{m}_{r(out)}$

Come si decide quale caso applicare

Non si sa in anticipo: si *ipotizza* e si *verifica*. Si assume dapprima superficie asciutta, si calcola T_e ; se risulta $T_e < 0^\circ\text{C}$ l'ipotesi è consistente e il calcolo è finito. Se invece si ottiene $T_e > 0^\circ\text{C}$, l'ipotesi è contraddittoria (la superficie non può essere asciutta e sopra zero contemporaneamente): si impone allora $T_e = 0^\circ\text{C}$ e si ricalcola il sistema determinando n . Vedremo questo procedimento all'opera negli Esercizi 8 e 9.

4.3 Il bilancio di massa

Con il termine “portata” intendiamo sempre, in questo capitolo, il *flusso di massa per unità di superficie e di tempo* [$\text{kg}/\text{m}^2/\text{s}$]. In condizioni di quasi-stazionarietà il bilancio di massa sul volume di controllo si scrive:

Bilancio di massa

$$\dot{m}_i = \dot{m}_c + \dot{m}_r(\text{in}) - \dot{m}_r(\text{out}) - \dot{m}_e \quad (4.1)$$

“Il ghiaccio che si forma è tutto ciò che arriva, meno ciò che riparte”.

I quattro termini a secondo membro sono definiti come segue.

$\dot{m}_c$ — **portata di cattura diretta.** È la portata d’acqua che impatta per *impingement*, già ricavata nel capitolo precedente:

$$\dot{m}_c = \beta V_\infty \text{LWC}_\infty.$$

$\dot{m}_r$ — **portate di run back.** Sono le portate d’acqua liquida che entrano nel volume di controllo provenendo dall’elemento a monte, $\dot{m}_r(\text{in})$, e che ne escono verso l’elemento a valle, $\dot{m}_r(\text{out})$.

$\dot{m}_e$ — **portata di evaporazione o sublimazione.** È la portata d’acqua che lascia la superficie passando allo stato di vapore, per effetto della differenza di pressione di vapore saturo fra la superficie e l’ambiente:

$$\dot{m}_e = 0,622 \frac{h}{c_{p,a} Le^{2/3}} \frac{p_2 - p_1}{p_m}, \quad (4.2)$$

dove:

- h è il coefficiente di scambio termico convettivo (§4.5);
- $c_{p,a}$ è il calore specifico dell’aria a pressione costante;
- Le è il **numero di Lewis**, cioè il rapporto fra la diffusività termica e quella di massa (Appendice B); si assume normalmente $Le = 0,875$;
- p_1 e p_2 sono le pressioni di vapore saturo dell’acqua, rispettivamente alla temperatura asintotica T_∞ e alla temperatura della superficie;
- p_m è la pressione media dell’aria fra le condizioni asintotiche e quelle che si realizzano sulla superficie;
- il fattore 0,622 è il rapporto fra la massa molare dell’acqua e quella dell’aria secca ($M_{\text{H}_2\text{O}}/M_{\text{aria}} = 18,02/28,96$).

Perché compare h in una formula di massa

La (4.2) è un esempio di **analogia di Reynolds estesa**: il trasporto di massa per diffusione turbolenta obbedisce alle stesse leggi del trasporto di calore, e il fattore $Le^{2/3}$ è esattamente la correzione che tiene conto del fatto che le due diffusività non coincidono. Conoscendo h si conosce dunque anche il coefficiente di trasporto di massa, senza doverlo misurare separatamente. È un risultato di grande economia concettuale.

Saturo su acqua o su ghiaccio?

La pressione di vapore saturo *sopra il ghiaccio* è inferiore a quella *sopra l’acqua liquida* alla stessa temperatura sotto zero. Nel calcolo di p_1 e p_2 occorre quindi scegliere la curva giusta: p_1 va valutata sopra acqua (la nube è satura rispetto alle goccioline liquide soprafuse), mentre p_2 va valutata sopra la fase effettivamente presente in superficie — acqua se la superficie è bagnata, ghiaccio se è asciutta. Trascurare la distinzione produce errori dell’ordine del 10 % su $\dot{m}_e$. Molte correlazioni polinomiali reperibili in letteratura restituiscono la pressione in mmHg anziché in Pa: la verifica a 0 °C ($611,7 \text{ Pa} = 4,58 \text{ mmHg}$) è d’obbligo prima dell’uso.

$\dot{m}_i$ — **portata che solidifica**. Introducendo la *non-freezing fraction* $f = 1 - n$ definita nel §2.5, si ha

$$\dot{m}_i = (1 - f)(\dot{m}_r(\text{in}) + \dot{m}_c - \dot{m}_e) = n(\dot{m}_r(\text{in}) + \dot{m}_c - \dot{m}_e). \quad (4.3)$$

Osservazione

Confrontando la (4.3) con la (4.1) si ricava immediatamente la portata di *run back* in uscita:

$$\dot{m}_r(\text{out}) = f(\dot{m}_r(\text{in}) + \dot{m}_c - \dot{m}_e),$$

cioè l'aliquota non solidificata dell'acqua disponibile. Le due relazioni sono dunque equivalenti: conoscere n equivale a conoscere $\dot{m}_r(\text{out})$.

4.4 Il bilancio di energia

Il bilancio di energia sul volume di controllo si scrive nella forma compatta

$$\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3 + \dot{q}_4 + \dot{q}_5 = 0, \quad (4.4)$$

dove i cinque contributi hanno il significato seguente. Assumeremo come **stato di riferimento** l'acqua liquida a 0 °C, rispetto al quale sono misurate tutte le entalpie; T_e indica la temperatura di equilibrio della superficie, espressa in °C.

4.4.1 $\dot{q}_1$ — scambio convettivo

Si compone di due parti:

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_c + \dot{q}_a, \quad \dot{q}_c = b(T - T_e), \quad \dot{q}_a = b \frac{V_\infty^2}{2c_{p,a}}, \quad (4.5)$$

dove $\dot{q}_c$ è il calore scambiato per la differenza di temperatura fra l'aria e la superficie, e $\dot{q}_a$ è il calore prodotto per **riscaldamento aerodinamico** del flusso sulla superficie di base del volume di controllo. Introducendo la temperatura di recupero (2.3), i due termini si condensano nell'unica espressione

$$\dot{q}_1 = b(T_{\text{rec}} - T_e), \quad (4.6)$$

positiva quando la superficie è più fredda dell'aria di recupero, cioè quando l'aria *cede* calore alla superficie.

4.4.2 $\dot{q}_2$ — evaporazione e sublimazione

$$\dot{q}_2 = -\dot{m}_e (f L_v + (1 - f) L_s), \quad (4.7)$$

negativo perché il cambiamento di stato verso il vapore *sottrae* calore. La ripartizione fra calore latente di vaporizzazione L_v (dalla frazione liquida) e di sublimazione L_s (dalla frazione solida) è pesata con f e $1 - f$.

4.4.3 $\dot{q}_3$ — energia associata all'acqua di cattura

È la somma di quattro contributi:

$$\dot{q}_3 = \dot{q}_d + \dot{q}_k + \dot{q}_f + \dot{q}_u, \quad (4.8)$$

$$\dot{q}_d = \dot{m}_c c_{p,w} T_p \quad \text{entalpia sensibile delle goccioline in arrivo}, \quad (4.9)$$

$$\dot{q}_k = \dot{m}_c \frac{V_m^2}{2} \quad \text{energia cinetica delle goccioline all'impatto}, \quad (4.10)$$

$$\dot{q}_f = \dot{m}_c (1 - f) L_f \quad \text{calore latente di fusione rilasciato}, \quad (4.11)$$

$$\dot{q}_u = -\dot{m}_c T_e (f c_{p,w} + (1 - f) c_{p,g}) \quad \text{entalpia della materia in uscita}, \quad (4.12)$$

dove T_p è la temperatura delle goccioline all'impatto (calcolata con la (3.10) oppure assunta pari alla temperatura locale dell'aria) e V_m è la loro velocità all'impatto.

4.4.4 $\dot{q}_4$ — energia associata al *run back* in ingresso

Ha la stessa struttura di $\dot{q}_3$, con $\dot{m}_r(\text{in})$ al posto di $\dot{m}_c$ e con la temperatura di equilibrio del volume di controllo da cui l'acqua proviene, $T_e(\text{in})$, al posto di T_p . Manca ovviamente il termine cinetico.

4.4.5 $\dot{q}_5$ — apporto energetico esterno

È l'energia eventualmente immessa nel volume di controllo dall'esterno: serve a simulare l'azione di un sistema antighiaccio (aria calda, resistenze elettriche). Nel calcolo del velivolo non protetto è nullo.

Forma operativa del bilancio

Riordinando i termini, il bilancio (4.4) assume la forma che useremo negli esercizi:

$$\underbrace{b(T_{\text{rec}} - T_e)}_{\text{convezione}} + \underbrace{\dot{m}_c \left(c_{p,w} T_p + \frac{V_m^2}{2} \right)}_{\text{acqua catturata}} + \underbrace{\dot{m}_r(\text{in}) c_{p,w} T_e(\text{in})}_{\text{run back in}} + \underbrace{\dot{m}_i L_f}_{\text{solidificazione}} - \underbrace{\dot{m}_i c_{p,g} T_e}_{\text{ghiaccio uscente}} - \underbrace{\dot{m}_r(\text{out}) c_{p,w} T_e}_{\text{run back out}} - \underbrace{\dot{m}_e L}_{\text{evapor./subl.}} + \dot{q}_5 = 0. \quad (4.13)$$

Nota

Le equazioni di bilancio sono riportate in letteratura in forme sensibilmente diverse da autore ad autore, a seconda delle ipotesi semplificative assunte e dello stato di riferimento scelto. La formulazione originaria di questo tipo di bilancio risale a Messinger. La (4.13) è del tutto equivalente alla (4.4): cambia soltanto il raggruppamento dei termini. Quando si confrontano risultati di fonti diverse, il primo controllo da fare è *quale stato di riferimento* sia stato adottato per le entalpie.

Ordini di grandezza

Non tutti i termini contano allo stesso modo in tutte le condizioni:

- a **bassa velocità** dominano $\dot{q}_c$ (convezione) e $\dot{q}_f$ (calore latente di fusione);
- ad **alta velocità** diventano significativi $\dot{q}_a$ (riscaldamento aerodinamico) e $\dot{q}_k$ (energia cinetica delle goccioline).

Il termine di evaporazione $\dot{q}_2$, che l'intuizione suggerirebbe di trascurare, è spesso tutt'altro che piccolo: lo verificheremo nell'Esercizio 10.

4.5 Il coefficiente di scambio termico convettivo

Coefficiente di scambio termico convettivo

Si dice **coefficiente di scambio termico convettivo** h la costante di proporzionalità fra il flusso termico specifico scambiato fra una parete e il fluido che la lambisce e la differenza di temperatura fra i due:

$$\dot{q} = h \Delta T \quad [h] = \text{W}/(\text{m}^2 \text{ K}).$$

Attenzione

h è il parametro che più di ogni altro influenza il calcolo dell'accrescimento ghiaccio. Compare nel bilancio di energia (direttamente) e nel bilancio di massa (attraverso l'evaporazione). Il suo valore dipende dalle caratteristiche locali dello strato limite e dalla **rugosità superficiale** — che, come sappiamo, è essa stessa un prodotto dell'accrescimento. Il problema è dunque *fortemente accoppiato*: il ghiaccio cambia la superficie, la superficie cambia h , h cambia il rateo di accrescimento del ghiaccio.

4.5.1 L'approccio semplificato

Un primo livello di modellazione assume, per la zona di ristagno,

$$h(s) = \frac{1}{2} K_L \sqrt{\frac{1}{\nu} \frac{dU_e}{ds} \Big|_{\text{ris}}}, \quad (4.14)$$

e la usa come limite inferiore per l'espressione valida in regime turbolento

$$h(s) = C \frac{0,0296 K_L Pr^{1/3} Re_s^{4/5}}{s}, \quad (4.15)$$

dove:

- s è l'ascissa curvilinea a partire dal punto di ristagno;
- U_e è la velocità al bordo esterno dello strato limite;
- K_L è la conducibilità termica dell'aria;
- ν è la viscosità cinematica;
- Pr è il numero di Prandtl;
- $Re_s = U_e s / \nu$ è il numero di Reynolds basato su s ;
- C è un fattore correttivo determinato per correlazione teorico-sperimentale, che tiene conto della rugosità superficiale; il valore suggerito in letteratura è $C = 2$.

La (4.14) non è arbitraria

Vale la pena mostrare che la formula di ristagno non è una regola empirica isolata, ma il caso limite di una correlazione più generale. Il metodo di Smith e Spalding fornisce, per strato limite laminare su superficie liscia e flusso incomprimibile,

$$h(s) = 0,296 K_L \left[\nu U_e^{-2,88} \int_0^s U_e^{1,88} ds \right]^{-1/2}. \quad (4.16)$$

Nella zona di ristagno la velocità esterna cresce linearmente, $U_e = A s$ con $A = dU_e/ds|_{\text{ris}}$. Sostituendo:

$$\begin{aligned} \int_0^s U_e^{1,88} ds &= \frac{A^{1,88} s^{2,88}}{2,88}, & U_e^{-2,88} &= A^{-2,88} s^{-2,88}, \\ \nu U_e^{-2,88} \int_0^s U_e^{1,88} ds &= \frac{\nu}{2,88 A} \quad (\text{indipendente da } s!), \end{aligned}$$

da cui

$$h = 0,296 K_L \sqrt{\frac{2,88 A}{\nu}} = 0,296 \sqrt{2,88} K_L \sqrt{\frac{A}{\nu}} = 0,502 K_L \sqrt{\frac{A}{\nu}}.$$

Il coefficiente 0,502 coincide con l'0,5 della (4.14) entro lo 0,5 %. Le due formule sono la stessa formula.

Si noti anche il risultato fisico incidentale: nella zona di ristagno h è *costante*, cioè non dipende dall'ascissa curvilinea. È una proprietà nota dello strato limite di ristagno, il cui spessore resta costante perché l'accelerazione della corrente esterna compensa esattamente la crescita viscosa.

4.5.2 L'approccio raffinato

Un approccio più specifico segue lo strato limite passo per passo.

Transizione. Si adotta il criterio empirico di Horton e von Doenhoff, che individua il punto di transizione da laminare a turbolento imponendo

$$\frac{U(s) K_s}{\nu} = 600, \quad (4.17)$$

dove K_s è l'altezza massima di rugosità (o la “rugosità equivalente”), adimensionalizzata rispetto alla corda.

Tratto laminare. Si assume che la rugosità non influenzi h (ipotesi di superficie liscia) e si usa la (4.16).

Tratto turbolento. Si valuta lo **spessore di quantità di moto** θ in funzione di s — ad esempio con il metodo di Thwaites — e da esso il coefficiente di attrito con la relazione per parete rugosa

$$\frac{1}{2} C_f = \frac{0,168}{[\ln(864 \theta/K_s)]^2}. \quad (4.18)$$

Si ricava infine h dalla definizione del **numero di Stanton**:

$$St = \frac{h(s)}{\rho_a c_{p,a} U_c} = \frac{\frac{1}{2} C_f}{Pr + \sqrt{C_f/2 / St_k}}, \quad (4.19)$$

con

$$St_k = 0,52 \left(\frac{u_\tau K_s}{\nu} \right)^{-0,45} Pr^{0,8}, \quad u_\tau = \sqrt{0,0125 U_c^2 \left(\frac{\theta U_c}{\nu} \right)^{-1/4}}. \quad (4.20)$$

Osservazione

I valori di h ottenuti con questo secondo approccio risultano in buon accordo con quelli misurati sperimentalmente su cilindri a superficie rugosa. Resta però il fatto che metodi diversi possono differire sensibilmente fra loro, come verificheremo nell'Esercizio 7: è la ragione principale dell'incertezza residua dei codici di previsione.

