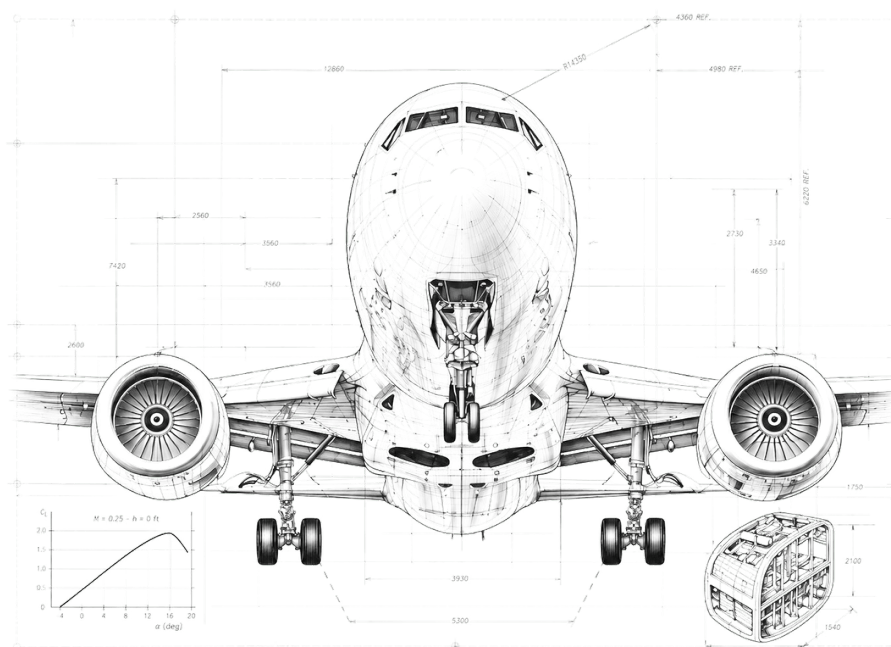


La propulsione aerospaziale

Dall'elica al motore a razzo:
teoria, esercizi svolti e prospettiva storica

Monografia didattica per il corso di Costruzioni Aeronautiche
Articolazione *Costruzione del Mezzo Aeronautico*



Prof. Ing. Biagio Raucci
ITIS "E. Majorana" – Somma Vesuviana (NA)

Anno scolastico 2026–2027

Come usare questa monografia

Questa monografia guida lo studio della propulsione aerospaziale in modo *autoconsistente*: tutto ciò che serve per seguire le derivazioni — richiami di termodinamica, gasdinamica, atmosfera standard e unità di misura — è contenuto nel testo o nelle appendici, senza rimandi esterni obbligati. Il percorso va dall'elica al motore a razzo passando per motore alternativo, turbogetto, turbofan e statoreattore, e si chiude con il teorema del rendimento propulsivo, che riordina tutte le famiglie di propulsori lungo un unico asse fisico.

Ogni risultato teorico è seguito da almeno un esercizio completamente svolto: gli esercizi, numerati per capitolo (2.1, 3.1, ...), sono parte integrante del percorso e vanno studiati come il testo, non saltati. Il metodo di soluzione è sempre lo stesso — identificare i dati, scegliere le leggi (stato, energia, isentropica, continuità), svolgere passo passo, commentare il risultato e i limiti del modello — ed è il metodo richiesto nelle verifiche e all'Esame di Stato. Tutti i valori numerici sono stati verificati con script di calcolo indipendenti prima della stesura; il Formulario dell'Appendice C raccoglie le formule chiave per il ripasso finale.

Indice

1	Il problema della propulsione	4
1.1	Perché serve un propulsore	4
1.2	La classificazione dei propulsori	4
1.3	Una prospettiva storica: la propulsione come collo di bottiglia	5
2	L'elica	7
2.1	L'elica è un'ala rotante	7
2.2	Rendimento dell'elica e rapporto di avanzamento	8
2.2.1	Perché eta si annulla agli estremi	9
2.3	Passo fisso, passo variabile, giri costanti	9
2.4	Approfondimento: la teoria del disco attuatore	10
2.5	Nota storica: dai Wright a Durand	11
3	Il motore alternativo	13
3.1	La macchina: cilindro, pistone, manovellismo	13
3.2	Le quattro corse	14
3.3	La costruzione del diagramma $p-V$	14
3.4	Dal diagramma $p-V$ al lavoro per ciclo	18
3.5	Potenza indicata, potenza all'albero, potenza disponibile	18
3.6	La pressione media effettiva	19
3.6.1	Il consumo specifico	19
3.6.2	Effetto della quota e sovralimentazione	19
3.7	Esercizi svolti	20
3.8	Nota storica: il motore che mancava	22
4	L'equazione della spinta	24
4.1	Da dove viene, davvero, la spinta	24
4.2	Derivazione con il volume di controllo	24
4.3	Come leggere l'equazione della spinta	27
5	Il turbogetto	28
5.1	Architettura del turbogetto	28
5.2	Il ciclo termodinamico ideale	29
5.3	Il postbruciatore	30
5.4	Dove nasce la spinta: la ripartizione per componenti	31
5.5	Esercizi svolti sul turbogetto	33
5.6	La filiera completa di un turbogetto realistico	35
6	Turbofan e turboelica	39
6.1	Il problema energetico del turbogetto puro	39
6.2	Il turbofan: un'elica intubata mossa dalla turbina	39
6.3	Il turboelica	40

7	Statoreattore e SCRAMjet	44
7.1	Lo statoreattore (ramjet)	44
7.2	Il limite termico e lo SCRAMjet	46
7.3	Esercizi svolti	46
7.4	Nota storica: Whittle, von Ohain e la rivoluzione del getto	47
8	Il motore a razzo	49
8.1	Architettura e spinta	49
8.2	La velocità di efflusso	50
8.3	L'impulso specifico	50
8.4	La portata in gola e il controllo della camera	51
8.5	Esercizi svolti	52
9	I propellenti	55
9.1	Propellenti liquidi	55
9.1.1	Alimentazione a pressione e a turbopompe	55
9.1.2	Le categorie chimiche	56
9.2	Propellenti solidi	56
9.2.1	La legge di combustione	57
9.2.2	Solido contro liquido	57
10	L'equazione del razzo e lo staging	59
10.1	Le masse in gioco	59
10.2	Derivazione dell'equazione di Tsiolkovsky	59
10.3	Perché i razzi sono a più stadi	61
10.4	Approfondimento: le perdite per gravità e resistenza	62
10.5	Nota storica: Tsiolkovsky, Goddard, Oberth	62
11	Il rendimento propulsivo, il motore verde, la propulsione elettrica	64
11.1	L'energia sprecata nella scia	64
11.2	Il rendimento propulsivo	64
11.3	Il rendimento globale e l'autonomia	66
11.4	Il motore "verde"	66
11.5	La propulsione elettrica dei velivoli	67
11.6	La propulsione elettrica spaziale	67
A	Richiami di termo-gasdinamica	69
A.1	Equazione di stato del gas perfetto	69
A.2	Primo principio e lavoro di variazione di volume	69
A.3	Trasformazioni isentropiche	69
A.4	Equazione dell'energia per flussi stazionari	69
A.5	Velocità del suono, numero di Mach e grandezze totali	70
A.6	Continuità e flusso strozzato	70
A.7	Atmosfera standard: valori usati nel testo	70
B	Unità inglesi e conversioni	71
C	Formulario essenziale	72

Il problema della propulsione

Dove stiamo andando

Fin qui il corso ci ha insegnato *come* un velivolo genera portanza, *quanta* resistenza paga per farlo e *come* si muove nello spazio. Ma tutto questo ha un prezzo energetico: qualcuno deve pagare il conto della resistenza aerodinamica, istante per istante, e quel qualcuno è il sistema propulsivo. In questo capitolo introduttivo inquadreremo il problema, classifichiamo le famiglie di propulsori e ripercorriamo la vicenda storica che ha portato dall'elica di legno dei fratelli Wright al motore a razzo.

1.1 Perché serve un propulsore

Consideriamo un velivolo in volo orizzontale rettilineo uniforme. L'equilibrio alla traslazione lungo la direzione del moto impone

$$T = D, \quad (1.1)$$

dove T è la spinta e D la resistenza aerodinamica. La resistenza compie lavoro negativo sul velivolo con potenza DV_∞ : se nessuno reintegrasse questa energia, il velivolo decelererebbe e, per mantenere la portanza, dovrebbe scendere convertendo energia potenziale in energia cinetica — è il volo librato dell'aliante. Il propulsore è l'organo che fornisce la potenza

$$\Pi_n = T V_\infty \quad (1.2)$$

necessaria a sostenere il volo, attingendo all'energia chimica di un combustibile (o, nei razzi, di una coppia combustibile-ossidante) e convertendola in lavoro meccanico utile.

Un esempio pratico per fissare le idee

Un monomotore da turismo che vola a $V_\infty = 60$ m/s con una resistenza $D = 1500$ N richiede una potenza utile $\Pi_n = 1500 \times 60 = 90$ kW $\simeq 120$ hp: è l'ordine di grandezza della potenza di un'automobile di media cilindrata, ma il motore aeronautico deve fornirla *con continuità* per ore, a quote dove la densità dell'aria — e quindi la potenza erogabile — diminuisce, e con un peso per cavallo molto più basso di quello accettabile su strada. È esattamente questo vincolo, il rapporto potenza/peso, che ha tenuto a terra i pionieri per tutto l'Ottocento.

1.2 La classificazione dei propulsori

Tutti i propulsori aerospaziali funzionano sullo stesso principio fisico: *accelerano una massa di fluido all'indietro e ne ricevono, per reazione, una forza in avanti*. Ciò che li distingue è *quanta* massa accelerano e *di quanto* la accelerano. Possiamo ordinare le famiglie in tre colonne:

1. **Esoreattori** (motori *air-breathing*): prelevano l'ossidante — l'ossigeno — direttamente dall'atmosfera. Ne fanno parte:
 - la combinazione *motore alternativo + elica*, regina del volo per i primi cinquant'anni e ancora oggi standard dell'aviazione generale;

- il *turbogetto*, il *turbofan*, il *turboelica*: motori a turbina a gas;
 - lo *statoreattore* (ramjet) e lo *scramjet*, privi di parti rotanti, per il volo supersonico e ipersonico.
2. **Endoreattori** (motori a razzo): trasportano a bordo sia il combustibile sia l'ossidante, quindi sono indipendenti dall'atmosfera e sono gli unici in grado di operare nel vuoto.
 3. **Propulsione spaziale avanzata**: dispositivi elettrici (elettrostatici, elettromagnetici, elettrotermici) a bassa spinta ma altissima efficienza, per le missioni nello spazio profondo.

Il senso di tutto questo

Vedremo che dietro questa classificazione c'è un compromesso fisico preciso e inevitabile: i dispositivi che accelerano *molta* aria di *poco* (l'elica) sono i più efficienti ma limitati in velocità; quelli che accelerano *poca* massa di *molto* (il razzo) forniscono spinte enormi ma con efficienza propulsiva bassa. Il turbofan, il motore che equipaggia praticamente tutti i liner moderni, è il punto di equilibrio ingegneristico di questo compromesso. La formalizzazione quantitativa arriverà nel capitolo II con il rendimento propulsivo.

Spinta o potenza? Due modi di dichiarare un motore

Una fonte perenne di confusione: i motori a elica si dichiarano in *potenza* (kW), i motori a getto in *spinta* (kN). Perché? Il gruppo motore-elica produce potenza all'albero pressoché costante con la velocità: è la grandezza "sua"; la spinta che ne deriva, $T = \eta \Pi / V_\infty$, dipende invece dal volo. Il motore a getto, al contrario, produce spinta pressoché costante con la velocità (lo dimostreremo nel capitolo 4); la sua potenza utile, $\Pi_A = T V_\infty$, cresce linearmente con la velocità. Ciascuna famiglia si dichiara con la grandezza che le è propria — e la meccanica del volo distingue di conseguenza i velivoli a *potenza disponibile* da quelli a *spinta disponibile*. Curiosità utile: a $V_\infty = 100$ m/s una spinta di 10 kN equivale a 1 MW di potenza utile; a 300 m/s, a 3 MW. Stesso motore, tre volte la potenza: ecco perché confrontare motori di famiglie diverse richiede sempre di fissare la condizione di volo.

1.3 Una prospettiva storica: la propulsione come collo di bottiglia

La storia del volo può essere letta come la storia dei suoi propulsori. Già nel 1799 George Cayley aveva individuato l'architettura corretta del velivolo — superficie portante fissa, organi di governo, propulsore separato — ma si scontrò per tutta la vita con l'assenza di un motore sufficientemente leggero: la macchina a vapore, per quanto matura, aveva un rapporto potenza/peso disperante, e lo stesso Cayley sperimentò motori ad aria calda come alternativa. I tentativi ottocenteschi di Du Temple (1874) e Mozhaïski (1884), spinti da motori a vapore, non andarono oltre qualche balzo.

La svolta fu il motore a combustione interna: il quattro tempi di Nikolaus Otto (1876) aprì la strada a motori leggeri e potenti. Ma nemmeno l'industria automobilistica nascente offriva, nel 1900, un motore adatto al volo: sia Langley (con il magnifico motore stellare da 52,4 hp per 208 lb progettato dal suo assistente Charles Manly) sia i fratelli Wright dovettero *costruirsi in casa* il proprio propulsore. Il motore del *Flyer* del 1903, realizzato da Orville Wright con il meccanico Charles Taylor in sei settimane, erogava circa 12 hp per un peso di 100 lb: modesto, ma abbastanza. Non meno importante fu l'elica: come vedremo nel capitolo 2, i Wright furono i primi a capire che l'elica è *un'ala rotante* e la loro elica del 1903 raggiunse un rendimento del 70%, un balzo enorme rispetto alle pale a paletta dei contemporanei.

Il motore alternativo con elica dominò fino alla Seconda guerra mondiale, crescendo dai 12 hp del 1903 agli oltre 2000 hp dei grandi stellari del 1945 e spingendo le velocità da 45 km/h a oltre 800 km/h. Lì però incontrò un muro fisico: l'elica perde drammaticamente efficienza quando le estremità delle pale si avvicinano alla velocità del suono. La seconda rivoluzione fu il motore a getto, concepito indipendentemente da Frank Whittle in Inghilterra (brevetto 1930, primo funzionamento al banco 12 aprile 1937) e da Hans von Ohain in Germania, il cui motore portò in volo lo Heinkel He 178 il 27 agosto 1939, primo aeroplano a getto della storia.

La terza rivoluzione, parallela, fu il motore a razzo: teorizzato dal russo Tsiolkovsky (1903), realizzato in forma liquida dall'americano Goddard (primo volo 16 marzo 1926), portato a maturità industriale in Germania con la V-2 (1944), da cui discendono tutti i vettori spaziali moderni. Riprenderemo ciascuno di questi fili nei capitoli dedicati.

La mappa del percorso

Il percorso della monografia ricalca la logica storica e fisica insieme: capitoli 2 e 3 per l'accoppiata elica-motore alternativo; capitolo 4 per l'equazione generale della spinta a getto, cuore concettuale di tutto il resto; capitoli 5-7 per gli esoreattori a turbina e senza turbina; capitoli 8-10 per l'endoreattore, i propellenti, l'equazione del razzo e lo staging; infine il capitolo 11 chiude il cerchio con il rendimento propulsivo, il motore "verde" e la propulsione elettrica.

L'elica

Dove stiamo andando

L'elica è il propulsore più antico e, come dimostreremo nel capitolo II, il più efficiente. In questo capitolo costruiamo il modello fisico dell'elemento di pala: capiremo perché la pala è svergolata, da cosa dipende il rendimento, perché esiste un limite superiore di velocità per il volo a elica e perché l'elica a passo variabile è stata una delle invenzioni più importanti della storia aeronautica.

2.1 L'elica è un'ala rotante

Definizione

L'**elica** è un organo rotante costituito da due o più *pale* il cui profilo trasversale è un *profilo alare*: la sua funzione è generare una forza aerodinamica diretta lungo l'asse di rotazione, la **spinta** T , che trae il velivolo attraverso l'aria. L'angolo fra la corda della sezione di pala e il piano di rotazione si chiama **angolo di calettamento** (o di passo) β ; poiché varia lungo la pala, scriviamo $\beta = \beta(r)$, con r distanza della sezione dall'asse.

La differenza essenziale rispetto all'ala è cinematica: mentre tutte le sezioni di un'ala vedono (circa) lo stesso vento relativo V_∞ , una sezione di pala a distanza r dall'asse vede la *composizione vettoriale* di due moti:

- la traslazione del velivolo, di modulo V_∞ , diretta lungo l'asse;
- la rotazione della pala, di modulo $r\omega$ (con ω velocità angolare in rad/s), giacente nel piano di rotazione.

Il vento relativo locale V è la somma vettoriale di V_∞ e $r\omega$ e forma con il piano di rotazione l'angolo

$$\phi = \arctan \frac{V_\infty}{r\omega}. \quad (2.1)$$

L'angolo di attacco effettivo della sezione è quindi

$$\alpha = \beta - \phi. \quad (2.2)$$

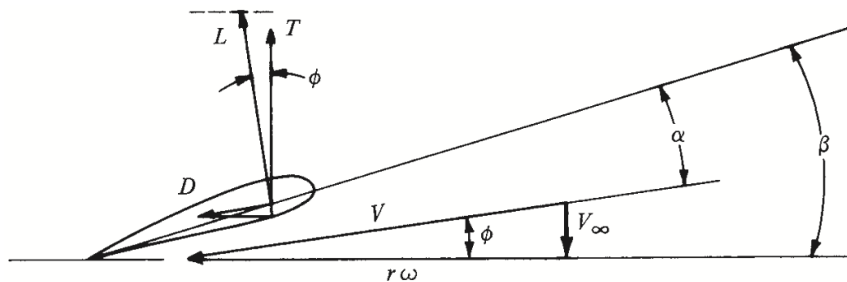


Figura 2.1. Triangolo delle velocità per una sezione di pala a distanza r dall'asse: l'angolo di attacco effettivo è $\alpha = \beta - \phi$, con $\tan \phi = V_\infty/(r\omega)$.

La sezione, investita dal vento relativo V con angolo di attacco α , genera portanza L (perpendicolare a V) e resistenza D (parallela a V). Proiettando lungo la direzione di volo si ottiene il contributo di spinta della sezione:

Formula chiave

$$T = L \cos \phi - D \sin \phi. \quad (2.3)$$

La spinta di un'elica è la componente assiale della forza aerodinamica delle sue sezioni: la portanza spinge, la resistenza fa da freno (e genera la coppia che il motore deve vincere). Sommando i contributi lungo tutte le pale si ottiene la spinta disponibile T_A .

Perché la pala è svergolata

Vicino al mozzo $r\omega$ è piccolo, quindi da (2.1) l'angolo ϕ è grande: per mantenere un α di lavoro ragionevole, da (2.2) serve un β grande. All'estremità $r\omega$ è grande, ϕ è piccolo e serve un β piccolo. Ecco perché la corda della pala è quasi parallela all'asse alla radice e quasi nel piano di rotazione all'estremità: lo *svergolamento* $\beta(r)$ non è un vezzo costruttivo ma una necessità cinematica, la stessa che i fratelli Wright compresero per primi nell'inverno 1902–1903.

2.2 Rendimento dell'elica e rapporto di avanzamento

Il motore consegna all'albero dell'elica la *potenza al freno* Π (useremo sempre Π per la potenza); l'elica restituisce al velivolo la *potenza disponibile*

$$\Pi_A = T_A V_\infty. \quad (2.4)$$

Definizione

Il **rendimento dell'elica** è il rapporto fra potenza restituita e potenza ricevuta:

$$\eta = \frac{\Pi_A}{\Pi} = \frac{T_A V_\infty}{\Pi} < 1. \quad (2.5)$$

Il rendimento è sempre minore di uno per tre famiglie di perdite:

1. **perdite di scia:** l'elica lascia dietro di sé aria in moto traslatorio e rotatorio; quell'energia cinetica non compie lavoro utile;
2. **perdite di attrito:** resistenza di profilo delle pale;
3. **perdite di comprimibilità:**
quando l'estremità della pala (il punto più veloce, con velocità $\sqrt{V_\infty^2 + (R\omega)^2}$) si avvicina alla velocità del suono, compaiono onde d'urto e separazioni che fanno crollare η . È questa la ragione per cui non esistono aeroplani a elica transonici o supersonici.

Con n numero di giri al secondo ($\omega = 2\pi n$) e D diametro dell'elica, l'analisi dimensionale — introdotta per le eliche da W. F. Durand nel 1917 — mostra che, per un calettamento β fissato, il rendimento dipende dal gruppo adimensionale

Formula chiave: rapporto di avanzamento

$$J = \frac{V_\infty}{nD} \quad (2.6)$$

detto **rapporto di avanzamento**: rappresenta quanti diametri l'elica “avanza” per ogni giro. Le curve $\eta(J)$ a β fissato sono la carta d'identità dell'elica e sono l'ingrediente propulsivo dei calcoli di prestazione.

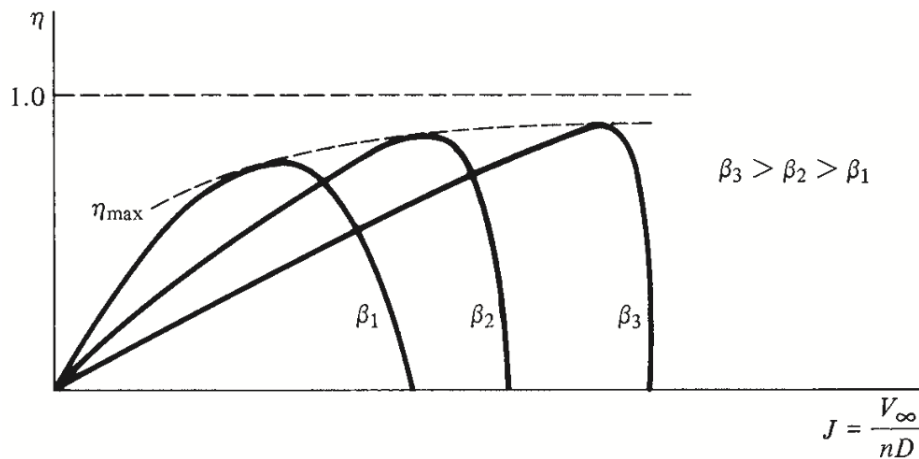


Figura 2.2. Andamento qualitativo del rendimento dell'elica in funzione del rapporto di avanzamento, per tre angoli di calettamento crescenti. Un'elica a passo variabile “cavalca” l'involuppo tratteggiato dei massimi.

2.2.1 Perché η si annulla agli estremi

Guardiamo la figura 2.2: per un dato β , η è nullo a $J = 0$, cresce fino a un massimo e poi ricade a zero. I due zeri hanno spiegazioni fisiche diverse, entrambe istruttive.

A punto fisso ($V_\infty = 0$, quindi $J = 0$): l'elica produce spinta, anche molta, ma $\Pi_A = T_A V_\infty = 0$ perché il velivolo è fermo — non c'è lavoro utile. Il rendimento, che è un rapporto di potenze, è nullo pur con spinta massima. È la situazione dell'aereo che inizia la corsa di decollo.

Ad alto J (velocità elevata a parità di giri): il vento relativo V si avvicina alla direzione della corda, α diminuisce, la portanza — e con essa la spinta per la (2.3) — si riduce fino ad annullarsi quando V giace sulla retta di portanza nulla della sezione. Oltre, la sezione produce portanza negativa: *spinta inversa*, l'elica frena (è ciò che si sfrutta, deliberatamente, nei turboelica con passo reversibile in atterraggio).

Definizione

Accanto all'angolo di calettamento β si usa spesso il **passo geometrico**: l'avanzamento che una sezione di pala compirebbe in un giro se “avvitasse” nell'aria come una vite nella madrevite, senza scorrimento. Per una sezione a raggio r con calettamento β vale $p_g = 2\pi r \tan \beta$. Poiché in volo l'elica avanza *meno* del passo geometrico, la differenza — il *regresso* — è proprio ciò che genera l'angolo d'attacco delle sezioni e quindi la trazione: un'elica che avanzasse esattamente del proprio passo lavorerebbe ad α nullo e non spingerebbe. Nel gergo tecnico “passo” e “calettamento” si usano spesso come sinonimi (elica a passo fisso/variabile), ma la definizione rigorosa è questa.

2.3 Passo fisso, passo variabile, giri costanti

Fino al 1930 circa le eliche erano a **passo fisso**: il β era scolpito nel legno e il massimo rendimento si otteneva a un solo valore di J , cioè a una sola combinazione velocità-giri. In tutte le altre condizioni (decollo, salita, crociera

veloce) l'elica lavorava fuori progetto, penalizzando pesantemente le prestazioni. La soluzione fu l'**elica a passo variabile** (brevetto Hele-Shaw e Beacham, 1924; produzione dal 1932): un meccanismo nel mozzo ruota l'intera pala attorno al proprio asse longitudinale, permettendo di scegliere il β ottimale per ogni condizione di volo, cioè di "cavalcare" l'involuppo dei massimi in figura 2.2. Il perfezionamento successivo (1935) fu l'**elica a giri costanti**: un regolatore varia automaticamente e con continuità il passo per mantenere costante il regime del motore, che per i motori a pistoni aeronautici è ottimizzato a un numero di giri ben preciso. Con questi dispositivi le eliche moderne raggiungono rendimenti $\eta \simeq 0,83-0,90$.

Esercizio 2.1 — Lettura del triangolo di velocità

Un'elica di diametro $D = 1,9$ m ruota a $n = 40$ giri/s (2400 giri/min) su un velivolo che vola a $V_\infty = 67$ m/s. Calcolare: (a) il rapporto di avanzamento; (b) l'angolo ϕ del vento relativo alla sezione posta a $r = 0,7$ m; (c) il calettamento β necessario in quella sezione per lavorare ad $\alpha = 2^\circ$; (d) la velocità dell'estremità della pala, commentando il margine rispetto alla velocità del suono a bassa quota ($a \simeq 340$ m/s).

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — rapporto di avanzamento. Dalla definizione (2.6):

$$J = \frac{V_\infty}{nD} = \frac{67}{40 \times 1,9} = \frac{67}{76} = 0,882.$$

Passo 2 — velocità tangenziale della sezione. La velocità angolare è $\omega = 2\pi n = 2\pi \times 40 = 251,3$ rad/s, quindi $r\omega = 0,7 \times 251,3 = 175,9$ m/s.

Passo 3 — angolo del vento relativo. Dalla (2.1):

$$\phi = \arctan \frac{67}{175,9} = \arctan 0,381 = 20,9^\circ.$$

Passo 4 — calettamento richiesto. Dalla (2.2), $\beta = \alpha + \phi = 2^\circ + 20,9^\circ = 22,9^\circ$.

Passo 5 — velocità di estremità. All'estremità $R = D/2 = 0,95$ m: $R\omega = 0,95 \times 251,3 = 238,8$ m/s; componendo con il moto di avanzamento,

$$V_{\text{tip}} = \sqrt{V_\infty^2 + (R\omega)^2} = \sqrt{67^2 + 238,8^2} = 248 \text{ m/s},$$

pari a un numero di Mach di estremità $M_{\text{tip}} = 248/340 \simeq 0,73$: sotto la soglia critica di comprimibilità, ma non di molto. Aumentare i giri o il diametro porterebbe rapidamente l'estremità in regime transonico, con crollo del rendimento: ecco, in numeri, il limite di velocità del volo a elica.

2.4 Approfondimento: la teoria del disco attuatore

Esiste un modo di studiare l'elica che prescinde completamente dalla forma delle pale, e che per questo fornisce un risultato di validità generalissima: la **teoria del disco attuatore** (Rankine-Froude). L'elica è idealizzata come un disco sottile di area A che attraversa l'aria imprimendo al flusso un salto di pressione uniforme; il flusso è assunto incomprimibile, non viscoso, uniforme su ogni sezione.

Nel riferimento solidale all'elica, l'aria arriva da monte a velocità V_∞ , attraversa il disco a velocità $V_\infty + w$ (dove w è la *velocità indotta* sul disco) e prosegue a valle in una scia che, lontano dal disco, ha velocità V_e . Due risultati fondamentali si ricavano dai bilanci di massa, quantità di moto ed energia:

1. *Il salto di velocità si divide a metà:* la velocità sul disco è la media fra monte e scia lontana,

$$V_\infty + w = \frac{V_\infty + V_e}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad V_e = V_\infty + 2w.$$

Metà dell'accelerazione avviene *prima* del disco, metà *dopo*: l'elica "richiama" l'aria davanti a sé.

