

Esame di Stato – Sessione Straordinaria 2023

Indirizzo: Trasporti e Logistica – Articolazione Costruzione del Mezzo

Opzione: Costruzioni Aeronautiche

Soluzione svolta della Prima Parte

Prof. Ing. Raucci Biagio
ITIS 'E. Majorana' – Cassino (FR)
Cl. 4ACA – A.S. 2025/26

Pag. 1/1



Sessione straordinaria 2023
Seconda prova scritta



Ministero dell'istruzione e del merito

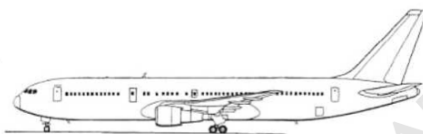
A061 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

Indirizzo: ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Disciplina: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI DEL MEZZO AEREO

Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due soli quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE



Un velivolo da trasporto passeggeri dalle seguenti caratteristiche:

- $W = 187.000 \text{ kg}$
- Polare: $c_D = 0.0135 + 0.0592 c_L^2$
- Fattore di Oswald $e = 0,67$
- Superficie alare 283 m^2

esegue una virata standard alla velocità di massima efficienza e alla quota di 8000 m.

Il candidato determini:

1. la velocità di volo;
2. il raggio di virata;
3. l'angolo di bank;
4. il corrispondente fattore di carico;
5. l'incremento delle sollecitazioni strutturali agenti alla radice alare in tale manovra.

Testo dell'esercizio

Un velivolo da trasporto passeggeri, avente le seguenti caratteristiche:

- peso $W = 187\,000\text{ kg}$;
- polare: $C_D = 0,0135 + 0,0592 C_L^2$;
- fattore di Oswald $e = 0,67$;
- superficie alare $S = 283\text{ m}^2$,

esegue una virata standard alla velocità di massima efficienza e alla quota di $8\,000\text{ m}$.

Il candidato determini:

1. la velocità di volo;
2. il raggio di virata;
3. l'angolo di bank;
4. il corrispondente fattore di carico;
5. l'incremento delle sollecitazioni strutturali agenti alla radice alare in tale manovra.

1 Inquadramento e dati

Dati del problema

Simbolo	Grandezza	Valore
W	massa al decollo	$187\,000\text{ kg}$
$Q = Wg$	peso	$Q \approx 1\,834\,470\text{ N}$
S	superficie alare	283 m^2
C_{D_0}	coeff. di resistenza parassita	$0,0135$
k	coeff. di resistenza indotta della polare	$0,0592$
e	fattore di Oswald	$0,67$
z	quota di volo	$8\,000\text{ m}$
ω	rateo di virata standard (<i>rate-1</i>)	$3^\circ/\text{s}$

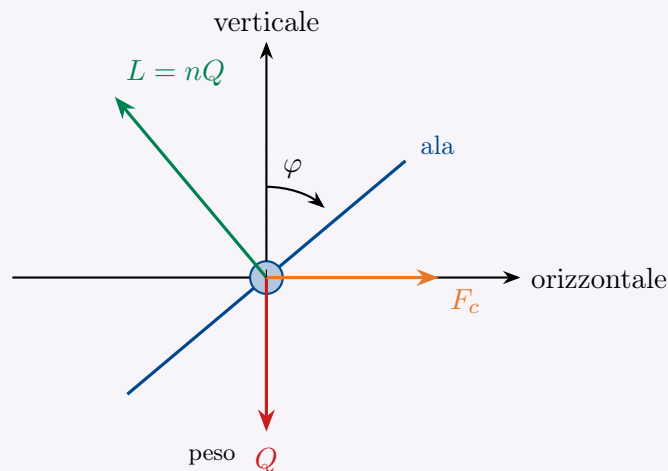
Cosa significa 'virata standard'