Esercizio svolto 7 — Coefficiente di scambio termico al bordo d'attacco

Un bordo d'attacco assimilabile a un cilindro di raggio $R = 20$ mm è investito da una corrente a $V_\infty = 90$ m/s, $T_\infty = -8$ °C, $p = 70,1$ kPa (quota 3000 m). Assumere $K_L = 0,0237$ W/(m K), $Pr = 0,72$.

- (a) Determinare h nella zona di ristagno per superficie liscia e per superficie rugosa ($C = 2$).
- (b) Verificare il risultato con una correlazione indipendente.
- (c) Determinare la posizione della transizione con il criterio di Horton–von Doenhoff, per rugosità $K_s = 5$ μm (superficie pulita) e $K_s = 500$ μm (superficie contaminata da *rime*).

1. Proprietà del fluido

$$\rho_a = \frac{p}{R_{aria} T} = \frac{70\,108}{287,05 \cdot 265,15} = 0,921 \text{ kg/m}^3,$$

$$\mu = 1,676 \times 10^{-5} \text{ Pa s}, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho_a} = 1,820 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}.$$

2. Gradiente di velocità al ristagno

Per un cilindro in flusso potenziale la velocità esterna vale $U_e = 2V_\infty \sin \vartheta$ con ϑ misurato dal ristagno; per ϑ piccolo, $s = R\vartheta$ e quindi $U_e \simeq 2V_\infty s/R$, da cui

$$A = \left. \frac{dU_e}{ds} \right|_{\text{ris}} = \frac{2V_\infty}{R} = \frac{2 \cdot 90}{0,020} = 9000/\text{s}.$$

3. Coefficiente di scambio — punto (a)

Dalla (4.14):

$$\sqrt{\frac{A}{\nu}} = \sqrt{\frac{9000}{1,820 \times 10^{-5}}} = 22\,239/\text{m},$$

$$h_{\text{liscio}} = \frac{1}{2} \cdot 0,0237 \cdot 22\,239 = 264 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}),$$

$$h_{\text{rugoso}} = C h_{\text{liscio}} = 2 \cdot 264 = 527 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}).$$

4. Verifica indipendente — punto (b)

La correlazione classica per il ristagno su cilindro è $Nu_D = 1,14 Re_D^{1/2} Pr^{0,4}$, con $Nu_D = hD/K_L$ e $D = 2R$. Si ha

$$Re_D = \frac{\rho_a V_\infty D}{\mu} = \frac{0,921 \cdot 90 \cdot 0,040}{1,676 \times 10^{-5}} = 1,978 \times 10^5,$$

$$h = 1,14 \frac{K_L}{D} Re_D^{1/2} Pr^{0,4} = 1,14 \cdot \frac{0,0237}{0,040} \cdot 444,8 \cdot 0,877 = 263 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}).$$

Lo scarto con il valore del punto (a) è dello 0,04 %: le due formule, di origine completamente diversa, coincidono.

5. Transizione — punto (c)

Dalla (4.17), con $U(s) = As$:

$$\frac{As K_s}{\nu} = 600 \quad \Rightarrow \quad s_{\text{tr}} = \frac{600 \nu}{A K_s}.$$

Condizione della superficie	K_s [μm]	s_{tr} [mm]
pulita, lucidata	5	243
lievemente contaminata	50	24,3
rime in formazione	500	2,4

► **Discussione.** Il punto (c) è il più istruttivo. Su una superficie pulita la transizione avviene a 24 cm dal ristagno, cioè ben oltre il bordo d'attacco: tutta la zona di massima cattura lavora in regime laminare. Basta però che si formi una rugosità di mezzo millimetro — cioè un accenno di *rime* — perché la transizione si sposti a 2,4 mm: praticamente sul punto di ristagno.

Questo è il meccanismo di **retroazione** che rende il fenomeno così brusco: le prime goccioline che ghiacciano irruvidiscono la superficie; la superficie irruvidita rende turbolento lo strato limite; lo strato limite turbolento raddoppia abbondantemente h ; il maggiore h smaltisce più calore latente e quindi *aumenta* la *freezing fraction*, accelerando l'accrescimento. Il ghiaccio, in un certo senso, prepara il terreno a sé stesso. *Limite di validità:* tutte le espressioni usate sono correlazioni empiriche o semi-empiriche calibrate su geometrie semplici (lastra piana, cilindro). Applicate a una superficie in accrescimento, con geometria complessa e separazione, forniscono stime, non valori esatti. Un calcolo indipendente con la catena Thwaites $\rightarrow$ (4.18) $\rightarrow$ (4.19), nelle stesse condizioni ma a $s = 0,10$ m, restituisce $h \approx 216 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ contro i $557 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ della (4.15) con $C = 2$: una dispersione del 60 %, che va tenuta ben presente quando si giudica l'accuratezza di una previsione.

4.6 La risoluzione del sistema

Le (4.1) e (4.4) sono comunemente risolte con uno schema **implicito e iterativo**, che procede nel modo seguente:

1. si parte dal volume di controllo situato nel **punto di ristagno**, dove $\dot{m}_r(\text{in}) = 0$ per simmetria;
2. si assumono valori di primo tentativo per T_e e f (ovvero per la sua complementare $n = 1 - f$);
3. si verificano entrambe le equazioni di bilancio e si aggiornano i valori fino a rientrare nella tolleranza assunta per la convergenza;
4. l'eventuale $\dot{m}_r(\text{out})$ così determinato diventa $\dot{m}_r(\text{in})$ del volume di controllo successivo, e si procede *verso valle* lungo le linee di corrente che si dipartono dal ristagno.

Il caso tridimensionale

In 3-D il bilancio termico viene comunemente risolto con l'approssimazione "quasi 2-D": si individuano *strisce* di superficie delimitate da linee di corrente, e su ciascuna striscia si applica il modello bidimensionale. Si evitano così le complicazioni connesse agli effetti del *cross-flow*. L'approccio risulta sufficientemente valido per quasi tutti i casi di interesse pratico (ali, impennaggi, labbri delle prese d'aria).

Esercizio svolto 8 — Rime: temperatura di equilibrio della superficie

Un elemento di superficie in prossimità del ristagno è investito da una corrente a $V_\infty = 80$ m/s, $T_\infty = -15$ °C, in nube con LWC = 0,15 g/m³. Localmente $\beta = 0,60$ e $h = 500$ W/(m² K). Assumere strato limite turbolento ($Pr = 0,72$), goccioline in equilibrio termico con l'aria ($T_p = T_\infty$), velocità di impatto $V_m \simeq V_\infty$, evaporazione trascurabile.

Determinare la temperatura di equilibrio della superficie nell'ipotesi di superficie asciutta ($n = 1$) e verificare la consistenza dell'ipotesi.

1. Temperatura di recupero

$$r = \sqrt[3]{0,72} = 0,896, \quad T_{\text{rec}} = -15 + 0,896 \frac{80^2}{2 \cdot 1005} = -12,15 \text{ °C}.$$

2. Portata di cattura

$$\dot{m}_c = \beta \text{LWC } V_\infty = 0,60 \cdot 0,15 \times 10^{-3} \cdot 80 = 7,20 \times 10^{-3} \text{ kg/(m}^2 \text{ s)}.$$

3. Bilancio di energia

Nell'ipotesi di superficie asciutta si ha $\dot{m}_i = \dot{m}_c$, $\dot{m}_r(\text{in}) = \dot{m}_r(\text{out}) = \dot{m}_e = 0$, $\dot{q}_s = 0$. La (4.13) diventa

$$h(T_{\text{rec}} - T_e) + \dot{m}_c \left(c_{p,w} T_p + \frac{V_\infty^2}{2} + L_f \right) - \dot{m}_c c_{p,g} T_e = 0,$$

da cui, esplicitando l'unica incognita T_e :

$$T_e = \frac{h T_{\text{rec}} + \dot{m}_c (L_f + c_{p,w} T_p + V_\infty^2/2)}{h + \dot{m}_c c_{p,g}} \quad (4.21)$$

4. Calcolo

Il termine fra parentesi vale

$$L_f + c_{p,w} T_p + \frac{V_\infty^2}{2} = 334\,000 + 4218 \cdot (-15) + \frac{80^2}{2} = 273\,930 \text{ J/kg},$$

dove si osservi che l'energia cinetica (3200 J/kg) è piccola ma il raffreddamento sensibile delle goccioline ($-63\,270$ J/kg) toglie quasi il 20 % del calore latente disponibile.

Numeratore e denominatore:

$$h T_{\text{rec}} + \dot{m}_c \cdot 273\,930 = 500 \cdot (-12,15) + 7,20 \times 10^{-3} \cdot 273\,930 = -6073 + 1972 = -4101,$$

$$h + \dot{m}_c c_{p,g} = 500 + 7,20 \times 10^{-3} \cdot 2050 = 514,8.$$

$$T_e = \frac{-4101}{514,8} = -7,97^\circ\text{C}.$$

► **Verifica dell'ipotesi e discussione.** Risulta $T_e < 0^\circ\text{C}$: l'ipotesi di superficie asciutta è **consistente**, siamo effettivamente in condizioni di *rime ice* con $n = 1$. Non occorre alcuna correzione.

Si noti che la superficie si porta a $-7,97^\circ\text{C}$, cioè circa 4,2 K *più calda* della temperatura di recupero: è il calore latente rilasciato dalla solidificazione a scaldarla. Confrontando i due flussi:

$$\dot{q}_{\text{fus}} = \dot{m}_c L_f = 2405 \text{ W/m}^2, \quad \dot{q}_{\text{conv}} = h(T_e - T_{\text{rec}}) = 2090 \text{ W/m}^2,$$

la convezione smaltisce quasi tutto il calore di fusione; la differenza è assorbita dal riscaldamento sensibile del ghiaccio e dalle goccioline fredde in arrivo. Il bilancio è “appena chiuso”: basterebbe un LWC un po' maggiore per portare T_e a zero e far passare la superficie in condizioni bagnate.

Esercizio svolto 9 — Glaze: calcolo della *freezing fraction*

Stesso elemento di superficie, ma condizioni più severe: $V_\infty = 90$ m/s, $T_\infty = -8^\circ\text{C}$, $\text{LWC} = 0,6$ g/m³, $\beta = 0,60$, $h = 500$ W/(m² K). Evaporazione ancora trascurata (la reintrodurremo nell'esercizio successivo).

Determinare la *freezing fraction*, la portata di ghiaccio formato, la portata di *run back* e lo spessore accumulato in 10 min.

1. Verifica preliminare

Ripetendo il conto dell'esercizio precedente si otterrebbe $T_e > 0^\circ\text{C}$: l'ipotesi di superficie asciutta è *contraddittoria*. Si impone quindi $T_e = 0^\circ\text{C}$ e l'incognita diventa n .

2. Temperatura di recupero e portata di cattura

$$T_{\text{rec}} = -8 + 0,896 \frac{90^2}{2 \cdot 1005} = -4,39^\circ\text{C},$$

$$\dot{m}_c = 0,60 \cdot 0,6 \times 10^{-3} \cdot 90 = 0,0324 \text{ kg/(m}^2 \text{ s)}.$$

3. Bilancio con $T_e = 0$

Con $T_e = 0$ tutti i termini di entalpia sensibile in uscita si annullano (lo stato di riferimento è proprio l'acqua liquida a 0°C), e la (4.13) si riduce a

$$h T_{\text{rec}} + \dot{m}_c \left(c_{p,w} T_p + \frac{V_\infty^2}{2} \right) + n \dot{m}_c L_f = 0,$$

da cui

$$n = \frac{-h T_{\text{rec}} - \dot{m}_c (c_{p,w} T_p + V_\infty^2/2)}{\dot{m}_c L_f} \quad (4.22)$$

4. Calcolo

Calore asportato per convezione (la parete a 0°C è più calda dell'aria di recupero, quindi cede calore):

$$-h T_{\text{rec}} = 500 \cdot 4,39 = 2194 \text{ W/m}^2.$$

Contributo delle goccioline:

$$c_{p,w} T_p + \frac{V_\infty^2}{2} = 4218 \cdot (-8) + \frac{90^2}{2} = -33744 + 4050 = -29694 \text{ J/kg},$$

$$\dot{m}_c \cdot (-29694) = -962 \text{ W/m}^2.$$

Le goccioline, arrivando a -8°C , portano via esse stesse 962 W/m^2 : si comportano come un raffreddamento aggiuntivo.

$$n = \frac{2194 + 962}{0,0324 \cdot 334\,000} = \frac{3157}{10\,822} = 0,292.$$

5. Portate e spessore

$$\dot{m}_i = n \dot{m}_c = 9,45 \times 10^{-3} \text{ kg/(m}^2 \text{ s)},$$

$$\dot{m}_r(\text{out}) = (1 - n) \dot{m}_c = 0,0230 \text{ kg/(m}^2 \text{ s)}.$$

Con $\rho_g = 900 \text{ kg/m}^3$ (tipica del *glaze*) e $t = 600 \text{ s}$, dalla (3.17):

$$d_g = \frac{9,45 \times 10^{-3} \cdot 600}{900} = 6,3 \times 10^{-3} \text{ m} = 6,3 \text{ mm}.$$

► **Discussione.** Soltanto il 29 % dell'acqua catturata ghiaccia sul posto: il restante 71 % scorre a valle. Siamo in pieno regime *glaze*, ed è esattamente questo il meccanismo che genera la formazione a doppio corno: l'acqua di *run back*, sfuggita alla zona di ristagno, ghiaccia dove le condizioni termiche sono meno favorevoli alla sua sopravvivenza allo stato liquido, costruendo le due creste.

Confrontando con l'Esercizio 8: siamo passati da $n = 1$ a $n = 0,292$ avendo alzato la temperatura di 7 K e quadruplicato l'LWC. La *freezing fraction* è estremamente sensibile alle condizioni ambientali, e questo spiega perché forme di ghiaccio così diverse si osservino a poche centinaia di metri di distanza l'una dall'altra all'interno della stessa nube.

Esercizio svolto 10 — Il peso dell'evaporazione

Ripetere l'Esercizio 9 tenendo conto dell'evaporazione. La quota è 3000 m ($p_m = 70,1 \text{ kPa}$); si assumano superficie bagnata (quindi p_2 saturo su acqua a 0°C), nube satura rispetto all'acqua liquida a $T_\infty = -8^\circ\text{C}$, $Le = 0,875$, $L \simeq L_v$ (superficie bagnata, f vicino a 1).

1. Pressioni di vapore saturo

Dalla (2.1):

$$p_1 = p_{\text{sat}}(-8^\circ\text{C}) = 335,3 \text{ Pa}, \quad p_2 = p_{\text{sat}}(0^\circ\text{C}) = 610,9 \text{ Pa}.$$

2. Portata evaporata

Con $Le^{2/3} = 0,9148$, dalla (4.2):

$$\dot{m}_e = 0,622 \cdot \frac{500}{1005 \cdot 0,9148} \cdot \frac{610,9 - 335,3}{70\,108},$$

$$\dot{m}_e = 0,622 \cdot 0,5438 \cdot 3,931 \times 10^{-3} = 1,330 \times 10^{-3} \text{ kg/(m}^2 \text{ s)},$$

cioè il 4,1 % della portata di cattura.