2. *Spinta e rendimento ideale*: la portata attraverso il disco è $\dot{m} = \rho A (V_\infty + w)$ e la spinta, per il teorema della quantità di moto,

$$T = \dot{m} (V_e - V_\infty) = 2\rho A (V_\infty + w) w. \quad (2.7)$$

La potenza spesa è quella che attraversa il disco, $\Pi = T(V_\infty + w)$; quella utile è TV_∞ . Il rendimento *ideale* (o di Froude) è dunque

$$\eta_{id} = \frac{TV_\infty}{T(V_\infty + w)} = \frac{V_\infty}{V_\infty + w} = \frac{2}{1 + V_e/V_\infty}. \quad (2.8)$$

Una formula che rivedremo

La (2.8) è *identica* al teorema del rendimento propulsivo che dimostreremo nel capitolo 11 per i motori a getto: non è un caso, perché la fisica è la stessa — l'energia lasciata nella scia è il costo di ogni propulsione a reazione, con o senza pale. Il disco attuatore dice anche *come* massimizzare il rendimento a parità di spinta: dalla (2.7), grande A e piccola w . Ecco perché le eliche sono grandi e “lente” e perché, nei capitoli successivi, il turbofan cercherà di imitarle.

Esercizio 2.2 — Velocità indotta e rendimento ideale

Un'elica di diametro $D = 2,0$ m deve fornire $T = 3000$ N a $V_\infty = 70$ m/s al livello del mare ($\rho = 1,225$ kg/m³). Calcolare la velocità indotta, la velocità della scia, il rendimento ideale e la potenza minima necessaria.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — area del disco. $A = \pi D^2/4 = \pi \times 4/4 = 3,142$ m².

Passo 2 — velocità indotta. La (2.7) è un'equazione di secondo grado in w :

$$2\rho A w^2 + 2\rho A V_\infty w - T = 0 \implies 7,70 w^2 + 539,0 w - 3000 = 0,$$

la cui radice positiva è

$$w = \frac{-539,0 + \sqrt{539,0^2 + 4 \times 7,70 \times 3000}}{2 \times 7,70} = 5,18 \text{ m/s.}$$

Passo 3 — scia e rendimento. $V_e = V_\infty + 2w = 70 + 10,37 = 80,4$ m/s;

$$\eta_{id} = \frac{V_\infty}{V_\infty + w} = \frac{70}{75,18} = 0,931.$$

Passo 4 — potenze. Potenza utile $TV_\infty = 3000 \times 70 = 210,0$ kW; potenza minima al disco $\Pi = T(V_\infty + w) = 3000 \times 75,18 = 225,6$ kW.

Commento e validità. Il 93% è un rendimento *ideale*: un limite superiore che nessuna elica reale raggiunge, perché il modello ignora attrito sui profili, rotazione della scia e perdite d'estremità. I valori reali migliori (0,85–0,90) vi si avvicinano però notevolmente: il disco attuatore, pur così astratto, prevede l'ordine di grandezza giusto e — soprattutto — la dipendenza corretta dal rapporto V_e/V_∞ .

2.5 Nota storica: dai Wright a Durand

Quando, nell'autunno 1902, i Wright passarono dal terzo aliante alla macchina motorizzata, Wilbur pensava di ricavare l'elica dalla tecnologia navale. Ma nelle biblioteche di Dayton scoprì che nemmeno per le eliche marine esisteva una teoria: erano progettate per via empirica, con rendimenti attorno al 50%. I due fratelli dovettero quindi costruirsi la teoria da zero e nella primavera del 1903 arrivarono all'idea decisiva: l'elica è un'ala rotante, le cui sezioni sono profili da scegliere con i dati della loro galleria del vento, svergolata per compensare

la variazione del vento relativo dal mozzo all'estremità. Le due eliche di abete lamellare intagliate a mano da Wilbur raggiunsero un rendimento di circa il 70% e rimasero le migliori al mondo per quasi un decennio: fino al 1908 i concorrenti, in Europa e in America, usavano ancora pale a paletta. Il secondo caposaldo fu posto da William F. Durand a Stanford: con la grande galleria costruita nel 1916–17 per provare eliche, Durand pubblicò nel 1917 il rapporto NACA n. 14, primo studio sistematico con le curve $\eta(J)$ e prima analisi dimensionale del problema (rendimento funzione di rapporto di avanzamento, numero di Reynolds e numero di Mach). I suoi modelli raggiungevano già $\eta = 0,75\text{--}0,80$: le eliche di oggi, un secolo dopo, arrivano a $0,85\text{--}0,90$ — segno che i pionieri avevano colto l'essenziale.

Attenzione

Non confondere il *rendimento* con la *spinta*: a punto fisso l'elica dà la spinta massima con rendimento nullo. Sono grandezze diverse che rispondono a domande diverse: “quanto spinge?” e “quanto costa, in potenza, questa spinta?”. Ritroveremo la stessa distinzione, amplificata, nel confronto fra turbogetto e turbofan.

Il motore alternativo

Dove stiamo andando

Per cinquant'anni l'unico modo di volare è stato accoppiare un'elica a un motore a combustione interna a pistoni. In questo capitolo smontiamo idealmente quel motore: descriviamo il ciclo a quattro tempi, calcoliamo il lavoro per ciclo dal diagramma $p-V$, arriviamo alla potenza disponibile all'elica e introduciamo la pressione media effettiva. Chiudono il capitolo quattro esercizi completamente svolti, fra cui il calcolo integrale del ciclo di un motore a sei cilindri.

3.1 La macchina: cilindro, pistone, manovellismo

Prima del ciclo, la macchina. Il motore alternativo è costruito attorno a un **cilindro** chiuso superiormente dalla *testata*, dentro cui scorre a tenuta un **pistone**; la **biella** collega il pistone alla **manovella** dell'albero, trasformando il moto alternò in rotazione (figura 3.1). Le due posizioni estreme del pistone si chiamano **punto morto superiore** (PMS, volume minimo in camera) e **punto morto inferiore** (PMI, volume massimo). Nella testata si affacciano tre organi: la **valvola di aspirazione**, collegata al collettore che porta la miscela aria-benzina preparata dal carburatore (o dall'iniezione); la **valvola di scarico**, verso il collettore di scarico; la **candela**, che scocca la scintilla. Le valvole sono azionate dalla distribuzione, in sincronia con l'albero.

Una regola meccanica da fissare subito: il ciclo completo richiede *quattro corse* del pistone, cioè **due giri di albero**: di questi, uno solo contiene la corsa che produce lavoro. È l'origine del fattore 120 (anziché 60) nella formula della potenza che ricaveremo fra poco.

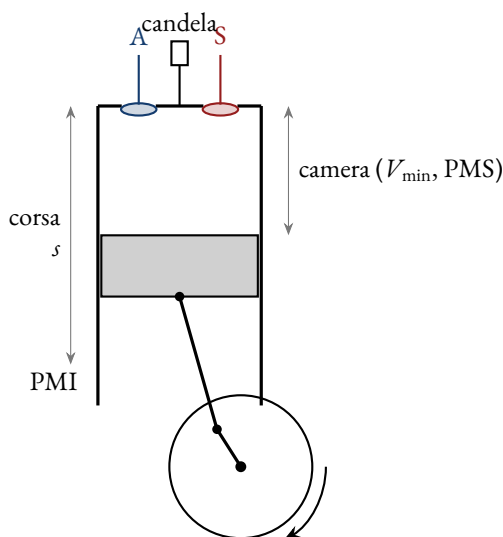


Figura 3.1. Schema del manovellismo: cilindro, pistone, biella e manovella; in testata le valvole di aspirazione (A) e scarico (S) e la candela.

3.2 Le quattro corse

Seguiamo ora un ciclo completo, corsa per corsa, annotando lo stato delle valvole — è qui che si gioca la comprensione del diagramma che costruiremo subito dopo.

1. **Aspirazione.** Il pistone scende dal PMS al PMI con la valvola di aspirazione *aperta* (e quella di scarico chiusa): il volume crescente richiama nel cilindro la miscela fresca, che entra a pressione circa costante, prossima a quella del collettore.
2. **Compressione.** Entrambe le valvole sono chiuse; il pistone risale e comprime la massa (ora costante) di miscela: pressione e temperatura salgono. *Verso la fine della corsa* la candela scocca: l'accensione è leggermente anticipata rispetto al PMS perché la fiamma, pur rapidissima, ha bisogno di un tempo finito per propagarsi.
3. **Combustione e corsa utile.** La combustione è così veloce che, in prima approssimazione, si completa prima che il pistone abbia potuto spostarsi apprezzabilmente: avviene dunque *a volume costante*, e la pressione sale bruscamente. Il gas ad alta pressione spinge il pistone verso il PMI: è la *corsa di potenza*, l'unica delle quattro che produce lavoro. *Verso la fine della corsa* si apre la valvola di scarico.
4. **Scarico.** Con la valvola di scarico aperta, all'apertura la pressione crolla rapidamente verso il valore del collettore (*blow-down*); poi il pistone, risalendo, espelle i gas combusti a pressione circa costante. *Verso la fine della corsa* si riapre la valvola di aspirazione, e il ciclo ricomincia.

Definizione

Si chiama **rapporto di compressione** (volumetrico) il rapporto fra il volume della camera con pistone al PMI e con pistone al PMS: $\varepsilon = V_2/V_3$. Si chiamano **alesaggio** b il diametro del cilindro e **corsa** s la lunghezza della traslazione del pistone; la **cilindrata unitaria** è il volume spazzato $(\pi b^2/4)s$ e la **cilindrata totale** di un motore a N cilindri è

$$d = \frac{\pi b^2}{4} s N. \quad (3.1)$$

3.3 La costruzione del diagramma $p-V$

Trasferiamo ora le quattro corse sul piano pressione-volume: è la costruzione più istruttiva di tutto il capitolo, perché ogni tratto del diagramma è una delle fasi appena descritte, con le sue ipotesi dichiarate. Non disegneremo il ciclo tutto in una volta: lo costruiremo *un pezzo alla volta*, seguendo il pistone corsa dopo corsa. A sinistra di ogni pannello c'è la posizione del cilindro con le valvole; a destra, il tratto di curva che quella corsa aggiunge al diagramma. Alla fine dei cinque pannelli i pezzi si comporranno nel ciclo completo.

Una convenzione da tenere a mente

Il volume in ascissa è quello *della camera sopra il pistone*: è *minimo* quando il pistone è al PMS (in alto) e *massimo* quando è al PMI (in basso). Attenzione dunque: quando il pistone *scende*, il punto sul diagramma si muove verso *destra* (volume che cresce); quando *sale*, verso *sinistra*. È l'unico “ribaltamento” mentale richiesto, e una volta interiorizzato tutto il resto viene da sé.

Pannelli (a)–(c): aspirazione, compressione, combustione. La figura 3.2 mostra le prime tre corse.

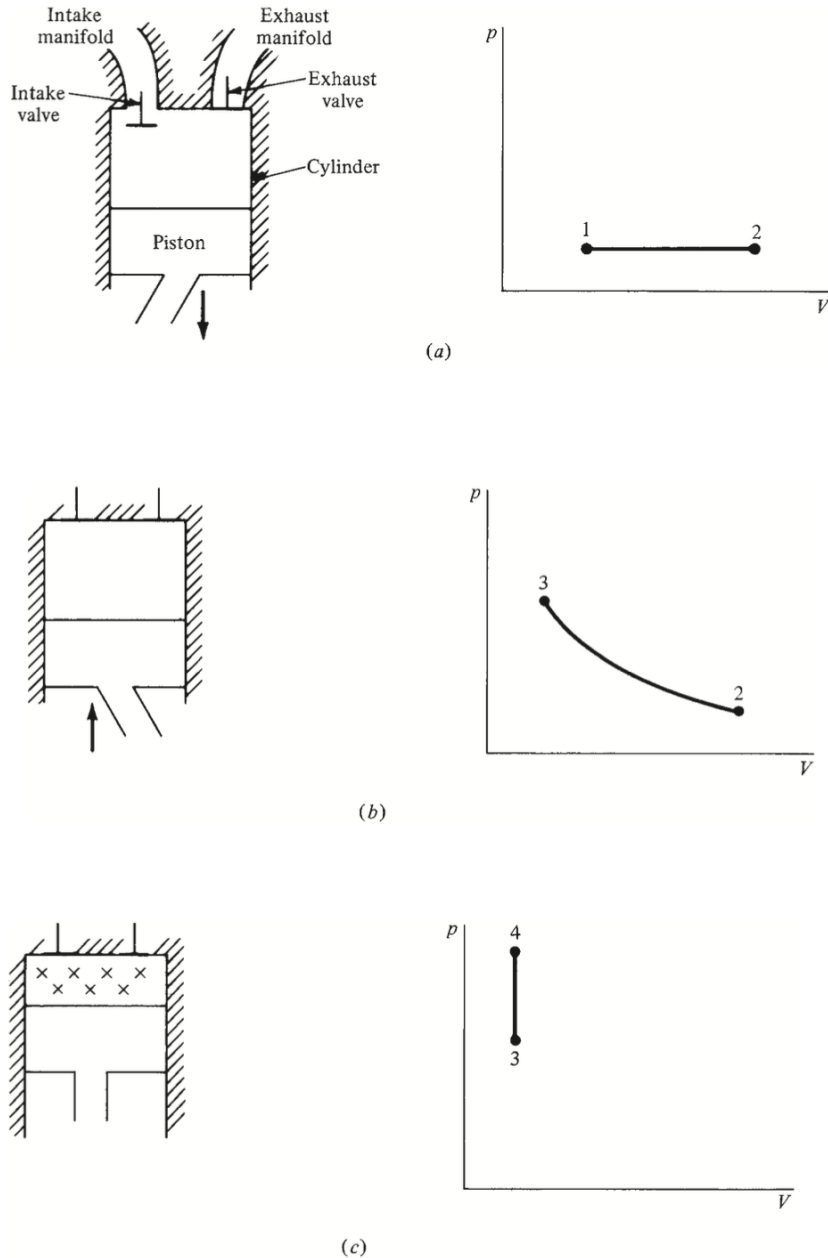


Figura 3.2. Le prime tre fasi del ciclo. (a) Aspirazione: il pistone scende con la valvola di aspirazione aperta e traccia l'isobara $1 \rightarrow 2$. (b) Compressione: valvole chiuse, il pistone risale lungo l'isentropica $2 \rightarrow 3$. (c) Combustione a volume costante: la scintilla (le crocette in camera) innesca la miscela e la pressione sale di scatto lungo l'isocora $3 \rightarrow 4$.

- **(a) Aspirazione — tratto $1 \rightarrow 2$, isobara.** Nel pannello si riconoscono il collettore di aspirazione (*intake manifold*) con la sua valvola aperta, il collettore di scarico con la valvola chiusa, il cilindro e il pistone che scende (freccia in basso). Il pistone va dal PMS ($V_1 = V_{\min}$) al PMI ($V_2 = V_{\max}$): la miscela fresca entra e, se si trascurano le perdite di carico nei condotti, lo fa a pressione costante, prossima a quella ambiente. Sul piano p - V nasce così il primo pezzo: un segmento *orizzontale*, percorso verso destra, dal punto 1 al punto 2.
- **(b) Compressione — tratto $2 \rightarrow 3$, isentropica.** Ora entrambe le valvole sono chiuse (nel pannello sono disegnate serrate) e la massa intrappolata è costante; il pistone risale spinto dall'albero. Trascurando

attrito e scambio termico con le pareti, la trasformazione è isentropica e giace sulla curva $pV^\gamma = \text{cost}$:

$$\frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^\gamma = \varepsilon^\gamma, \quad \frac{T_3}{T_2} = \varepsilon^{\gamma-1}. \quad (3.2)$$

Il secondo pezzo è dunque un *arco ripido* che sale verso sinistra, dal punto 2 (in basso a destra) al punto 3 (in alto a sinistra, al PMS).

- **(c) Combustione — tratto 3 → 4, isocora.** Le crocette in camera segnalano la miscela accesa dalla candela. La combustione è così rapida che, in prima approssimazione, si completa prima che il pistone abbia il tempo di spostarsi: avviene quindi *a volume costante*. Tutta l'energia liberata va in energia interna e, per l'equazione di stato a V fisso, $p_4/p_3 = T_4/T_3$: la pressione balza in alto lungo un segmento *verticale*, dal punto 3 al punto 4. È il tratto che “carica la molla” del motore.

Pannelli (d)–(e): corsa utile e scarico. La figura 3.3 completa la sequenza con le ultime due corse.

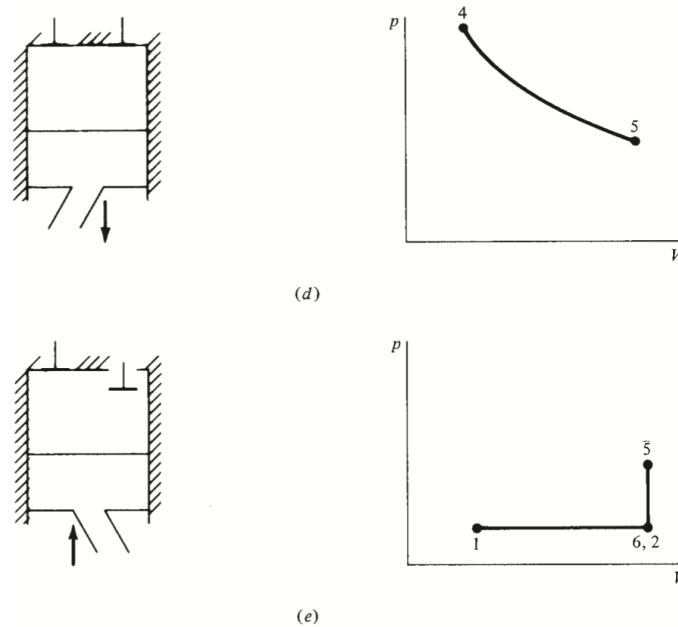


Figura 3.3. Le ultime due fasi del ciclo. (d) Corsa utile: il gas ad alta pressione spinge il pistone verso il basso lungo l'espansione isentropica $4 \rightarrow 5$. (e) Scarico: aperta la valvola di scarico, la pressione crolla a volume quasi costante ($5 \rightarrow 6$) e poi il pistone risale espellendo i gas lungo l'isobara $6 \rightarrow 1$; il punto 6 coincide in volume con il 2.

- **(d) Corsa utile — tratto $4 \rightarrow 5$, isentropica.** Valvole ancora chiuse, massa ancora costante: il gas caldo e compresso si espande spingendo il pistone verso il PMI (freccia in basso). L'evoluzione è di nuovo isentropica, ma su una curva $pV^\gamma = c_2$ diversa dalla compressione, perché passa per il punto 4, molto più in alto. Il pezzo che si aggiunge è l'arco $4 \rightarrow 5$: è *questa* la sola corsa che produce lavoro, e lo si vede a occhio: l'arco di espansione corre più in alto di quello di compressione, quindi “restituisce” più lavoro di quanto ne sia costato comprimere.
- **(e) Scarico — tratti $5 \rightarrow 6$ e $6 \rightarrow 1$.** Si apre la valvola di scarico (nel pannello, la valvola di destra ora è aperta e quella di sinistra chiusa). Il gas è ancora in pressione e sfoga nel collettore così in fretta che il pistone quasi non si muove: la pressione precipita a volume pressoché costante, lungo il breve segmento *verticale* $5 \rightarrow 6$ (il *blow-down*). Poi il pistone risale espellendo i gas combusti a pressione costante: segmento *orizzontale* $6 \rightarrow 1$ verso sinistra, che riporta al punto di partenza. Si noti che il punto 6 ha lo stesso volume del 2 (entrambi al PMI): per questo nei diagrammi si scrive “6, 2”.

Il ciclo completo. Sovrapponendo i cinque pezzi si ottiene il ciclo Otto ideale della figura 3.4. Due osservazioni lo chiudono. *Primo:* i tratti di aspirazione e scarico ideali ($1 \rightarrow 2$ e $6 \rightarrow 1$) giacciono sulla *stessa* isobara percorsa in versi opposti; i loro lavori si elidono e, nel calcolo del lavoro netto, contano solo compressione, combustione ed espansione — cioè il ciclo chiuso 2 3 4 5. *Secondo:* quel ciclo è percorso in verso *orario* e l'area che racchiude è positiva: è il lavoro netto per ciclo e per cilindro, il “motore” vero e proprio. (Un ciclo percorso in verso antiorario, come il ciclo di pompaggio che incontreremo nel diagramma reale, *assorbe* invece lavoro.)

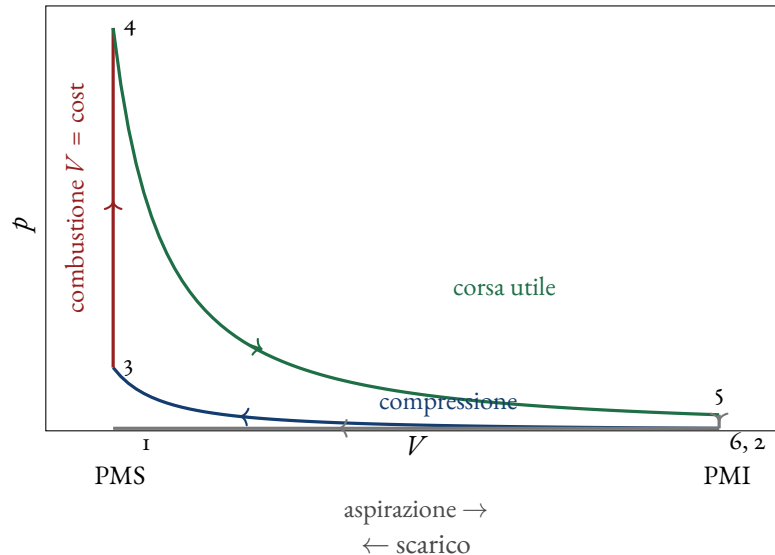


Figura 3.4. Il ciclo Otto completo, ottenuto sovrapponendo i cinque pezzi delle figure 3.2 e 3.3 (in scala, per il motore dell'esercizio 3.1): aspirazione isobara $1 \rightarrow 2$, compressione isentropica $2 \rightarrow 3$, combustione isocora $3 \rightarrow 4$, corsa utile isentropica $4 \rightarrow 5$, blow-down $5 \rightarrow 6$ e scarico isobaro $6 \rightarrow 1$. L'area racchiusa dal ciclo orario 2 3 4 5 è il lavoro netto per ciclo e per cilindro.

Il diagramma reale: il ciclo indicato

Il diagramma effettivamente misurato in un cilindro — detto *diagramma indicato*, dal nome dell'“indicatore”, lo strumento meccanico con cui, fin dai tempi di Watt, lo si tracciava — differisce da quello ideale in tre punti istruttivi. (a) *Il ciclo di pompaggio.* L'aspirazione reale avviene a pressione *inferiore* a quella ambiente (il cilindro deve “succhiare” attraverso filtro, condotti e valvola) e lo scarico a pressione *superiore* (deve “spingere”): i due tratti non coincidono più e racchiudono una piccola area percorsa in verso antiorario — lavoro *assorbito*, detto di pompaggio, che è una delle voci del rendimento meccanico η_{mech} . Con la farfalla del gas parzializzata la depressione di aspirazione cresce e il ciclo di pompaggio si gonfia: ecco, in termini di aree, perché un motore “strozzato” rende meno. (b) *Gli spigoli smussati.* La combustione reale dura un tempo finito: l'anticipo di accensione la fa iniziare prima del PMS e completare poco dopo, e lo spigolo 3-4 diventa una curva; analogamente l'apertura anticipata dello scarico smussa lo spigolo in 5, sacrificando un poco di espansione per aiutare lo svuotamento. (c) *Gli anticipi e i ritardi delle valvole.* Nella macchina reale le valvole non scattano ai punti morti: l'aspirazione apre *prima* del PMS e chiude *dopo* il PMI (per sfruttare l'inerzia della colonna fluida e riempire meglio il cilindro), lo scarico apre prima del PMI e chiude dopo il PMS. Attorno al PMS di fine scarico entrambe le valvole sono brevemente aperte insieme (*incrocio*): il lavaggio della camera migliora, al prezzo di una piccola perdita di miscela fresca. Il ciclo ideale resta la spina dorsale del calcolo; il diagramma indicato è il suo ritratto dal vero, e la distanza fra i due è esattamente ciò che i rendimenti (η_{th} reale, η_{mech}) mettono in conto.

3.4 Dal diagramma p - V al lavoro per ciclo

Il lavoro elementare compiuto *dal* gas su un pistone che varia il volume di dV è $\delta w = p dV$ (richiamo in Appendice A). Integrando:

$$W_{\text{esp}} = \int_{V_4}^{V_5} p dV, \quad W_{\text{comp}} = \int_{V_3}^{V_2} p dV, \quad (3.3)$$

e il lavoro netto per ciclo è la differenza

$$W = W_{\text{esp}} - W_{\text{comp}}, \quad (3.4)$$

che geometricamente è *l'area racchiusa dal ciclo* sul piano p - V : un risultato generale e potentissimo dei diagrammi termodinamici. Per una trasformazione isentropica $pV^\gamma = \text{cost}$, l'integrale si calcola in forma chiusa:

$$\int_{V_a}^{V_b} p dV = \frac{p_a V_a - p_b V_b}{\gamma - 1}. \quad (3.5)$$

Dimostrazione della (3.5)

Se $pV^\gamma = c$ allora $p = cV^{-\gamma}$ e

$$\int_{V_a}^{V_b} cV^{-\gamma} dV = \frac{c}{1-\gamma} (V_b^{1-\gamma} - V_a^{1-\gamma}) = \frac{cV_b^{1-\gamma} - cV_a^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

Ma $cV_b^{1-\gamma} = p_b V_b^\gamma V_b^{1-\gamma} = p_b V_b$ e analogamente per a : sostituendo e cambiando segno a numeratore e denominatore si ottiene la (3.5). *Validità*: la formula vale solo per trasformazioni isentropiche di gas perfetto con γ costante.

Il rendimento termico del ciclo Otto: una formula in tre righe

Il rendimento termico è il rapporto fra lavoro netto e calore fornito: $\eta_{\text{th}} = W/Q_{\text{in}} = 1 - Q_{\text{out}}/Q_{\text{in}}$. Nel ciclo Otto entrambi gli scambi termici avvengono a volume costante: $Q_{\text{in}} = c_v(T_4 - T_3)$ nella combustione, $Q_{\text{out}} = c_v(T_5 - T_2)$ nello scarico spontaneo. Quindi

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_3} = 1 - \frac{T_2}{T_3} \cdot \frac{T_5/T_2 - 1}{T_4/T_3 - 1}.$$

Le due isentropiche $2 \rightarrow 3$ e $4 \rightarrow 5$ condividono lo stesso rapporto volumetrico ε , dunque $T_3/T_2 = T_4/T_5 = \varepsilon^{\gamma-1}$: la frazione a destra vale 1 e resta la formula celebre

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}. \quad (3.6)$$

Il rendimento del ciclo Otto ideale dipende *soltanto* dal rapporto di compressione: $\eta_{\text{th}} = 0,541$ per $\varepsilon = 7$, $0,565$ per $\varepsilon = 8$, $0,602$ per $\varepsilon = 10$. Da qui la spinta storica verso ε crescenti, frenata dalla detonazione: la miscela non deve autoaccendersi per sola compressione, ed è questo — non la termodinamica — a fissare il limite pratico (e a motivare le benzine ad alto numero di ottano dell'aviazione a pistoncini). I motori reali restano sotto la (3.6) per le perdite di calore alle pareti, la combustione non istantanea e il ricambio della carica.

3.5 Potenza indicata, potenza all'albero, potenza disponibile

L'albero compie n giri al secondo e il ciclo completo richiede due giri: ogni cilindro compie dunque $n/2$ cicli al secondo. Con N cilindri, la potenza generata dai processi termo-fluidodinamici interni — detta **potenza**

indicata — è

$$IP = \frac{n}{2} N W. \quad (3.7)$$

Gli attriti degli organi meccanici (fasce, cuscinetti, distribuzione) dissipano una frazione di IP: all'albero arriva la *potenza al freno* $\Pi = \eta_{\text{mech}} IP$, con η_{mech} **rendimento meccanico** (tipicamente 0,75–0,90). Infine l'elica, con il suo rendimento η (capitolo 2), restituisce la potenza disponibile:

Formula chiave

$$\Pi_A = \eta \eta_{\text{mech}} \frac{n}{2} N W = \frac{\eta \eta_{\text{mech}} (\text{rpm}) N W}{120}, \quad (3.8)$$

dove nella seconda forma $n = \text{rpm}/60$. La potenza disponibile di un motoelica è direttamente proporzionale al regime di rotazione.