Nella prassi del pilotaggio strumentale, una *virata standard* (*rate-1 turn*) è quella effettuata con velocità angolare di imbardata

$$\omega = 3^\circ/\text{s} = \frac{\pi}{60}\text{ rad/s} \approx 0,0524\text{ rad/s},$$

ossia tale da completare un'inversione di 360° in due minuti. Tale standardizzazione è fissata nelle procedure ICAO per garantire prevedibilità delle traiettorie nei circuiti di attesa, nei vettoramenti radar e negli avvicinamenti strumentali. Per i velivoli di linea ad alta velocità, dove la virata standard richiederebbe angoli di bank eccessivi (oltre 25° , limite operativo dei *transport category aircraft*), la pratica adotta la *rate-half turn* ($\omega = 1,5^\circ/\text{s}$); ciò non toglie che, in sede di calcolo, la 'virata standard' sia per definizione quella a $3^\circ/\text{s}$.

Schema delle forze nella virata corretta



Sezione frontale del velivolo durante la virata corretta. La portanza $L = nQ$ (verde) è perpendicolare al piano alare; la sua componente verticale $L \cos \varphi$ equilibra il peso Q (rosso); la componente orizzontale $L \sin \varphi$ fornisce la forza centripeta che bilancia la forza centrifuga apparente F_c (arancio).

2 Atmosfera ISA alla quota di volo

Calcolo della densità a 8000 m

Adottando il modello di atmosfera tipo internazionale, in troposfera ($z < 11\,000\text{ m}$) si ha gradiente termico costante $a = 0,0065\text{ K/m}$:

$$T(z) = T_0 - a z = 288,15 - 0,0065 \cdot 8000 = 236,15\text{ K}, \quad (1)$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left(\frac{T(z)}{T_0} \right)^{4,2561} = 1,225 \cdot \left(\frac{236,15}{288,15} \right)^{4,2561} \approx 0,5251\text{ kg/m}^3. \quad (2)$$

La velocità del suono utile per il numero di Mach è

$$a_{\text{sound}} = \sqrt{\gamma R T(z)} = \sqrt{1,4 \cdot 287,05 \cdot 236,15} \approx 308\text{ m/s}.$$

3 Punto 1 – Velocità di volo

Interpretazione di ‘velocità di massima efficienza’

‘Massima efficienza’ è una condizione di *volo orizzontale rettilineo uniforme* (V.O.R.U.) caratterizzata dall’assetto di tangenza alla polare (parabolica nel modello di traccia): si dimostra che $C_{L,E} = \sqrt{C_{D_0}/k}$. La traccia richiede di assumere come velocità di volo proprio la V_E relativa a tale assetto in V.O.R.U.; il velivolo entra poi in virata standard mantenendo quella velocità. In virata, ovviamente, l’assetto si modifica (il pilota richiama per equilibrare la nuova condizione di carico, e dunque $C_L > C_{L,E}$, $E < E_{\text{max}}$): *la massima efficienza vale al di fuori della virata, non durante la stessa.*

Determinazione di $C_{L,E}$ e V_E

Nel volo orizzontale rettilineo uniforme l'efficienza $E = C_L/C_D$ è massima quando la derivata di E rispetto a C_L si annulla. Con polare parabolica $C_D = C_{D_0} + k C_L^2$:

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L}{C_{D_0} + k C_L^2} \right) = 0 \implies C_{D_0} = k C_{L,E}^2 \implies C_{L,E} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{k}}$$

$$C_{L,E} = \sqrt{\frac{0,0135}{0,0592}} \approx 0,4775 \quad C_{D,E} = 2C_{D_0} = 0,0270 \quad E_{\max} = \frac{C_{L,E}}{2C_{D_0}} \approx 17,69$$

La velocità di volo orizzontale a tale assetto si ottiene imponendo $L = Q$:

$$\frac{1}{2} \rho V_E^2 S C_{L,E} = Q \implies V_E = \sqrt{\frac{2Q}{\rho S C_{L,E}}}$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2 \cdot 1834470}{0,5251 \cdot 283 \cdot 0,4775}} \approx 227,4 \text{ m/s.}$$

Risultato 1

$$V \equiv V_E \approx 227,4 \text{ m/s} \approx 818,5 \text{ km/h} \approx 442 \text{ kt}$$

Numero di Mach: $M = V/a_{\text{sound}} \approx 0,74$, valore compatibile con la velocità di crociera reale di un velivolo di linea bimotore di lungo raggio (l'illustrazione riprodotta nel testo richiama un Boeing 767, la cui crociera è $M \approx 0,80$).