3. Flusso termico associato

$$\dot{q}_{\text{evap}} = \dot{m}_e L_v = 1,330 \times 10^{-3} \cdot 2,50 \times 10^6 = 3325 \text{ W/m}^2.$$

4. Nuovo bilancio

Il bilancio di massa (4.3) dà ora $\dot{m}_i = n(\dot{m}_c - \dot{m}_e)$, e il bilancio di energia diventa

$$n(\dot{m}_c - \dot{m}_e) L_f + \dot{m}_c \left(c_{p,w} T_p + \frac{V_\infty^2}{2} \right) + h T_{\text{rec}} - \dot{m}_e L_v = 0,$$

$$n = \frac{2194 + 962 + 3325}{(0,0324 - 0,00133) \cdot 334\,000} = \frac{6481}{10\,381} = 0,625.$$

5. Conseguenze

$$\dot{m}_i = 0,625 \cdot (0,0324 - 0,00133) = 0,0194 \text{ kg/(m}^2 \text{ s)},$$

$$d_g = \frac{0,0194 \cdot 600}{900} = 12,9 \text{ mm in 10 min.}$$

► **Discussione.** Il risultato è notevole: includere l'evaporazione fa passare la *freezing fraction* da 0,292 a 0,625, e *raddoppia* lo spessore di ghiaccio previsto (da 6,3 a 12,9 mm).

La ragione è che $\dot{q}_{\text{evap}} = 3325 \text{ W/m}^2$ è *maggiore* del flusso convettivo 2194 W/m^2 : evaporando, appena il quattro per cento dell'acqua asporta più calore di quanto ne asporti tutta la convezione, perché il calore latente di vaporizzazione è $L_v/L_f = 7,5$ volte quello di fusione.

Morale operativa: l'evaporazione non è un termine di raffinamento, è un termine di primo ordine. Trascurarla porta a sottostimare gravemente l'accrescimento. Ed è anche la ragione fisica per cui i sistemi anti-ghiaccio più efficaci sono quelli *completamente evaporativi*: sfruttano lo stesso meccanismo a rovescio, spendendo energia per far evaporare l'acqua invece di lasciarla ghiacciare (§6.2.4).

Limite di validità: si è assunto $L = L_v$ e superficie interamente bagnata. Con $n = 0,625$ la superficie è in realtà in condizione mista e una parte dell'evaporazione avviene per sublimazione ($L_s > L_v$): il calcolo rigoroso richiederebbe di iterare anche sulla ripartizione, con un ulteriore incremento di n .

4.7 Dal bilancio alla nuova geometria

Risolti i bilanci su tutti gli elementi, si conosce $\dot{m}_i$ punto per punto. Il passaggio alla geometria accresciuta è immediato in 2-D: la formazione di ghiaccio viene simulata aggiungendo uno spessore a ciascuna base del volume di controllo,

$$d_g = \frac{\dot{m}_i dt}{\rho_g}, \quad (4.23)$$

considerato costante su tutto il pannello. La densità ρ_g è ricavata da formule empiriche che tengono conto delle modalità di formazione — diametro delle goccioline, temperatura e velocità di impatto — come quelle proposte da Macklin.

Aggiornamento delle coordinate

Dette n_x e n_z le componenti della direzione di accrescimento prescelta, le nuove coordinate della geometria sono

$$x_g = x + d_g n_x, \quad z_g = z + d_g n_z. \quad (4.24)$$

In quale direzione cresce il ghiaccio?

La questione è stata oggetto di verifica da parte di molti studiosi e non ha ricevuto risposta definitiva. Le tre scelte in competizione sono: la **normale alla superficie** dell'elemento, la **tangente alla traiettoria di impatto** principale, oppure una direzione intermedia. Il confronto con le formazioni sperimentali non premia univocamente nessuna delle tre.

Si può però dire che l'accrescimento nella direzione *normale alla superficie* risulta usualmente **conservativo**: si predicono cioè formazioni di ghiaccio un po' più grandi di quelle effettive. In sede di certificazione, un errore conservativo è preferibile a uno accurato ma di segno incerto, ed è per questo che è la scelta comunemente adottata.

Il caso tridimensionale

In 3-D l'ispessimento superficiale viene messo in conto con una ridefinizione della griglia superficiale, coerentemente con l'approccio "quasi 2-D" adottato. Se si è scelto di effettuare il bilancio termico su strisce delimitate da due linee di corrente, si ridefinisce di norma la pannellazione in modo che le linee di corrente diventino anche linee di griglia. Associando poi l'ispessimento al centroide di ciascun pannello, si costruisce una superficie interpolante e si procede a una nuova pannellazione.

4.8 La marcia nel tempo: *multistep* e *predictor-corrector*

Il calcolo appena descritto vale per un intervallo di tempo *piccolo*, durante il quale la geometria si può ritenere invariata. Per determinare l'accrescimento su un intervallo di tempo globale Δt (tipicamente decine di minuti) occorre ripetere il ciclo. Esistono due strategie.

Procedura *multistep*

L'intervallo globale viene suddiviso in un numero finito di intervalli intermedi (*step*). In corrispondenza di ciascuno si esegue il ciclo completo delle quattro fasi (campo aerodinamico, traiettorie, bilancio termico, aggiornamento della geometria). Ad ogni *step* la geometria di partenza è quella "corpo + ghiaccio" determinata al termine dello *step* precedente.

Procedura *predictor-corrector*

Il ciclo viene eseguito una prima volta (*predictor*) assumendo che tutti i parametri che governano lo scambio termico e l'accrescimento non varino per tutto l'intervallo globale. Ricalcolati poi tali parametri sulla geometria così predetta, se ne determinano i *valori medi*, con i quali si costruisce la geometria definitiva a partire dalla geometria originale (*corrector*).

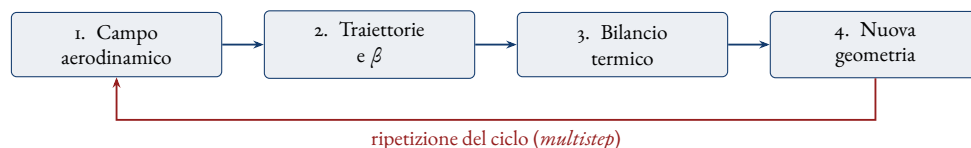


Figura 4.2. Le quattro fasi della metodologia di previsione dell'accrescimento e il ciclo che le lega.

Quale delle due conviene?

La procedura *predictor-corrector* è chiaramente meno onerosa in termini di sforzo computazionale e consente, in molti casi di interesse pratico, di ottenere la stessa geometria finale del *multistep*.

Va però evidenziato che **non ci si può pronunciare a priori nettamente a favore dell'una o dell'altra**: i confronti con le geometrie di ghiaccio ottenute sperimentalmente, nelle stesse condizioni di simulazione ambientale e per lo stesso intervallo di tempo globale, hanno spesso esito contrastante. È un esempio istruttivo di una situazione ricorrente in ingegneria: il metodo più raffinato non è automaticamente il più accurato, quando l'incertezza dominante sta nei modelli fisici e non nella discretizzazione.

4.9 I codici di calcolo

I metodi descritti in questo capitolo sono implementati in codici di calcolo riconosciuti dagli enti certificanti FAA e JAA come idonei al calcolo teorico delle formazioni di ghiaccio sui profili. I principali sono:

- **LEWICE** (NASA Lewis, oggi NASA Glenn, Cleveland): è forse il più importante, sia per essere stato storicamente il primo, sia per essere attualmente fra i più sofisticati;
- **TRAJICE2** (*Defence Research Agency*, Regno Unito);
- **ONERA2** (ONERA, Francia).

Quanto sono accurati?

I confronti fra forme di ghiaccio calcolate e forme misurate in galleria mostrano un accordo che degrada al crescere della temperatura: eccellente in condizioni chiaramente di *rime*, dove la fisica è semplice; sensibilmente peggiore in condizioni di *glaze*, dove entrano in gioco il *run back*, la rugosità, lo *splashing* e la separazione. Questo è del tutto coerente con quanto abbiamo visto: nel caso *rime* l'unica incognita è T_e e il problema è quasi disaccoppiato, mentre nel caso *glaze* il risultato dipende in modo critico da h — che è, come abbiamo verificato, la grandezza peggio determinata dell'intero modello.

Il senso di tutto questo

Il modello è completo: dalla nube al ghiaccio, passando per le traiettorie e per due equazioni di bilancio. Abbiamo anche imparato qualcosa di più generale, cioè che in questo problema l'incertezza non sta nella matematica ma nella fisica dello strato limite rugoso. Resta ora da rispondere alla domanda che ha motivato tutto il lavoro: *quanto peggiorano davvero le prestazioni del velivolo?* È il capitolo che segue, e i numeri sono meno rassicuranti di quanto l'aspetto innocuo di un po' di ghiaccio suggerirebbe.

Il degrado delle prestazioni del velivolo

Dove stiamo andando

Adesso i conti si fanno concreti. Sappiamo prevedere la forma del ghiaccio; questo capitolo traduce quella forma in numeri che riguardano il pilota: di quanto sale la velocità di stallo, di quanto si allunga la corsa di decollo, di quanto si riduce il rateo di salita, che cosa succede a un'elica e a una presa d'aria. Chiederemo con la dimostrazione quantitativa di un risultato che a prima vista sembra assurdo: *il ghiaccio è un problema soprattutto per i velivoli piccoli e lenti*, e i grandi velivoli da trasporto hanno intere porzioni d'ala del tutto prive di protezione perché non ne hanno bisogno.

5.1 I due meccanismi del degrado

L'accrescimento di ghiaccio, e più in generale il semplice operare in condizioni ambientali che possono innescarlo, producono un degrado delle caratteristiche aerodinamiche di *tutte* le superfici del velivolo, e in modo particolare di quelle portanti. Le cause sono due, e conviene tenerle separate perché hanno intensità e tempi diversi:

1. l'**alterazione macroscopica della forma geometrica** originale, causata dal deposito di ghiaccio;
2. l'**alterazione dello stato di lisciatura superficiale**, cioè la generazione di **rugosità** — che, si badi bene, si produce *anche sulla parte di superficie non alterata dalla formazione di ghiaccio*.

Attenzione

Il secondo meccanismo è quello che gli operatori sottovalutano di più, perché è invisibile. Un'ala che a occhio appare pulita ma è passata attraverso una nube fredda può avere una rugosità superficiale sufficiente a far crollare le prestazioni, senza che nessun deposito sia visibile dal finestrino.

5.2 Il profilo contaminato

In termini generali, il degrado delle caratteristiche aerodinamiche di una superficie portante consiste in:

- un **marcato aumento del coefficiente di resistenza**;
- una **diminuzione del $C_{L,max}$** ;
- una **diminuzione dell'angolo di stallo**;
- una **variazione del coefficiente di momento**, che diventa progressivamente più cabrante, e della pendenza delle curve rispetto all'incidenza — indice di significativi cambiamenti in termini di **stabilità**.

5.2.1 L'effetto della sola rugosità

L'entità delle variazioni prodotte dalla *sola* rugosità superficiale si può ricavare dai classici dati sperimentali sui profili NACA. In quelle prove la rugosità veniva simulata sui modelli — corda di 24 in, cioè circa 0,61 m

— spargendo carborundum di altezza media 0,011 in ($\approx 0,28$ mm) sull'8 % della corda intorno al *solo* bordo d'attacco.

Per il profilo NACA 0012 a $Re_c = 6 \cdot 10^6$ si osserva:

Tabella 5.1. Effetto della sola rugosità del bordo d'attacco sul profilo NACA 0012 a $Re_c = 6 \cdot 10^6$.

Grandezza	Profilo liscio	Profilo rugoso	Variazione
$C_{L,max}$	1,60	1,03	−36 %
α_{stallo}	16°	$\approx 12^\circ$	−4°
c_{d0}	0,006	0,010	+67 %

Osservazione

Vale la pena fermarsi su questi numeri. Un velo di carborundum di poco più di un quarto di millimetro, sparso su meno di un decimo della corda, *senza alcuna variazione apprezzabile della forma*, fa perdere più di un terzo della portanza massima. È forse il dato più eloquente di tutta la disciplina, e la giustificazione fisica del *clean wing concept*: non serve un blocco di ghiaccio per mettere in crisi un'ala, basta la rugosità.

5.2.2 Rime e glaze a confronto

I dati sperimentali ottenuti nell'*Icing Research Tunnel* della NASA Lewis su un profilo dell'aviazione commerciale, per accrescimenti di tipo *rime* e *glaze* generati alla stessa incidenza (5°), consentono un confronto diretto. Le tendenze sono le seguenti:

- la perdita di $C_{L,max}$ causata dal ghiaccio *glaze* (circa −40 %) è **praticamente il doppio** di quella causata dal *rime*;
- analogamente per la riduzione dell'angolo di stallo: circa -5° con *glaze*, circa -3° con *rime*;
- gli **incrementi di resistenza** sono invece decisamente più elevati: **fino a cinque volte** il valore del profilo non contaminato, per incidenze prossime allo stallo;
- il coefficiente di momento diventa sempre più cabrante e la sua pendenza rispetto all'incidenza cambia sensibilmente.

Le stesse tendenze si osservano sul profilo **ipersostentato** (configurazione con *slat* completamente esteso e *flap* deflesso di 15°): l'ipersostentazione non protegge dal degrado, e anzi la presenza di elementi multipli introduce il problema aggiuntivo dell'*impingement* sul *flap*.

Perché il *glaze* è peggiore

La spiegazione fisica l'abbiamo già costruita nei capitoli precedenti: il *glaze* nasce con $n < 1$, quindi con *run back*, quindi con la formazione a doppio corno. Due creste sporgenti a monte del punto di massima velocità sul dorso provocano una separazione immediata e una bolla ricircolante estesa; il *rime*, che si limita a ingrossare il bordo d'attacco seguendone la forma, produce una perturbazione molto più benigna. **La morfologia conta più della massa**: a parità di ghiaccio accumulato, il *glaze* è di gran lunga più dannoso.

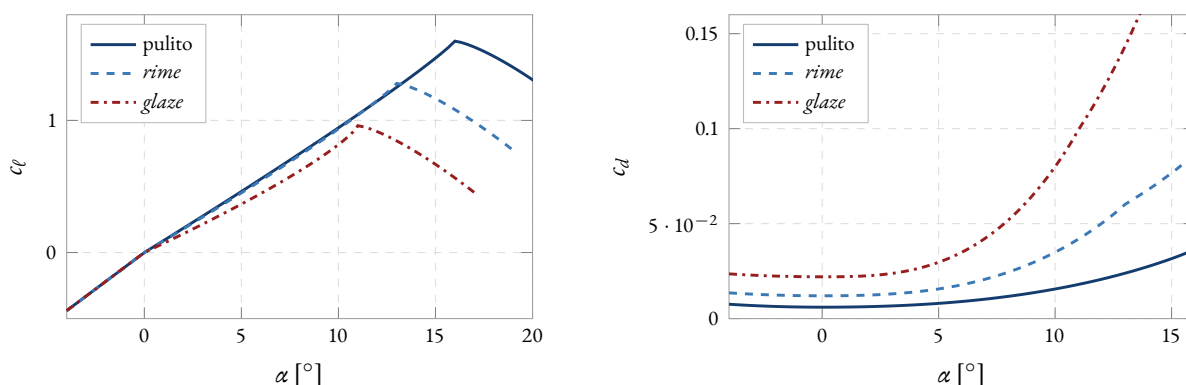


Figura 5.1. Andamento schematico delle curve caratteristiche di un profilo pulito e contaminato. Le curve sono costruite in modo da riprodurre i valori sperimentali documentati (perdita di $C_{L,\max}$ del 20 % con *rime* e del 40 % con *glaze*, riduzione dell'angolo di stallo, incremento di resistenza fino a cinque volte in prossimità dello stallo) e servono a fissare le tendenze, non a fornire dati di progetto.