3.6 La pressione media effettiva

È utile condensare il ciclo in un solo numero di merito. Immaginiamo che durante la sola corsa utile agisca sul pistone una pressione *costante* fittizia p_e tale da produrre lo stesso lavoro del ciclo reale:

$$W = \frac{\pi b^2}{4} s p_e. \quad (3.9)$$

p_e si chiama **pressione media effettiva** (pme): non è una pressione fisicamente presente nel cilindro, ma una media di comodo che misura quanto “densamente” il motore sfrutta la propria cilindrata. Sostituendo la (3.9) nella (3.8) e usando la cilindrata totale (3.1):

Formula chiave

$$\Pi_A = \frac{\eta \eta_{\text{mech}} (\text{rpm}) d p_e}{120}. \quad (3.10)$$

La potenza disponibile è proporzionale a regime, cilindrata e pressione media effettiva: le tre leve del progettista di motori.

3.6.1 Il consumo specifico

Come si misura la “sete” di un motore a pistoni? Con il **consumo specifico** c : la massa di combustibile consumata per unità di potenza e di tempo,

$$c = \frac{\text{massa di combustibile oraria}}{\Pi} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{kW} \cdot \text{h}} \right]. \quad (3.11)$$

Per i motori aeronautici dell'aviazione generale il valore tipico è $c \simeq 0,24 \text{ kg}/(\text{kW h})$ — ed è, con ottima approssimazione, *costante* sia con la velocità di volo sia con la quota: il motore alternativo brucia in proporzione alla potenza che eroga, punto. Si noti la differenza concettuale con il TSFC dei motori a getto (che incontreremo nel capitolo 6): lì il consumo si riferisce alla *spinta*, qui alla *potenza* — coerentemente con la grandezza che ogni famiglia di motori “dichiara” (capitolo 1).

3.6.2 Effetto della quota e sovralimentazione

La p_e rappresenta, in ultima analisi, la massa d'aria aspirata a ogni ciclo: salendo in quota ρ_∞ diminuisce, il cilindro “respira” meno massa, p_e cala e con essa Π_A . È la giustificazione fisica dell'ipotesi, usata nei calcoli di

prestazioni, che per il motoelica $\Pi_A \propto \rho_\infty$. Una correlazione empirica di uso comune nel progetto preliminare raffina questa proporzionalità:

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} \simeq 1,132 \frac{\rho}{\rho_0} - 0,132, \quad (3.12)$$

con pedice 0 per il livello del mare: a 6000 m ($\rho/\rho_0 = 0,539$) la potenza è già scesa al 48% circa. *Validità:* correlazione empirica per motori aspirati; per motori sovralimentati non si applica, perché il compressore mantiene la pressione nel collettore fino alla quota di ristabilimento. Il rimedio è appunto il **compressore di sovralimentazione**: una pompa, trascinata dall'albero (compressore meccanico) o da una turbinetta mossa dai gas di scarico (turbocompressore), che ricomprime l'aria prima del collettore di aspirazione ripristinandone la densità. Sviluppata dalla NACA negli anni Venti — nel 1929 un Wasp sovralimentato portò un biplano Apache al record di 39 140 ft — la sovralimentazione fu decisiva per i motori d'alta quota della Seconda guerra mondiale ed è tuttora diffusa nell'aviazione generale.

Attenzione

Nei motori a combustione interna il rapporto di compressione ε è un rapporto di *volumi*, non di pressioni: $\varepsilon = V_2/V_3$. Il rapporto delle pressioni corrispondente, per compressione isentropica, è ε' , ben più grande ($\varepsilon = 10 \Rightarrow p_3/p_2 \simeq 25$). Confondere i due rapporti è un errore classico.

3.7 Esercizi svolti

Esercizio 3.1 — Ciclo completo di un motore a sei cilindri

Un motore a sei cilindri ha corsa $s = 9,5$ cm, alesaggio $b = 9$ cm, rapporto di compressione $\varepsilon = 10$. Nel collettore di aspirazione la miscela si trova a $p_2 = 0,8$ atm e $T_2 = 250$ K; la dosatura è $f = 0,06$ (massa di combustibile su massa d'aria), il potere calorifico della benzina è $Q_c = 4,29 \times 10^7$ J/kg, il rendimento meccanico è $\eta_{\text{mech}} = 0,75$ e l'elica ha $\eta = 0,83$. Calcolare la potenza disponibile a 3000 giri/min. Si assuma per la miscela $c_p = 1008$ J/(kg K), $R = 288$ J/(kg K), $\gamma = 1,4$.

Svolgimento passo passo. La strategia: percorrere il ciclo calcolando gli stati 3, 4, 5, poi i volumi, poi i lavori con la (3.5), infine la potenza con la (3.8).

Passo 1 — compressione isentropica 2→3. Dalla (3.2) con $V_2/V_3 = \varepsilon = 10$:

$$\begin{aligned} p_3 &= p_2 \varepsilon^\gamma = 0,8 \times 10^{1,4} = 0,8 \times 25,12 = 20,1 \text{ atm}, \\ T_3 &= T_2 \varepsilon^{\gamma-1} = 250 \times 10^{0,4} = 250 \times 2,512 = 628 \text{ K}. \end{aligned}$$

Passo 2 — calore liberato per unità di massa di miscela. In 1 kg di miscela ci sono $f/(1+f)$ kg di combustibile, quindi

$$q = \frac{Q_c f}{1+f} = \frac{4,29 \times 10^7 \times 0,06}{1,06} = 2,428 \times 10^6 \text{ J/kg}.$$

Passo 3 — combustione a volume costante 3→4. Per una trasformazione a V costante il primo principio dà $q = c_v(T_4 - T_3)$ con $c_v = c_p - R = 1008 - 288 = 720$ J/(kg K):

$$T_4 = T_3 + \frac{q}{c_v} = 628 + \frac{2,428 \times 10^6}{720} = 628 + 3372 = 4000 \text{ K}.$$

A volume costante l'equazione di stato dà $p \propto T$:

$$p_4 = p_3 \frac{T_4}{T_3} = 20,1 \times \frac{4000}{628} = 128,0 \text{ atm}.$$

Passo 4 — espansione isentropica 4→5. Il rapporto di espansione dei volumi è di nuovo 10:

$$p_5 = p_4 \left(\frac{1}{10} \right)^{1,4} = \frac{128,0}{25,12} = 5,10 \text{ atm.}$$

Passo 5 — geometria dei volumi. Detta x la distanza fra cielo del cilindro e pistone al PMS, la definizione di ε dà $(s+x)/x = 10$, cioè $x = s/9 = 9,5/9 = 1,056$ cm. Quindi

$$V_2 = \frac{\pi b^2}{4}(s+x) = \frac{\pi \times 9^2}{4} \times (9,5 + 1,056) = 671,5 \text{ cm}^3 = 6,715 \times 10^{-4} \text{ m}^3,$$

$$V_3 = \frac{V_2}{10} = 67,15 \text{ cm}^3.$$

Passo 6 — lavori (unità SI: 1 atm = 1,013 25 × 10⁵ Pa). Con la (3.5):

$$W_{\text{comp}} = \frac{p_3 V_3 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{(20,1 \times 6,715 \times 10^{-5} - 0,8 \times 6,715 \times 10^{-4}) \times 1,013 \times 10^5}{0,4}$$

$$= 206 \text{ J,}$$

$$W_{\text{esp}} = \frac{p_4 V_3 - p_5 V_2}{\gamma - 1} = \frac{(128,0 \times 6,715 \times 10^{-5} - 5,10 \times 6,715 \times 10^{-4}) \times 1,013 \times 10^5}{0,4}$$

$$= 1311 \text{ J.}$$

Passo 7 — lavoro netto e potenza disponibile. $W = 1311 - 206 = 1105$ J per ciclo e per cilindro. Dalla (3.8):

$$\Pi_A = \frac{\eta \eta_{\text{mech}} (\text{rpm}) N W}{120} = \frac{0,83 \times 0,75 \times 3000 \times 6 \times 1105}{120} = 1,032 \times 10^5 \text{ W} \simeq 138 \text{ hp.}$$

Verifica di sensatezza: $\simeq 23$ hp per cilindro da 600 cm³ unitari a 3000 giri: perfettamente nell'ordine di grandezza dei motori aeronautici aspirati.

Esercizio 3.2 — Pressione media effettiva

Per il motore dell'esercizio precedente, calcolare la pressione media effettiva.

Svolgimento.

Passo 1 — cilindrata totale. Dalla (3.1):

$$d = \frac{\pi b^2}{4} s N = \frac{\pi \times 9^2}{4} \times 9,5 \times 6 = 3626 \text{ cm}^3 = 3,626 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Passo 2 — inversione della (3.10).

$$p_e = \frac{120 \Pi_A}{\eta \eta_{\text{mech}} (\text{rpm}) d} = \frac{120 \times 1,032 \times 10^5}{0,83 \times 0,75 \times 3000 \times 3,626 \times 10^{-3}} = 1,83 \times 10^6 \text{ Pa} \simeq 18,1 \text{ atm.}$$

In alternativa, direttamente dalla (3.9) con il lavoro di un cilindro: $p_e = W/[(\pi b^2/4)s] = 1105/(6,043 \times 10^{-4}) = 1,83 \times 10^6 \text{ Pa}$: stesso risultato, come deve essere.

Commento. Una pme di $\simeq 18$ atm è un valore da ciclo ideale: nei motori reali aspirati la pme è tipicamente 8–12 atm, perché il ciclo reale perde area rispetto a quello ideale (combustione non istantanea, scambi termici, laminazioni alle valvole). Il modello a ciclo ideale, dichiaratamente, sovrastima il lavoro: lo usiamo perché coglie la fisica e le dipendenze corrette con calcoli elementari.

Esercizio 3.3 — Motore da addestratore tipo O-235

Un quattro cilindri per aviazione leggera, modellato sull'Avco Lycoming O-235, ha $b = 11,1$ cm, $s = 9,84$ cm, $\varepsilon = 6,75$, $\eta_{\text{mech}} = 0,83$, elica con $\eta = 0,85$, dosatura $f = 0,06$, condizioni di collettore $p_2 = 1$ atm e $T_2 = 285$ K. Calcolare la potenza disponibile a 2800 giri/min.

Svolgimento passo passo (stessa strategia dell'esercizio 3.1).

Passo 1 — compressione. $p_3 = 1 \times 6,75^{1,4} = 14,49$ atm; $T_3 = 285 \times 6,75^{0,4} = 285 \times 2,146 = 611,7$ K.

Passo 2 — calore per unità di massa di miscela. Come nell'esercizio 3.1, $q = 2,428 \times 10^6$ J/kg.

Passo 3 — combustione a V costante. $T_4 = 611,7 + 2,428 \times 10^6 / 720 = 611,7 + 3372,6 = 3984$ K; $p_4 = 14,49 \times (3984 / 611,7) = 94,4$ atm.

Passo 4 — espansione. $p_5 = 94,4 \times (1/6,75)^{1,4} = 94,4 / 14,49 = 6,51$ atm.

Passo 5 — volumi. $x = s / (\varepsilon - 1) = 9,84 / 5,75 = 1,711$ cm;

$$V_2 = \frac{\pi \times 11,1^2}{4} (9,84 + 1,711) = 1117,8 \text{ cm}^3, \quad V_3 = V_2 / 6,75 = 165,6 \text{ cm}^3.$$

Passo 6 — lavori.

$$W_{\text{comp}} = \frac{(14,49 \times 1,656 \times 10^{-4} - 1 \times 1,1178 \times 10^{-3}) \times 1,013 \times 10^5}{0,4} = 325 \text{ J},$$

$$W_{\text{esp}} = \frac{(94,4 \times 1,656 \times 10^{-4} - 6,51 \times 1,1178 \times 10^{-3}) \times 1,013 \times 10^5}{0,4} = 2114 \text{ J},$$

$$W = 2114 - 325 = 1790 \text{ J}.$$

Passo 7 — potenza disponibile.

$$\Pi_A = \frac{0,85 \times 0,83 \times 2800 \times 4 \times 1790}{120} = 1,18 \times 10^5 \text{ W} \simeq 158 \text{ hp}.$$

Commento. L'O-235 reale eroga 115 hp circa: il nostro ciclo ideale sovrastima, come atteso, di un fattore $\sim 1,4$ — coerente con la discussione dell'esercizio 3.2 sui limiti del modello.

Esercizio 3.4 — pme del motore precedente

Calcolare la pressione media effettiva del motore dell'esercizio 3.3.

Svolgimento. Cilindrata: $d = (\pi \times 11,1^2 / 4) \times 9,84 \times 4 = 3808,8 \text{ cm}^3$. Dalla (3.10):

$$p_e = \frac{120 \times 1,18 \times 10^5}{0,85 \times 0,83 \times 2800 \times 3,8088 \times 10^{-3}} = 1,88 \times 10^6 \text{ Pa} \simeq 18,6 \text{ atm}.$$

3.8 Nota storica: il motore che mancava

Il racconto del capitolo 1 trova qui il suo epilogo tecnico. Il quattro tempi di Otto (1876) rese pensabile il volo motorizzato, ma nel 1900 nessun motore d'automobile reggeva il requisito aeronautico del rapporto potenza/peso. Langley commissionò a Balzer un dodici cavalli entro le cento libbre; ricevette otto cavalli, e fu Charles Manly a riprogettare tutto, creando nel 1902 il primo stellare aeronautico della storia: 52,4 hp per 208 lb, un primato che resse sedici anni. I Wright, dal canto loro, con Charles Taylor costruirono in sei settimane un quattro cilindri in linea in alluminio da 12 hp e 100 lb: meno raffinato, ma sufficiente, e soprattutto *loro*. Da lì il motore alternativo crebbe per quattro decenni, fino ai grandi stellari sovralimentati da oltre duemila cavalli del 1945, prima di cedere il passo alla turbina a gas — restando però, ancora oggi, la scelta giusta per l'aviazione generale sotto i 500 km/h.

Il senso di tutto questo

Il messaggio del capitolo è duplice. Primo: un ciclo termodinamico si *legge* sul piano $p-V$, dove l'area racchiusa è lavoro — uno strumento che ritroveremo, in versione $p-v$, per il turbogetto e per il ramjet. Secondo: la catena $\mathcal{W} \rightarrow \text{IP} \rightarrow \Pi \rightarrow \Pi_A$ insegna che fra l'energia liberata dalla combustione e la potenza che effettivamente trascina il velivolo ci sono tre rendimenti in cascata; il mestiere del progettista è alzare ciascuno di essi.

L'equazione della spinta

Dove stiamo andando

Questo è il capitolo concettualmente più importante della monografia: qui deriviamo, con il metodo del volume di controllo, l'equazione generale della spinta valida per *qualunque* propulsore a getto — turbogetto, turbofan, ramjet, razzo. La derivazione stessa è un esercizio esemplare di meccanica dei fluidi: la incontrerete di nuovo, identica nel metodo, in tutti i corsi successivi di aerodinamica e propulsione.

4.1 Da dove viene, davvero, la spinta

Cominciamo da un principio che deve diventare un riflesso mentale: *la natura trasmette forze a una superficie solida solo attraverso la pressione e lo sforzo tangenziale distribuiti su di essa*. Non esistono altri canali. La spinta di un motore a getto, quindi, è “semplicemente” la risultante, in direzione del moto, della distribuzione di pressione (lo sforzo tangenziale è qui secondario) che agisce su ogni centimetro quadrato delle superfici interne ed esterne del motore.

Questa è la causa *fondamentale*. Esiste però una descrizione *equivalente* e molto più comoda per i calcoli: per la seconda legge di Newton nella forma originale, la forza è pari alla variazione nel tempo della quantità di moto; per la terza legge, se il motore accelera all'indietro il fluido che lo attraversa, il fluido esercita sul motore una forza uguale e opposta, in avanti. Le due letture — pressioni integrate sulla superficie e bilancio di quantità di moto — sono facce della stessa medaglia; la derivazione che segue le collega esplicitamente.

Attenzione

Nella divulgazione si legge spesso che “la spinta la fa l'ugello” o “la fa il getto veloce che esce”. Vedremo nel capitolo 5, numeri alla mano, che l'ugello dà un contributo *negativo* alla spinta: l'alta velocità di scarico è l'*effetto* della produzione di spinta, non la sua causa — esattamente come il downwash dietro un'ala è l'effetto, non la causa, della portanza.

4.2 Derivazione con il volume di controllo

Schematizziamo il propulsore come un condotto attraversato da un flusso: l'aria entra dalla sezione di ingresso di area A_i con velocità V_∞ e pressione p_∞ ; all'interno viene iniettato e bruciato combustibile con portata $\dot{m}_{\text{comb}}$; il getto esce dalla sezione di area A_e con velocità V_e e pressione statica p_e . Indichiamo con x la direzione di volo (positiva verso l'avanti) e con p_s la pressione che il gas esercita sulla parete interna del condotto.

La figura 4.1 accompagna l'intera derivazione: è la stessa sequenza di ragionamento, resa visibile. Conviene tenerla sott'occhio e tornarci a ogni passo.

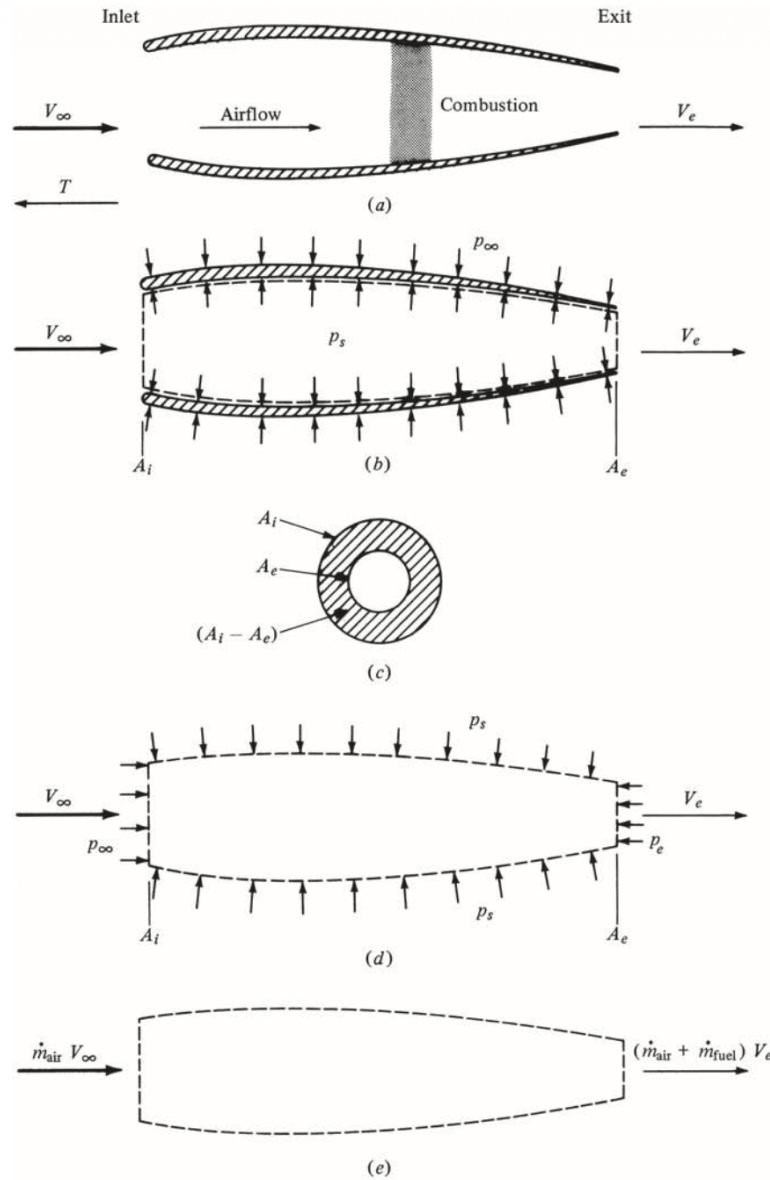


Figura 4.1. Dalla realtà fisica al volume di controllo. (a) Il propulsore: l'aria entra a V_∞ , brucia, esce a V_e ; la reazione è la spinta T . (b) Le pressioni reali che agiscono sulle superfici: la pressione interna p_s sulle pareti e la pressione ambiente p_∞ all'esterno. (c) Le aree in gioco viste di fronte: l'anello $A_i - A_e$ è la superficie esterna che "vede" la pressione ambiente. (d) Il volume di controllo: si dimentica il metallo e si tiene solo la superficie di contorno, con le pressioni che vi agiscono (p_∞ su A_i , p_s sulle pareti laterali, p_e su A_e). (e) Il bilancio di quantità di moto sullo stesso contorno: entra $\dot{m}_{aria} V_\infty$, esce $(\dot{m}_{aria} + \dot{m}_{comb}) V_e$.

Passo 1: la spinta come integrale delle pressioni (pannelli a–c)

La spinta nasce dalle pressioni che agiscono sulle superfici del motore, come mostra il pannello (b): all'interno la pressione p_s preme sulle pareti del condotto, all'esterno la pressione ambiente p_∞ preme sul mantello. La spinta è la componente x della risultante di *tutte* queste pressioni, interne ed esterne:

$$T = \int (p_s \, dS)_x + \int (p_\infty \, dS)_x. \quad (4.1)$$

Il secondo integrale si calcola subito guardando il pannello (c): la pressione ambiente, essendo uniforme, dà risultante non nulla solo sulla proiezione frontale della superficie esterna — l'anello di area $A_i - A_e$ evidenziato

nella vista di fronte. Quindi

$$T = \int (p_s \, dS)_x + p_\infty (A_i - A_e). \quad (4.2)$$

L'integrale rimasto, $\int (p_s \, dS)_x$, è però intrattabile così com'è: nessuno conosce, punto per punto, la pressione p_s dentro un motore. Il colpo di genio è aggirarlo — e per farlo si cambia oggetto di studio, passando dal metallo al gas.

Passo 2: il volume di controllo (pannello d)

Smettiamo di guardare il motore e guardiamo *il gas* che lo attraversa: è il **volume di controllo** del pannello (d), dove il metallo è scomparso e resta solo la superficie di contorno del fluido. Su questa superficie agiscono tre pressioni: p_∞ sulla faccia d'ingresso A_i , la pressione di parete p_s lungo il contorno laterale (che per la terza legge di Newton spinge sul gas in modo uguale e opposto a come il gas spinge sulla parete), e p_e sulla faccia d'uscita A_e . La componente x della forza totale esercitata sul gas è dunque

$$F = p_\infty A_i + \int (p_s \, dS)_x - p_e A_e. \quad (4.3)$$

Passo 3: bilancio di quantità di moto (pannello e)

Lo stesso volume di controllo, visto ora dal lato del *moto* del gas, è il pannello (e): entra aria con portata $\dot{m}_{\text{aria}}$ a velocità V_∞ , esce gas combusto con portata $\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}}$ a velocità V_e . La seconda legge di Newton per un flusso stazionario, nella forma $F = d(mV)/dt$, dice che la forza sul gas eguaglia il flusso di quantità di moto uscente meno quello entrante:

$$F = (\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}}) V_e - \dot{m}_{\text{aria}} V_\infty. \quad (4.4)$$

Passo 4: combinazione

Il pannello (d) e il pannello (e) descrivono la *stessa* forza F sullo stesso volume di controllo: uno con le pressioni, l'altro con le quantità di moto. Uguagliamo dunque (4.3) e (4.4) e risolviamo per l'integrale scomodo:

$$\int (p_s \, dS)_x = (\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}}) V_e - \dot{m}_{\text{aria}} V_\infty + p_e A_e - p_\infty A_i. \quad (4.5)$$

Sostituendo nella (4.2), i termini in A_i si elidono e l'integrale — che non sapevamo calcolare — sparisce, lasciando solo grandezze misurabili alle due sezioni estreme:

Formula chiave: equazione della spinta

$$T = (\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}}) V_e - \dot{m}_{\text{aria}} V_\infty + (p_e - p_\infty) A_e \quad (4.6)$$

Vale per ogni propulsore a getto. Il primo blocco è la *spinta di quantità di moto* (getto più veloce del volo $\Rightarrow$ spinta positiva); l'ultimo è la *spinta di pressione*, presente solo se l'ugello non espande fino alla pressione ambiente.

Il senso della costruzione

Il valore di questa derivazione sta tutto nel salto dai pannelli (a–c) ai pannelli (d–e): l'integrale delle pressioni interne, impossibile da calcolare direttamente, viene sostituito da un bilancio di quantità di moto che chiede di conoscere il flusso *soltanto* in ingresso e in uscita. Non serve sapere nulla di ciò che accade dentro il motore — come bruci la miscela, che forma abbiano le pale — per calcolarne la spinta: bastano gli stati alle due sezioni estreme. È l'essenza del metodo del volume di controllo, e uno degli argomenti più eleganti di tutta la propulsione.

Casi particolari da memorizzare

Turbogetto/turbofan: la portata di combustibile è piccola ($\dot{m}_{\text{comb}}/\dot{m}_{\text{aria}} \simeq 0,05$) e spesso trascurabile:

$$T \simeq \dot{m}_{\text{aria}} (V_e - V_\infty) + (p_e - p_\infty)A_e. \quad (4.7)$$

Endoreattore: non entra aria ($\dot{m}_{\text{aria}} = 0$); detta $\dot{m} = \dot{m}_{\text{comb}} + \dot{m}_{\text{ox}}$ la portata totale di propellenti:

$$T = \dot{m} V_e + (p_e - p_\infty)A_e. \quad (4.8)$$

Motore al banco ($V_\infty = 0$): $T = \dot{m}V_e + (p_e - p_\infty)A_e$ (*spinta statica*).

4.3 Come leggere l'equazione della spinta

La (4.7) contiene, in una riga, tutta la strategia dei propulsori a getto: *la funzione del motore è espellere il gas da dietro più velocemente di quanto entri davanti*. E contiene anche il compromesso fondamentale: la stessa spinta $\dot{m}_{\text{aria}}(V_e - V_\infty)$ si può ottenere con *tanta* portata e *piccolo* salto di velocità (elica, turbofan) o con *poca* portata e *grande* salto di velocità (turbogetto puro, razzo). Le due strade non sono equivalenti dal punto di vista energetico: l'energia cinetica abbandonata nella scia cresce con il *quadrato* del salto di velocità, mentre la spinta cresce solo linearmente. Torneremo su questo punto, quantitativamente, nel capitolo II.

Due conseguenze immediate, utili nei calcoli di prestazione:

- **Effetto della velocità (regime subsonico)**: al crescere di V_∞ la portata $\dot{m}_{\text{aria}} = \rho_\infty V_\infty A_i$ aumenta, ma il salto $V_e - V_\infty$ diminuisce: i due effetti tendono a compensarsi e la spinta del turbogetto è, in prima approssimazione, *indipendente da* V_∞ .
- **Effetto della quota**: $\dot{m}_{\text{aria}} \propto \rho_\infty$ mentre $V_e - V_\infty$ è poco sensibile e il termine di pressione è piccolo: quindi $T \propto \rho_\infty$, l'ipotesi usata nei calcoli di prestazione dei velivoli a getto.

Elica e getto: stessa fisica

Anche l'elica rientra nella (4.6): basta immaginare il volume di controllo come il tubo di flusso che l'attraversa. L'elica è un dispositivo a grandissima $\dot{m}_{\text{aria}}$ e piccolissimo $V_e - V_\infty$ (circa 10 m/s); il turbogetto dà al gas centinaia di m/s di incremento; il razzo, migliaia. Questa gerarchia è la chiave di lettura dell'intera monografia.

Spinta non installata e spinta installata

La (4.6) fornisce la spinta *non installata*: quella del motore isolato, misurata al banco. Montato sul velivolo, il motore convive con gondola, piloni e prese d'aria che generano resistenza aggiuntiva e possono degradare il flusso all'ingresso (distorsione): la spinta *installata* — l'unica che conta per le prestazioni — è tipicamente il 4–8% inferiore. La distinzione è importante quando si confrontano i dati di targa dei costruttori (non installati) con i valori usati nei calcoli di meccanica del volo. Nella monografia, salvo avviso contrario, calcoliamo sempre spinte non installate.

Il senso di tutto questo

L'equazione della spinta è il vero spartiacque della monografia: da qui in poi ogni motore — turbogetto, turbofan, statoreattore, razzo — sarà solo un modo diverso di riempire i termini $\dot{m}$, V_e , p_e della stessa formula. Chi la padroneggia, insieme al volume di controllo che l'ha generata, possiede lo strumento con cui la propulsione si calcola davvero.

Il turbogetto

Dove stiamo andando

Applichiamo l'equazione della spinta al motore che ha rivoluzionato l'aviazione: il turbogetto. Descriviamo i cinque componenti, il ciclo termodinamico, il postbruciatore, e poi facciamo qualcosa di raro nei libri di testo: seguiamo la spinta *componente per componente*, scoprendo con dati industriali reali dove nasce davvero la forza che spinge l'aereo. Il capitolo si chiude con una lunga sequenza di esercizi svolti che percorre l'intera filiera termodinamica di un turbogetto realistico, dal compressore al calcolo della spinta in volo supersonico. Tutti i calcoli sono condotti nel Sistema Internazionale.