5.3 Le conseguenze sulla meccanica del volo

Esercizio svolto II — Velocità di stallo e distanza di decollo

Un velivolo dell'aviazione generale ha carico alare $W/S = 1200 \text{ N/m}^2$ e $C_{L,\max} = 1,60$ in configurazione pulita. Determinare la velocità di stallo al livello del mare ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$) nelle condizioni: (a) pulito; (b) con la sola rugosità ($C_{L,\max} = 1,03$); (c) con *glaze* (−40 %). Valutare l'effetto sulla distanza di decollo.

1. Modello

In volo rettilineo uniforme la portanza equilibra il peso; allo stallo $C_L = C_{L,\max}$, da cui

$$V_S = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L,\max}}}. \quad (5.1)$$

2. Calcolo

$$V_{S,\text{pulito}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1200}{1,225 \cdot 1,60}} = 35,0 \text{ m/s} = 126 \text{ km/h}.$$

Condizione	$C_{L,\max}$	V_S [m/s]	Incremento
pulito	1,60	35,0	—
sola rugosità	1,03	43,6	+24,6 %
<i>rime</i> (−20 %)	1,28	39,1	+11,8 %
<i>glaze</i> (−40 %)	0,96	45,2	+29,1 %

3. Distanza di decollo

La corsa di decollo si può stimare, a spinta e accelerazione media costanti, come

$$s_{\text{TO}} \simeq \frac{V_{\text{LOF}}^2}{2 \bar{a}},$$

con $V_{\text{LOF}} = k V_S$: la distanza scala dunque con il *quadrato* della velocità di stallo. Nel caso *glaze*:

$$\frac{s_{\text{TO},\text{glaze}}}{s_{\text{TO},\text{pulito}}} = \left(\frac{45,2}{35,0} \right)^2 = 1,67.$$

► **Discussione.** La sola rugosità fa salire la velocità di stallo di quasi il 25 %; con il *glaze* si arriva al 29 %. Ma la conseguenza più severa è sulla corsa di decollo, che **aumenta del 67 %**: una pista adeguata diventa insufficiente.

Si noti che l'effetto è *doppiamente* penalizzante, perché nel frattempo la resistenza è aumentata (fino a cinque volte, come visto) e quindi $\bar{a}$ è diminuita: il fattore 1,67 è dunque una stima ottimistica. È questa la ragione ingegneristica del divieto assoluto di decollare con superfici contaminate.

Limite di validità: la formula della corsa di decollo assume accelerazione media costante, il che è accettabile per un confronto relativo ma non per un calcolo prestazionale certificato.

Esercizio svolto 12 — Resistenza, potenza necessaria e rateo di salita

Un bimotore leggero con $W = 25 \text{ kN}$, $S = 17 \text{ m}^2$, allungamento $AR = 8$, fattore di Oswald $e = 0,80$, vola a $V_\infty = 70 \text{ m/s}$ a 3000 m ISA ($\rho = 0,909 \text{ kg/m}^3$). La contaminazione porta il coefficiente di resistenza a portanza nulla da $C_{D_0} = 0,028$ a $C_{D_0} = 0,038$. La potenza disponibile all'elica è 256 kW. Determinare l'incremento di resistenza, di potenza necessaria e la perdita di rateo di salita.

1. Pressione dinamica e coefficiente di portanza

$$q = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 = 0,5 \cdot 0,909 \cdot 70^2 = 2227 \text{ Pa},$$

$$C_L = \frac{W}{qS} = \frac{25\,000}{2227 \cdot 17} = 0,660.$$

2. Resistenza indotta

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR e} = \frac{0,660^2}{\pi \cdot 8 \cdot 0,80} = 0,0217.$$

3. Polare e potenza necessaria

Condizione	C_D	$D \text{ [N]}$	$E = C_L/C_D$	$P_{\text{nec}} \text{ [kW]}$
pulito	0,0497	1881	13,3	131,7
contaminato	0,0597	2260	11,1	158,2

Incremento di resistenza: +20,1 %.

4. Rateo di salita

$$RC = \frac{P_{\text{disp}} - P_{\text{nec}}}{W},$$

$$RC_{\text{pulito}} = \frac{256\,000 - 131\,700}{25\,000} = 4,97 \text{ m/s } (\approx 979 \text{ ft/min}),$$

$$RC_{\text{contaminato}} = \frac{256\,000 - 158\,200}{25\,000} = 3,91 \text{ m/s } (\approx 770 \text{ ft/min}).$$

► **Discussione.** Un incremento di resistenza del 20 % produce una perdita di rateo di salita del 21 %. È il classico *effetto leva* della potenza in eccesso: il rateo di salita dipende dalla *differenza* fra due grandezze grandi e simili, quindi una variazione modesta di una delle due si amplifica enormemente sul risultato. La conseguenza operativa è grave: proprio quando servirebbe salire per uscire dallo strato di ghiaccio, il velivolo sale peggio. E man mano che l'accrescimento prosegue, il rateo di salita disponibile continua a scendere fino ad annullarsi: il velivolo raggiunge una *quota di tangenza* nuova e più bassa, e resta intrappolato nello strato che lo sta contaminando.

Si osservi infine che l'efficienza aerodinamica cade da 13,3 a 11,1: si riduce di conseguenza anche l'autonomia chilometrica e la distanza planabile in caso di avaria motore.

5.4 Gli apparati propulsivi

5.4.1 Le eliche

Le pale di un'elica sono profili alari a tutti gli effetti, e per esse valgono le stesse variazioni di caratteristiche aerodinamiche appena descritte. Ma con un'aggravante: le corde sono piccole, quindi (come vedremo nel §5.5) l'efficienza di cattura è alta; e la velocità relativa è elevata, quindi la portata di *impingement* è grande.

Il risultato è che le variazioni delle caratteristiche aerodinamiche per accrescimento di ghiaccio, applicate ai profili delle eliche, si traducono in **drastiche perdite di rendimento**, anche in condizioni di moderato accrescimento.

Un caso documentato

La Saab, per il suo turboelica S-340, ha sperimentato perdite di rendimento superiori al 20 % a causa di un non adeguato dimensionamento e funzionamento del sistema di *de-icing* elettrico sulle pale delle eliche. La conseguenza operativa fu che il velivolo non riusciva più a salire oltre la quota di 12 000 ft (≈ 3700 m).

Esercizio svolto 13 — Perdita di rendimento dell'elica e rateo di salita

Un turboelica regionale con potenza complessiva all'asse $P = 2,6$ MW sale a $V_\infty = 100$ m/s con massa tale che $W = 125$ kN ed efficienza aerodinamica $E = 13$. Il rendimento propulsivo in condizioni pulite è $\eta_p = 0,82$. Determinare la riduzione del rateo di salita conseguente a una perdita di rendimento dell'elica del 20 %.

1. Resistenza

$$D = \frac{W}{E} = \frac{125\,000}{13} = 9,62 \text{ kN.}$$

2. Spinta disponibile

$$T = \frac{\eta_p P}{V_\infty} : \quad T_{\text{pulito}} = \frac{0,82 \cdot 2,6 \times 10^6}{100} = 21,32 \text{ kN,}$$

$$\eta_{p,\text{ghiaccio}} = 0,80 \cdot 0,82 = 0,656 \quad \Rightarrow \quad T_{\text{ghiaccio}} = 17,06 \text{ kN.}$$

3. Rateo di salita

$$RC = \frac{(T - D) V_\infty}{W} : \quad RC_{\text{pulito}} = \frac{(21320 - 9620) \cdot 100}{125\,000} = 9,36 \text{ m/s,}$$

$$RC_{\text{ghiaccio}} = \frac{(17060 - 9620) \cdot 100}{125\,000} = 5,95 \text{ m/s.}$$

► **Discussione.** Una perdita di spinta del 20 % produce una perdita di rateo di salita del 36 %: di nuovo l'effetto leva, ancora più marcato che nell'esercizio precedente perché la spinta e la resistenza sono qui più vicine fra loro.

E si noti che questo calcolo considera *soltanto* il degrado dell'elica: nella realtà il ghiaccio agisce contemporaneamente sull'elica e sull'ala, e i due effetti si sommano. Il quadro descritto per l'S-340 — impossibilità di salire oltre una certa quota — è la conseguenza diretta e prevedibile di questi numeri.

5.4.2 Le prese d'aria

Per le prese d'aria motore l'accrescimento sul labbro (*lip*) può causare due effetti distinti, entrambi gravi:

1. l'**incremento della distorsione del flusso** che raggiunge il compressore, con conseguente riduzione del margine allo stallo e perdita di potenza;
2. l'**ingestione di pezzi di ghiaccio** staccatisi dal labbro, con possibile danneggiamento delle palette del compressore.

Per cautelarsi da quest'ultima eventualità si realizza spesso, specialmente per i motori turboelica, un apposito **condotto di scarico** all'interno della presa d'aria: un *separatoro inerziale* che sfrutta esattamente lo stesso principio fisico studiato nel Capitolo 3. I corpi estranei, avendo inerzia elevata (cioè K grande), non riescono a seguire la brusca curvatura imposta al flusso d'aria e proseguono dritti, uscendo dal condotto di scarico; l'aria, con K nullo per definizione, segue la curvatura e raggiunge il compressore.

Esercizio svolto 14 — Formazione di ghiaccio dentro la presa d'aria

Un velivolo vola a $V_\infty = 90$ m/s con temperatura statica ambiente $T_\infty = 4$ °C. All'interno della presa d'aria, per effetto della forma del condotto, il flusso accelera fino a $M = 0,55$. Determinare la temperatura statica locale e discutere il rischio di formazione di ghiaccio.

1. Temperatura totale

Il flusso che entra nella presa d'aria si è portato, rispetto al velivolo, a una temperatura totale

$$T_0 = T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2c_{p,a}} = 277,15 + \frac{90^2}{2 \cdot 1005} = 281,18 \text{ K} = 8,03 \text{ °C}.$$

2. Temperatura statica nel condotto

Il condotto è adiabatico: la temperatura totale si conserva. Dalla relazione isentropica

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 = 1 + 0,2 \cdot 0,55^2 = 1,0605,$$

$$T = \frac{281,18}{1,0605} = 265,14 \text{ K} = -8,01 \text{ °C}.$$

3. Andamento con il numero di Mach

M nel condotto	T [°C]	caduta rispetto a T_0 [K]
0,3	3,06	4,97
0,4	-0,69	8,72
0,5	-5,36	13,39
0,6	-10,86	18,89
0,7	-17,07	25,10

► **Discussione.** Il risultato è controintuitivo e va memorizzato: **si può formare ghiaccio dentro una presa d'aria anche con temperatura esterna di +3 o +5 °C**. L'accelerazione del flusso, infatti, può provocare abbassamenti della temperatura statica dell'ordine di da 8 K–10 K, e più ancora nei condotti di forma complessa.

Nel caso calcolato, con 4 °C all'esterno, la temperatura interna scende a -8 °C: in pieno campo di formazione. È la ragione per cui il labbro e i condotti delle prese d'aria sono quasi sempre protetti con sistemi *anti-icing*, e per cui la protezione va attivata anche in condizioni che il pilota, guardando il termometro esterno, giudicherebbe sicure.

5.5 L'effetto delle dimensioni e della tipologia del velivolo

Arriviamo al risultato più sorprendente e più ricco di conseguenze progettuali.

5.5.1 Il ragionamento

Riprendiamo la definizione (3.9) del parametro inerziale:

$$K = \frac{\rho_w d^2 V_\infty}{18 \mu c} \propto \frac{d^2}{c}.$$

Come stabilito nel Capitolo 3, l'efficienza di cattura *cresce* all'aumentare di K ; e il rateo di accrescimento, a sua volta, è maggiore per valori dell'efficienza di cattura più elevati. Ne segue la catena logica:

La conclusione fondamentale

$$c \uparrow \Rightarrow K \downarrow \Rightarrow E, \beta \downarrow \Rightarrow \dot{m}_c \downarrow \Rightarrow \text{accrescimento} \downarrow$$

La cattura d'acqua e l'accrescimento di ghiaccio sono tanto maggiori quanto più piccole sono le dimensioni del profilo.

5.5.2 La verifica quantitativa

Il risultato non è qualitativo: si può calcolare. Integrando le traiettorie con il metodo del Capitolo 3, a parità di condizioni ambientali ($d = 20 \mu\text{m}$, $V_\infty = 85 \text{ m/s}$, $T_\infty = -8^\circ\text{C}$) e di tempo di accrescimento, si ottiene:

Tabella 5.2. Efficienza di cattura totale in funzione della corda del profilo, a parità di tutte le altre condizioni. Il raggio del bordo d'attacco è assunto proporzionale alla corda.

c [m]	R_{lc} [mm]	K_R	E
0,25	10	11,27	0,775
0,50	20	5,63	0,626
1,00	40	2,82	0,437
2,00	80	1,41	0,245
4,00	160	0,70	0,096

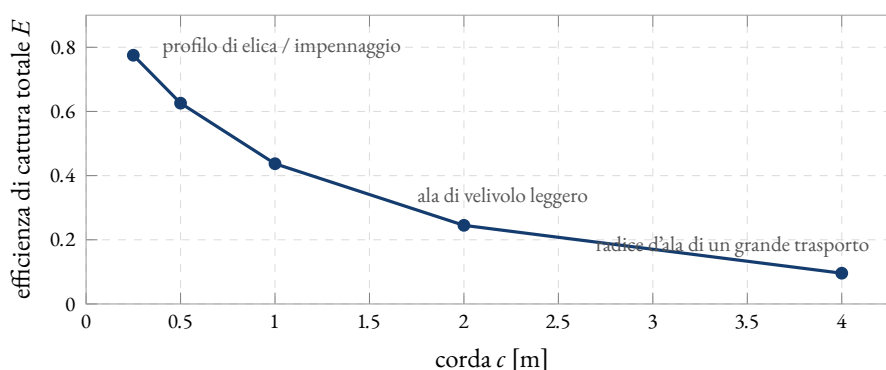


Figura 5.2. Efficienza di cattura totale in funzione delle dimensioni del profilo, calcolata per integrazione delle traiettorie ($d = 20 \mu\text{m}$, $V_\infty = 85 \text{ m/s}$). Passando da 0,25 m a 4 m di corda l'efficienza si riduce di un fattore otto.

Osservazione

Passando da una corda di 0,25 m (pala d'elica, piano di coda di un piccolo velivolo) a una di 4 m (radice d'ala di un grande velivolo da trasporto), l'efficienza di cattura totale scende da 0,775 a 0,096: **un fattore otto**. E poiché la massa catturata per unità di apertura vale $LWC V_{\infty} E H$, con $H \propto c$, la massa *per unità di superficie protetta* scala ancora più favorevolmente per il profilo grande.

5.5.3 Le conseguenze progettuali

Questo da solo consente di spiegare perché il ghiaccio non rappresenti un problema per i grandi velivoli da trasporto — che, peraltro, hanno quote operative e velocità di crociera così elevate da impedire che il fenomeno della formazione di ghiaccio possa aver luogo (si ricordi l'Esercizio 2).

Le suddette considerazioni spiegano fatti progettuali che, presi isolatamente, sembrerebbero incomprensibili:

- le ali di un **C-5A** sono del tutto *prive* di sistemi di protezione dal ghiaccio;
- i **B-747/757/767**, gli **MD-11/12**, gli **A-300/340** hanno l'antighiaccio soltanto sul bordo d'attacco dello *slat* dell'*outboard wing*: l'*inboard wing* ha profili di corde così grandi da non necessitare di alcuna protezione;
- lo stesso discorso vale per i piani di coda. Fa eccezione l'**MD-11**, dotato di un sistema *anti-icing* sul piano orizzontale: in fase di progettazione si è preferito privilegiare le prestazioni (resistenza, efficacia) riducendo del 30 % la superficie in pianta rispetto a quella del suo predecessore, il **DC-10**. Corde più piccole, cattura maggiore: e il DC-10, che aveva il piano più grande, non installava alcun sistema antighiaccio.

Il caso MD-11 letto con il nostro modello

Il caso MD-11/DC-10 è un piccolo capolavoro didattico, perché mostra come una scelta aerodinamica apparentemente slegata produca una conseguenza impiantistica obbligata. Ridurre del 30 % la superficie in pianta del piano orizzontale significa (a parità di allungamento) ridurre la corda di circa il 16 %. Per la (3.9) il parametro inerziale cresce nella stessa proporzione, e con esso l'efficienza di cattura. Il piano più piccolo cattura di più, si contamina prima e, essendo il piano di coda l'organo che garantisce la stabilità longitudinale, il rischio non è accettabile: da qui la necessità del sistema *anti-icing* che il predecessore non aveva.

5.6 Dove e quando si forma il ghiaccio

I rilevamenti statistici forniscono un quadro chiaro delle condizioni in cui l'accrescimento raggiunge livelli di pericolosità:

- nel 60 % dei casi a quote inferiori a 3000 m ($\approx 10\,000$ ft);
- la probabilità scende al 7 % per quote intorno agli 8000 m ($\approx 26\,000$ ft);
- le temperature alle quali il fenomeno si manifesta in modo evidente sono comprese nell'intervallo 0 a $-15\,^{\circ}\text{C}$.

5.7 Il ruolo della velocità: due effetti opposti

La velocità di volo ha *due opposte influenze* sul fenomeno dell'accrescimento. Al suo aumentare:

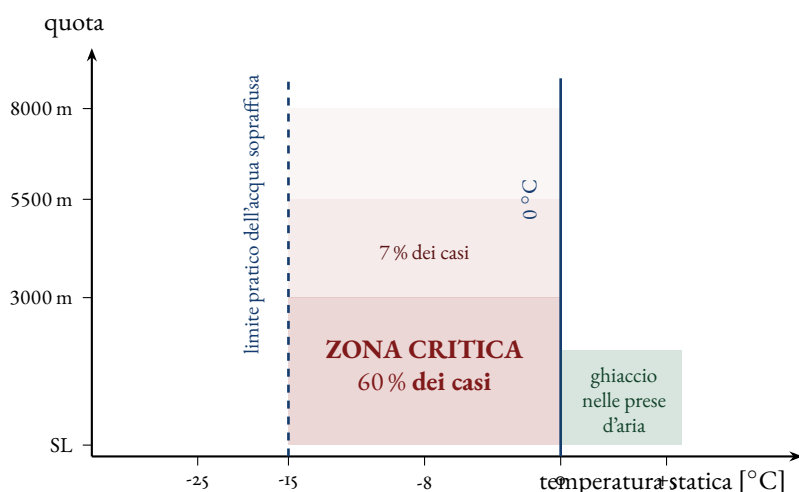


Figura 5.3. Il campo di rischio nel piano quota-temperatura. A destra della linea dello zero il ghiaccio sulle superfici esterne non si forma, ma può ancora formarsi *dentro* le prese d'aria per effetto dell'espansione (Esercizio 14).

Effetti favorevoli alla formazione	Effetti contrari alla formazione
Aumenta la portata di <i>impingement</i> $\dot{m}_c = \beta LWC V_\infty$, proporzionale a V_∞	Aumenta il riscaldamento cinetico delle superfici, $\propto V_\infty^2$
Aumenta la convezione, che smaltisce il calore latente e quindi fa crescere la <i>freezing fraction</i>	Aumenta l'azione meccanica di "pulizia" che contrasta adesione e coesione del deposito
	Consente di ottenere la portanza necessaria a incidenze più basse

La velocità di equilibrio

Poiché il riscaldamento cinetico cresce con V_∞^2 mentre la cattura cresce con V_∞ , esiste per ogni velivolo e per ogni condizione ambientale una **velocità (o numero di Mach) minima** al di sopra della quale il riscaldamento cinetico prevale sui fattori favorevoli alla formazione: il ghiaccio non si forma affatto. È il valore calcolato con la (2.4).

Ciò giustifica il fatto che le procedure di uscita dalle condizioni di ghiaccio prescrivano sempre di **aumentare la velocità di volo**. L'incremento oltre il livello di equilibrio favorisce inoltre l'azione meccanica di pulizia delle superfici contaminate, contrastando le forze di adesione superficiale del ghiaccio e di coesione degli accrescimenti stessi — che, come sappiamo, sono spesso di tipo non omogeneo, contenendo sia aria sia acqua liquida. L'aumento di velocità, infine, consente di ottenere la portanza utile a incidenze più basse, e ciò costituisce una garanzia rispetto alla riduzione di $C_{L,max}$ e dell'angolo di stallo provocata dal ghiaccio.

5.8 Sintesi: chi è veramente a rischio

Le considerazioni di questo capitolo permettono di concludere che il problema dell'accrescimento di ghiaccio riguarda prevalentemente i velivoli **"piccoli e lenti"**. Essi infatti:

- hanno corde piccole, dunque K elevato ed efficienza di cattura alta;
- hanno quote operative proprio nell'intervallo più favorevole all'accrescimento (al di sotto dei 3000 m);
- volano a velocità inferiori a quella di equilibrio termico;
- hanno potenze installate ridotte per l'alimentazione di sistemi antighiaccio;

- hanno sistemi propulsivi (turboeliche, rotori di elicottero) intrinsecamente più sensibili al fenomeno.

Per i **velivoli di grandi dimensioni** il ghiaccio costituisce un problema essenzialmente *per i motori*: le superfici portanti sono ampiamente al sicuro grazie alle grandi corde e alle quote e velocità operative.

Per i **velivoli militari da combattimento**, che pure sono piccoli, l'esubero di potenza installata, le elevate velocità e quote operative e l'aerodinamica delle superfici portanti — con bordi d'attacco aguzzi e a freccia — rappresentano adeguate garanzie nei confronti del problema.

Il senso di tutto questo

Abbiamo quantificato il danno. Adesso servono i rimedi. Il prossimo capitolo passa in rassegna i sistemi di protezione, e lo fa con lo stesso metodo usato finora: non elencandoli, ma calcolando quanta energia ciascuno richiede. Perché è proprio il bilancio energetico — lo stesso che ha deciso la morfologia del ghiaccio — a decidere anche quale sistema un dato velivolo può permettersi.

I sistemi di protezione dal ghiaccio

Dove stiamo andando

Questo capitolo passa in rassegna i sistemi con cui il ghiaccio viene prevenuto o rimosso. Non lo faremo elencandoli, ma *calcolandoli*: per ciascuna famiglia stimeremo l'energia richiesta e la confronteremo con quella che il velivolo può realisticamente rendere disponibile. Vedremo così che la scelta del sistema non è una preferenza tecnologica, ma la conseguenza obbligata di un bilancio energetico — lo stesso bilancio che, nel Capitolo 4, decideva la morfologia del ghiaccio. Chiuderemo con i sistemi in fase di studio e con il trattamento a terra.

6.1 Che cosa va protetto

I regolamenti prevedono che i sistemi di protezione debbano essere presenti sui seguenti componenti del velivolo:

- i **bordi d'attacco** delle ali, degli impennaggi e delle prese d'aria motore;
- le **pale delle eliche** e dei rotori degli elicotteri;
- i **parabrezza** della cabina di pilotaggio;
- i **sensori** degli strumenti di volo (tubi di Pitot, prese statiche, sonde di temperatura, sensori di incidenza);
- particolari **appendici esterne** — antenne, lampade, eccetera — se la formazione di ghiaccio su di esse può, in qualunque modo, ridurre la sicurezza del volo.

Osservazione

Si noti che l'elenco non è definito per *tipo di componente* ma per *effetto sulla sicurezza*: l'ultima voce è una clausola aperta che obbliga il progettista a un'analisi caso per caso. Un'antenna apparentemente innocua diventa un componente critico se il ghiaccio che vi si forma può staccarsi e finire in un motore.

Come stabilito nel §5.5, la protezione non è necessariamente estesa a tutta l'apertura: sulle grandi ali da trasporto è tipicamente limitata allo *slat* dell'*outboard wing*, perché le corde della zona interna sono troppo grandi perché la cattura sia significativa.

6.2 Le quattro famiglie convenzionali

6.2.1 Sistemi pneumatici a impulso (*de-icing*)

Sono i *boots*: camere in gomma sintetica rinforzata con tessuto, applicate sul bordo d'attacco, al cui interno corrono tubi che vengono gonfiati alternativamente. Il gonfiaggio deforma bruscamente la superficie, **frattura** lo strato di ghiaccio in formazione e ne provoca il **distacco**.

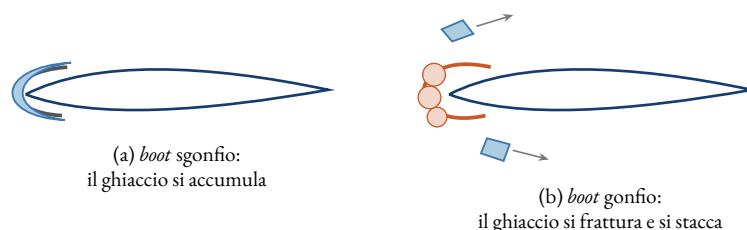


Figura 6.1. Principio di funzionamento del *de-icing* pneumatico a camere gonfiabili. Il sistema accetta per costruzione che uno strato di ghiaccio si formi fra un ciclo e il successivo.

Vantaggi	Svantaggi
Relativamente economico	Penalizzazione aerodinamica: le camere gonfiate/sgonfiate e l'accumulo di ghiaccio fra un ciclo e l'altro
Relativamente leggero	Restrizioni per il volo transonico
Bassissimo consumo di aria di spillamento	Vita limitata: usura ed erosione della gomma
Tecnologia consolidata e collaudata	Scarsa resistenza a oli e fluidi idraulici; possibile ingresso di acqua attraverso microfori nella gomma o attraverso l'alimentazione; richiesta aspirazione costante quando non in uso

6.2.2 Sistemi a fluido (*anti-icing*)

Un liquido abbassatore del punto di congelamento (FPD, *Freezing Point Depressant*) viene fatto trasudare attraverso una pelle porosa applicata sulla superficie da proteggere, abbassando la temperatura di congelamento delle goccioline soprafuse che vi impattano.

Vantaggi	Svantaggi
Nessun consumo di aria di spillamento	Peso elevato: occorre un serbatoio
Bordo d'attacco sempre pulito	Logistica: disponibilità e costo del fluido
Tecnologia consolidata	Vincoli ambientali; il rivestimento poroso deve restare tale (fori aperti); resistenza aggiuntiva dovuta alla rugosità del bordo poroso

6.2.3 Sistemi elettrotermici

Elementi riscaldanti annegati nel rivestimento forniscono calore all'area della superficie da proteggere, fondendo il ghiaccio in formazione (uso *de-icing* ciclico) oppure impedendone la formazione (uso *anti-icing* continuo).

Vantaggi	Svantaggi
Nessun consumo di aria di spillamento	Elevato consumo energetico (valore tipico 12 W/in^2) e peso del generatore aggiuntivo
Tecnologia consolidata	Sensibile ai danni da corpi estranei (FOD)
	Uso ciclico: richiede un controllore o un termostato
	Problemi di surriscaldamento se impiegato in combinazione con materiali compositi

6.2.4 Sistemi ad aria calda

Aria ad alta temperatura, spillata dal compressore del motore (*bleed air*), viene inviata all'interno del bordo d'attacco — a volte attraverso un tubo forato detto *spray tube* — per innalzarne la temperatura, impedendo il congelamento delle goccioline soprafuse o fondendo il ghiaccio già formato.

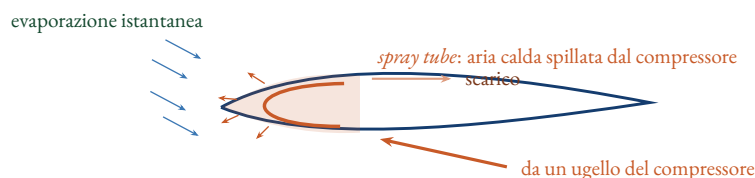


Figura 6.2. Sistema *anti-icing* ad aria calda. In configurazione completamente evaporativa le goccioline vengono vaporizzate all'impatto e non esiste acqua di *run back*.

Vantaggi	Svantaggi
Superficie aerodinamicamente pulita, se il sistema è <i>completamente evaporativo</i>	Peso dell'impianto di distribuzione dell'aria, delle unità di controllo di temperatura e portata
Tecnologia consolidata	Degrado aerodinamico se impiegato come <i>de-icing</i>
Il consumo di aria di spillamento si può ridurre trasformando il sistema in <i>de-icing</i> senza riprogettarlo	Penalizzazione significativa sulle prestazioni del motore, specie per i moderni turbofan ad alto rapporto di diluizione
	Degrado aerodinamico dovuto al ghiaccio di <i>run back</i> quando il sistema lavora in regime <i>running wet</i>

Evaporativo o *running wet*?

La distinzione è tecnicamente decisiva. Un sistema **completamente evaporativo** fornisce energia sufficiente a riscaldare l'acqua catturata fino a 0°C e a farla evaporare: non esiste acqua liquida sulla superficie, quindi non esiste *run back* e non esiste ghiaccio a valle della zona protetta.

Un sistema ***running wet*** si limita a mantenere la superficie sopra zero: l'acqua non ghiaccia sul bordo d'attacco, ma scorre a valle e ghiaccia là dove la protezione finisce, generando esattamente la cresta di ghiaccio in posizione aerodinamicamente sfavorevole descritta nel §2.6. Il risparmio energetico si paga con un degrado prestazionale, e talvolta con un peggioramento rispetto all'assenza di protezione.

6.3 Quanta energia serve davvero

Esercizio svolto 15 — Dimensionamento di un sistema elettrotermico

Si vuole proteggere il bordo d'attacco alare di un velivolo con un sistema elettrotermico. La striscia da proteggere è larga 0,12 m e si estende per 11 m di apertura totale. La densità di potenza tipica è 12 W/in^2 . L'impianto elettrico è a 28 V in corrente continua. Determinare la potenza e la corrente richieste in funzionamento continuo e discutere la fattibilità.