5.1 Architettura del turbogetto

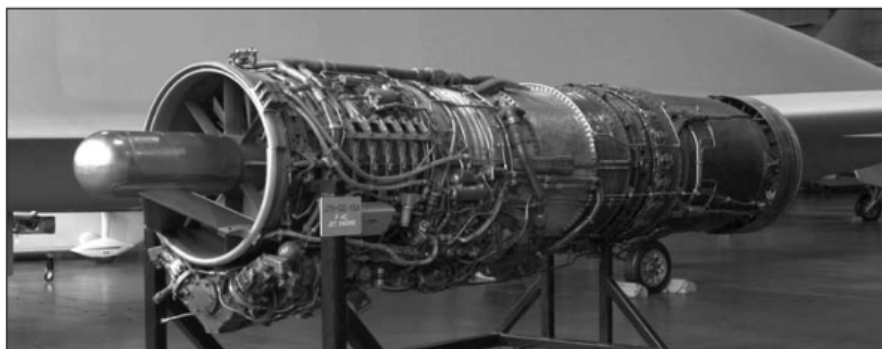


Figura 5.1. Il turbogetto: sezione longitudinale con presa d'aria, compressore assiale, camera di combustione anulare, turbina e ugello di scarico.

Il turbogetto (figura 5.1) realizza la ricetta della (4.7) — espellere il gas più veloce di come entra — con cinque organi in serie (figura 5.2), numerati secondo le stazioni convenzionali 1–6:

1. **Presa dinamica e diffusore** (1→2): rallenta il flusso fino a $M \simeq 0,2$ recuperando pressione ($p_2 > p_1$). In regime subsonico è un condotto divergente; in regime supersonico deve essere convergente–divergente e la decelerazione avviene in parte attraverso onde d'urto, spesso organizzate da un corpo centrale (cono o rampa).
2. **Compressore** (2→3): schiere alternate di pale rotanti (*rotori*) e fisse (*statori*) — tutte, di nuovo, profili alari — che innalzano la pressione totale del flusso assorbendo lavoro. Nei motori moderni il flusso attraversa le schiere senza deviazioni globali: *compressore assiale* (se ne vede uno reale nello spaccato della figura 5.3); i primissimi getti usavano invece compressori centrifughi, che deviavano il flusso anche di oltre 90° .
3. **Camera di combustione** (3→4): il combustibile è iniettato e brucia a *pressione circa costante*, innalzando fortemente la temperatura del flusso.

4. **Turbina** ($4 \rightarrow 5$): schiere palettate che *estraggono* lavoro dal gas caldo espandendolo da p_4 a p_5 ; quel lavoro, trasmesso dall'albero, aziona il compressore. In condizioni ideali il lavoro di turbina uguaglia quello di compressore.
5. **Ugello di scarico** ($5 \rightarrow 6$): espande il gas fino a $p_6 = p_e$ accelerandolo alla velocità V_e . Convergente (getto al più subsonico) per i motori subsonici; convergente-divergente (getto supersonico) per i velivoli supersonici.

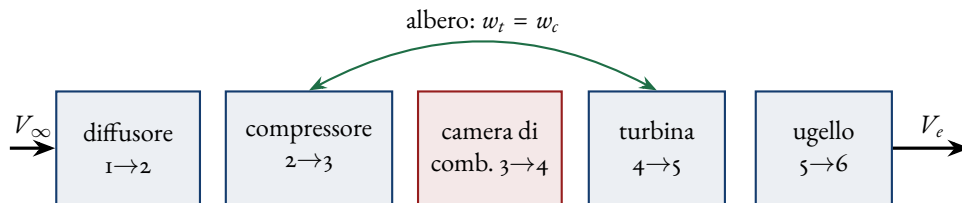


Figura 5.2. Schema a blocchi del turbogetto con la numerazione delle stazioni.

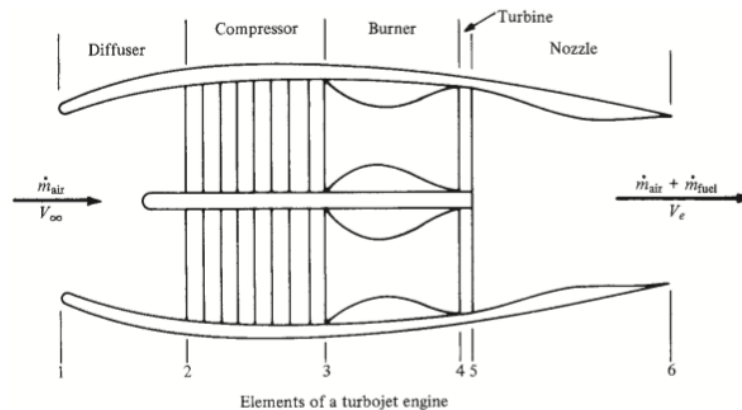


Figura 5.3. Spaccato di un turbogetto reale, in cui si riconoscono il compressore assiale pluristadio, la camera di combustione, la turbina e l'ugello calettati sullo stesso albero.

5.2 Il ciclo termodinamico ideale

Sul piano $p-v$ (pressione-volume specifico) il ciclo ideale del turbogetto — il *ciclo Brayton*, figura 5.4 — si compone di: compressione isentropica $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ (diffusore + compressore, lungo $pv^\gamma = c_1$); combustione a pressione costante $3 \rightarrow 4$, durante la quale l'equazione di stato $pv = RT$ impone l'aumento del volume specifico; espansione isentropica $4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ (turbina + ugello, lungo $pv^\gamma = c_2$), con l'ugello ideale che espande fino a $p_6 = p_\infty$.

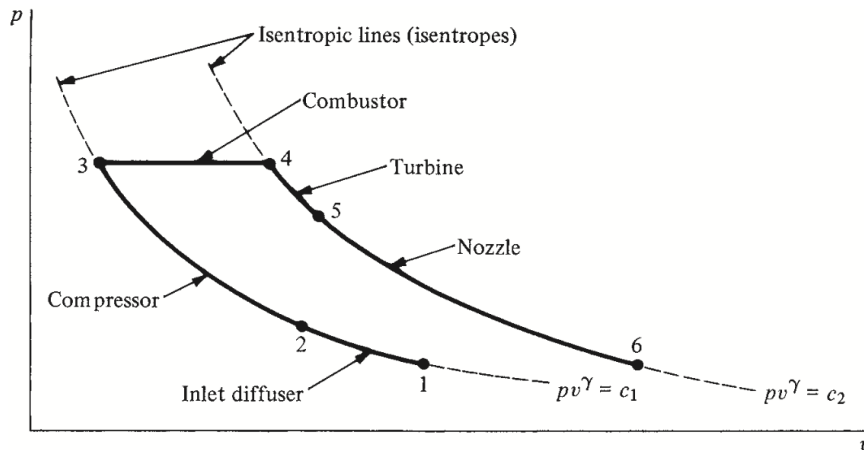


Figura 5.4. Il ciclo ideale del turbogetto (ciclo Brayton) sul piano pressione–volume specifico: compressione isentropica (diffusore e compressore), combustione a pressione costante, espansione isentropica (turbina e ugello).

Otto contro Brayton

La differenza cruciale rispetto al motore alternativo è *dove* avviene la combustione: a volume costante nel ciclo Otto (macchina volumetrica: il gas è intrappolato nel cilindro), a pressione costante nel ciclo Brayton (macchina a flusso continuo: il gas attraversa liberamente la camera). Ne seguono caratteri opposti: il motore alternativo elabora poca portata con grandi salti di pressione per ciclo; la turbina a gas elabora portate enormi con processo continuo — ed è per questo che, a parità di peso, produce molta più potenza.

Nel motore reale nessun processo è esattamente isentropico né la combustione è esattamente isobara; il ciclo ideale resta però un'ottima prima approssimazione, e le sue previsioni qualitative (come la dipendenza della spinta da quota e velocità ricavata nel capitolo 4) sono confermate dall'esperienza.

I rendimenti adiabatici: dal ciclo ideale al motore reale

Nel motore reale l'attrito interno alle schiere fa sì che, a parità di rapporto di pressione, il compressore assorba *più* lavoro di quello isentropico e la turbina ne fornisca *meno*. Si quantifica con i **rendimenti adiabatici**:

$$\eta_c = \frac{w_{c,ideale}}{w_{c,reale}} = \frac{T_{3,is} - T_2}{T_3 - T_2}, \quad \eta_t = \frac{w_{t,reale}}{w_{t,ideale}} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5,is}},$$

dove il pedice "is" indica il valore che si otterrebbe con evoluzione isentropica fra le stesse pressioni. Valori tipici moderni: $\eta_c \simeq 0,85-0,90$, $\eta_t \simeq 0,90-0,93$. In questa monografia usiamo il modello ideale ($\eta_c = \eta_t = 1$): le procedure di calcolo restano identiche nel caso reale, con questi due coefficienti in più. È l'esempio perfetto di come si costruisce l'ingegneria: prima il modello ideale che cattura la fisica, poi le correzioni che catturano la tecnologia.

5.3 Il postbruciatore

A valle della turbina il gas contiene ancora ossigeno in abbondanza: la dosatura in camera è tenuta magra proprio per proteggere le pale (T_4 limitata dai materiali). Il **postbruciatore** (*afterburner*) sfrutta questa riserva: un secondo anello di iniettori e stabilizzatori di fiamma, piazzato nel condotto fra turbina e ugello, brucia combustibile aggiuntivo portando il gas a temperature ben superiori a T_4 — qui non ci sono palette da proteggere, solo pareti raffreddabili a film. La temperatura all'ingresso dell'ugello sale, e con essa (equazione dell'energia) la velocità di efflusso e la spinta: guadagni tipici del 40–60% della spinta a secco.

Il prezzo è severo: la combustione avviene a pressione molto più bassa che in camera principale, quindi con rendimento termodinamico modesto, e il consumo specifico in postcombustione può triplicare. Per questo il postbruciatore è un dispositivo *intermittente* — decollo corto, transonico, combattimento — ed equipaggia i velivoli militari supersonici, dove serve spinta massima per tempi brevi. L'ugello deve essere a geometria variabile: accendendo il postbruciatore la portata volumetrica cresce bruscamente e la sezione di gola deve aprirsi per non “soffocare” la turbina a monte.

5.4 Dove nasce la spinta: la ripartizione per componenti

L'equazione (4.6) dà la spinta totale, ma non dice *chi* la produce. Per scoprirlo basta applicarla a volumi di controllo progressivi (figura 5.6): prima attorno al solo compressore, poi compressore+diffusore, e così via; la differenza fra due bilanci successivi è il contributo del componente aggiunto. Appliciamo il metodo, nell'esercizio 5.2, ai dati sperimentali pubblicati dalla Rolls-Royce per un monoalbero assiale al banco: il risultato, anticipato nelle figure 5.5 e 5.7, rovescia il luogo comune sull'ugello.

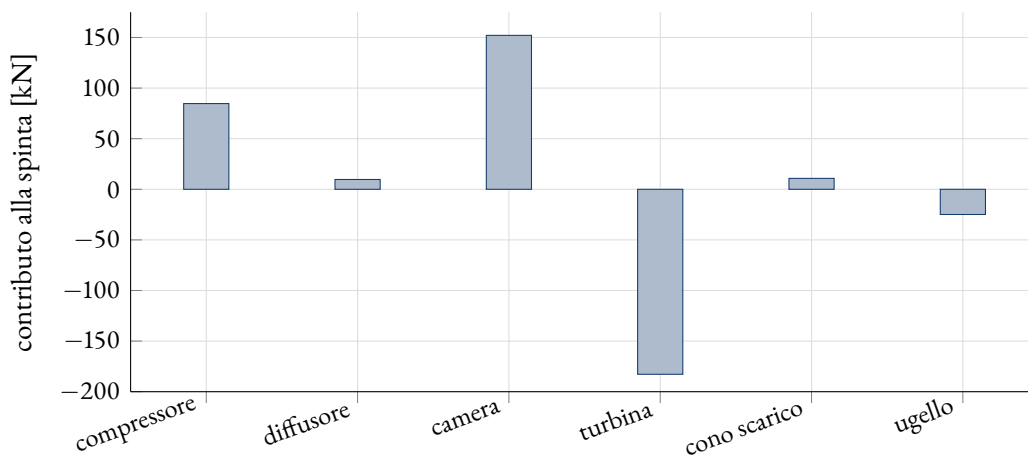


Figura 5.5. Ripartizione della spinta fra i componenti di un turbogetto monoalbero al banco (elaborazione dei dati Rolls-Royce, esercizio 5.2). Somma netta: 49,6 kN. Compressore e camera di combustione spingono; turbina e ugello frenano.

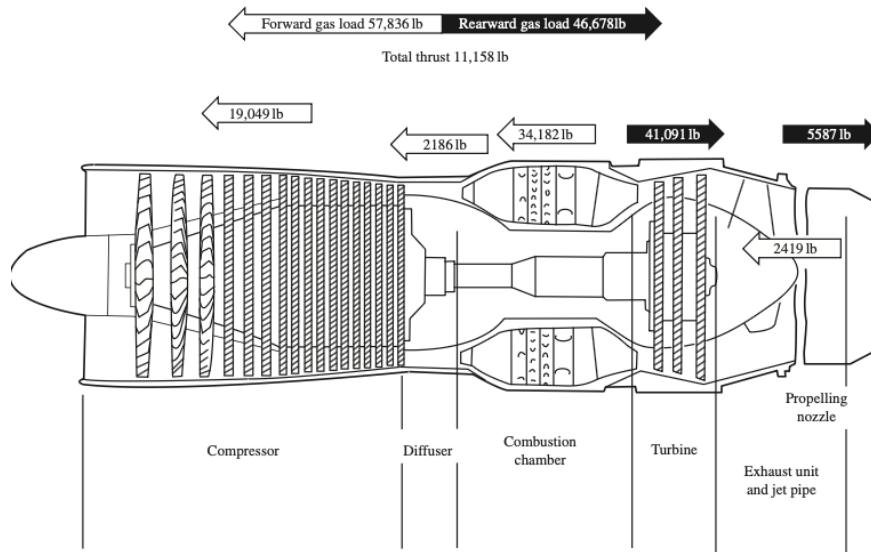


Figura 5.6. Volume di controllo per il calcolo della ripartizione della spinta: applicando il bilancio di quantità di moto a volumi progressivi (attorno al compressore, poi compressore+camera, e così via) si isola il contributo di ciascun componente.

La spiegazione fisica è geometrica: nel diffusore, nel compressore e nella camera le superfici interne hanno componenti rivolte *in avanti*, e l'alta pressione che vi agisce genera forza nel verso della spinta; nella turbina e nell'ugello convergente le superfici guardano *all'indietro*, e la pressione produce forza contraria. Il saldo, per fortuna, è positivo. L'ugello resta indispensabile — raccorda il motore alla pressione ambiente e garantisce l'evoluzione fluida dell'intero condotto, accelerando il getto — ma chiamarlo “propulsore” è, alla lettera, un abuso di linguaggio.

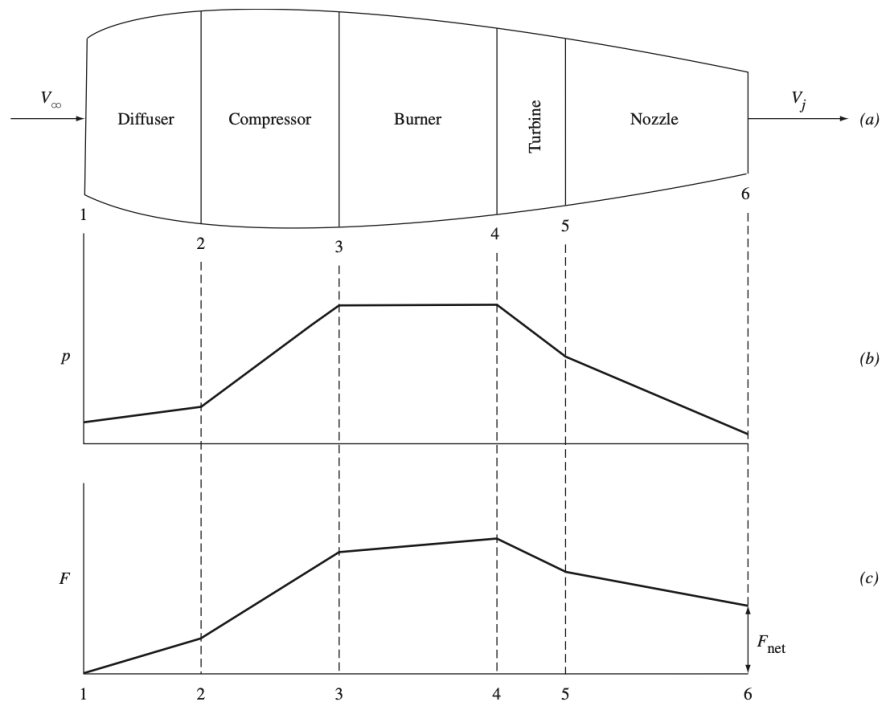


Figura 5.7. Distribuzione della pressione media e spinta cumulata lungo un turbogetto: a monte (compressore, camera) le superfici rivolte in avanti danno spinta positiva; a valle (turbina, ugello) le superfici rivolte all'indietro danno contributo negativo.

5.5 Esercizi svolti sul turbogetto

Esercizio 5.1 — Spinta in volo di crociera

Un turbogetto vola alla quota standard di 9144 m a $V_\infty = 223,5$ m/s ($\simeq 805$ km/h). Le aree di ingresso e uscita sono $A_i = 0,650$ m² e $A_e = 0,418$ m²; il getto esce a $V_e = 487,7$ m/s con $p_e = 30\,643$ Pa. Calcolare la spinta.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — dati d'ambiente. Dall'atmosfera standard (Appendice A) a 9144 m: $p_\infty = 30\,083$ Pa, $\rho_\infty = 0,4583$ kg/m³.

Passo 2 — portata d'aria. Dalla continuità all'ingresso:

$$\dot{m}_{\text{aria}} = \rho_\infty V_\infty A_i = 0,4583 \times 223,5 \times 0,650 = 66,6 \text{ kg/s.}$$

Passo 3 — equazione della spinta (4.7) (trascurando $\dot{m}_{\text{comb}}$):

$$T = \dot{m}_{\text{aria}}(V_e - V_\infty) + (p_e - p_\infty)A_e = 66,6 \times (487,7 - 223,5) + (30\,643 - 30\,083) \times 0,418,$$

$$T = 17\,598 + 234 = 17\,832 \text{ N} \simeq 17,8 \text{ kN.}$$

Commento. La spinta di pressione (234 N) è circa l'1% del totale: quando l'ugello espande quasi fino alla pressione ambiente, la spinta è essenzialmente tutta di quantità di moto. È il caso tipico degli esoreattori in crociera.

Esercizio 5.2 — Ripartizione della spinta per componenti

Un turbogetto monoalbero al banco ($V_\infty = 0$) elabora $\dot{m}_{\text{aria}} = 69,8$ kg/s. Le condizioni medie del flusso all'uscita di ciascun componente (elaborazione in SI di dati Rolls-Royce) sono:

uscita di	V_e [m/s]	$p_e - p_\infty$ [kPa]	A_e [m ²]
compressore	123,7	648,1	0,1174
diffusore ¹	112,2	655,0	0,1323
camera di combustione	94,2	641,2	0,3742
turbina	270,7	144,8	0,3096
cono di scarico	196,0	144,8	0,4200
ugello propulsivo	584,3	41,4	0,2142

Determinare il contributo di spinta di ogni componente.

Svolgimento passo passo. Al banco e trascurando il combustibile, la (4.6) applicata a un volume di controllo che avvolge i primi k componenti dà la spinta *cumulata*

$$F_k = \dot{m}_{\text{aria}} V_e^{(k)} + (p_e^{(k)} - p_\infty)A_e^{(k)},$$

dove le grandezze sono quelle all'uscita del k -esimo componente. Il contributo del singolo componente è $T_k = F_k - F_{k-1}$.

Passo 1 — compressore. $F_1 = 69,8 \times 123,7 + 648\,100 \times 0,1174 = 8633 + 76\,097 = 84,7$ kN; quindi $T_{\text{compr}} = +84,7$ kN.

Passo 2 — diffusore. $F_2 = 69,8 \times 112,2 + 655\,000 \times 0,1323 = 7832 + 86\,657 = 94,5$ kN; $T_{\text{diff}} = 94,5 - 84,7 = +9,7$ kN.

Passo 3 — camera di combustione. $F_3 = 69,8 \times 94,2 + 641\,200 \times 0,3742 = 6575 + 239\,937 = 246,5$ kN; $T_{\text{cam}} = 246,5 - 94,5 = +152,1$ kN.

Passo 4 — turbina. $F_4 = 69,8 \times 270,7 + 144\,800 \times 0,3096 = 18\,895 + 44\,830 = 63,7$ kN; $T_{\text{turb}} = 63,7 - 246,5 = -182,8$ kN.

Passo 5 — cono di scarico e condotto. $F_5 = 69,8 \times 196,0 + 144\,800 \times 0,4200 = 13\,681 + 60\,816 = 74,5 \text{ kN}$;
 $T_{\text{cono}} = 74,5 - 63,7 = +10,8 \text{ kN}$.

Passo 6 — ugello propulsivo. $F_6 = 69,8 \times 584,3 + 41\,400 \times 0,2142 = 40\,784 + 8868 = 49,6 \text{ kN}$;
 $T_{\text{ug}} = 49,6 - 74,5 = -24,9 \text{ kN}$.

Bilancio. Le forze in avanti sommano $84,7 + 9,7 + 152,1 + 10,8 \simeq 257,3 \text{ kN}$, quelle all'indietro $182,8 + 24,9 \simeq 207,7 \text{ kN}$: spinta netta $\simeq 49,6 \text{ kN}$, in accordo con il valore di targa del costruttore. La turbina “costa” quasi quattro volte la spinta netta: è il prezzo per azionare il compressore. E l'ugello, come anticipato, tira *indietro*.

In questo motore il “diffusore” è il condotto divergente *a valle* del compressore, che prepara il flusso alla camera.

Esercizio 5.3 — Spinta statica al banco

Un turbogetto è al banco a livello del mare, con $A_i = A_e = 0,45 \text{ m}^2$. Allo scarico: $V_e = 400 \text{ m/s}$, $p_e = 1 \text{ atm}$, $T_e = 750 \text{ K}$. Calcolare la spinta statica.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — densità allo scarico (equazione di stato):

$$\rho_e = \frac{p_e}{R T_e} = \frac{1,013 \times 10^5}{287 \times 750} = 0,4707 \text{ kg/m}^3.$$

Passo 2 — portata (continuità allo scarico, l'unica sezione in cui conosciamo tutto):

$$\dot{m} = \rho_e A_e V_e = 0,4707 \times 0,45 \times 400 = 84,7 \text{ kg/s}.$$

Passo 3 — spinta dalla (4.7) con $V_\infty = 0$ e $p_e = p_\infty$ (il termine di pressione si annulla):

$$T = \dot{m} V_e = 84,7 \times 400 = 3,39 \times 10^4 \text{ N} \simeq 33,9 \text{ kN}.$$

Commento. A punto fisso *tutta* la quantità di moto del getto è spinta: per questo la spinta statica è la massima del motore ed è il dato che si legge sulle targhe.

Esercizio 5.4 — Spinta in quota

Un turbogetto vola alla quota standard di 12 192 m a $V_\infty = 236,9 \text{ m/s}$; $A_i = 1,208 \text{ m}^2$, $A_e = 0,929 \text{ m}^2$, $V_e = 457,2 \text{ m/s}$, $p_e = 21\,546 \text{ Pa}$. Calcolare la spinta.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — ambiente a 12 192 m (stratosfera bassa, isoterma): $p_\infty = 18\,753 \text{ Pa}$, $\rho_\infty = 0,3016 \text{ kg/m}^3$.

Passo 2 — portata: $\dot{m}_{\text{aria}} = \rho_\infty V_\infty A_i = 0,3016 \times 236,9 \times 1,208 = 86,3 \text{ kg/s}$.

Passo 3 — spinta:

$$T = 86,3 \times (457,2 - 236,9) + (21\,546 - 18\,753) \times 0,929 = 19\,010 + 2595 = 21,6 \text{ kN}.$$

Commento. Qui il termine di pressione pesa il 12%: l'ugello è sottoespanso ($p_e > p_\infty$), com'è tipico in quota, e regala spinta di pressione al prezzo di un getto meno accelerato.

Esercizio 5.5 — Ciclo completo: temperatura di scarico

Un turbogetto vola a livello del mare a $V_\infty = 243,8 \text{ m/s}$. Il rapporto di compressione del compressore è 12,5, la dosatura $f = 0,05$, il potere calorifico del combustibile è $Q_c = 4,19 \times 10^7 \text{ J/kg}$, e l'ugello espande fino alla pressione ambiente. Calcolare la temperatura del getto allo scarico. (Si assuma che il diffusore

porti il flusso a velocità trascurabile; $c_p = 1005 \text{ J/(kg K)}$, $\gamma = 1,4$.)

Svolgimento passo passo. Percorriamo l'intero ciclo. Ambiente: $T_1 = 288,2 \text{ K}$, $p_1 = 101\,325 \text{ Pa}$.

Passo 1 — diffusore (1→2). L'equazione dell'energia (eq. (A.3) in appendice) con arresto quasi completo del flusso:

$$T_2 = T_1 + \frac{V_\infty^2}{2c_p} = 288,2 + \frac{243,8^2}{2 \times 1005} = 288,2 + 29,6 = 317,7 \text{ K}.$$

La compressione dinamica è isentropica:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = 101\,325 \times (1,1026)^{3,5} = 142,7 \text{ kPa}.$$

Passo 2 — compressore (2→3). $p_3 = 12,5$ $p_2 = 1783 \text{ kPa}$;

$$T_3 = T_2 (12,5)^{(\gamma-1)/\gamma} = 317,7 \times 12,5^{0,2857} = 317,7 \times 2,058 = 654 \text{ K}.$$

Passo 3 — camera (3→4), p costante. Il calore per unità di massa di *miscela* (in 1 kg di miscela ci sono $f/(1+f)$ kg di combustibile):

$$q = \frac{Q_c f}{1+f} = \frac{4,19 \times 10^7 \times 0,05}{1,05} = 1,99 \times 10^6 \text{ J/kg},$$

$$T_4 = T_3 + \frac{q}{c_p} = 654 + \frac{1,99 \times 10^6}{1005} = 654 + 1984 = 2638 \text{ K},$$

con $p_4 = p_3$.

Passo 4 — turbina (4→5). La turbina restituisce al compressore esattamente il lavoro assorbito: $c_p(T_4 - T_5) = c_p(T_3 - T_2)$, quindi

$$T_5 = T_4 - (T_3 - T_2) = 2638 - 336 = 2302 \text{ K},$$

$$p_5 = p_4 \left(\frac{T_5}{T_4} \right)^{3,5} = 1783 \times (0,8727)^{3,5} = 1107 \text{ kPa}.$$

Passo 5 — ugello (5→6), espansione isentropica fino a p_1 .

$$T_e = T_5 \left(\frac{p_1}{p_5} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 2302 \times \left(\frac{101,3}{1107} \right)^{0,2857} = 2302 \times 0,505 = 1162 \text{ K}.$$

Commento e validità. Un T_4 di 2638 K è ben oltre i limiti dei materiali di turbina reali ($\sim 1800 \text{ K}$ con pale raffreddate a film e rivestimenti ceramici): con la dosatura assegnata il ciclo *ideale* dichiara qui i propri limiti; nei motori reali la dosatura è più magra proprio per proteggere la turbina — ed è questa riserva di ossigeno che il postbruciatore (paragrafo 5.3) va poi a sfruttare. Il modello resta prezioso per la struttura del calcolo.

5.6 La filiera completa di un turbogetto realistico

Chiudiamo il capitolo percorrendo, in sette esercizi concatenati, l'intero flusso attraverso un turbogetto ispirato al General Electric J79 (il motore del F-4 Phantom II e del B-58 Hustler): stessa logica dell'esercizio precedente, ma con i numeri di un motore vero e fino al calcolo della spinta a Mach 2.