1. Conversione della densità di potenza

$$1\text{ in}^2 = (0,0254\text{ m})^2 = 6,4516 \times 10^{-4}\text{ m}^2,$$

$$\dot{q} = \frac{12}{6,4516 \times 10^{-4}} = 18\,600\text{ W/m}^2 = 18,6\text{ kW/m}^2.$$

2. Area protetta e potenza

$$A = 11 \cdot 0,12 = 1,32 \text{ m}^2, \quad P = A \dot{q} = 1,32 \cdot 18\,600 = 24,6 \text{ kW}.$$

3. Corrente

$$I = \frac{P}{V} = \frac{24\,550}{28} = 877 \text{ A}.$$

4. Funzionamento ciclico a zone

Numero di zone	P istantanea [kW]	I [A]
1 (continuo)	24,55	877
4	6,14	219
6	4,09	146
8	3,07	110

► **Discussione.** Ottocentottantasette ampere a 28 V sono semplicemente irrealizzabili su un velivolo: i cavi avrebbero sezioni da autobus e il generatore peserebbe più dell'ala che deve proteggere.

Ed ecco perché i sistemi elettrotermici lavorano quasi sempre in modo **ciclico a zone**: la superficie è divisa in settori riscaldati a turno, cosicché in ogni istante è alimentata solo una frazione dell'area totale. Con sei zone la corrente scende a 146 A, un valore gestibile con un generatore di taglia normale.

Il prezzo di questa scelta è che il sistema diventa di fatto un *de-icing*: fra un'attivazione e la successiva, ciascuna zona accumula ghiaccio. È la conferma del principio enunciato nel Capitolo 1: **la filosofia di protezione non si sceglie, la si subisce, ed è la potenza disponibile a imporla.**

Limite di validità: il valore di 12 W/in² è una densità di riferimento per un funzionamento *anti-icing* evaporativo; per un ciclo di *de-icing* servono densità istantanee più alte ma per tempi brevissimi, e il dimensionamento va fatto sull'energia per ciclo, non sulla potenza media.

Esercizio svolto 16 — Dimensionamento di un sistema ad aria calda evaporativo

Lo stesso bordo d'attacco (1,32 m²) va protetto con un sistema *anti-icing* completamente evaporativo ad aria calda. Le condizioni sono: $V_\infty = 90 \text{ m/s}$, $T_\infty = -8^\circ\text{C}$, $\text{LWC} = 0,6 \text{ g/m}^3$, efficienza di cattura media sulla striscia protetta $\tilde{\beta} = 0,25$, $h = 500 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$, temperatura della superficie da mantenere $T_s = 20^\circ\text{C}$.

Determinare la potenza termica richiesta e la portata di aria calda necessaria; valutare il prelievo dai motori.

1. Portata d'acqua media sulla striscia

$$\dot{m}_c = \tilde{\beta} \text{LWC } V_\infty = 0,25 \cdot 0,6 \times 10^{-3} \cdot 90 = 0,0135 \text{ kg/(m}^2\text{ s)}.$$

2. Energia per trattare l'acqua

Occorre riscaldarla da -8°C a 0°C e poi vaporizzarla:

$$\dot{q}_{\text{acqua}} = \dot{m}_c (c_{p,w} |T_\infty| + L_v) = 0,0135 (4218 \cdot 8 + 2,50 \times 10^6),$$

$$\dot{q}_{\text{acqua}} = 0,0135 (33\,744 + 2\,500\,000) = 34\,206 \text{ W/m}^2,$$

di cui appena 456 W/m² per il riscaldamento e 33 750 W/m² per la vaporizzazione: il 99 % dell'energia serve al cambiamento di stato.

3. Perdite per convezione

$$T_{\text{rec}} = -8 + 0,896 \frac{90^2}{2 \cdot 1005} = -4,39^\circ\text{C},$$

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h(T_s - T_{\text{rec}}) = 500(20 + 4,39) = 12\,194 \text{ W/m}^2.$$

4. Potenza totale

$$\dot{q}_{\text{tot}} = 34206 + 12194 = 46\,400 \text{ W/m}^2 = 46,4 \text{ kW/m}^2,$$

$$Q = \dot{q}_{\text{tot}} A = 46\,400 \cdot 1,32 = 61,2 \text{ kW}.$$

5. Portata di aria calda

Se l'aria calda cede il proprio calore raffreddandosi di ΔT :

$$\dot{m}_{\text{aria}} = \frac{Q}{c_{p,a} \Delta T} : \quad \Delta T = 100 \text{ K} \Rightarrow \dot{m}_{\text{aria}} = 0,609 \text{ kg/s},$$

$$\Delta T = 150 \text{ K} \Rightarrow \dot{m}_{\text{aria}} = 0,406 \text{ kg/s}.$$

6. Prelievo dai motori

Con due motori la cui portata al nucleo sia 20 kg/s ciascuno:

$$\frac{0,609}{2 \cdot 20} = 1,5 \text{ \%}.$$

► **Discussione.** Il confronto con l'Esercizio 15 è illuminante. Il sistema evaporativo richiede 61,2 kW contro i 24,6 kW dell'elettrotermico: più del doppio. Ma i 61,2 kW sono *energia termica di scarto* già disponibile nel compressore, mentre i 24,6 kW sono *energia elettrica* che va prodotta con un generatore. Un turbogetto può permettersi il primo; un piccolo turboelica non può permettersi né l'uno né l'altro in continuo, e ricorre ai *boots* pneumatici.

L'1,5 % di spillamento sembra modesto, ma è tutt'altro che gratuito: l'aria spillata è stata già compressa, e sottrarla significa ridurre la spinta e aumentare il consumo specifico. La penalizzazione cresce con il rapporto di diluizione, perché nei turbofan moderni il nucleo è proporzionalmente piccolo e l'aria spillata pesa di più sul suo funzionamento. È esattamente lo svantaggio riportato nella tabella del §6.2.4.

Limite di validità: il calcolo assume h uniforme sulla striscia e trascura la conduzione lungo la struttura, che nella realtà distribuisce il calore e riduce leggermente il fabbisogno. Trascura anche l'irraggiamento, del tutto lecito a queste temperature.

6.4 I sistemi in fase di studio e sviluppo

Accanto alle quattro famiglie consolidate, la ricerca ha sviluppato diverse soluzioni alternative, alcune delle quali già in fase avanzata. Il filo conduttore comune è la ricerca di un **basso consumo energetico**: si tratta quasi tutti di sistemi *de-icing* basati su un'azione meccanica impulsiva anziché termica.

Tabella 6.1. Sistemi di protezione in fase di studio o sviluppo.

Sistema	Principio	Punti critici
EESS / EEDS (<i>Electro-Expulsive Separation / De-icing System</i>)	Conduttori annegati in una coperta elastomerica che riveste la superficie. Correnti opposte in due strati generano campi magnetici repulsivi: lo strato superiore viene accelerato così bruscamente da distruggere il legame ghiaccio-coperta.	Ghiaccio residuo fra un ciclo e l'altro; il rivestimento elastomerico tende a staccarsi; effetti della fulminazione non noti; vita utile legata alla resistenza a pioggia, sabbia, erosione, oli e fluidi idraulici.
ECRDIB (<i>Eddy Current Repulsion De-icing Boot</i>)	Come sopra, ma la repulsione è ottenuta con correnti parassite (<i>eddy currents</i>) anziché con campi generati direttamente.	Analoghi al precedente.
PIIP (<i>Pneumatic Impulse Ice Protection</i>)	Tubi a impulso pneumatico ricoperti da una pelle in titanio applicata sul rivestimento del bordo d'attacco. Aria ad alta pressione dilata la superficie di poche centesimi di millimetro, sufficienti a distaccare il ghiaccio senza frantumare la superficie.	Richiede aria ad alta pressione; non incollabile su rivestimento in alluminio; fatica della pelle in titanio, con riduzione della lisciatura aerodinamica e della vita utile.
EIDI (<i>Electromagnetic Impulse De-Icing</i>)	Bobine piatte alloggiare all'interno del bordo d'attacco inducono correnti parassite nel rivestimento metallico: il rivestimento e lo strato di ghiaccio si deformano e il legame si rompe.	Difficile adattamento al <i>retro-fit</i> ; possibili problemi di fatica e di interferenza elettromagnetica; non ancora provato su velivoli da trasporto; manutenzione di un sistema attivo a livelli di potenza elettrica letali.
SMA (<i>Shape Memory Alloy</i>)	Leghe a memoria di forma capaci di deformazioni fino all'8% in un intervallo di temperatura di transizione stretto. Riscaldare elettrotermicamente, generano sforzi interni e un'azione di frattura del ghiaccio.	In applicazione fissa può servire un sistema aggiuntivo per espellere il ghiaccio distaccato, che sulle superfici fisse non se ne va da solo (sulle pale rotanti provvede la forza centrifuga). Non ancora installato su velivolo o elica.
Tessuti riscaldanti in fibra di carbonio nichelata	Stuoia riscaldante sottilissima, simile a un tessuto, incorporabile nel laminato (in vetroresina o in silicone). Molto leggera (dell'ordine di 1 kg per 50 m ²), autoregolante in temperatura, alimentabile da 12 V c.c. a 280 V c.a.	La laminazione deve essere eseguita professionalmente e con controllo di qualità; richiede circuiteria di parzializzazione per un efficiente controllo di potenza.

La de-icing penalty

Praticamente tutti i sistemi meccanici della tabella condividono lo stesso svantaggio, che nella letteratura tecnica si indica come *typical de-icing penalties*: la penalizzazione aerodinamica dovuta al ghiaccio residuo che resta aderente dopo il ciclo e a quello che si accumula fra un ciclo e il successivo. È una conseguenza inevitabile della scelta *de-icing*, non un difetto di realizzazione. Solo un sistema *anti-icing* completamente

evaporativo la elimina, ma al prezzo energetico calcolato nell'Esercizio 16.

6.5 Il trattamento a terra

Il pilota può richiedere, immediatamente prima del decollo, il trattamento delle superfici dell'ala e degli impennaggi con liquido sghiacciante (*anti-icing fluid*), nel caso in cui le condizioni ambientali siano favorevoli alla formazione del ghiaccio con velivolo a terra.

Holdover time

Si dice **holdover time** l'intervallo di tempo, a partire dall'applicazione del liquido, durante il quale il liquido stesso mantiene la propria efficacia protettiva. Dipende dal tipo di fluido, dalla sua concentrazione, dalla temperatura ambiente e dal tipo e intensità della precipitazione in atto.

Come stabilito nel §1.4, il decollo deve essere completato *entro l'holdover time*; scaduto quest'ultimo, il trattamento va ripetuto. È l'applicazione operativa diretta del *clean wing concept*.

6.6 Il criterio di scelta

In generale, l'adozione del tipo di sistema di protezione dipende dalla **categoria del velivolo** e, quindi, dall'**energia che esso può rendere disponibile** per il funzionamento di tali sistemi. Il quadro riassuntivo è il seguente.

Tabella 6.2. Criterio di scelta del sistema di protezione per categoria di velivolo e componente.

Applicazione	Sistema tipico	Motivo
Bordo d'attacco alare, turbogetto medio/grande	<i>Anti-icing</i> ad aria calda (talvolta con <i>spray tube</i>)	Aria calda abbondante dal compressore; evaporazione istantanea delle goccioline; superficie sempre pulita
Bordo d'attacco alare, turboelica	<i>De-icing</i> pneumatico (<i>boots</i>)	Minore impegno di potenza da sottrarre al motore; il costo aerodinamico è accettabile alle velocità in gioco
Labbro delle prese d'aria	<i>Anti-icing</i> (quasi sempre)	Occorre salvaguardare le palette del compressore dall'ingestione di pezzi di ghiaccio: il distacco non è tollerabile
Pale di eliche e rotor	<i>Anti-icing</i> elettrotermico (guaine con resistenze)	Non è praticabile altro; la forza centrifuga aiuta l'espulsione ma il distacco asimmetrico va evitato
Parabrezza, sensori	Elettrotermico continuo	Aree piccole, potenze modeste, criticità elevata

Il senso di tutto questo

Il quadro tecnico è completo: sappiamo prevedere il ghiaccio, valutarne il danno e sceglierne il rimedio. Manca l'ultimo anello, che in aeronautica non è mai facoltativo: *come si dimostra*, davanti a un'autorità, che tutto questo funziona. È l'oggetto dell'ultimo capitolo, e vedremo che la struttura del ragionamento normativo ricalca fedelmente la struttura fisica del problema che abbiamo studiato.

La certificazione in ghiaccio

Dove stiamo andando

Ultimo anello. In aeronautica non basta che una cosa funzioni: bisogna poterlo *dimostrare* a un'autorità, con un metodo concordato. Questo capitolo descrive l'impianto normativo della certificazione in ghiaccio: quali condizioni meteorologiche vanno verificate, quali prove vanno eseguite, e soprattutto come si intrecciano prove di volo, galleria e calcolo. Vedremo che la struttura del ragionamento normativo ricalca fedelmente la struttura fisica che abbiamo studiato — non è un caso, è il risultato di trent'anni di dialogo fra costruttori ed enti certificanti.

7.1 Il quadro normativo

I requisiti di base per la certificazione in ghiaccio sono contenuti nel paragrafo **25.1419** delle FAR/JAR. Attorno a esso ruotano alcuni documenti complementari:

- l'**Appendice C** degli stessi regolamenti, che definisce le condizioni meteorologiche più gravose da assumere per la verifica della rispondenza ai requisiti di sicurezza;
- le note **ACJ 25.1419** (*Advisory Circular Joint*) e **JAR AMJ 25.1495** (*Advisory Material Joint*), che contengono una guida abbastanza dettagliata e concreta delle modalità con le quali è possibile effettuare tale verifica.

Nota

Le stesse norme sono in massima parte valide anche per l'analoga certificazione dei velivoli militari, con gli adattamenti previsti dalle specifiche militari nazionali. Il requisito di base è comunque sempre lo stesso, ed è quello enunciato nel Capitolo 1: la sicurezza del volo deve essere dimostrata e conservata *in tutto l'inviluppo di volo previsto* per il velivolo.

7.2 Le condizioni meteorologiche regolamentari

Occorre verificare i casi più gravosi fra quelli di seguito descritti.

Maximum Continuous Icing

Volo **continuo** in condizioni di ghiaccio, cioè attraversamento di una nube di data temperatura e dato LWC, con goccioline di 20 μm , per la durata di 30 min.

Maximum Intermittent Icing

Volo attraverso **tre nubi** di 5 km di estensione orizzontale ciascuna, intervallate da tratti di volo in aria secca della stessa estensione, con le nubi aventi la stessa temperatura e la stessa dimensione delle goccioline del caso precedente ma LWC nettamente maggiore.

Spettro dimensionale

Va considerato **l'intero spettro delle dimensioni delle goccioline reperibili in natura** — è accettato quello classificato da Langmuir — per la determinazione dell'efficienza di cattura; e vanno considerate dimensioni fino a un massimo di $50\text{ }\mu\text{m}$ per la definizione dei *limiti di impingement*.

Perché due criteri diversi per lo spettro

La distinzione fra i due usi dello spettro non è burocratica, ed è la diretta conseguenza di quanto abbiamo calcolato nel Capitolo 3. L'*efficienza* di cattura totale è una grandezza integrale e va pesata su tutto lo spettro; i *limiti di impingement*, invece, sono determinati dalle gocce *più grandi*, perché sono quelle che, avendo K maggiore, colpiscono più indietro lungo la corda (si veda la Tab. 3.1). Verificare i limiti con l'MVD medio porterebbe a dimensionare una protezione troppo corta.