Esercizio 5.6 — Potenza assorbita dal compressore

Il compressore ha rapporto di compressione 11,7, temperatura d'ingresso $T_2 = 325$ K, portata $\dot{m}_{\text{aria}} = 90,7$ kg/s; le velocità d'ingresso e uscita sono uguali ($V_2 = V_3$). Calcolare la potenza richiesta.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — temperatura di uscita (compressione isentropica):

$$T_3 = T_2 (11,7)^{(\gamma-1)/\gamma} = 325 \times 11,7^{0,2857} = 325 \times 2,019 = 656 \text{ K.}$$

Passo 2 — lavoro specifico. L'equazione dell'energia con lavoro esterno w_c (fornito al gas) si scrive $c_p T_2 + V_2^2/2 + w_c = c_p T_3 + V_3^2/2$; con $V_2 = V_3$:

$$w_c = c_p (T_3 - T_2) = 1005 \times (656,3 - 325) = 3,33 \times 10^5 \text{ J/kg.}$$

Passo 3 — potenza.

$$\Pi_c = \dot{m}_{\text{aria}} w_c = 90,7 \times 3,33 \times 10^5 = 3,02 \times 10^7 \text{ W} \simeq 30,2 \text{ MW.}$$

Commento. Trenta megawatt — l'ordine di grandezza di venti grandi motori stellari del 1945, o della potenza elettrica di una cittadina — solo per comprimere l'aria: si capisce perché la turbina dell'esercizio 5.2 “tira indietro” così tanto.

Esercizio 5.7 — Consumo di combustibile

Nel combustore dello stesso motore il gas esce a $T_4 = 1172$ K. Con potere calorifico $Q_c = 4,19 \times 10^7$ J/kg, calcolare la portata di combustibile.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — calore specifico richiesto (combustione isobara):

$$q = c_p (T_4 - T_3) = 1005 \times (1172,2 - 656,3) = 5,18 \times 10^5 \text{ J/kg.}$$

Passo 2 — potenza termica: $\dot{Q} = \dot{m}_{\text{aria}} q = 90,7 \times 5,18 \times 10^5 = 4,70 \times 10^7 \text{ W} = 47,0 \text{ MW.}$

Passo 3 — portata di combustibile:

$$\dot{m}_{\text{comb}} = \frac{\dot{Q}}{Q_c} = \frac{4,70 \times 10^7}{4,19 \times 10^7} = 1,12 \text{ kg/s,}$$

pari a circa l'1,2% della portata d'aria: ecco perché trascurare $\dot{m}_{\text{comb}}$ nella (4.7) è lecito.

Esercizio 5.8 — Temperatura a valle della turbina

In un turbogetto semplice la turbina fornisce esattamente la potenza che il compressore assorbe. Assumendo $V_4 = V_5$ e nessuna perdita meccanica, calcolare la temperatura all'uscita della turbina.

Svolgimento. L'uguaglianza dei lavori specifici dà $c_p(T_4 - T_5) = c_p(T_3 - T_2)$, da cui, semplificando c_p :

$$T_5 = T_4 - (T_3 - T_2) = 1172,2 - (656,3 - 325) = 1172,2 - 331,3 = 841 \text{ K.}$$

Commento. Il salto di temperatura in turbina è *identico* a quello del compressore: la turbina è, energeticamente, lo specchio del compressore. Tutta l'energia residua (T_5 ancora altissima) resta disponibile per l'ugello — o per il postbruciato.

Esercizio 5.9 — Velocità di uscita dall'ugello

Nel medesimo motore la pressione all'ingresso del compressore e allo scarico dell'ugello vale 101,3 kPa; il flusso entra nell'ugello a $V_5 = 457,2$ m/s. Calcolare la velocità di uscita.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — pressione all'ingresso dell'ugello. Ricostruiamo la catena delle pressioni: $p_3 = 11,7 \times 101,3 = 1185$ kPa; in camera $p_4 = p_3$; l'espansione in turbina è isentropica:

$$p_5 = p_4 \left(\frac{T_5}{T_4} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = 1185 \times \left(\frac{841,0}{1172,2} \right)^{3,5} = 1185 \times 0,3127 = 371 \text{ kPa.}$$

Passo 2 — temperatura di scarico (espansione isentropica in ugello fino a $p_e = 101,3$ kPa):

$$T_e = T_5 \left(\frac{p_e}{p_5} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 841,0 \times \left(\frac{101,3}{370,7} \right)^{0,2857} = 841,0 \times 0,6903 = 581 \text{ K.}$$

Passo 3 — velocità di uscita (equazione dell'energia fra 5 ed e, senza trascurare stavolta la velocità d'ingresso):

$$\begin{aligned} V_e &= \sqrt{V_5^2 + 2c_p(T_5 - T_e)} = \sqrt{457,2^2 + 2 \times 1005 \times (841,0 - 580,5)} \\ &= \sqrt{2,09 \times 10^5 + 5,24 \times 10^5} = 856 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Esercizio 5.10 — Numero di Mach allo scarico

Calcolare il numero di Mach del getto e commentare.

Svolgimento. La velocità del suono allo scarico (eq. (A.4)):

$$a_e = \sqrt{\gamma R T_e} = \sqrt{1,4 \times 287 \times 580,5} = 483 \text{ m/s}, \quad M_e = \frac{V_e}{a_e} = \frac{855,7}{483,0} = 1,77.$$

Commento. Un getto supersonico richiede un ugello convergente-divergente: questo motore è pensato per un velivolo *supersonico*, coerentemente con la sua ispirazione (F-4, B-58).

Esercizio 5.11 — Spinta a Mach 2 in quota

Il motore spinge un velivolo a $M_\infty = 2$ alla quota standard di 10 973 m ($T_\infty = 216,8$ K, $p_\infty = 22\,722$ Pa). Il diametro di uscita dell'ugello è $D_e = 0,711$ m. Calcolare la spinta.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — velocità di volo. $a_\infty = \sqrt{1,4 \times 287 \times 216,8} = 295,2$ m/s; $V_\infty = 2 a_\infty = 590,3$ m/s.

Passo 2 — area di uscita. $A_e = \pi D_e^2/4 = 0,397$ m².

Passo 3 — portata dal getto (continuità allo scarico, con lo stato d'uscita calcolato nell'esercizio 5.9):

$$\rho_e = \frac{p_e}{R T_e} = \frac{101\,325}{287 \times 580,5} = 0,608 \text{ kg/m}^3,$$

$$\dot{m} = \rho_e A_e V_e = 0,608 \times 0,397 \times 855,7 = 207 \text{ kg/s.}$$

Passo 4 — spinta dalla (4.7) (qui $p_e \neq p_\infty$: in quota l'ugello, tarato sul livello del mare, è sottoespanso):

$$T = 207 \times (855,7 - 590,3) + (101\,325 - 22\,722) \times 0,397 = 54,9 + 31,2 = 86,1 \text{ kN.}$$

(nella somma finale i due contributi sono espressi in kN).

Commento. La spinta di pressione qui vale oltre un terzo del totale: in supersonico d'alta quota il disadattamento dell'ugello diventa un attore principale, ed è il motivo per cui i velivoli supersonici montano ugelli a geometria variabile — la stessa esigenza già incontrata per il postbruciatore.

Esercizio 5.12 — Spinta specifica

Si definisce *spinta specifica* la spinta per unità di portata in peso di gas elaborato (analoga all'impulso specifico dei razzi, che incontreremo nel capitolo 8). Calcolarla per il motore dell'esercizio 5.11, trascurando il combustibile.

Svolgimento. La portata in peso è $\dot{w} = g_0 \dot{m} = 9,81 \times 206,7 = 2027 \text{ N/s}$; quindi

$$\frac{T}{\dot{w}} = \frac{86\,100}{2027} \simeq 42 \text{ s.}$$

Commento. Teniamo a mente questo numero: quando calcoleremo l'impulso specifico di un razzo ($I_{sp} \simeq 300\text{--}400 \text{ s}$) sembrerà che il razzo sia “migliore”. Ma il confronto è ingannevole: il turbogetto conta a denominatore *tutta l'aria*, che è gratis e non viaggia nei serbatoi; il razzo conta il propellente, che si paga in peso al decollo. A parità di spinta, l'esoreattore consuma *combustibile* in quantità enormemente minore.

Il senso di tutto questo

La sequenza degli esercizi 5.6–5.12 è il cuore operativo del capitolo: dato un motore, sappiamo ora ricostruirne l'intero ciclo con quattro strumenti soltanto — isentropica, energia, stato, continuità — e arrivare alla spinta in qualunque condizione di volo. È esattamente il procedimento che si usa, raffinato con i rendimenti adiabatici, nel progetto preliminare dei motori.

Turbofan e turboelica

Dove stiamo andando

Il turbogetto puro produce grande spinta ma spreca molta energia nel getto veloce. In questo capitolo capiamo come il turbofan — il motore di praticamente tutti gli aerei moderni — risolva il problema sposando la logica dell'elica con quella del getto, e introduciamo l'indice con cui si misura l'efficienza dei motori a getto: il consumo specifico di spinta.

6.1 Il problema energetico del turbogetto puro

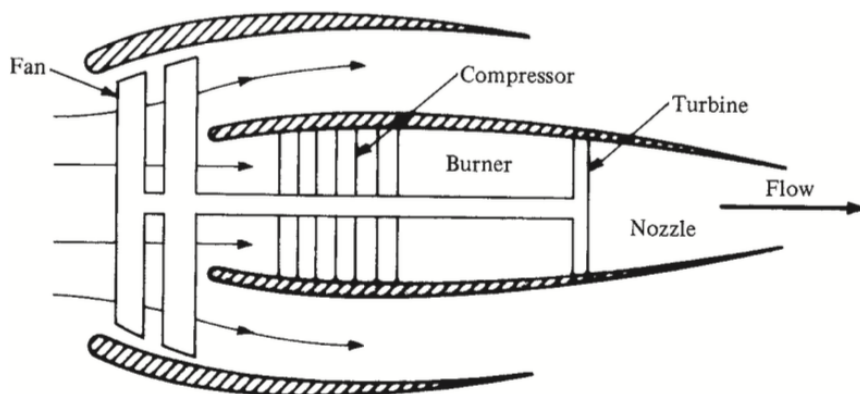


Figura 6.1. Il turbofan: la grande ventola anteriore (fan) elabora una portata che in gran parte bypassa il nucleo caldo, ricongiungendosi al getto a valle.

Nel turbogetto tutta la portata attraversa il nucleo caldo e viene espulsa a velocità molto alta. Ricordiamo (capitolo 2) che una delle perdite dell'elica è l'energia cinetica lasciata nella scia: per il getto vale lo stesso, ma amplificato, perché quell'energia cresce con il *quadrato* dell'eccesso di velocità del getto rispetto all'aria ferma. Un getto due volte più veloce del necessario butta via quattro volte l'energia: ecco perché, a parità di spinta, la coppia motore alternativo-elica è intrinsecamente più *efficiente* di un turbogetto (attenzione: efficienza e spinta sono cose diverse — il getto vince in spinta, perde in efficienza; la formalizzazione è nel capitolo II).

6.2 Il turbofan: un'elica intubata mossa dalla turbina

Definizione

Il **turbofan** (figura 6.1) è un turbogetto al quale è anteposta una grande **ventola intubata** (*fan*), calettata sull'albero e azionata dalla turbina insieme al compressore. La gran parte dell'aria elaborata dal fan *non* attraversa il nucleo caldo: fluisce nel condotto anulare fra carenatura interna ed esterna e si ricongiunge al getto a valle. Si definisce **rapporto di diluizione** (*bypass ratio*, BPR) il rapporto fra la portata che

bypassa il nucleo e quella che lo attraversa.

La spinta del turbofan è la somma del contributo del fan (grande portata, piccolo incremento di velocità: la filosofia dell'elica) e del getto del nucleo (piccola portata, grande incremento: la filosofia del turbogetto). Il risultato è il miglior compromesso oggi disponibile fra spinta ed efficienza per il volo subsonico alto.

Definizione

Il **consumo specifico di spinta** (*thrust specific fuel consumption*) è il peso di combustibile consumato per unità di spinta e di tempo:

$$\text{TSFC} = \frac{\text{massa di combustibile oraria}}{\text{spinta}} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{N} \cdot \text{h}} \right]. \quad (6.1)$$

È per il motore a getto ciò che L/D è per l'aerodinamica: più è *basso*, meglio è.

Valori tipici: $\text{TSFC} \simeq 0,10 \text{ kg}/(\text{N h})$ per un turbogetto puro, $\simeq 0,06 \text{ kg}/(\text{N h})$ per un turbofan: un risparmio di quasi il 40%, che spiega da solo perché tutti i liner dal Boeing 747 in poi montino turbofan. La tendenza storica è verso BPR sempre più alti: dai valori 5–8 che hanno caratterizzato quarant'anni di motori civili si è passati a BPR $\simeq 9$ e oltre (GE90 del Boeing 777), mentre i caccia usano BPR bassissimi ($\simeq 0,2$ per l'F135 dell'F-35), dove conta la spinta specifica e non il consumo.

La spinta del turbofan, scomposta

Detta $\dot{m}_c$ la portata del nucleo (*core*) e $\dot{m}_f$ quella di bypass, con $\text{BPR} = \dot{m}_f/\dot{m}_c$, la spinta totale (ugelli adattati) è la somma dei due getti:

$$T = \underbrace{\dot{m}_c (V_{e,c} - V_\infty)}_{\text{nucleo}} + \underbrace{\dot{m}_f (V_{e,f} - V_\infty)}_{\text{fan}},$$

con $V_{e,f} \ll V_{e,c}$. Nei turbofan civili ad alto BPR il fan fornisce l'80% e oltre della spinta totale: il "getto" vero e proprio è ormai un contributo minoritario, e il motore è, funzionalmente, un'elica intubata con un generatore di gas nel mozzo. La ventola e il nucleo vorrebbero però girare a velocità molto diverse (grande diametro $\Rightarrow$ estremità transoniche a pochi giri): la soluzione classica sono i motori *bialbero* o *trialbero* (alberi coassiali a velocità diverse; figura 6.2); quella più recente è il *geared turbofan*, che interpone un riduttore epicicloidale fra albero di bassa pressione e fan, liberando ciascuno alla propria velocità ottima e permettendo BPR ancora maggiori a parità di diametro.

Attenzione

Più BPR non significa gratis: la ventola grande aumenta diametro, peso e resistenza della gondola. Il BPR ottimo è un compromesso di progetto complessivo velivolo-motore, non un massimo assoluto. E il fan resta un'elica: alle alte velocità di volo le sue estremità incontrano gli stessi limiti di comprimibilità, motivo per cui il turbofan domina il subsonico alto ma non il supersonico.

6.3 Il turboelica

Portando la logica del bypass all'estremo — via la carenatura, pale lunghe e libere — si ottiene il **turboelica**: una turbina a gas il cui albero, tramite riduttore, aziona un'elica vera e propria. Circa l'85% della spinta viene dall'elica e il residuo 15% dal getto di scarico. È il propulsore più efficiente nella fascia 450–800 km/h: regionali, trasporto tattico, patrol.

Architetturalmente il turboelica è vicino al turbogetto — stessa sequenza compressore, camera, turbina, ugello — ma la turbina è dimensionata per estrarre *quasi tutta* l'energia del gas e trasferirla all'elica, lasciando al getto solo una frazione marginale. Nelle realizzazioni più diffuse si usa una disposizione *bialbero* (*twin-spool*): una turbina di alta pressione trascina il compressore, una turbina di bassa pressione (o *turbina libera*, meccanicamente indipendente) trascina elica e riduttore. Il riduttore è indispensabile perché l'elica, per non incorrere nei problemi di comprimibilità alle estremità, deve girare a poche migliaia di giri al minuto, contro le decine di migliaia della turbina.

Definizione

Poiché nel turboelica la spinta nasce quasi tutta dall'elica — e l'elica si valuta in *potenza*, non in spinta — le sue prestazioni si esprimono con la **potenza equivalente all'albero** (*equivalent shaft horsepower*), che somma alla potenza effettivamente fornita all'elica il piccolo contributo del getto residuo convertito in potenza equivalente:

$$\Pi_{\text{es}} = \Pi_{\text{albero}} + \frac{T_j V_{\infty}}{\eta_{\text{el}}}, \quad (6.2)$$

con T_j spinta del getto ed η_{el} rendimento dell'elica. È la grandezza con cui si dichiarano e si confrontano i turboelica, coerente con la scelta di misurare in potenza tutti i propulsori a elica (capitolo 1).

Ai suoi estremi si colloca la gerarchia completa dei propulsori ad aria:

elica → turboelica → turbofan alto BPR → turbofan basso BPR → turbogetto → (ramjet)

ordinata per efficienza decrescente e velocità d'impiego crescente. Il turboelica genera più spinta della coppia motore alternativo-elica ma meno di un turbofan o turbogetto; il suo consumo specifico è più alto di quello del motore a pistoncini ma più basso di quello dei getti puri — esattamente la posizione intermedia che ci si aspetta dal compromesso spinta-efficienza del capitolo 1.

Esercizio 6.1 — Perché il fan conviene: un confronto a parità di spinta

Un motore deve fornire $T = 50 \text{ kN}$ a $V_{\infty} = 250 \text{ m/s}$. Confrontare (a) un turbogetto che espelle il getto a $V_e = 850 \text{ m/s}$ e (b) un turbofan che lo espelle a $V_e = 400 \text{ m/s}$: calcolare per ciascuno la portata necessaria e la potenza sprecata nella scia, cioè $\Pi_{\text{scia}} = \frac{1}{2} \dot{m} (V_e - V_{\infty})^2$ (il risultato sarà dimostrato nel capitolo 11).

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — portate. Dalla (4.7) con ugello adattato, $\dot{m} = T/(V_e - V_{\infty})$:

$$\dot{m}_{(a)} = \frac{50\,000}{850 - 250} = 83,3 \text{ kg/s}, \quad \dot{m}_{(b)} = \frac{50\,000}{400 - 250} = 333,3 \text{ kg/s}.$$

Il turbofan elabora una portata quattro volte maggiore: è il fan che gliela procura.

Passo 2 — potenza persa in scia.

$$\Pi_{\text{scia}}^{(a)} = \frac{1}{2} \times 83,3 \times (600)^2 = 15,0 \text{ MW}, \quad \Pi_{\text{scia}}^{(b)} = \frac{1}{2} \times 333,3 \times (150)^2 = 3,75 \text{ MW}.$$

Passo 3 — potenza utile e confronto. La potenza utile è la stessa: $\Pi_A = TV_{\infty} = 50\,000 \times 250 = 12,5 \text{ MW}$. Il turbogetto spende $12,5 + 15,0 = 27,5 \text{ MW}$ per fornirla (rendimento propulsivo 45,5%); il turbofan ne spende $12,5 + 3,75 = 16,25 \text{ MW}$ (rendimento 76,9%). *A parità di spinta*, il getto lento fa risparmiare il 41% della potenza: il turbofan in una riga di conti.

Come variano spinta e consumo con velocità e quota

Per usare un motore nei calcoli di prestazione servono le sue *leggi di variazione*. Valgono, in prima approssimazione, i comportamenti seguenti.

Con la quota. Per tutti gli esoreattori la spinta scala con la densità: al salire di quota ρ_∞ diminuisce, la portata d'aria cala e con essa la spinta, $T \propto \rho_\infty$ (capitolo 4). Il consumo specifico TSFC, invece, è poco sensibile alla quota e si assume costante.

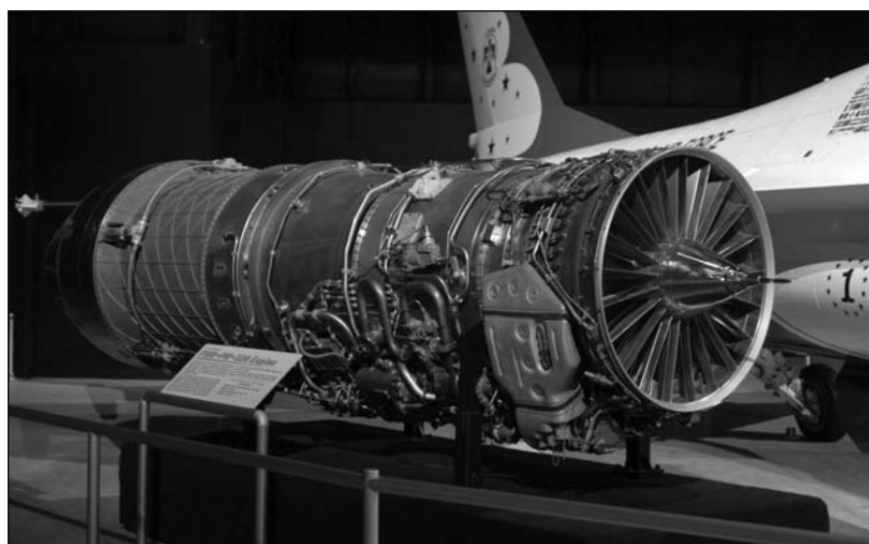
Con la velocità. Qui le famiglie si separano:

- il **turbogetto** ha spinta quasi *costante* con V_∞ (l'aumento di portata compensa la riduzione di $V_e - V_\infty$), e TSFC quasi costante fino al basso supersonico;
- il **turbofan civile** (alto BPR) ha spinta che *cala* nettamente al crescere di V_∞ : si comporta più come un'elica intubata che come un getto, ed è ottimizzato per la crociera subsonica alta;
- il **turbofan militare** (basso BPR) ha spinta che, dopo un minimo a basso subsonico, *cresce* in supersonico, mentre il TSFC sale rapidamente oltre Mach 2 (e ancor più con il postbruciato inserito, paragrafo 5.3).

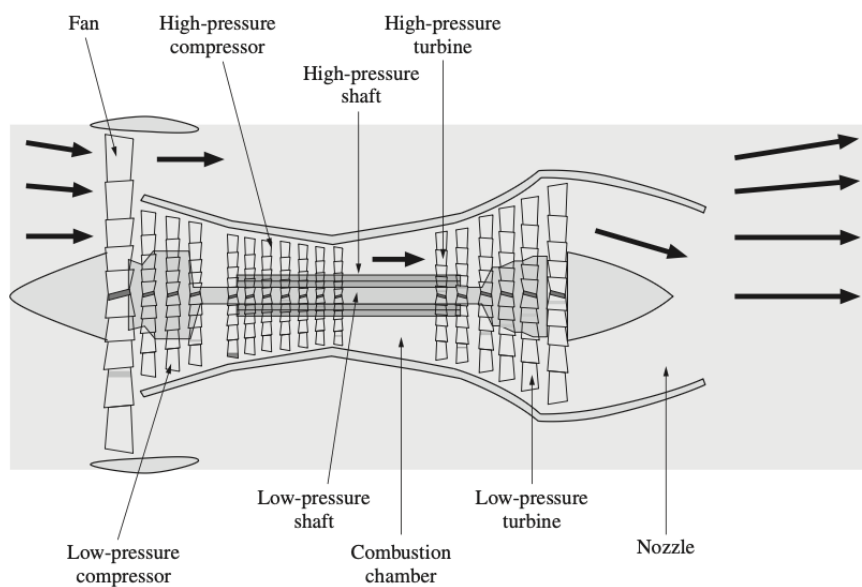
Sono proprio queste differenze a decidere l'abbinamento motore-missione: il fan alto per il liner che crocierà a Mach 0,85, il fan basso con postbruciato per il caccia che deve accelerare in supersonico.

Il senso di tutto questo

Il turbofan non è un trucco tecnologico ma la conseguenza diretta di un teorema energetico: la spinta è lineare in $(V_e - V_\infty)$, lo spreco è quadratico. Chi può, diluisca. Il limite è aerodinamico (comprimibilità del fan) e strutturale (peso e diametro): dentro quei limiti, la storia dei motori civili è la storia dell'aumento del BPR.



(a)



(b)

Figura 6.2. Un turbofan reale: (a) vista d'insieme; (b) spaccato che mostra fan, alberi coassiali, nucleo e condotto di bypass.

Statoreattore e SCRAMjet

Dove stiamo andando

Dopo aver *aggiunto* organi rotanti al turbogetto (il fan), proviamo la strada opposta: togliere *tutto*. Nasce lo statoreattore, un motore senza parti mobili che comprime l'aria con la sola velocità di volo. Ne studiamo il ciclo, i pregi, i due difetti capitali, e la sua evoluzione ipersonica — lo scramjet a combustione supersonica — con tre esercizi svolti che quantificano i limiti termici del combustore.

7.1 Lo statoreattore (ramjet)

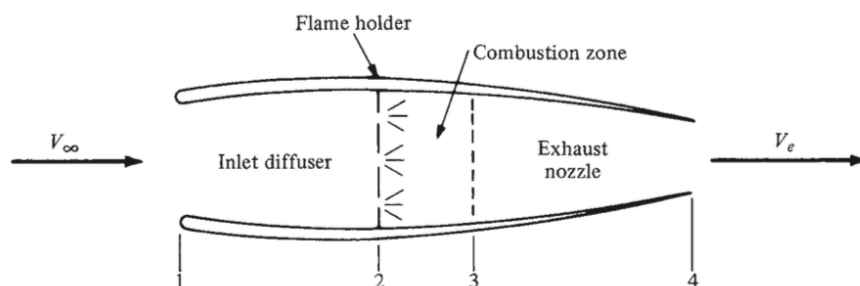


Figura 7.1. Lo statoreattore: un condotto senza organi rotanti in cui l'aria è compressa dalla sola velocità di volo, riscaldata dalla combustione ed espulsa dall'ugello.

Definizione

Lo **statoreattore** (figura 7.1) è un condotto passante privo di organi rotanti: l'aria entra alla velocità di volo V_∞ , viene decelerata e compressa nel diffusore (1→2), riscaldata dalla combustione a pressione costante, stabilizzata da appositi *flame holder* (2→3), ed espulsa dall'ugello a velocità V_e elevata (3→4); la figura 7.2 ne mostra la configurazione tipica. La compressione avviene per solo effetto dinamico: il motore “specca” (*rams*) l'aria con la propria velocità.

Assumendo che il diffusore porti il flusso quasi all'arresto ($M_2 \simeq 0$), la pressione in camera coincide praticamente con la pressione totale del flusso in arrivo, e dal richiamo di gasdinamica (A.6):

Formula chiave

$$\frac{p_2}{p_1} \simeq \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad \frac{T_2}{T_1} \simeq 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2. \quad (7.1)$$

Il rapporto di compressione dello statoreattore è tutto e solo funzione del numero di Mach di volo.

Da questa formula discendono, per pura lettura matematica, i due difetti capitali:

1. **Non parte da fermo.** A $M_\infty = 0$ la (7.1) dà $p_2/p_1 = 1$: nessuna compressione, nessun ciclo, nessuna spinta. Ogni veicolo a statoreattore va lanciato da un booster (razzo, catapulta) o affiancato da un secondo motore.
2. **In subsonico è uno spreco.** A Mach bassi la compressione è modesta e il ciclo è povero: il TSFC subsonico vale 3–4, contro $\simeq 1$ del turbogetto; scende a $\simeq 2$ e meno solo in supersonico.

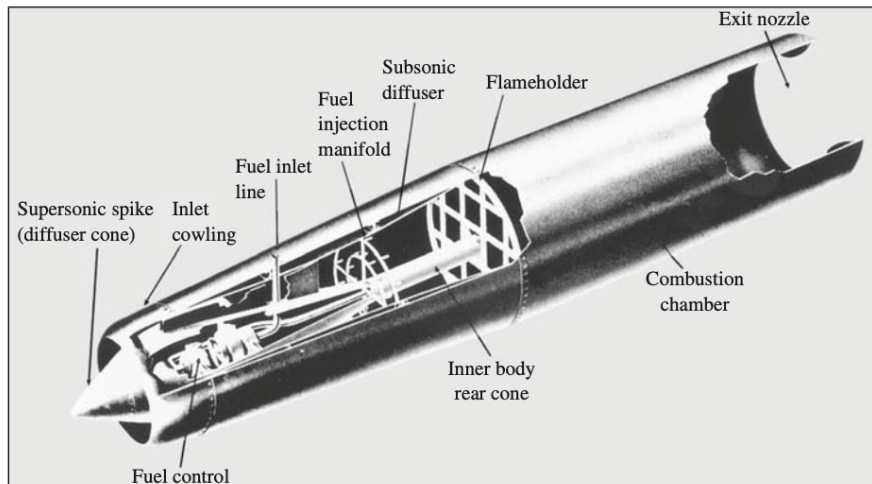


Figura 7.2. Configurazione tipica di uno statoreattore, con diffusore d'ingresso, stabilizzatori di fiamma in camera di combustione e ugello di scarico.

Il ciclo termodinamico ideale dello statoreattore, riportato sul piano pressione–volume specifico nella figura 7.3, si compone dunque di compressione dinamica nel diffusore, combustione a pressione costante ed espansione nell'ugello — lo stesso ciclo Brayton del turbogetto, ma realizzato senza alcun organo rotante.