Esercizio svolto 17 — Confronto fra ghiaccio continuo e intermittente

Un velivolo da trasporto regionale ha ala di corda media $c = 1,50\text{ m}$, apertura bagnata $b = 14\text{ m}$, spessore relativo 12 %, ed efficienza di cattura totale $E = 0,30$. Vola a $V_\infty = 90\text{ m/s}$. Confrontare le due condizioni regolamentari:

- (a) *continuous maximum*: $\text{LWC} = 0,6\text{ g/m}^3$ per 30 min;
 (b) *intermittent maximum*: $\text{LWC} = 2,0\text{ g/m}^3$ in tre nubi di 5 km ciascuna.
 Assumere $n = 1$ e determinare in entrambi i casi la massa d'acqua catturata.

1. Altezza della proiezione frontale

$$H = 0,12 \cdot 1,50 = 0,180\text{ m.}$$

2. Portata catturata

Dalla relazione ricavata nell'Esercizio 6:

$$\dot{M} = \text{LWC } V_\infty E H b.$$

Caso (a):

$$\dot{M}_a = 0,6 \times 10^{-3} \cdot 90 \cdot 0,30 \cdot 0,180 \cdot 14 = 0,0408\text{ kg/s.}$$

Caso (b):

$$\dot{M}_b = \dot{M}_a \cdot \frac{2,0}{0,6} = 0,1361\text{ kg/s.}$$

3. Durata dell'esposizione

Caso (a): $t_a = 1800\text{ s}$; spazio percorso $90 \cdot 1800 = 162\text{ km}$.

Caso (b): tre nubi da 5 km,

$$t_b = \frac{3 \cdot 5000}{90} = 166,7\text{ s.}$$

4. Masse catturate

$$M_a = 0,0408 \cdot 1800 = 73,5\text{ kg} \quad (P_a = 721\text{ N}),$$

$$M_b = 0,1361 \cdot 166,7 = 22,7\text{ kg.}$$

► **Discussione.** I due criteri verificano cose diverse, ed è per questo che il regolamento li impone entrambi.

Il caso *continuo* produce la **massa totale** maggiore (73,5 contro 22,7 kg, cioè più del triplo): è il criterio dimensionante per l'*estensione* dell'accrescimento e per l'autonomia energetica del sistema di protezione, che deve funzionare per mezz'ora consecutiva.

Il caso *intermittente* produce invece il **rateo istantaneo** maggiore (0,136 contro 0,041 kg/s, cioè 3,3 volte tanto): è il criterio dimensionante per la *potenza di picco* del sistema di protezione e per la forma locale del deposito, perché un rateo elevato in tempo breve produce morfologie diverse — tipicamente più *glaze*, perché il bilancio termico non riesce a smaltire tanto calore latente in così poco tempo.

Si osservi infine, a conferma di quanto affermato nel Capitolo 1, che i 73,5 kg corrispondono a 721 N: su un velivolo regionale da 125 kN sono lo 0,6 % del peso. *Non è il peso il problema.*

Limite di validità: il calcolo assume E costante nel tempo e $n = 1$. Nel caso intermittente, in particolare, $n < 1$ è assai probabile e la massa effettivamente solidificata sarebbe inferiore, con la differenza distribuita a valle come acqua di *run back*.

7.3 Le prove

7.3.1 Prove di volo in ghiaccio naturale

Vanno eseguite **in ogni caso**. Servono a validare gli studi che hanno consentito di generare le forme di ghiaccio più gravose, successivamente provate in volo con forme simulate artificiali. Sono la base sperimentale su cui poggia tutto il resto.

7.3.2 Prove di volo in ghiaccio simulato

Si applicano al velivolo sagome artificiali riproducenti le forme di ghiaccio previste, e si vola. Occorre considerare anche il caso di **avaria dei sistemi di protezione**, provando le superfici più importanti con forme artificiali alte 3 in (≈ 76 mm), e ciò *indipendentemente dalle dimensioni del velivolo*.

Osservazione

La prescrizione dei 3 in indipendenti dalle dimensioni è severa e volutamente non scalata: riflette il fatto che, in caso di avaria del sistema, l'accrescimento procede indisturbato e non c'è motivo per cui un velivolo grande debba accumularne di meno in valore assoluto. Va peraltro letta insieme a quanto stabilito nel §5.5: su un profilo di corda 4 m una protuberanza di 76 mm è meno del 2 % della corda, su un profilo di 0,5 m è il 15 %. La stessa prescrizione è quindi implicitamente molto più gravosa per il velivolo piccolo, coerentemente con la fisica del problema.

7.3.3 Prove in galleria del ghiaccio

L'*Icing Research Tunnel* consente di riprodurre in modo controllato temperatura, velocità, LWC e spettro dimensionale delle goccioline. È lo strumento che permette di generare le forme di ghiaccio di riferimento e di validare i codici di calcolo.

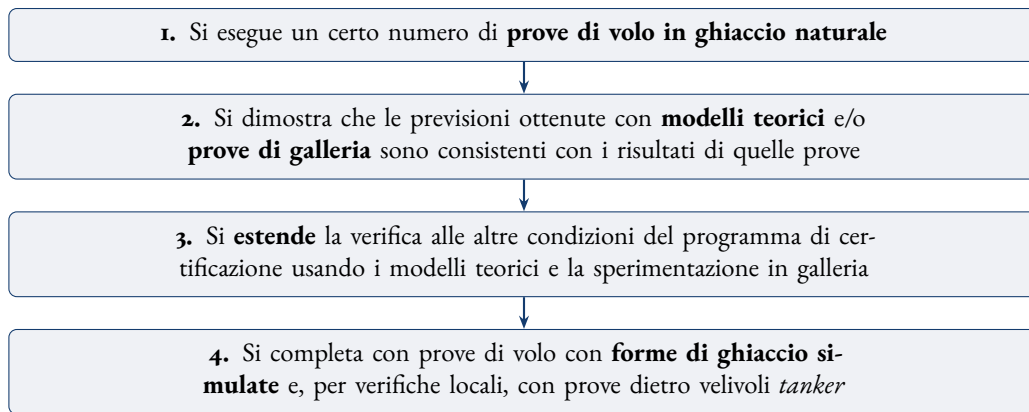
7.3.4 Prove dietro velivolo *tanker*

Per verifiche “locali” si può ricorrere a prove di volo dietro a un velivolo cisterna che spruzza una nube d'acqua calibrata, in cui il velivolo in prova viene fatto volare. Permette di esplorare condizioni altrimenti difficili da trovare in atmosfera libera.

7.4 Come si costruisce una campagna di certificazione

Le modalità con cui si ottiene la certificazione in ghiaccio di un velivolo vengono definite *congiuntamente* dal costruttore e dall'ente certificante, mediante la stesura di un programma di attività che, proposto dal costruttore, è oggetto di negoziazione fino alla sua accettazione.

In pratica la struttura logica è sempre la seguente:



Il principio che regge tutto l'impianto

Il calcolo **non sostituisce** la prova: la **estende**. La prova in ghiaccio naturale è irrinunciabile perché è l'unica che valida il modello; una volta validato, il modello può esplorare economicamente lo spazio delle condizioni che sarebbe impossibile provare una per una.

Perché è stato necessario questo compromesso

Le procedure di certificazione e qualificazione in ghiaccio del velivolo e dei relativi sistemi di protezione sono **lunghe e costose**. Inoltre, nell'ambito del normale inviluppo di volo, devono essere definite e dimostrate le procedure da attuarsi in caso di avaria dei sistemi antighiaccio. Le avioilinee commerciali, d'altro canto, richiedono ai costruttori la capacità di volare in *tutte* le condizioni meteorologiche.

In fase di qualificazione non è sempre facile individuare e localizzare le condizioni ambientali più critiche previste dai regolamenti: le campagne possono risultare particolarmente onerose in termini di tempi e di costi. È per questo che gli enti certificanti hanno accettato l'idea di verificare la sicurezza del volo utilizzando **forme di ghiaccio simulate** in sostituzione degli accrescimenti di ghiaccio "naturale", sempre che tali forme simulate siano dimostrabilmente rappresentative di quelle che effettivamente si generano nelle reali condizioni ambientali.

È esattamente questa apertura che ha reso necessario — e quindi possibile — lo sviluppo di metodi CFD sempre più sofisticati, congiuntamente all'impiego della sperimentazione in galleria, per la previsione dell'accrescimento e per la valutazione del degrado delle caratteristiche aerodinamiche.

7.5 Conclusione

Siamo partiti da una gocciolina d'acqua di venti micrometri che, in una nube a quindici gradi sotto zero, si ostina a restare liquida. Siamo arrivati a un programma di certificazione negoziato fra un costruttore e un'autorità. In mezzo ci sono stati un diagramma di stato, un'equazione del moto adimensionalizzata, due bilanci di conservazione, un coefficiente di scambio termico che si è rivelato la grandezza peggio determinata di tutto il modello, e una serie di conseguenze prestazionali che nessun pilota vorrebbe incontrare.

Il senso di tutto questo

Vale la pena di isolare i cinque risultati che, se anche si dimenticasse tutto il resto, andrebbero conservati.

1. L'acqua di una nube può essere liquida ben sotto lo zero perché è *metastabile*: è il velivolo a fornire il nucleo di congelamento che le mancava.
2. La cattura è governata da un solo gruppo adimensionale, $K \propto d^2/c$: *gocce grandi e corpi piccoli catturano di più*. Da qui discende, senza altre ipotesi, il fatto che il ghiaccio sia un problema dei velivoli piccoli e lenti.
3. Quanta acqua ghiaccia sul posto lo decide un bilancio energetico, riassunto nella *freezing fraction* n . Con $n \simeq 1$ si ha *rime*, benigno; con $n < 1$ si ha *run back*, doppio corno e *glaze*, che è circa il doppio più dannoso.
4. Il danno non è il peso: è la perdita di $C_{L,\max}$ (fino al 40 %), l'aumento di resistenza (fino a cinque volte) e lo spostamento del punto di stallo. Una rugosità di un quarto di millimetro basta a far perdere un terzo della portanza massima.
5. La scelta del sistema di protezione non è tecnologica ma energetica: si può avere ciò che il velivolo è in grado di alimentare, e niente di più.

E infine una lezione di metodo, che vale ben oltre questo argomento: in questo problema l'incertezza dominante non sta nella matematica — che è pulita, e che sappiamo integrare con la precisione che vogliamo — ma nella *fisica dello strato limite su superficie rugosa*. Raffinare la discretizzazione non serve a niente se il modello fisico sottostante ha un'incertezza del sessanta per cento. Riconoscere dove sta davvero l'incertezza di un calcolo è, forse, la competenza ingegneristica più difficile da acquisire.

Costanti e proprietà termofisiche

Tutti i valori numerici usati nella monografia sono raccolti qui. Sono i valori con cui sono stati eseguiti i calcoli degli esercizi: usandone altri si otterranno risultati leggermente diversi, ed è normale.

A.1 Costanti universali e dell'aria

Grandezza	Simbolo	Valore
Accelerazione di gravità (standard)	g	9,806 65 m/s ²
Costante dell'aria secca	R	287,05 J/(kg K)
Rapporto dei calori specifici (aria)	γ	1,40
Calore specifico a pressione costante (aria)	$c_{p,a}$	1005 J/(kg K)
Numero di Prandtl (aria)	Pr	0,72
Numero di Lewis (aria/vapore)	Le	0,875
Conducibilità termica dell'aria (≈ 265 K)	K_L	0,0237 W/(m K)
Massa molare dell'acqua / dell'aria	—	0,622

A.2 Proprietà dell'acqua e del ghiaccio

Grandezza	Simbolo	Valore
Densità dell'acqua liquida	ρ_w	1000 kg/m ³
Calore specifico dell'acqua liquida (0 °C)	$c_{p,w}$	4218 J/(kg K)
Calore specifico del ghiaccio (0 °C)	$c_{p,g}$	2050 J/(kg K)
Calore latente di fusione	L_f	$3,34 \times 10^5$ J/kg
Calore latente di vaporizzazione	L_v	$2,50 \times 10^6$ J/kg
Calore latente di sublimazione ($= L_f + L_v$)	L_s	$2,83 \times 10^6$ J/kg
Densità del ghiaccio compatto	—	917 kg/m ³
Densità tipica del <i>rime</i>	ρ_g	da 300 kg/m ³ –700 kg/m ³
Densità tipica del <i>glaze</i>	ρ_g	da 800 kg/m ³ –917 kg/m ³
Pressione al punto triplo	p_3	611,66 Pa
Temperatura al punto triplo	T_3	0,01 °C

Osservazione

Il rapporto $L_v/L_f = 7,5$ merita di essere memorizzato: è la ragione per cui, nell'Esercizio 10, il quattro per cento di acqua evaporata asporta più calore di tutta la convezione.

A.3 Atmosfera standard: valori di riferimento usati

h [m]	T [°C]	p [kPa]	ρ [kg/m ³]	μ [Pa s]
0	15,00	101,33	1,2250	$1,789 \times 10^{-5}$
1500	5,25	84,56	1,0581	$1,742 \times 10^{-5}$
3000	−4,50	70,11	0,9091	$1,694 \times 10^{-5}$
5000	−17,50	54,02	0,7361	$1,628 \times 10^{-5}$

A.4 Formule empiriche usate

Grandezza	Correlazione
Viscosità dinamica dell'aria (Sutherland)	$\mu = 1,458 \times 10^{-6} T^{3/2}/(T + 110,4)$, T in K
Pressione di vapore saturo (Magnus–Tetens)	$p_{\text{sat}} = 610,94 \exp[17,625 T/(T + 243,04)]$, T in °C
Resistenza della sfera (Langmuir–Blodgett)	$C_d Re/24 = 1 + 0,197 Re^{0,63} + 0,00026 Re^{1,38}$
Fattore di recupero	$r = \sqrt{Pr}$ (laminare), $r = \sqrt[3]{Pr}$ (turbolento)
Scambio termico al ristagno	$h = \frac{1}{2} K_L \sqrt{(dU_c/ds)_{\text{ris}}/\nu}$
Verifica indipendente (cilindro)	$Nu_D = 1,14 Re_D^{1/2} Pr^{0,4}$
Transizione (Horton–von Doenhoff)	$U(s)K_s/\nu = 600$

A.5 Fattori di conversione ricorrenti

Da	A
1 in	0,0254 m
1 in ²	$6,4516 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
1 W/in ²	1550 W/m ²
12 W/in ²	18 600 W/m ²
1 ft	0,3048 m
10 000 ft	3048 m
1 m/s	196,85 ft/min
1 mmHg	133,32 Pa
1 g/m ³	$1 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$
1 μm	$1 \times 10^{-6} \text{ m}$

Richiami di termodinamica, strato limite e calcolo numerico

Questa appendice raccoglie i concetti che la monografia usa dandoli per noti. Non sostituisce un corso: fissa le definizioni e i risultati strettamente necessari a rendere il testo autoconsistente.

B.1 Grandezze termiche fondamentali

Calore specifico

Si dice **calore specifico** c di una sostanza la quantità di calore necessaria per innalzare di un kelvin la temperatura dell'unità di massa:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\partial Q}{\partial T} \quad [c] = \text{J}/(\text{kg K}).$$

Per i gas si distingue fra calore specifico a pressione costante c_p e a volume costante c_v , legati da $c_p - c_v = R$ e $\gamma = c_p/c_v$. Per liquidi e solidi la distinzione è irrilevante.