In compenso lo statoreattore non ha turbina, cioè non ha *il* componente che limita in temperatura il turbogetto: le sue temperature di combustione possono salire ben oltre, e sopra Mach 3–4 diventa praticamente l'unica scelta con la tecnologia attuale. Per questo lo si trova su missili supersonici e lo si studia per il volo ipersonico.

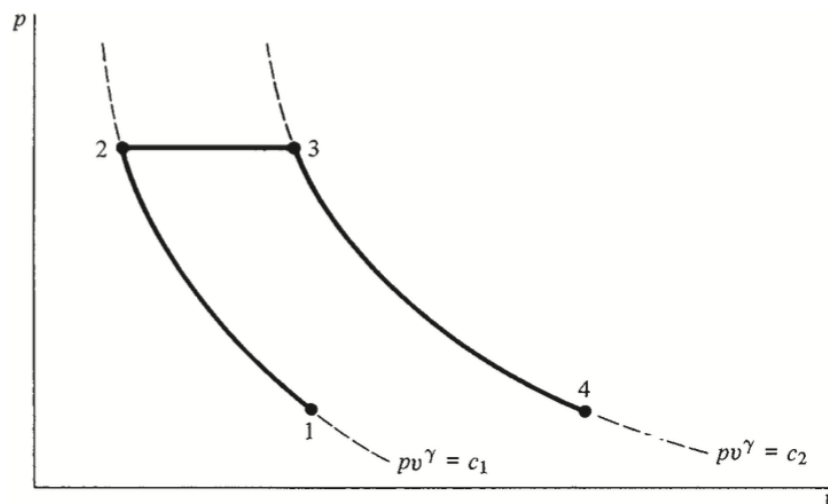


Figura 7.3. Diagramma pressione–volume specifico per uno statoreattore ideale: compressione dinamica nel diffusore, combustione a pressione costante ed espansione nell'ugello.

7.2 Il limite termico e lo SCRAMjet

C'è però un secondo muro, più sottile. La seconda delle (7.1) dice che la *temperatura* in camera cresce con M_∞^2 : a Mach 6, $T_2/T_1 \simeq 8$ e con $T_1 = 300$ K si arriva a $T_2 \simeq 2400$ K *prima* di bruciare alcunché. A queste temperature le pareti cedono e — peggio — il combustibile iniettato non brucia: si *decompone*, assorbendo energia anziché liberarne, e il motore diventa una macchina di resistenza.

La soluzione concettuale è rinunciare a rallentare il flusso fino al subsonico: nello **SCRAMjet** (*Supersonic Combustion RAMjet*) il diffusore decelera l'aria solo quanto basta a ottenere un rapporto di pressione ragionevole, il flusso resta *supersonico* in camera, e la combustione (tipicamente di idrogeno, l'unico combustibile abbastanza reattivo) avviene in corrente supersonica. La temperatura statica resta contenuta e i problemi di materiali e decomposizione sono aggirati. Nei progetti alla NASA Langley l'intero ventre del velivolo lavora come motore: la prua comprime il flusso attraverso il proprio sistema d'urti, i moduli combustori sono annessi nella fusoliera, la poppa rastremata prolunga gli ugelli — lo *scramjet integrato nella cellula*.

Il recupero di pressione: il prezzo delle onde d'urto

La (7.1) assume decelerazione *isentropica*: è il caso ideale. In una presa supersonica reale la decelerazione passa per onde d'urto, e ogni urto distrugge pressione totale (la temperatura totale invece si conserva: l'urto è adiabatico). Si definisce *recupero di pressione* il rapporto $\eta_d = p_{0,2}/p_{0,\infty}$ fra la pressione totale consegnata al motore e quella del flusso indisturbato: vale 1 nel caso ideale, e degrada rapidamente con il Mach se la presa è progettata male. Un solo urto normale a $M_\infty = 2$ costa da solo circa il 28% della pressione totale ($\eta_d \simeq 0,72$), mentre a $M_\infty = 3$ il crollo supera il 67%: per questo le prese supersoniche reali usano coni e rampe che organizzano una *sequenza di urti obliqui deboli* seguiti da un urto normale a Mach ormai basso, recuperando la gran parte della pressione. È la ragione d'essere delle geometrie a punta e a rampa variabile dei velivoli supersonici — e un altro esempio del metodo: il modello ideale fissa il limite superiore, la gasdinamica degli urti quantifica quanto ci si può avvicinare.

7.3 Esercizi svolti

Esercizio 7.1 — Dimensionamento della presa d'aria

Un piccolo statoreattore deve fornire $T = 4448$ N a livello del mare a $V_\infty = 289,6$ m/s; il getto esce a $V_e = 609,6$ m/s alla pressione ambiente. Dimensionare l'area di ingresso.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — portata richiesta. Con ugello adattato la (4.7) si inverte:

$$\dot{m} = \frac{T}{V_e - V_\infty} = \frac{4448}{609,6 - 289,6} = 13,9 \text{ kg/s.}$$

Passo 2 — area di ingresso (continuità con $\rho_\infty = 1,225$ kg/m³):

$$A_i = \frac{\dot{m}}{\rho_\infty V_\infty} = \frac{13,9}{1,225 \times 289,6} = 0,0392 \text{ m}^2,$$

cioè un condotto circolare di diametro $D = \sqrt{4A_i/\pi} \simeq 22$ cm: le dimensioni, plausibilissime, di un motore da missile.

Esercizio 7.2 — SCRAMjet a Mach 10: quanto si può rallentare?

L'aria non deve entrare nel combustore di uno scramjet oltre $T_2 = 1556$ K, pena dissociazione dell'aria e decomposizione del combustibile. Un velivolo vola a $M_\infty = 10$ alla quota di 39,6 km, dove $T_\infty \simeq 250$ K. Fino a quale Mach minimo si può decelerare il flusso nella presa?

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — temperatura totale del flusso. La decelerazione in presa è adiabatica: la temperatura totale si conserva (eq. (A.5)):

$$T_0 = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right) = 250 \times (1 + 0,2 \times 100) = 250 \times 21 = 5250 \text{ K.}$$

Passo 2 — inversione al limite del combustore. Nel punto 2 la stessa relazione lega T_0 , T_2 e M_2 :

$$1 + 0,2 M_2^2 = \frac{T_0}{T_2} = \frac{5250}{1555,6} = 3,375 \Rightarrow M_2 = \sqrt{\frac{2,375}{0,2}} = \sqrt{11,875} = 3,45.$$

Commento. Il flusso deve restare ad *almeno* Mach 3,45 dentro il combustore: la combustione supersonica non è una scelta, è un obbligo termodinamico. *Validità:* abbiamo usato $\gamma = 1,4$ costante; a queste temperature il gas reale devia sensibilmente, ma la conclusione qualitativa resta.

Esercizio 7.3 — E a Mach 20?

Ripetere per $M_\infty = 20$ alla stessa quota.

Svolgimento.

$$T_0 = 250 \times (1 + 0,2 \times 400) = 250 \times 81 = 20\,250 \text{ K;}$$

$$1 + 0,2 M_2^2 = \frac{20\,250}{1555,6} = 13,02 \Rightarrow M_2 = \sqrt{\frac{12,02}{0,2}} = \sqrt{60,1} = 7,75.$$

Commento. A Mach 20 bisogna bruciare in un flusso ad *almeno* Mach 7,75: iniettare, miscelare e accendere combustibile in una corrente che attraversa il motore in millisecondi. È la ragione per cui, ancora oggi, lo scramjet oltre Mach 10 resta una frontiera aperta della ricerca propulsiva. (Si noti anche il valore di T_0 : ventimila kelvin “virtuali” — in realtà a quelle temperature l'aria si dissocia e c_p non è più costante, ma il messaggio ingegneristico non cambia.)

7.4 Nota storica: Whittle, von Ohain e la rivoluzione del getto

Alla fine degli anni Venti l'accoppiata motore-elica sembrava definitiva: le istituzioni consideravano la propulsione a getto impraticabile — giudizio corretto sotto i 400 km/h, miope oltre. Fu un giovanissimo ufficiale della RAF, Frank Whittle, a vedere lontano: tesi a Cranwell nel 1928 sul futuro del volo ad alta quota e alta velocità, brevetto del motore a turbina a gas nel gennaio 1930, anni di indifferenza generale, poi nel 1935 una piccola società privata, la Power Jets Ltd., per costruirlo davvero. Il 12 aprile 1937 il suo motore girò al banco: il primo turbogetto funzionante della storia.

Il primo a *volare*, però, fu un altro. In Germania, del tutto all'oscuro del lavoro inglese, il fisico Hans von Ohain sviluppava dal 1936 un motore analogo con il sostegno privato del costruttore Ernst Heinkel: il 27–28 agosto 1939 lo Heinkel He 178, spinto dal suo turbogetto da circa 3,7 kN, si alzò in volo a circa 700 km/h — il primo aeroplano a getto della storia. Il Gloster E.28/39 con il motore di Whittle seguì il 15 maggio 1941; dalla guerra uscirono i primi caccia a getto operativi (Me 262, Meteor) e, nel dopoguerra, la tecnologia Whittle trapiantata negli Stati Uniti generò il Lockheed P-80. Nel 1958 i primi jet di linea (707, DC-8) aprirono l'era del trasporto a getto. La storia ha voluto che i due coinventori, che si conobbero e si stimarono, finissero

entrambi negli Stati Uniti e morissero a due anni di distanza (1996, 1998): la loro invenzione indipendente e quasi simultanea è considerata, dopo l'aeroplano dei Wright, la seconda pietra miliare della storia del volo.

Il senso di tutto questo

Statoreattore e scramjet chiudono idealmente la colonna degli esoreattori: dal moto alternativo dell'Otto, al flusso continuo con turbomacchine del Brayton, al flusso continuo *senza* macchine del ramjet. Ogni passaggio scambia complessità meccanica con requisiti di velocità: il ramjet è il motore più semplice del mondo, a patto di correre già veloce.

Il motore a razzo

Dove stiamo andando

Usciamo dall'atmosfera: il motore a razzo trasporta a bordo combustibile e ossidante ed è l'unico propulsore capace di operare nel vuoto. Ne ricaviamo la spinta, la velocità di efflusso, l'impulso specifico — scoprendo da cosa dipende davvero — e la legge della portata in gola, che spiega come si “comanda” la pressione in camera. Tre esercizi svolti completano il quadro con numeri da vero motore spaziale.

8.1 Architettura e spinta

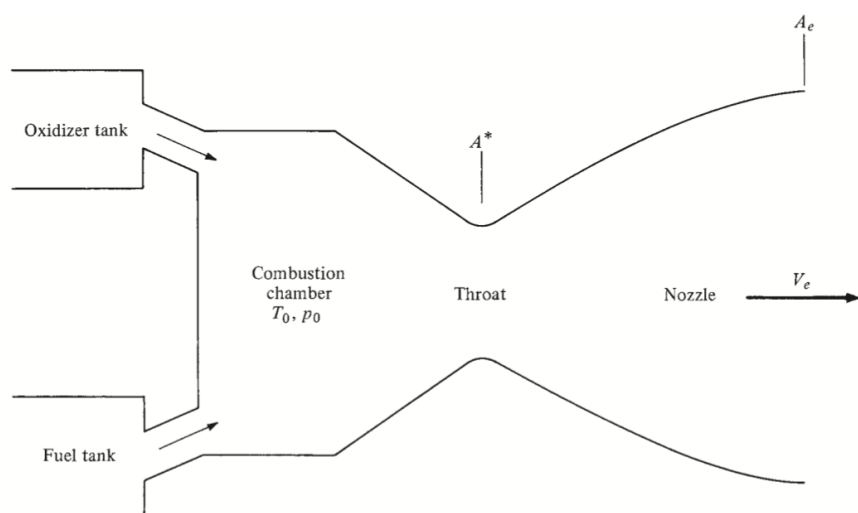


Figura 8.1. Schema di un motore a razzo: iniezione di combustibile e ossidante, camera di combustione ad alta pressione e ugello convergente–divergente.

In un endoreattore chimico (figura 8.1) combustibile e ossidante sono iniettati in una **camera di combustione** dove bruciano generando gas ad altissima temperatura e pressione, praticamente in quiete: la camera è l'analogo del serbatoio di una galleria supersonica, e le sue grandezze sono i valori *totali* T_0 e p_0 . I prodotti si espandono poi in un ugello **convergente–divergente**: sonici in gola (sezione minima, area A^*), supersonici all'uscita, con velocità V_e molto maggiore di quella dei getti aeronautici.

Dall'equazione generale della spinta (4.6) con $\dot{m}_{\text{aria}} = 0$ e $\dot{m} = \dot{m}_{\text{comb}} + \dot{m}_{\text{ox}}$:

Formula chiave

$$T = \dot{m} V_e + (p_e - p_\infty) A_e. \quad (8.1)$$

Non compare V_∞ : la spinta di un razzo non dipende dalla velocità di volo, e nel vuoto ($p_\infty = 0$) è addirittura massima.

8.2 La velocità di efflusso

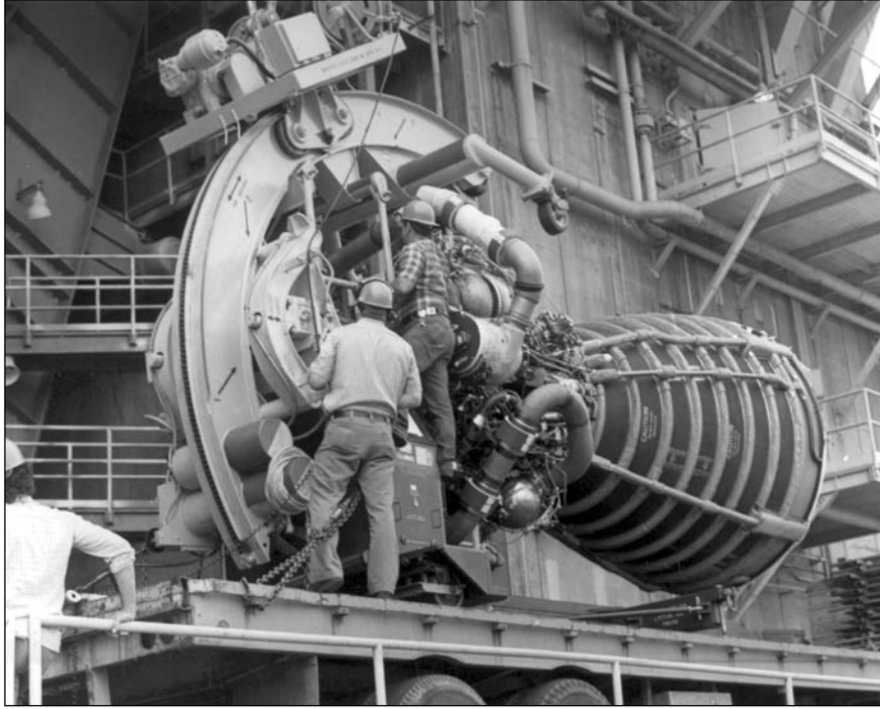


Figura 8.2. Il motore principale dello Space Shuttle (SSME), alimentato a idrogeno e ossigeno liquidi: un esempio di endoreattore a propellenti criogenici ad alte prestazioni.

L'espansione in ugello è, nel modello ideale, isentropica e adiabatica. L'equazione dell'energia fra camera (velocità nulla) e uscita:

$$c_p T_0 = c_p T_e + \frac{V_e^2}{2} \quad \Rightarrow \quad V_e = \sqrt{2c_p(T_0 - T_e)}. \quad (8.2)$$

Esprimendo T_e con l'isentropica $T_e/T_0 = (p_e/p_0)^{(\gamma-1)/\gamma}$ e $c_p = \gamma R/(\gamma - 1)$:

Formula chiave

$$V_e = \sqrt{\frac{2\gamma R T_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]}. \quad (8.3)$$

La velocità di efflusso cresce con la temperatura di camera e con il rapporto di espansione; ricordando $R = \mathcal{R}/\mathcal{M}$ ($\mathcal{R} = 8314 \text{ J}/(\text{kmol K})$ costante universale, $\mathcal{M}$ massa molare dei prodotti), cresce al *diminuire* della massa molare.

8.3 L'impulso specifico

Definizione

L'**impulso specifico** è la spinta per unità di portata in peso di propellente (peso valutato con g_0 al livello del mare):

$$I_{sp} \equiv \frac{T}{\dot{w}} = \frac{T}{g_0 \dot{m}}. \quad (8.4)$$

In ogni sistema di unità coerente, I_{sp} si misura in *secondi*: è il numero di secondi per cui un chilo di propellente riesce a fornire un chilo di spinta.

Con ugello adattato ($p_e = p_\infty$) la (8.1) dà $T = \dot{m} V_e$, quindi $I_{sp} = V_e/g_0$ e, con la (8.3):

Formula chiave

$$I_{sp} = \frac{1}{g_0} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{\mathcal{R} T_0}{\mathcal{M}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]}. \quad (8.5)$$

Per un alto impulso specifico servono: *alta temperatura di combustione e bassa massa molare dei prodotti*. Poiché entrambe sono decise dalla chimica della coppia propellente, l' I_{sp} è essenzialmente una proprietà dei propellenti, poco manipolabile dal progettista.

La tabella che decide le missioni

Tre coppie classiche illustrano la legge: cherosene–ossigeno ($T_0 \simeq 3144$ K, $\mathcal{M} \simeq 22$, $I_{sp} \simeq 240$ s), idrogeno–ossigeno (3517 K, $\mathcal{M} \simeq 16$, $I_{sp} \simeq 360$ s), idrogeno–fluoro (4756 K, $\mathcal{M} \simeq 10$, $I_{sp} \simeq 390$ s). Il Saturn V usò la prima coppia nel primo stadio (densa, maneggevole) e la seconda nei superiori (leggera, energetica): proprio la coppia criogenica del motore principale dello Shuttle in figura 8.2. La terza, pur teoricamente migliore, è rimasta confinata agli esperimenti: il fluoro è tossico e corrosivo al punto da non valere il guadagno.

8.4 La portata in gola e il controllo della camera

Chi decide la pressione p_0 in camera? La risposta sta nella gola. Per un ugello *strozzato* (flusso sonico in gola: $M^* = 1$, condizione sempre verificata nei razzi) la continuità in gola, combinata con le relazioni isentropiche fra camera e gola, fornisce

Formula chiave

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^*}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}. \quad (8.6)$$

La portata smaltibile da un ugello strozzato è proporzionale a p_0 e ad A^* e inversamente proporzionale a $\sqrt{T_0}$.

Da dove viene la (8.6)

In gola: $\dot{m} = \rho^* A^* V^*$ con $V^* = a^* = \sqrt{\gamma R T^*}$ e $\rho^* = p^*/(R T^*)$. Le relazioni totali (A.5) e (A.6) con $M = 1$ danno $T_0/T^* = (\gamma+1)/2$ e $p_0/p^* = [(\gamma+1)/2]^{\gamma/(\gamma-1)}$. Sostituendo ed eliminando le grandezze di gola in favore di quelle di camera si ottiene, con qualche passaggio algebrico, la (8.6). *Validità*: gas perfetto, γ costante, flusso isentropico: nel gas reale, che reagisce chimicamente durante l'espansione, γ varia (si usano valori medi 1,2–1,3) e la formula serve per le stime preliminari.

La lettura ingegneristica è preziosa: fissati i propellenti (T_0 dalla chimica) e l'ugello (A^* dal progetto), la (8.6) dice che $p_0 \propto \dot{m}$: *la pressione di camera la comandano le turbopompe*. Raddoppiare la portata iniettata raddoppia la pressione di camera. È l'equazione con cui, nell'esercizio 8.4, ricaveremo p_0 dalla portata.

I tre regimi dell'ugello: adattato, sottoespanso, sovraespanso

Un ugello ha un rapporto d'area A_e/A^* fisso, quindi (per flusso isentropico) un rapporto di espansione p_e/p_0 fisso: ma la pressione ambiente p_∞ cambia con la quota. Tre regimi:

- **adattato** ($p_e = p_\infty$): il termine di pressione nella (8.1) si annulla e, a parità di p_0 , la spinta è *massima*: tutta l'energia di pressione è stata convertita in velocità;
- **sottoespanso** ($p_e > p_\infty$, tipico in quota): il getto esce “ancora carico” e finisce di espandersi fuori dall'ugello, dove quell'espansione non produce più spinta utile; il termine di pressione è positivo ma non compensa la V_e perduta;
- **sovraespanso** ($p_e < p_\infty$, tipico al decollo di un ugello “da vuoto”): il termine di pressione è negativo; se il disadattamento è forte, la pressione ambiente risale dentro il divergente e il flusso si *separa* dalle pareti, con carichi laterali pericolosi — il vero limite pratico.

Poiché un lanciatore attraversa tutte le quote, la campana è un compromesso: adattata a quota intermedia, un po' sovraespansa al suolo, sottoespansa nel vuoto. I motori dedicati agli stadi superiori, che accendono solo in quota, possono permettersi rapporti d'area enormi (A_e/A^* di 80–150 e oltre, come negli esercizi 8.1 e 8.3): è il motivo delle loro campane spettacolari.

8.5 Esercizi svolti

Esercizio 8.1 — Motore H_2-O_2 a 30 km di quota

Un endoreattore a idrogeno–ossigeno ha camera a $p_0 = 25$ atm e $T_0 = 3517$ K; la gola ha area $A^* = 0,1$ m² e l'ugello è progettato per espandere esattamente alla pressione ambiente della quota standard di 30 km ($p_e = p_\infty = 1,1855 \times 10^3$ Pa). Per la miscela: $\gamma = 1,22$, $\mathcal{M} = 16$. Calcolare: (a) impulso specifico; (b) spinta; (c) area di uscita; (d) Mach di uscita.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — costante del gas. $R = \mathcal{R}/\mathcal{M} = 8314/16 = 519,6$ J/(kg K).

Passo 2 — impulso specifico. Il rapporto di espansione è $p_e/p_0 = 1185,5/(25 \times 101\,325) = 4,68 \times 10^{-4}$; l'esponente $(\gamma - 1)/\gamma = 0,22/1,22 = 0,1803$; quindi $(p_e/p_0)^{0,1803} = 0,2510$ e dalla (8.5):

$$I_{sp} = \frac{1}{9,8} \sqrt{\frac{2 \times 1,22}{0,22} \times 519,6 \times 3517 \times (1 - 0,2510)} = \frac{1}{9,8} \sqrt{1,518 \times 10^7} \simeq 398 \text{ s.}$$

Passo 3 — temperatura e velocità di uscita. $T_e = T_0 (p_e/p_0)^{0,1803} = 3517 \times 0,2510 = 883$ K; $c_p = \gamma R/(\gamma - 1) = 1,22 \times 519,6/0,22 = 2882$ J/(kg K); dalla (8.2):

$$V_e = \sqrt{2 \times 2882 \times (3517 - 883)} = 3896 \text{ m/s.}$$

(Coerenza: $g_0 I_{sp} = 9,8 \times 398 = 3900$ m/s $\simeq V_e$, come deve essere con ugello adattato.)

Passo 4 — portata dalla gola. Dalla (8.6):

$$\sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = \sqrt{\frac{1,22}{519,6} \times \left(\frac{2}{2,22}\right)^{10,09}} = \sqrt{2,349 \times 10^{-3} \times 0,3468} = 2,854 \times 10^{-2},$$

$$\dot{m} = \frac{25 \times 1,013 \times 10^5 \times 0,1}{\sqrt{3517}} \times 2,854 \times 10^{-2} = \frac{2,533 \times 10^5}{59,3} \times 2,854 \times 10^{-2} = 122 \text{ kg/s.}$$

Passo 5 — spinta. Ugello adattato ($p_e = p_\infty$):

$$T = \dot{m} V_e = 122 \times 3896 = 4,76 \times 10^5 \text{ N} \simeq 476 \text{ kN.}$$

Passo 6 — area di uscita. Densità allo scarico $\rho_e = p_e/(R T_e) = 1185,5/(519,6 \times 883) = 2,585 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$; continuità:

$$A_e = \frac{\dot{m}}{\rho_e V_e} = \frac{122}{2,585 \times 10^{-3} \times 3896} = 12,1 \text{ m}^2.$$

Passo 7 — Mach di uscita. $a_e = \sqrt{\gamma R T_e} = \sqrt{1,22 \times 519,6 \times 883} = 748 \text{ m/s}$; $M_e = 3896/748 = 5,2$.

Commento. Rapporto d'area $A_e/A^* \simeq 121$, getto a Mach 5,2, spinta da mezzo meganewton: sono gli ordini di grandezza di un vero motore di stadio superiore. Si noti che l' I_{sp} a 30 km supera il valore “da tabella” (360 s): quello è riferito all'espansione fino alla pressione del livello del mare, più penalizzante.

Esercizio 8.2 — Spinta a 50 km

Un endoreattore elabora $\dot{m} = 25 \text{ kg/s}$; allo scarico $A_e = 2 \text{ m}^2$, $V_e = 4000 \text{ m/s}$, $p_e = 2 \times 10^4 \text{ Pa}$. Calcolare la spinta alla quota standard di 50 km.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — pressione ambiente. A 50 km l'atmosfera standard dà $p_\infty \simeq 79,8 \text{ Pa}$: praticamente il vuoto rispetto a p_e .

Passo 2 — spinta dalla (8.1):

$$T = 25 \times 4000 + (2 \times 10^4 - 79,8) \times 2 = 10^5 + 3,98 \times 10^4 = 1,40 \times 10^5 \text{ N} \simeq 140 \text{ kN}.$$

Commento. Il termine di pressione vale qui il 28% della spinta: l'ugello è fortemente sottoespanso ($p_e \gg p_\infty$). Un divergente più lungo convertirebbe quella pressione in velocità aumentando la spinta: è il motivo per cui i motori “da vuoto” hanno campane enormi.

Esercizio 8.3 — Motore completo a 25 km

Camera a $p_0 = 30 \text{ atm}$ e $T_0 = 3756 \text{ K}$; ugello con $A_e = 15 \text{ m}^2$ progettato per espandere alla pressione ambiente di 25 km ($p_e = p_\infty = 2,527 \times 10^3 \text{ Pa}$); miscela con $\gamma = 1,18$ e $\mathcal{M} = 20$. Calcolare: (a) I_{sp} ; (b) V_e ; (c) $\dot{m}$; (d) spinta; (e) area di gola.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — costante del gas. $R = 8314/20 = 415,7 \text{ J/(kg K)}$.

Passo 2 — rapporto di espansione. $p_e/p_0 = 2527,3/(30 \times 101325) = 8,31 \times 10^{-4}$; $(\gamma - 1)/\gamma = 0,18/1,18 = 0,1525$; $(p_e/p_0)^{0,1525} = 0,3389$.

Passo 3 — impulso specifico (8.5):

$$I_{sp} = \frac{1}{9,8} \sqrt{\frac{2,36}{0,18}} \times 415,7 \times 3756 \times (1 - 0,3389) = \frac{1}{9,8} \sqrt{1,353 \times 10^7} = 375 \text{ s}.$$

Passo 4 — velocità di uscita. Con ugello adattato $V_e = g_0 I_{sp} = 9,8 \times 375,4 = 3679 \text{ m/s}$. (Controllo con la (8.2): $T_e = 3756 \times 0,3389 = 1273 \text{ K}$, $c_p = 1,18 \times 415,7/0,18 = 2725 \text{ J/(kg K)}$, $V_e = \sqrt{2 \times 2725 \times (3756 - 1273)} = 3679 \text{ m/s}$: identico.)

Passo 5 — portata dalla continuità allo scarico. $\rho_e = p_e/(R T_e) = 2527,3/(415,7 \times 1273) = 4,78 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$;

$$\dot{m} = \rho_e A_e V_e = 4,78 \times 10^{-3} \times 15 \times 3679 = 264 \text{ kg/s}.$$

Passo 6 — spinta. Ugello adattato: $T = \dot{m} V_e = 264 \times 3679 = 9,7 \times 10^5 \text{ N}$, quasi un meganewton.

Passo 7 — area di gola invertendo la (8.6):

$$\sqrt{\frac{1,18}{415,7} \left(\frac{2}{2,18} \right)^{12,11}} = \sqrt{2,839 \times 10^{-3} \times 0,3521} = 3,162 \times 10^{-2},$$

$$A^* = \frac{\dot{m} \sqrt{T_0}}{p_0} \times \frac{1}{3,162 \times 10^{-2}} = \frac{264 \times 61,3}{3,04 \times 10^6 \times 3,162 \times 10^{-2}} = 0,168 \text{ m}^2.$$

Rapporto d'area: $A_e/A^* = 15/0,168 \simeq 89$.