Entalpia specifica

Si dice **entalpia specifica** la grandezza $h = u + p/\rho$, dove u è l'energia interna specifica. In una trasformazione a pressione costante la variazione di entalpia coincide con il calore scambiato per unità di massa, ed è per questo che i bilanci di energia sui volumi di controllo aperti si scrivono in termini di entalpia. L'entalpia è definita a meno di una costante: occorre sempre fissare uno **stato di riferimento**. In questa monografia si è scelto l'acqua liquida a 0 °C, rispetto al quale:

$$h_{\text{liquido}}(T) = c_{p,w} T, \quad h_{\text{ghiaccio}}(T) = -L_f + c_{p,g} T, \quad h_{\text{vapore}}(T) \simeq L_v + c_{p,v} T,$$

con T in °C.

B.2 Numeri adimensionali

Numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho V \ell}{\mu} = \frac{V \ell}{\nu}$$

Rapporto fra forze d'inerzia e forze viscosi. ℓ è una lunghezza caratteristica che **va sempre dichiarata**: in questa monografia si usano Re riferito al diametro della gocciolina (3.3), Re_s riferito all'ascissa curvilinea e Re_c riferito alla corda.

Numero di Prandtl

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K_L}$$

Rapporto fra diffusività della quantità di moto ν e diffusività termica $\alpha = K_L/(\rho c_p)$. Dice quanto rapidamente il calore diffonde rispetto alla quantità di moto: per l'aria $Pr \approx 0,72$, cioè lo strato limite termico è leggermente più spesso di quello dinamico.

Numero di Lewis

$$Le = \frac{\alpha}{D_{AB}}$$

Rapporto fra diffusività termica e diffusività di massa D_{AB} (del vapore d'acqua nell'aria). Se $Le = 1$ calore e massa diffondono allo stesso modo e le due analogie coincidono perfettamente; per la coppia aria/vapore $Le \approx 0,875$, ed è questo scostamento a generare il fattore $Le^{2/3}$ nella (4.2).

Numero di Nusselt e numero di Stanton

$$Nu = \frac{h \ell}{K_L}, \quad St = \frac{h}{\rho c_p U} = \frac{Nu}{Re Pr}.$$

Il numero di Nusselt è il coefficiente di scambio termico reso adimensionale con la conduzione; il numero di Stanton lo rende adimensionale con la capacità termica trasportata dalla corrente. Il secondo è più comodo quando si vuole confrontare lo scambio termico con l'attrito, tramite l'analogia di Reynolds.

Numero di Mach

$$M = \frac{V}{a}, \quad a = \sqrt{\gamma R T}.$$

Compare in questa monografia solo nella relazione isentropica fra temperatura totale e statica, $T_0/T = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$, usata nell'Esercizio 14.

B.3 Strato limite: l'essenziale**Strato limite**

Si dice **strato limite** la regione sottile adiacente a una parete in cui la velocità del fluido passa da zero (condizione di aderenza) al valore U_e della corrente esterna. È in questa regione che si concentrano gli effetti viscosi e lo scambio termico con la parete.

Spessore di quantità di moto

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{U_e} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy.$$

Rappresenta lo spessore di corrente indisturbata che trasporterebbe la quantità di moto persa per effetto viscoso. È la grandezza integrale su cui si basano i metodi di calcolo dello strato limite (Thwaites e simili) ed è quella che compare nella (4.18).

Coefficiente di attrito e velocità d'attrito

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_e^2}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = U_e \sqrt{\frac{C_f}{2}},$$

dove τ_w è lo sforzo tangenziale alla parete. La velocità d'attrito u_τ è la scala di velocità caratteristica della regione interna dello strato limite turbolento, e compare nel gruppo $u_\tau K_s/\nu$ (**rugosità in unità di parete**) che governa l'effetto della rugosità.

Rugosità equivalente

Si dice **rugosità equivalente in grani di sabbia** K_s , l'altezza dei grani di sabbia uniformi che produrrebbero lo stesso attrito della superficie reale considerata. È un parametro *equivalente*, non una misura geometrica diretta.

Perché la rugosità cambia tutto

Su parete liscia lo strato limite turbolento possiede un sottostrato viscoso in cui il trasporto avviene per diffusione molecolare, che è lento: è quel sottostrato a costituire la resistenza termica dominante. Se gli elementi di rugosità sporgono attraverso il sottostrato viscoso — cioè se $u_\tau K_s/\nu \gtrsim 5$ — lo distruggono, e il trasporto diventa ovunque turbolento. Da qui l'aumento simultaneo di attrito e di scambio termico, e quindi il ruolo centrale di K_s nella previsione dell'accrescimento.

B.4 Il metodo di Runge–Kutta del quarto ordine

Dato il problema di valore iniziale

$$\frac{dy}{dt} = \mathbf{F}(t, \mathbf{y}), \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0,$$

il metodo RK4 avanza di un passo Δt calcolando quattro valutazioni della funzione:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \mathbf{F}(t_n, \mathbf{y}_n), \\ \mathbf{k}_2 &= \mathbf{F}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{y}_n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{k}_1\right), \\ \mathbf{k}_3 &= \mathbf{F}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{y}_n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{k}_2\right), \\ \mathbf{k}_4 &= \mathbf{F}(t_n + \Delta t, \mathbf{y}_n + \Delta t \mathbf{k}_3), \end{aligned}$$

e combinandole con

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{\Delta t}{6} (\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4). \quad (\text{B.1})$$

L'errore locale è $O(\Delta t^5)$, quello globale $O(\Delta t^4)$: dimezzare il passo riduce l'errore di sedici volte.

B.4.1 Applicazione al problema delle traiettorie

Nel caso delle (3.7)–(3.8), il vettore di stato ha quattro componenti e la funzione $\mathbf{F}$ si scrive:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} x \\ z \\ v_{mx} \\ v_{mz} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} v_{mx} \\ v_{mz} \\ -\frac{\varphi(Re)}{K} (v_{mx} - v_x(x, z)) \\ -\frac{\varphi(Re)}{K} (v_{mz} - v_z(x, z)) - \frac{g^c}{V_\infty^2} \end{pmatrix},$$

dove $\varphi(Re) = C_d Re/24$ è dato dalla (3.4) e Re va ricalcolato a ogni valutazione della funzione, perché dipende dalla velocità relativa istantanea. È questo il punto in cui si annida l'errore più comune nell'implementazione: congelare φ al valore iniziale del passo degrada il metodo al primo ordine.

Condizione di arresto

L'integrazione va terminata quando la gocciolina raggiunge il contorno del corpo. Poiché l'impatto cade in generale all'interno di un passo, occorre un *event detection*: si monitora la funzione $g(\mathbf{y}) =$ distanza dal contorno e, quando cambia segno, si localizza lo zero per bisezione o interpolazione. Trascurare questo raffinamento sposta il punto di impatto e falsa il calcolo di β , che è una *derivata* e quindi amplifica gli errori.

B.5 Nota sul metodo di lavoro numerico

Tutti i valori numerici di questa monografia sono stati ottenuti con calcolo indipendente e sottoposti, dove possibile, a verifica incrociata. In particolare:

- il coefficiente di scambio termico al ristagno è stato calcolato con due formule di origine diversa, ottenendo accordo entro lo 0,04 % (Esercizio 7);
- la formula di ristagno è stata ricavata analiticamente come caso limite del metodo di Smith–Spalding, con accordo entro lo 0,5 % sul coefficiente;
- l'efficienza di cattura ottenuta per integrazione delle traiettorie è stata verificata con la relazione di consistenza $\int \beta \, ds = E$, soddisfatta entro lo 0,1 %;
- l'identità $K = \Lambda/c$ è stata verificata numericamente (Esercizio 3).

Verificare un risultato con un metodo indipendente costa poco e protegge da errori che nessuna rilettura del testo troverebbe. È un'abitudine che conviene acquisire presto.

Simbologia e indice degli esercizi

C.1 Simboli latini

Simbolo	Significato	Unità
A	gradiente di velocità al ristagno, $(dU_e/ds)_{\text{ris}}$	1/s
a	velocità del suono	m/s
b	apertura alare (o apertura bagnata)	m
C_d	coefficiente di resistenza della gocciolina	—
C_f	coefficiente di attrito	—
C_L, c_ℓ	coefficiente di portanza (ala, profilo)	—
C_D, c_d	coefficiente di resistenza (ala, profilo)	—
C_{D_0}	coefficiente di resistenza a portanza nulla	—
c	corda del profilo	m
$c_{p,a}, c_{p,w}, c_{p,g}$	calore specifico di aria, acqua, ghiaccio	J/(kg K)
D	resistenza aerodinamica	N
d	diametro della gocciolina	m
d_g	spessore di ghiaccio accresciuto	m
E	efficienza di cattura totale; efficienza aerodinamica	—
e	fattore di Oswald	—
f	<i>non-freezing fraction</i> , $f = 1 - n$	—
g	accelerazione di gravità	m/s ²
H	altezza della proiezione frontale del corpo	m
h	coefficiente di scambio termico convettivo	W/(m ² K)
K	parametro inerziale (riferito alla corda)	—
K_R	parametro inerziale riferito al raggio del bordo d'attacco	—
K_L	conducibilità termica dell'aria	W/(m K)
K_s	rugosità equivalente	m
L_f, L_v, L_s	calori latenti di fusione, vaporizzazione, sublimazione	J/kg
LWC	contenuto d'acqua liquida	kg/m ³
M	massa di ghiaccio accumulata	kg
M	numero di Mach	—
MVD	diametro di volume medio	m
$\dot{m}_c$	portata d'acqua di cattura diretta	kg/(m ² s)
$\dot{m}_e$	portata evaporata o sublimata	kg/(m ² s)
$\dot{m}_i$	portata d'acqua che solidifica	kg/(m ² s)
$\dot{m}_r$	portata di <i>run back</i>	kg/(m ² s)
n	<i>freezing fraction</i>	—
n_x, n_z	componenti della direzione di accrescimento	—
Nu	numero di Nusselt	—
P	potenza	W
p	pressione	Pa
p_{sat}	pressione di vapore saturo	Pa
Pr	numero di Prandtl	—
$\dot{q}$	flusso termico specifico	W/m ²
R	costante dell'aria; raggio del bordo d'attacco	J/(kg K); m
RC	rateo di salita	m/s
Re	numero di Reynolds	—

Simbolo	Significato	Unità
r	fattore di recupero	—
S	superficie alare	m^2
S_m	sezione maestra della gocciolina	m^2
s	ascissa curvilinea dal punto di ristagno	m
St	numero di Stanton	—
T	temperatura	K o $^{\circ}C$
T_e	temperatura di equilibrio della superficie	$^{\circ}C$
T_p	temperatura della gocciolina all'impatto	$^{\circ}C$
T_{rec}	temperatura di recupero	$^{\circ}C$
T_0	temperatura totale (di ristagno)	K
t	tempo (adimensionale nel Cap. 3)	—
t_s	tempo dimensionale	s
U_e	velocità al bordo esterno dello strato limite	m/s
u_{τ}	velocità d'attrito	m/s
V	velocità locale dell'aria	m/s
V_m	velocità della gocciolina	m/s
V_r	velocità relativa gocciolina/aria	m/s
V_S	velocità di stallo	m/s
V_{∞}	velocità asintotica	m/s
W	peso del velivolo	N
y_0	ordinata di partenza della traiettoria all'infinito a monte	m

C.2 Simboli greci

Simbolo	Significato	Unità
α	angolo di incidenza; diffusività termica	$^{\circ}$; m^2/s
β	efficienza di cattura locale	—
γ	rapporto dei calori specifici	—
Λ	distanza di arresto della gocciolina	m
μ	viscosità dinamica	$Pa \cdot s$
ν	viscosità cinematica	m^2/s
θ	spessore di quantità di moto	m
ρ_a	densità dell'aria	kg/m^3
ρ_w	densità dell'acqua	kg/m^3
ρ_g	densità del ghiaccio	kg/m^3
τ	tempo di rilassamento della gocciolina	s
τ_w	sforzo tangenziale alla parete	Pa
ϕ	fattore correttivo di resistenza, $C_d Re/24$	—

C.3 Acronimi e termini inglesi

Termine	Significato
<i>anti-icing</i>	sistema che previene la formazione del ghiaccio
<i>beak ice</i>	ghiaccio “a becco”, formato da acqua di <i>run back</i> in zona di espansione
<i>bleed air</i>	aria spillata dal compressore
<i>boots</i>	camere gonfiabili per <i>de-icing</i> pneumatico
<i>clean wing concept</i>	principio del decollo con superfici non contaminate
<i>clumping</i>	accrescimento per collezione di cristalli di ghiaccio
<i>cross-flow</i>	componente di velocità parallela al bordo d'attacco
<i>de-icing</i>	sistema che rimuove il ghiaccio già formato
<i>double horn</i>	formazione a doppio corno, tipica del <i>glaze</i>
<i>drizzle</i>	pioviggine, gocce da da 0,1 mm–1 mm
<i>droplet</i>	gocciolina, < 0,1 mm
<i>dry / wet surface</i>	superficie asciutta / bagnata
FPD	<i>Freezing Point Depressant</i> , liquido sghiacciante
<i>freezing fraction</i>	frazione d'acqua che solidifica, n
<i>glaze ice</i>	ghiaccio vetroso, $n < 1$
<i>holdover time</i>	durata di efficacia del liquido sghiacciante
<i>impingement</i>	impatto delle goccioline sulla superficie
IRT	<i>Icing Research Tunnel</i>
<i>lip</i>	labbro della presa d'aria
<i>lobster tail, feathers</i>	formazioni disomogenee su ali a freccia
LWC	<i>Liquid Water Content</i>
MVD	<i>Median Volume Diameter</i>
<i>riming</i>	accrescimento per collezione di goccioline liquide
<i>rime ice</i>	ghiaccio opaco e poroso, $n \simeq 1$
<i>run back</i>	scorrimento a valle dell'acqua non solidificata
<i>running wet</i>	sistema che mantiene la superficie sopra zero senza far evaporare
<i>shedding</i>	distacco spontaneo di frammenti di ghiaccio
<i>splashing</i>	frantumazione delle gocce all'impatto
<i>spray tube</i>	tubo forato per la distribuzione dell'aria calda
<i>supercooled</i>	sopraffuso, superraffreddato

C.4 Indice degli esercizi svolti

N.	Titolo	Pag.
1	Struttura microfisica di una nube	9
2	Riscaldamento cinetico e velocità di equilibrio termico	11
3	Parametro inerziale e ruolo delle dimensioni	18
4	Numero di Reynolds, resistenza e tempo di rilassamento	19
5	Rateo di accrescimento locale e spessore di ghiaccio	24
6	Massa totale di ghiaccio su un'ala	25
7	Coefficiente di scambio termico al bordo d'attacco	33
8	<i>Rime</i> : temperatura di equilibrio della superficie	35
9	<i>Glaze</i> : calcolo della <i>freezing fraction</i>	36
10	Il peso dell'evaporazione	37
11	Velocità di stallo e distanza di decollo	43
12	Resistenza, potenza necessaria e rateo di salita	44
13	Perdita di rendimento dell'elica e rateo di salita	45
14	Formazione di ghiaccio dentro la presa d'aria	46
15	Dimensionamento di un sistema elettrotermico	53
16	Dimensionamento di un sistema ad aria calda evaporativo	54
17	Confronto fra ghiaccio continuo e intermittente	59