Esercizio 8.4 — La pressione di camera dalla portata

In un motore la portata pompata in camera è $\dot{m} = 39,7 \text{ kg/s}$; dopo la combustione $T_0 = 3333 \text{ K}$, i prodotti hanno $R = 401 \text{ J/(kg K)}$ e $\gamma = 1,21$; la gola ha $A^* = 0,0465 \text{ m}^2$. Calcolare la pressione di camera.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — fattore di gola.

$$\sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = \sqrt{\frac{1,21}{401} \times \left(\frac{2}{2,21} \right)^{10,52}} = \sqrt{3,017 \times 10^{-3} \times 0,3497} = 3,247 \times 10^{-2}.$$

Passo 2 — inversione della (8.6).

$$p_0 = \frac{\dot{m} \sqrt{T_0}}{A^* \times 3,247 \times 10^{-2}} = \frac{39,7 \times 57,73}{0,0465 \times 3,247 \times 10^{-2}} = 1,52 \times 10^6 \text{ Pa} = 1,52 \text{ MPa} \simeq 15,0 \text{ atm}.$$

Commento. Ecco all'opera il principio di controllo: la camera si porta *da sola* alla pressione (qui 1,52 MPa) che permette alla gola di smaltire esattamente la portata iniettata. Pompare di più significa alzare p_0 in proporzione.

Il senso di tutto questo

Il razzo è, paradossalmente, il motore più semplice da calcolare: niente compressori né turbine nel percorso del gas, solo camera e ugello, cioè solo energia + isentropica + continuità. Tutta la sua complessità sta altrove: nella chimica dei propellenti (capitolo 9) e nella tirannia dell'equazione del razzo (capitolo 10).

I propellenti

Dove stiamo andando

Abbiamo visto che l'impulso specifico è deciso quasi interamente dalla chimica: questo capitolo è dunque dedicato ai propellenti. Distinguiamo le due grandi famiglie — liquidi e solidi — con le rispettive sottocategorie, i sistemi di alimentazione, i criteri di scelta e la legge di combustione dei grani solidi, con un esercizio svolto.

9.1 Propellenti liquidi

Nei motori a propellenti liquidi combustibile e ossidante sono stivati in serbatoi separati e iniettati in camera ad alta pressione, nebulizzati per favorire miscelazione e combustione. Il problema tecnico centrale è proprio la pressurizzazione, risolta in due modi.

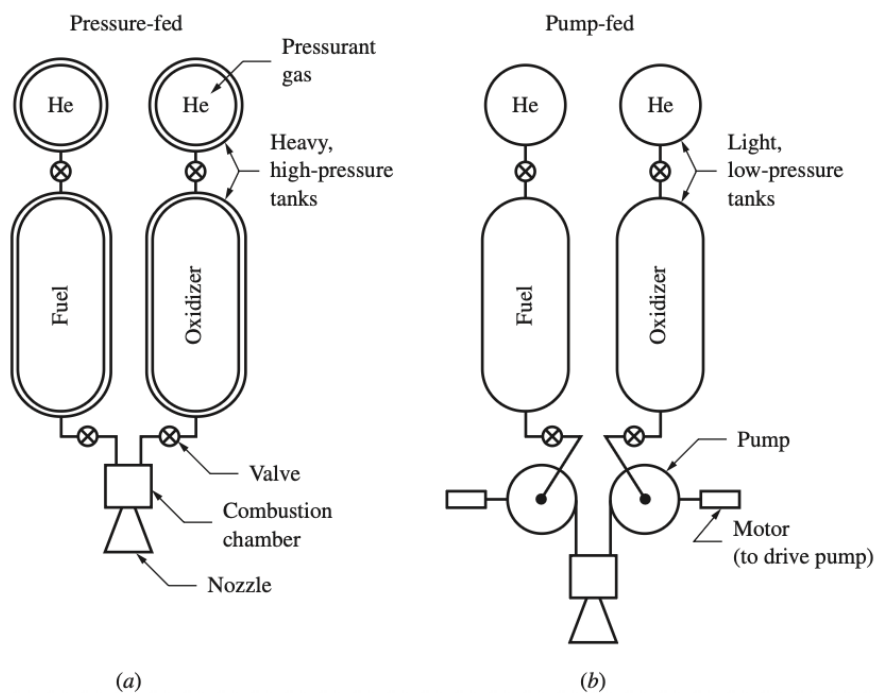


Figura 9.1. Sistemi di alimentazione dei propellenti liquidi: (a) a pressione di gas, con un gas inerte che preme sui serbatoi; (b) a turbopompe, con pompe azionate da una turbina.

9.1.1 Alimentazione a pressione e a turbopompe

I due sistemi di alimentazione dei propellenti liquidi sono illustrati nella figura 9.1.

Sistema a pressione di gas. Un gas inerte ad alta pressione (di solito elio, in bombole sferiche) preme direttamente sui liquidi nei serbatoi: aprendo le valvole, i propellenti fluiscono in camera. Semplice e affidabile, ma i serbatoi devono reggere l'alta pressione e diventano pesanti: la soluzione è adatta a piccoli motori di

manovra e controllo d'assetto, non ai propulsori principali. (Un'eccezione storica illustre: il motore XLR11 del Bell X-1, alimentato a pressione perché nel 1947 non esisteva ancora una turbopompa affidabile.)

Sistema a turbopompe. I serbatoi restano a bassa pressione (pareti sottili, leggeri) e la pressione viene fornita da pompe azionate da turbine, a loro volta mosse dai gas di appositi generatori o preburner. È la soluzione di tutti i grandi motori: nel motore principale dello Shuttle le turbopompe portavano i propellenti a circa 44,6 MPa contro i $\simeq 21,3$ MPa di camera, e il salto residuo serviva proprio a garantire nebulizzazione e miscelazione.

9.1.2 Le categorie chimiche

- **Criogenici.** Propellenti che sono liquidi solo a temperature bassissime: l'idrogeno sotto 20 K, l'ossigeno sotto 135 K. Complicano stoccaggio e rifornimento, ma la coppia H_2-O_2 ripaga con l'impulso specifico più alto fra le combinazioni pratiche (I_{sp} nel vuoto fino a $\simeq 455$ s per il motore dello Shuttle).
- **Bipropellenti e monopropellenti.** Le coppie combustibile+ossidante sono *bipropellenti*. Esistono anche *monopropellenti*: sostanze singole che liberano energia per decomposizione catalitica (classica l'idrazina, N_2H_4). Impulso minore, ma un solo fluido, un solo impianto: ideali per i piccoli motori di assetto.
- **Ipergolici.** Coppie che si accendono *spontaneamente al contatto*, senza accenditore: massima affidabilità di riaccensione (per questo usate nei sistemi di manovra orbitale), maneggevolezza delicata a terra — i due liquidi vanno tenuti rigorosamente lontani. Esempio classico: monometilidrazina con tetrossido di azoto, $I_{sp} \simeq 260-313$ s.

9.2 Propellenti solidi

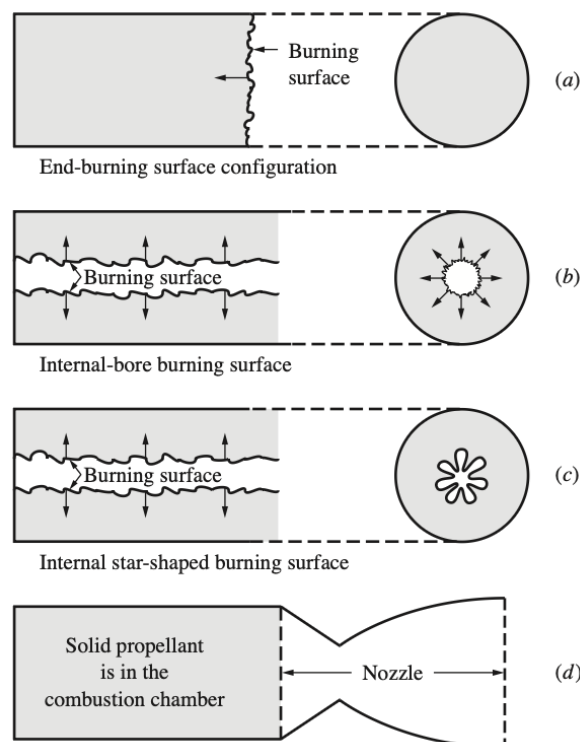


Figura 9.2. Alcune geometrie del grano nei propellenti solidi: la forma della superficie di combustione determina l'andamento della spinta nel tempo (a sigaretta, a foro cilindrico, a stella).

Nei motori a propellente solido combustibile e ossidante sono *premiscelati* e colati in un blocco compatto, il **grano**, che riempie la camera stessa. Il grano tipico dei booster dello Shuttle: polvere di alluminio come combustibile (16%), perclorato d'ammonio come ossidante ($\simeq 70\%$), ossido di ferro come catalizzatore, legante gommoso che fa da matrice e brucia anch'esso.

L'accensione avviene in superficie e la superficie di fiamma *recede* parallela a sé stessa. La geometria del grano (figura 9.2) è il “programma” della spinta:

- *grano a sigaretta* (end burner): brucia da un'estremità, superficie costante, spinta costante e lunga durata;
- *grano a foro cilindrico*: brucia dal foro interno verso l'esterno; la superficie cresce nel tempo, e con essa portata e spinta;
- *grano a stella*: il foro interno stellato offre superficie massima all'accensione, che poi si arrotonda: spinta massima subito, poi decrescente — perfetto per un booster da decollo (quello dello Shuttle aveva una stella a 11 punte).

9.2.1 La legge di combustione

Formula chiave

La **velocità lineare di combustione** r (velocità di recessione della superficie del grano) dipende dalla pressione di camera secondo la legge empirica di Saint-Robert (o di Vieille):

$$r = a p_0^n, \quad (9.1)$$

con a ed n costanti sperimentali del propellente ($n \simeq 0,4-0,8$ per la maggior parte dei propellenti; qui useremo r in mm/s e p_0 in MPa, ma qualunque coppia di unità coerente con le misure va bene, purché a sia ricavata nelle stesse unità). *Validità*: legge empirica, valida nell'intervallo di pressioni delle misure e sensibile alla temperatura iniziale del grano.

9.2.2 Solido contro liquido

A favore del solido: semplicità e affidabilità (niente pompe né impianti), stoccabilità (decenni in rampa o in silo), densità (volumi compatti). *Contro*: impulso specifico minore ($I_{sp} \simeq 200-300$ s contro i 300–450 dei liquidi); e soprattutto, una volta acceso, un solido *non si spegne* né si regola, mentre un liquido si strozza e si riaccende a piacere con le valvole. La scelta di progetto fra le due famiglie — o le soluzioni ibride, con ossidante liquido su grano solido, ancora sperimentali — discende direttamente da questo bilancio.

Esercizio 9.1 — Recessione di un grano a sigaretta

Per un grano di nitrato d'ammonio a $15,6^\circ\text{C}$ si misura $r_1 = 1,016$ mm/s a $p_{0,1} = 3,447$ MPa e $r_2 = 1,473$ mm/s a $p_{0,2} = 6,895$ MPa. Il motore opera a $p_0 = 10,34$ MPa: di quanto recede la superficie in 5 s?

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — esponente n . Facendo il rapporto fra le due misure nella legge (9.1) la costante a si semplifica:

$$\frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{p_{0,2}}{p_{0,1}}\right)^n \Rightarrow n = \frac{\ln(r_2/r_1)}{\ln(p_{0,2}/p_{0,1})} = \frac{\ln(1,473/1,016)}{\ln 2} = \frac{0,3716}{0,6931} = 0,536.$$

Passo 2 — costante a (nelle unità scelte: mm/s e MPa):

$$a = \frac{r_1}{p_{0,1}^n} = \frac{1,016}{3,447^{0,536}} = \frac{1,016}{1,942} = 0,523 \quad [\text{mm/s} \cdot \text{MPa}^{-n}].$$

Passo 3 — velocità a 10,34 MPa.

$$r = 0,523 \times 10,34^{0,536} = 0,523 \times 3,50 = 1,83 \text{ mm/s}.$$

Passo 4 — recessione in 5 secondi.

$$\Delta \ell = r \Delta t = 1,83 \times 5 = 9,2 \text{ mm.}$$

Commento. L'esponente $n = 0,54$ cade nel campo tipico 0,4–0,8: buon segno sulla qualità delle misure. Si noti la sensibilità alla pressione: triplicare p_0 (da 3,4 a 10,3 MPa) quasi raddoppia la velocità di combustione — ed è per questo che la stabilità di pressione di un motore a solido va progettata con cura.

Dal grano al profilo di spinta

La legge di Vieille e la geometria del grano, insieme, *programmano* la spinta. La portata generata dalla combustione è

$$\dot{m} = \rho_p S(t) r,$$

con ρ_p densità del propellente e $S(t)$ superficie di fiamma istantanea; e poiché $T = \dot{m} V_e$ (ugello adattato), la spinta segue $S(t)$: superficie costante $\Rightarrow$ spinta costante (sigaretta), superficie crescente $\Rightarrow$ spinta crescente (foro cilindrico), stella $\Rightarrow$ spinta alta e poi decrescente. Ma c'è di più: portata e pressione di camera si determinano *a vicenda*. La gola smaltisce $\dot{m} \propto p_0$ (legge (8.6)), il grano produce $\dot{m} \propto p_0^n$: l'equilibrio fra le due leggi fissa la pressione di lavoro, ed è *stabile* solo se $n < 1$ — se la produzione cresce con la pressione più lentamente di quanto la gola riesca a smaltire. Un propellente con $n \geq 1$ darebbe un motore instabile: una piccola sovrappressione produrrebbe più gas di quanto la gola scarichi, facendo salire ulteriormente la pressione fino allo scoppio. Ecco perché l'esponente di Vieille non è un dettaglio da chimici: è un requisito di sicurezza strutturale.

Il senso di tutto questo

La scelta dei propellenti è il primo e più vincolante atto di progetto di un sistema a razzo: fissa l'impulso specifico (cioè, come vedremo subito, la massa del veicolo), il tipo di impianto, la logica operativa. Non a caso i lanciatori reali mescolano le famiglie: booster a solido per il “calcio” iniziale, stadi criogenici per l'efficienza, ipergolici per le manovre fini.

L'equazione del razzo e lo staging

Dove stiamo andando

Dal motore passiamo al veicolo: quale velocità raggiunge un razzo quando ha bruciato tutto il propellente? La risposta è l'equazione di Tsiolkovsky, una delle formule più belle e più tiranniche dell'ingegneria. La deriviamo, la applichiamo, e poi mostriamo — con i numeri — perché i lanciatori sono a più stadi.

10.1 Le masse in gioco

La massa totale di un veicolo a razzo, in ogni istante, si scompone in tre parti:

$$M = M_L + M_s + M_p \quad (10.1)$$

dove M_L è il **carico utile** (satellite, capsula...), M_s la **massa strutturale** (serbatoi, motori, ordinate e correntini — tutto ciò che non è né carico né propellente) e M_p il **propellente**. Al distacco la massa è quella *iniziale* $M_i = M_L + M_s + M_p$; allo spegnimento per esaurimento del propellente resta la massa *finale* $M_f = M_L + M_s$.

10.2 Derivazione dell'equazione di Tsiolkovsky

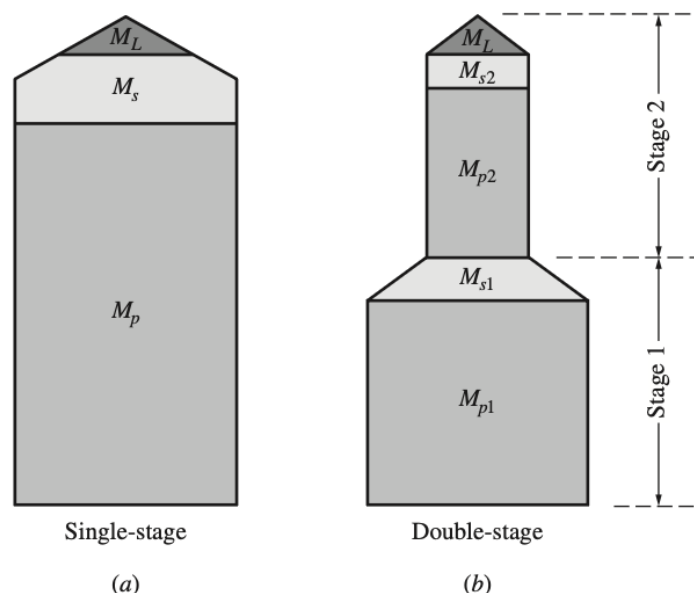


Figura 10.1. Ripartizione delle masse in un razzo: carico utile, struttura e propellente. (a) Configurazione monostadio; (b) configurazione bistadio, che sgancia la struttura del primo stadio una volta esaurito il propellente.

La ripartizione delle masse appena descritta è illustrata, per il monostadio e il bistadio, nella figura 10.1.

Trascuriamo resistenza aerodinamica e peso rispetto alla spinta (ipotesi da dichiarare: è un modello di *prestazione ideale*, ottimistico; per un lancio verticale reale le perdite per gravità e resistenza vanno poi sottratte). La seconda legge di Newton per il veicolo di massa variabile:

$$T = M \frac{dV}{dt}. \quad (10.2)$$

Dalla definizione di impulso specifico (8.4), $T = g_0 I_{sp} \dot{m}$; e poiché il propellente espulso è massa che il veicolo perde, $\dot{m} = -dM/dt$. Sostituendo nella (10.2):

$$-g_0 I_{sp} \frac{dM}{dt} = M \frac{dV}{dt} \implies -\frac{dM}{M} = \frac{dV}{g_0 I_{sp}}.$$

Integriamo dal distacco ($V = 0$, $M = M_i$) allo spegnimento ($V = V_b$, $M = M_f$): il primo membro dà $\ln(M_i/M_f)$, il secondo $V_b/(g_0 I_{sp})$.

Formula chiave: equazione del razzo

$$V_b = g_0 I_{sp} \ln \frac{M_i}{M_f} \iff \frac{M_i}{M_f} = e^{V_b/(g_0 I_{sp})}. \quad (10.3)$$

La velocità di fine combustione dipende da due soli parametri: l'impulso specifico (la chimica) e il rapporto di massa (la struttura). La forma inversa mostra la tirannia: la massa richiesta cresce *esponenzialmente* con la velocità da raggiungere.

Esercizio 10.1 — Velocità di burnout con cherosene–ossigeno

Un razzo a cherosene–ossigeno ($I_{sp} = 240$ s) ha rapporto fra peso al distacco e peso allo spegnimento pari a 5,5. Calcolare la velocità di fine combustione.

Svolgimento. Il rapporto dei pesi coincide con quello delle masse (g_0 si semplifica). Dalla (10.3):

$$V_b = 9,8 \times 240 \times \ln 5,5 = 2352 \times 1,7047 = 4010 \text{ m/s} \simeq 4 \text{ km/s}.$$

Commento. Siamo a circa metà della velocità orbitale ($\simeq 7,9$ km/s): con questa coppia di propellenti e un solo stadio “ragionevole” l'orbita non si raggiunge. Il problema è strutturale, come chiarirà l'esercizio 10.3.

Esercizio 10.2 — Quanta massa serve per la fuga

Un razzo a idrogeno–ossigeno ($I_{sp} = 360$ s) deve raggiungere la velocità di fuga dalla Terra, $V_b = 11,2$ km/s. Che frazione della massa iniziale deve essere propellente?

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — rapporto di massa dalla forma inversa della (10.3):

$$\frac{M_i}{M_f} = \exp \frac{11\,200}{9,8 \times 360} = e^{3,175} = 23,9.$$

Passo 2 — frazione di propellente. Poiché $M_p = M_i - M_f$:

$$\frac{M_p}{M_i} = 1 - \frac{M_f}{M_i} = 1 - \frac{1}{23,9} = 0,958.$$

Commento. Il 95,8% del veicolo al distacco deve essere propellente: a strutture, motori, serbatoi e carico utile resta il 4,2%. È l'esponenziale della (10.3) che detta legge, e la ragione profonda per cui i lanciatori sono gusci sottilissimi pieni di propellente — e per cui si ricorre allo staging.

10.3 Perché i razzi sono a più stadi

L'idea dello **staging** è liberarsi della struttura man mano che diventa inutile: esauriti i propellenti del primo stadio, i suoi serbatoi vuoti e i suoi motori sono solo zavorra; sganciandoli, il secondo stadio riparte con un rapporto di massa molto più favorevole. Formalizziamo per un bistadio.

Primo stadio. Il “carico utile” del primo stadio è l'intero secondo stadio. La (10.3) dà la velocità al primo spegnimento:

$$V_{b1} = g_0 I_{sp} \ln \frac{M_{p1} + M_{s1} + M_{p2} + M_{s2} + M_L}{M_{s1} + M_{p2} + M_{s2} + M_L}. \quad (10.4)$$

Secondo stadio. Sganciato M_{s1} , il secondo stadio parte da V_{b1} e l'equazione del razzo, che fornisce *incrementi* di velocità, dà

$$V_{b2} - V_{b1} = g_0 I_{sp} \ln \frac{M_{p2} + M_{s2} + M_L}{M_{s2} + M_L}. \quad (10.5)$$

Esercizio 10.3 — Monostadio contro bistadio

Due razzi hanno la stessa massa totale $M_i = 5000$ kg, lo stesso $I_{sp} = 350$ s, lo stesso carico utile $M_L = 50$ kg, la stessa massa strutturale complessiva (500 kg) e lo stesso propellente complessivo (4450 kg). Il primo è monostadio; il secondo è un bistadio con $M_{s1} = 400$ kg, $M_{p1} = 3450$ kg, $M_{s2} = 100$ kg, $M_{p2} = 1000$ kg. Confrontare le velocità finali.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — monostadio. $M_f = 500 + 50 = 550$ kg:

$$V_b = 9,8 \times 350 \times \ln \frac{5000}{550} = 3430 \times 2,207 = 7571 \text{ m/s} \simeq 7,57 \text{ km/s}.$$

Passo 2 — bistadio, primo stadio. Dalla (10.4): $M_i = 5000$ kg; $M_f = 400 + 1000 + 100 + 50 = 1550$ kg:

$$V_{b1} = 3430 \times \ln \frac{5000}{1550} = 3430 \times 1,171 = 4017 \text{ m/s}.$$

Passo 3 — bistadio, secondo stadio. Dalla (10.5): $M_i = 1000 + 100 + 50 = 1150$ kg, $M_f = 100 + 50 = 150$ kg:

$$V_{b2} - V_{b1} = 3430 \times \ln \frac{1150}{150} = 3430 \times 2,037 = 6987 \text{ m/s}.$$

Passo 4 — confronto.

$$V_{b2} = 4017 + 6987 = 11\,004 \text{ m/s} \simeq 11 \text{ km/s}.$$

Stesse masse, stessi propellenti: il monostadio arriva a 7,57 km/s (circa la velocità orbitale), il bistadio a 11 km/s (la velocità di fuga). L'unica differenza è *aver buttato via al momento giusto* 400 kg di struttura ormai inutile.

Commento. Ecco, in un esercizio, l'intera giustificazione economica dei lanciatori multistadio a perdere. La partita moderna dei booster *riutilizzabili* sposta i termini del confronto: se lo stadio si recupera, il costo dell'hardware non si rigenera a ogni lancio — ma la fisica della (10.3) resta identica.

Esercizio 10.4 — Bistadio di progetto

Un bistadio ha: primo stadio $M_{p1} = 7200$ kg, $M_{s1} = 800$ kg; secondo stadio $M_{p2} = 5400$ kg, $M_{s2} = 600$ kg; carico utile $M_L = 60$ kg; $I_{sp} = 275$ s per entrambi. Calcolare la velocità finale.

Svolgimento passo passo.

Passo 1 — primo stadio. $M_i = 7200 + 800 + 5400 + 600 + 60 = 14\,060$ kg; $M_f = 800 + 5400 + 600 + 60 =$

6860 kg:

$$V_{b1} = 9,8 \times 275 \times \ln \frac{14\,060}{6860} = 2695 \times 0,7177 = 1934 \text{ m/s.}$$

Passo 2 — secondo stadio. $M_i = 5400 + 600 + 60 = 6060 \text{ kg}$; $M_f = 600 + 60 = 660 \text{ kg}$:

$$\Delta V_2 = 2695 \times \ln \frac{6060}{660} = 2695 \times 2,217 = 5975 \text{ m/s.}$$

Passo 3 — velocità finale.

$$V_{b2} = 1934 + 5975 = 7909 \text{ m/s} \simeq 7,9 \text{ km/s} :$$

proprio la velocità orbitale bassa. *Commento:* si noti quanto rende di più il secondo stadio: parte “pulito”, senza portarsi dietro la struttura del primo, e il suo rapporto di massa (9,2) vale da solo tre quarti della velocità totale.

10.4 Approfondimento: le perdite per gravità e resistenza

L'equazione (10.3) è stata derivata trascurando peso e resistenza aerodinamica: fornisce il ΔV ideale. In un lancio verticale reale la seconda legge di Newton contiene anche quei termini, e integrandola si ottiene

$$\Delta V_{\text{reale}} = \underbrace{g_0 I_{\text{sp}} \ln \frac{M_i}{M_f}}_{\text{Tsiolkovsky}} - \underbrace{\int_0^{t_b} g \sin \gamma \, dt}_{\text{perdita di gravità}} - \underbrace{\int_0^{t_b} \frac{D}{M} \, dt}_{\text{perdita aerodinamica}} , \quad (10.6)$$

dove γ è l'angolo di rampa della traiettoria e t_b il tempo di combustione. Le due perdite hanno caratteri opposti:

- la *perdita di gravità* punisce chi sale lentamente e verticalmente: ogni secondo passato a combattere il peso “brucia” $g \sin \gamma$ di velocità. Per i lanciatori orbitali vale tipicamente 1,0–1,5 km/s; si riduce con grandi rapporti spinta/peso e inclinando la traiettoria appena possibile (la *gravity turn*);
- la *perdita aerodinamica* punisce chi va veloce negli strati densi: è più piccola (0,1–0,3 km/s) perché il lanciatore attraversa in fretta la bassa atmosfera, ma impone di non accelerare troppo presto (il passaggio per la zona di massima pressione dinamica, il *max q*, è un vincolo strutturale di ogni lancio).

I due requisiti sono in conflitto — salire piano riduce la resistenza ma aumenta la perdita di gravità — e la traiettoria reale è un'ottimizzazione fra i due. Il bilancio complessivo per l'orbita bassa: velocità orbitale $\simeq 7,8 \text{ km/s}$, perdite $\simeq 1,3\text{--}1,8 \text{ km/s}$, quindi un ΔV di progetto di 9,1–9,6 km/s. È con questo numero — non con il solo 7,8 km/s — che va confrontato il risultato dell'esercizio 10.4. *Validità:* la (10.6) è esatta per il moto del punto materiale lungo la traiettoria; le stime numeriche delle perdite sono tipiche, non universali.

10.5 Nota storica: Tsiolkovsky, Goddard, Oberth

La preistoria del razzo è asiatica: la polvere nera è documentata in Cina dal VII secolo, e le cronache riferiscono di frecce incendiarie a razzo usate nel 1232 nella difesa contro i Mongoli. In Occidente il razzo restò per secoli un'arma da sbarramento (perfezionata da Congreve ai primi dell'Ottocento: i “bagliori rossi” dell'inno americano, cantati da Key nel 1812, erano i suoi), ma solo a cavallo del Novecento divenne oggetto di ingegneria. Tre figure, in tre paesi, quasi in parallelo.

Konstantin Tsiolkovsky (1857–1935), maestro di scuola nella provincia russa, lavorando in quasi totale isolamento arrivò nel 1883 all'idea della propulsione a reazione e pubblicò nel 1903 — l'anno del primo volo dei Wright — il progetto teorico di un razzo a idrogeno e ossigeno liquidi: la scelta della coppia a più alto impulso specifico dice tutto sulla profondità della sua teoria, di cui l'equazione del razzo che porta il suo nome è il frutto

più duraturo. Puro teorico, non costruì mai nulla; il riconoscimento arrivò tardi, con l'Accademia sovietica nel 1919.

Robert H. Goddard (1882–1945), fisico americano formatosi a Worcester, trasformò la teoria in hardware: brevetti su camere, ugelli, alimentazione e razzi multistadio già nel 1914, la celebre monografia smithsoniana del 1919 sul raggiungimento di quote estreme, e infine, il 16 marzo 1926, il primo volo di un razzo a propellenti liquidi della storia: 56 m percorsi a circa 97 km/h — per la missilistica, ciò che il 17 dicembre 1903 fu per l'aviazione. Sostenuto poi da Lindbergh e dal fondo Guggenheim, Goddard sviluppò a Roswell, nel deserto del New Mexico, razzi sempre più grandi, in un isolamento in parte cercato: il riconoscimento pieno del governo americano arrivò solo dopo la sua morte, nell'era post-Sputnik.

Hermann Oberth (1894–1989), transilvano di lingua tedesca, pubblicò nel 1923 il trattato che fondò la scuola tedesca; attorno alle sue idee nacque nel 1927 la Società per i viaggi spaziali, fucina del giovane Wernher von Braun. Da quella scuola uscì nel 1944 la V-2: propellenti ossigeno liquido e alcol, 14 m di lunghezza, primo oggetto umano a superare l'atmosfera sensibile, con gittata di 320 km. Arma terribile e insieme capostipite tecnico: dai razzi V-2 catturati nel 1945 discendono, per filiazione diretta, i programmi missilistici e spaziali americano e sovietico, fino al Saturn V che — con von Braun direttore tecnico — portò l'uomo sulla Luna.

Il senso di tutto questo

L'equazione (10.3) è il ponte fra i capitoli sul motore e la missione: I_{sp} (chimica) e il rapporto di massa (strutture) entrano in un'unica formula che decide se si arriva in orbita, sulla Luna o da nessuna parte. Per lo studente di Costruzioni il messaggio è concreto: ogni chilogrammo di struttura risparmiato vale, per l'esponenziale, molti chilogrammi di propellente — il legame più diretto che esista fra il calcolo strutturale e la meccanica del volo spaziale.

Il rendimento propulsivo, il motore verde, la propulsione elettrica

Dove stiamo andando

È il capitolo che chiude il cerchio: dimostriamo il teorema del rendimento propulsivo — la formula che spiega, in una riga, l'esistenza stessa di elica, turbofan, turbogetto e razzo come specie diverse — e lo applichiamo ai motori incontrati. Guardiamo poi al futuro: il motore “verde” e la propulsione elettrica spaziale.

II.1 L'energia sprecata nella scia

Mettiamoci nei panni di un osservatore fermo al suolo. Prima del passaggio del velivolo l'aria è ferma; dopo, il getto di scarico gli sfilaccia accanto a velocità $V_e - V_\infty$ (il getto esce a V_e rispetto al motore, che a sua volta avanza a V_∞). Quell'aria in moto possiede energia cinetica che nessuno recupererà mai: è il costo occulto della propulsione a getto.

Esercizio II.1 — La potenza dissipata in scia

Dimostrare che la potenza dispersa nella scia di un propulsore di portata $\dot{m}$ vale $\frac{1}{2} \dot{m} (V_e - V_\infty)^2$.

Svolgimento. Nel riferimento del suolo, ogni unità di massa che ha attraversato il motore possiede, dopo il passaggio, velocità residua $V_e - V_\infty$ e quindi energia cinetica specifica $\frac{1}{2}(V_e - V_\infty)^2$. Poiché la massa processata per unità di tempo è $\dot{m}$, la potenza abbandonata nella scia è

$$\Pi_{\text{scia}} = \frac{1}{2} \dot{m} (V_e - V_\infty)^2. \quad \blacksquare \quad (\text{II.1})$$

Commento. La spinta (4.7) è lineare in $(V_e - V_\infty)$; lo spreco (II.1) è quadratico. Tutta la gerarchia dei propulsori discende da questo confronto di esponenti.

II.2 Il rendimento propulsivo

Definizione

Il **rendimento propulsivo** è il rapporto fra la potenza utile $\Pi_A = T_A V_\infty$ e la potenza totale generata dal propulsore, somma di quella utile e di quella dispersa in scia:

$$\eta_p = \frac{T_A V_\infty}{T_A V_\infty + \frac{1}{2} \dot{m} (V_e - V_\infty)^2}. \quad (\text{II.2})$$

Esercizio 11.2 — Il teorema del rendimento propulsivo

Dimostrare che, trascurando il combustibile e il termine di pressione,

$$\eta_p = \frac{2}{1 + V_e/V_\infty}. \quad (11.3)$$

Svolgimento passo passo.

Passo 1. Con le ipotesi dette, $T_A = \dot{m}(V_e - V_\infty)$. Sostituendo nella (11.2):

$$\eta_p = \frac{\dot{m}(V_e - V_\infty)V_\infty}{\dot{m}(V_e - V_\infty)V_\infty + \frac{1}{2}\dot{m}(V_e - V_\infty)^2}.$$

Passo 2. Semplifichiamo $\dot{m}(V_e - V_\infty)$ (non nullo se c'è spinta):

$$\eta_p = \frac{V_\infty}{V_\infty + \frac{1}{2}(V_e - V_\infty)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(V_e/V_\infty - 1)}.$$

Passo 3. Riduciamo allo stesso denominatore l'argomento: $1 + \frac{1}{2}(V_e/V_\infty - 1) = \frac{1}{2}(1 + V_e/V_\infty)$, da cui la (11.3). ■

Formula chiave

$$\eta_p = \frac{2}{1 + V_e/V_\infty}$$

Il rendimento propulsivo dipende da un solo parametro: il rapporto V_e/V_∞ . Vale 1 (il 100%) quando $V_e = V_\infty$ — ma allora la spinta è nulla — e degrada al crescere del rapporto. Ogni propulsore reale è un compromesso fra questi due estremi.

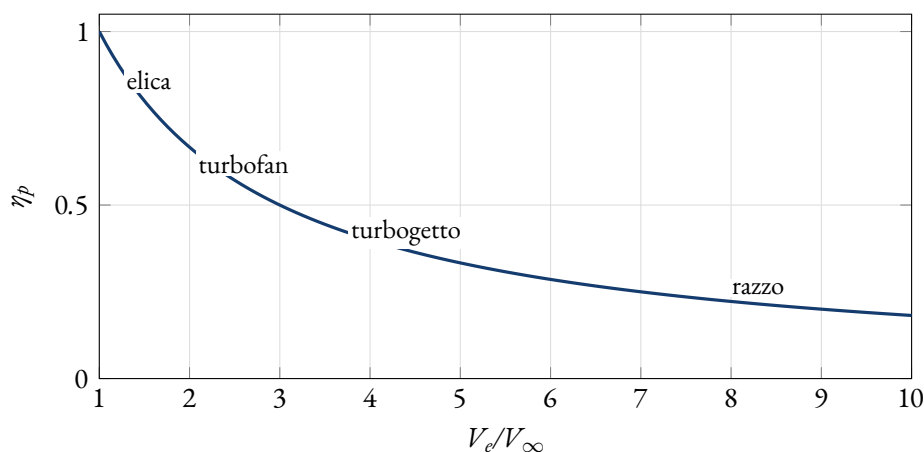


Figura 11.1. Il teorema del rendimento propulsivo, $\eta_p = 2/(1 + V_e/V_\infty)$, con la collocazione qualitativa delle famiglie di propulsori.

Esercizio 11.3 — Rendimento propulsivo del turbogetto dell'esercizio 5.1

Calcolare η_p per il turbogetto dell'esercizio 5.1 ($V_\infty = 733$ ft/s, $V_e = 1600$ ft/s).

Svolgimento. Dalla (11.3):

$$\eta_p = \frac{2}{1 + 1600/733,3} = \frac{2}{1 + 2,182} = \frac{2}{3,182} = 0,629.$$

Quasi il 37% della potenza generata finisce nella scia: e questo è un turbogetto in crociera, cioè nelle sue condizioni migliori.

Esercizio 11.4 — La gerarchia dei propulsori

Usare la (11.3) per spiegare perché l'elica è il propulsore più efficiente, il razzo il meno efficiente e il turbogetto sta nel mezzo.

Svolgimento ragionato. L'elica dà a una grande portata un piccolo incremento di velocità: V_e/V_∞ è appena sopra 1 e η_p è vicino al massimo — ma la spinta, legata a $(V_e - V_\infty)$, è limitata, e il limite di comprimibilità delle estremità la confina sotto il transonico. Il turbogetto espelle il getto a molte centinaia di m/s: $V_e/V_\infty \simeq 2-3$, $\eta_p \simeq 0,5-0,65$: paga in efficienza la capacità di spingere fino al supersonico. Il razzo ha V_e di migliaia di m/s indipendente da V_∞ : al decollo V_e/V_∞ è enorme e η_p bassissimo — accettabile solo perché nessun altro motore funziona nel vuoto (e solo lì, quando il veicolo stesso corre a chilometri al secondo, il rapporto scende e η_p risale). Il turbofan, infine, è il modo di spostare il turbogetto verso l'angolo dell'elica senza rinunciare al getto: diluire la portata per abbassare la V_e media. ■

11.3 Il rendimento globale e l'autonomia

Il rendimento propulsivo misura solo metà della storia: quanta della potenza *generata* diventa utile. L'altra metà è quanta della potenza *chimica* del combustibile diventa potenza generata: è il rendimento termico η_{th} del ciclo (l'abbiamo calcolato per il ciclo Otto nella (3.6); per il Brayton cresce con il rapporto di compressione). Il prodotto è il **rendimento globale**:

$$\eta_o = \eta_{th} \eta_p = \frac{\text{potenza utile } TV_\infty}{\dot{m}_{comb} Q_c}, \quad (11.4)$$

dove $\dot{m}_{comb} Q_c$ è la potenza chimica immessa. Valori tipici in crociera: $\eta_o \simeq 0,2-0,25$ per i primi turbogetti, $0,35-0,40$ per i turbofan moderni.

La (11.4) è il ponte fra la propulsione e le prestazioni del velivolo: poiché $TSFC = \dot{m}_{comb} g_0 / T$, si verifica subito che $\eta_o = g_0 V_\infty / (Q_c \cdot TSFC)$ — rendimento globale e consumo specifico sono la stessa informazione. E nelle formule di autonomia dei velivoli a getto la distanza percorribile risulta proporzionale a $V_\infty / TSFC$ moltiplicato per l'efficienza aerodinamica e per il logaritmo del rapporto dei pesi: mezza autonomia la fa l'aerodinamica (L/D), l'altra mezza la fa il motore (η_o). Per questo le due discipline, aerodinamica e propulsione, si progettano *insieme*.

11.4 Il motore “verde”

Se il Novecento ha chiesto ai motori “più veloce, più alto, più lontano”, il nostro secolo chiede soprattutto: *con meno*. I due fronti sono il rumore e le emissioni. Sul rumore, nei turbofan moderni ad alto BPR il getto non è più la sorgente dominante: contano il fan e la cellula stessa, ed è lì che si concentra la ricerca. Sulle emissioni — anzitutto la CO_2 — le leve sono tre: ridurre il consumo a parità di missione (più L/D aerodinamico, meno TSFC motoristico, BPR crescenti con nuclei sempre più piccoli e materiali leggeri, dai fan in composito carbonio-titanio alle ceramiche per le turbine); sostituire il combustibile fossile con carburanti sostenibili di origine biologica; e, in prospettive più lontane, architetture ibride-elettriche o combustibili alternativi come il

gas naturale liquefatto. La lettura più accreditata del settore resta però netta: nulla all'orizzonte minaccia il primato della turbina a gas, che continuerà a essere il cuore della propulsione aeronautica — alimentata, sempre più, in modo sostenibile.

11.5 La propulsione elettrica dei velivoli

La rivoluzione elettrica dell'automobile ha una sorella aeronautica, più giovane e più in salita. Il cuore del problema è un numero: l'*energia specifica* dell'accumulatore. Il cherosene immagazzina circa 12 kWh/kg; le migliori batterie agli ioni di litio a livello pacco si fermano oggi attorno a 0,25 kWh/kg: un fattore ~ 50 . La catena elettrica restituisce parte dello svantaggio con il rendimento (motore elettrico $\simeq 0,95$ contro il rendimento globale $\simeq 0,3-0,4$ della catena termica) e con la ricarica economica, ma il divario resta di un ordine di grandezza abbondante: per l'equazione del peso di un velivolo è una montagna.

Ne discendono, realisticamente, tre famiglie di applicazioni:

- **full electric leggero:** addestratori e ultraleggeri per voli brevi, dove il costo orario minimo e la silenziosità valgono la ridotta autonomia (il capostipite certificato è il Pipistrel Velis Electro, 2020);
- **ibrido—elettrico:** un motore termico ottimizzato lavora a punto fisso generando elettricità (architettura in *serie*) oppure affianca meccanicamente i motori elettrici (in *parallelo*); l'elettrico ridistribuisce la potenza e copre i picchi, il combustibile fornisce l'energia di missione;
- **propulsione distribuita:** motori elettrici piccoli, leggeri ed efficienti a qualunque scala si possono disseminare lungo l'ala — molte piccole eliche invece di due grandi — aprendo sinergie aerodinamiche (soffiamento dell'ala, estremità controrotanti) impossibili con le trasmissioni meccaniche; è la logica dei dimostratori NASA e dei velivoli eVTOL per la mobilità aerea urbana.

La fisica della spinta non cambia: vale sempre la (11.3), e l'elettrico eredita dall'elica il suo punto di forza (grande $\dot{m}$, piccolo ΔV , η_p alto). Ciò che cambia è *dove* sta l'energia: finché il rapporto di energia specifica resta ~ 50 , l'elettrico puro non insidierà il trasporto a lungo raggio — ma sotto l'ora di volo, la partita è già aperta.

11.6 La propulsione elettrica spaziale

Per lo spazio profondo il criterio si ribalta: non serve spinta, serve impulso specifico. I propulsori elettrici usano energia elettrica (da pannelli solari o generatori nucleari) per accelerare piccolissime portate a velocità enormi:

- **propulsore ionico** (elettrostatico, figura 11.2): un fascio di elettroni ionizza il propellente (mercurio o gas nobili); gli ioni positivi sono accelerati da un campo elettrostatico ed espulsi, con il fascio neutralizzato da elettroni iniettati a valle (altrimenti la carica accumulata frenerebbe il getto). $I_{sp} \simeq 3000-5000$ s;

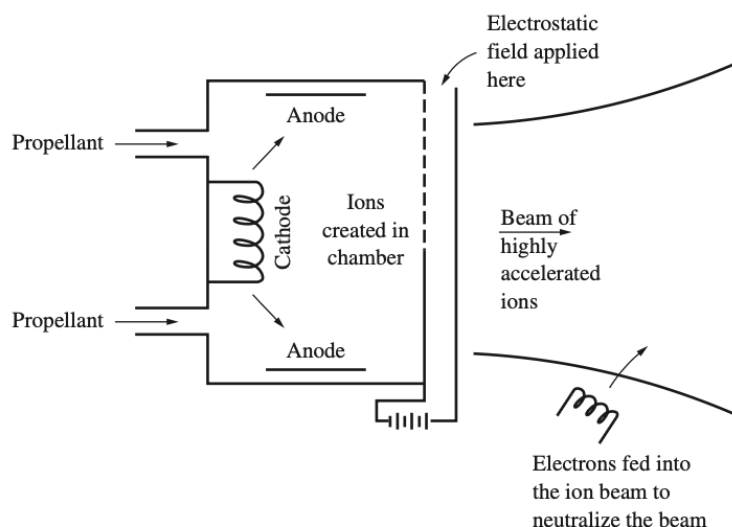


Figura 11.2. Schema di un propulsore ionico: il propellente è ionizzato, gli ioni positivi sono accelerati da un campo elettrostatico ed espulsi, mentre un fascio di elettroni neutralizza il getto a valle per evitare che la carica accumulata lo freni.

- **propulsore magnetoplasmadinamico:** un impulso di corrente fra catodo centrale e anodo ionizza il propellente e il campo magnetico autoindotto accelera il plasma: più spinta a parità di I_{sp} ;
- **arcogetto** (elettrotermico): un arco elettrico scalda idrogeno in un serbatoio-camera, poi l'espansione avviene in un normale ugello convergente-divergente: concettualmente è un razzo dove l'arco sostituisce la combustione. $I_{sp} \simeq 800\text{--}1200$ s, merito della piccola massa molare dell'idrogeno — ancora la legge della (8.5).

Le spinte sono minuscole — la sonda Deep Space 1 (1998), prima missione interplanetaria a propulsione ionica, produceva circa 0,09 N, il peso di un foglio di carta, assorbendo 2,5 kW — ma applicate per mesi o anni cambiano le missioni possibili.

Il senso di tutto questo

Il rendimento propulsivo è la sintesi finale della monografia: una formula di due termini che ordina elica, turboelica, turbofan, turbogetto, ramjet e razzo lungo un unico asse fisico. Chi la possiede non deve più memorizzare “quale motore per quale velivolo”: lo deduce.

APPENDICE A

Richiami di termo-gasdinamica

Questa appendice raccoglie, per l'autoconsistenza della monografia, gli strumenti usati nei capitoli. Sono i quattro “ferri del mestiere” della propulsione: stato, energia, isentropica, continuità — più le grandezze totali e l'atmosfera standard.

A.1 Equazione di stato del gas perfetto

$$p = \rho R T \quad \text{con} \quad R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}, \quad \mathcal{R} = 8314 \text{ J/(kmol K)}. \quad (\text{A.1})$$

Per l'aria $R = 287 \text{ J/(kg K)}$ (il valore nelle unità inglesi è riportato nell'Appendice B). I calori specifici a pressione e volume costante sono legati da $c_p - c_v = R$ e $\gamma = c_p/c_v$ ($\gamma = 1,4$ per l'aria in condizioni ordinarie); ne segue $c_p = \gamma R/(\gamma - 1)$.

A.2 Primo principio e lavoro di variazione di volume

Per un sistema chiuso, $\delta q = de + p dv$: il calore fornito va in energia interna e in lavoro di espansione. Casi notevoli usati nel testo: trasformazione a volume costante, $q = c_v \Delta T$ (ciclo Otto); trasformazione a pressione costante, $q = c_p \Delta T$ (ciclo Brayton, ramjet). Il lavoro compiuto dal gas su un pistone è $\int p dV$: l'area sotto la curva nel piano p - V .

A.3 Trasformazioni isentropiche

Per un processo adiabatico e reversibile di un gas perfetto con γ costante:

$$p v^\gamma = \text{cost} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{p_b}{p_a} = \left(\frac{T_b}{T_a} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(\frac{\rho_b}{\rho_a} \right)^\gamma. \quad (\text{A.2})$$

Validità: niente attriti, niente scambi termici, niente urti; è il modello dei componenti “puliti” (diffusori, compressori, turbine, ugelli) nel ciclo ideale.

A.4 Equazione dell'energia per flussi stazionari

Per un flusso adiabatico senza lavoro esterno, fra due sezioni 1 e 2:

$$c_p T_1 + \frac{V_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{V_2^2}{2}. \quad (\text{A.3})$$

Se un organo fornisce al gas il lavoro specifico w (compressore) o lo estrae (turbina, $w < 0$), il termine w si aggiunge al primo membro.

A.5 Velocità del suono, numero di Mach e grandezze totali

$$a = \sqrt{\gamma R T}, \quad M = \frac{V}{a}. \quad (\text{A.4})$$

Si chiamano *totali* (o di ristagno) i valori che le grandezze assumerebbero portando il flusso in quiete adiabaticamente (per T) e isentropicamente (per p). Dalla (A.3) con $V_2 = 0$ e dalla (A.2):

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2, \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (\text{A.6})$$

La temperatura totale si conserva in ogni flusso adiabatico (anche con urti); la pressione totale solo in quelli isentropici.

A.6 Continuità e flusso strozzato

In un condotto a regime la portata è la stessa in ogni sezione:

$$\dot{m} = \rho A V = \text{cost.} \quad (\text{A.7})$$

In un condotto convergente-divergente alimentato da un serbatoio a (p_0, T_0) , quando nella sezione minima (gola) si raggiunge $M = 1$ il flusso si dice *strozzato*: la portata non può più aumentare comunque si abbassi la pressione a valle, e vale la legge (8.6) ricavata nel capitolo 8. A valle della gola il divergente accelera il flusso a velocità supersoniche: è il principio dell'ugello *de Laval* dei razzi e delle gallerie supersoniche.

A.7 Atmosfera standard: valori usati nel testo

I valori seguenti, calcolati con il modello ISA (troposfera con gradiente $-6,5$ K/km fino a 11 km, poi strati isotermi e a gradiente positivo), sono quelli impiegati negli esercizi.

quota	T [K]	p [Pa]	ρ [kg/m ³]
livello del mare	288,15	101 325	1,2252
9144 m	228,71	30 083	0,4583
10 973 m	216,83	22 722	0,3651
12 192 m	216,65	18 753	0,3016
25 km	221,65	2527	0,0397
30 km	226,65	1186	0,0182
39,6 km	250,0	292	0,0041
50 km	270,65	80	0,0010

Per la trattazione completa dell'atmosfera standard si rimanda alla monografia dedicata della collana.

APPENDICE B

Unità inglesi e conversioni

Questa monografia lavora interamente nel Sistema Internazionale. Gran parte della letteratura tecnica aeronautica — manuali di volo, data sheet dei motori, rapporti NACA/NASA — usa però il sistema tecnico inglese: chi studia propulsione deve saperlo *leggere* con sicurezza. Questa appendice fornisce le conversioni essenziali e segnala la trappola classica.

grandezza	unità inglese	conversione SI
lunghezza	ft	1 ft = 0,3048 m; 1 in = 2,54 cm
massa	slug	1 slug = 14,594 kg; 1 slug = 32,2 lb _m
forza	lb	1 lb = 4,448 N; 1 N = 0,2247 lb
pressione	lb/ft ²	1 atm = 2116 lb/ft ² = 1,013 25 × 10 ⁵ Pa
temperatura	°R	$T[°R] = 1,8 T[K]$
velocità	ft/s, mi/h	60 mi/h = 88 ft/s; 1 mi/h = 0,447 m/s
potenza	hp	1 hp = 550 ft lb/s = 746 W
energia	ft lb	1 ft lb = 1,356 J

Attenzione

La trappola classica è la coppia lb_m–slug: la libbra-massa *non* è coerente con la libbra-forza ($F = ma$ vale con gli slug). Prima di ogni calcolo dinamico in unità inglesi, convertire le portate in slug/s dividendo per 32,2. Analogamente, i calori specifici vanno usati in ft lb/(slug °R): per l'aria $c_p = 6006$ ft lb/(slug °R) e $R = 1716$ ft lb/(slug °R).

APPENDICE C

Formulario essenziale

Questa appendice raccoglie, capitolo per capitolo, le formule operative della monografia: è pensata per il ripasso finale e come scheda di lavoro durante le esercitazioni. Accanto a ogni formula sono indicati il significato e le condizioni di validità in forma abbreviata; per le derivazioni si rimanda ai capitoli.

Elica (cap. 2)

$\eta = \frac{T_A V_\infty}{\Pi}$	rendimento dell'elica: potenza utile su potenza all'albero; massimi reali $\simeq 0,85-0,90$.
$J = \frac{V_\infty}{n D}$	rapporto di avanzamento: parametro di similitudine; $\eta = \eta(J)$ a passo fisso, da cui l'elica a passo variabile.
$\beta = \alpha + \phi, \quad \tan \phi = \frac{V_\infty}{r \omega}$	triangolo di velocità della sezione di pala a raggio r : il calettamento β deve variare lungo la pala (svergolamento).
$T = 2\rho A(V_\infty + w)w; \quad \eta_{id} = \frac{V_\infty}{V_\infty + w}$	disco attuatore: spinta e rendimento ideale di Froude; a parità di spinta conviene grande A e piccola w .

Motore alternativo (cap. 3)

$d = \frac{\pi b^2}{4} s N$	cilindrata totale (b alesaggio, s corsa, N cilindri).
$W_{a \rightarrow b} = \frac{p_b V_b - p_a V_a}{\gamma - 1}$	lavoro scambiato in una trasformazione isentropica fra gli stati a e b (gas perfetto, γ costante).
$\Pi_A = \frac{\eta \eta_{mech} (\text{rpm}) d p_e}{120}$	potenza disponibile di un quattro tempi (p_e pressione media effettiva; il 120 conta un ciclo ogni due giri).
$W = p_e \cdot \frac{\pi b^2}{4} s$	definizione di p_e : pressione costante fittizia che, sulla corsa, compirebbe il lavoro reale del ciclo.
$\eta_{th} = 1 - \varepsilon^{1-\gamma}$	rendimento del ciclo Otto ideale: dipende solo dal rapporto di compressione.

Equazione della spinta (cap. 4)

$T = (\dot{m}_{\text{aria}} + \dot{m}_{\text{comb}})V_e - \dot{m}_{\text{aria}}V_\infty + (p_e - p_\infty)A_e$	equazione generale della spinta (volume di controllo, flusso stazionario): spinta di quantità di moto + spinta di pressione.
--	--

$T \simeq \dot{m}(V_e - V_\infty) + (p_e - p_\infty)A_e$	forma pratica per gli esoreattori ($\dot{m}_{\text{comb}} \ll \dot{m}_{\text{aria}}$).
--	--

Turbogetto e turbofan (capp. 5–6)

$T_2 = T_1 + \frac{V_\infty^2}{2c_p}$	diffusore: recupero dinamico di temperatura (energia, arresto quasi completo).
$T_3 = T_2 \pi_c^{(\gamma-1)/\gamma}$	compressore isentropico di rapporto $\pi_c = p_3/p_2$.
$T_4 = T_3 + \frac{q}{c_p}, \quad p_4 = p_3$	camera: combustione isobara ideale.
$T_5 = T_4 - (T_3 - T_2)$	turbina: lavoro uguale e contrario a quello del compressore.
$V_e = \sqrt{V_5^2 + 2c_p(T_5 - T_e)}$	ugello: energia fra ingresso e uscita, con T_e dall'isentropica fino a p_e .
$\text{TSFC} = \frac{\text{peso comb. orario}}{T}$	consumo specifico di spinta: più è basso, meglio è ($\simeq 1$ turbogetto, $\simeq 0,6$ turbofan).

Statoreattore (cap. 7)

$\frac{p_2}{p_1} \simeq \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$	compressione dinamica: tutta dal Mach di volo; a $M_\infty = 0$ niente compressione (il ramjet non parte da fermo).
$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)$	temperatura totale: si conserva nei flussi adiabatici; fissa il Mach minimo in camera degli scramjet.

Motore a razzo (capp. 8–10)

$T = \dot{m} V_e + (p_e - p_\infty) A_e$	spinta del razzo: indipendente da V_∞ , massima nel vuoto.
$V_e = \sqrt{\frac{2\gamma R T_0}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]}$	velocità di efflusso (espansione isentropica dalla camera).
$I_{sp} = \frac{T}{g_0 \dot{m}}; \quad I_{sp} = \frac{V_e}{g_0}$ se adattato	impulso specifico [s]: cresce con T_0 e con $1/\mathcal{M}$: è deciso dalla chimica dei propellenti.
$\dot{m} = \frac{p_0 A^*}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$	portata in gola (ugello strozzato): $p_0 \propto \dot{m}$, la pressione di camera la comandano le pompe.
$r = a p_0^n$	legge di combustione dei grani solidi (empirica; $n \simeq 0,4-0,8$).
$V_b = g_0 I_{sp} \ln \frac{M_i}{M_f}$	equazione del razzo (senza gravità né resistenza): la massa cresce esponenzialmente con la velocità richiesta $\Rightarrow$ staging.

Rendimento propulsivo (cap. 11)

$\Pi_{scia} = \frac{1}{2} \dot{m} (V_e - V_\infty)^2$	potenza dispersa nella scia: quadratica nell'eccesso di velocità del getto.
$\eta_p = \frac{2}{1 + V_e/V_\infty}$	teorema del rendimento propulsivo: ordina elica, turbofan, turbogetto e razzo lungo un solo parametro.
$\eta_o = \eta_{th} \eta_p = \frac{TV_\infty}{\dot{m}_{comb} Q_c}$	rendimento globale: lega il motore all'autonomia del velivolo ($\eta_o \propto V_\infty/\text{TSFC}$).

Come usare il formulario

Il formulario non sostituisce le derivazioni: ogni formula ha ipotesi di validità (gas perfetto, γ costante, trasformazioni ideali) che sono parte della risposta in una verifica o all'Esame di Stato. La sequenza mentale corretta è sempre: *modello* (quali ipotesi?), *legge* (quale formula?), *numeri* (con quali unità?), *giudizio* (il risultato è fisicamente sensato?).

Riferimenti

- [1] J. D. Anderson, *Introduction to Flight*, McGraw–Hill. Lettura consigliata per l'inquadramento generale della disciplina.
- [2] J. D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*, McGraw–Hill. Per gli approfondimenti sulle prestazioni.
- [3] P. G. Hill, C. R. Peterson, *Mechanics and Thermodynamics of Propulsion*, Addison–Wesley. Per chi vuole proseguire oltre il livello di questa monografia.
- [4] G. P. Sutton, *Rocket Propulsion Elements*, Wiley. Il riferimento classico per l'endoreattoristica.
- [5] Rolls–Royce plc, *The Jet Engine*, 4^a ed., 1986. Fonte dei dati sperimentali di ripartizione della spinta usati nel capitolo sul turbogetto.
- [6] R. H. Goddard, *A Method of Reaching Extreme Altitudes*, Smithsonian Miscellaneous Collections, 1919 (pubblico dominio).