4 Punti 3 e 4 – Angolo di bank e fattore di carico**Cinematica della virata corretta**

Nella virata corretta a quota costante (assenza di derapata), le tre equazioni che governano il moto del baricentro sono:

$$\text{equilibrio verticale: } L \cos \varphi = Q, \quad (3)$$

$$\text{equilibrio orizzontale: } L \sin \varphi = F_c = \frac{Q V^2}{g r}, \quad (4)$$

$$\text{cinematica circolare: } \omega = \frac{V}{r}. \quad (5)$$

Da queste discendono tre relazioni equivalenti, che useremo:

$$n = \frac{L}{Q} = \frac{1}{\cos \varphi}, \quad \tan \varphi = \frac{V^2}{g r}, \quad \omega = \frac{g \tan \varphi}{V}.$$

Calcolo dell'angolo di bank

La cinematica della virata corretta lega φ a V e ω :

$$\omega = \frac{g \tan \varphi}{V} \implies \tan \varphi = \frac{\omega V}{g} = \frac{0,05236 \cdot 227,4}{9,81} \approx 1,214 \implies \varphi \approx 50,5^\circ.$$

Calcolo del fattore di carico

Dall'equilibrio verticale:

$$n = \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{1}{\cos 50,5^\circ} \approx 1,57.$$

Equivalentemente, da $n = \sqrt{1 + \tan^2 \varphi}$:

$$n = \sqrt{1 + 1,214^2} = \sqrt{2,473} \approx 1,572.$$

Risultati 3 e 4

$$\varphi \approx 50,5^\circ$$

$$n \approx 1,57$$

Verifica con la regola pratica del pilotaggio

La regola empirica del pilota (coordinated rate-1 turn) approssima il bank richiesto come

$$\varphi_{\text{prat}} \approx \frac{\text{TAS [kt]}}{10} + 7 = \frac{442}{10} + 7 = 51,2^\circ.$$

La differenza con il valore esatto ($50,5^\circ$) è inferiore all'1%: i due risultati coincidono nei limiti dell'approssimazione lineare della regola pratica. Questo conferma la correttezza del calcolo.

5 Punto 2 – Raggio di virata**Calcolo del raggio**

Il modo più diretto è la cinematica circolare:

$$r = \frac{V}{\omega} = \frac{227,4}{0,05236} \approx 4\,342 \text{ m.}$$

La verifica con la dinamica conferma il risultato:

$$r = \frac{V^2}{g \tan \varphi} = \frac{227,4^2}{9,81 \cdot 1,214} \approx 4\,342 \text{ m.}$$

Il tempo per completare un'inversione è, per definizione di virata standard,

$$T_{360^\circ} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,05236} = 120 \text{ s} = 2 \text{ min,}$$

coerentemente con l'idea di *rate-1 turn*.

Risultato 2

$$r \approx 4\,342 \text{ m} \approx 4,34 \text{ km}$$

$$T_{360^\circ} = 2 \text{ min}$$

6 Punto 5 – Incremento delle sollecitazioni alla radice alare

Perché il fattore di carico amplifica le sollecitazioni

In volo orizzontale rettilineo uniforme la portanza globale equilibra il peso, $L = Q$; la distribuzione di portanza lungo l'apertura genera, sulla semiala, un certo taglio T_0 e un certo momento flettente M_0 alla radice. In virata corretta la portanza richiesta diventa

$$L_v = n Q,$$

e poiché lo *schema* della distribuzione (ellittico, lineare, ibrido a seconda del modello) non cambia ma cambia solo la sua *intensità complessiva*, ogni ordinata di carico cresce dello stesso fattore n . Per linearità della relazione carico-sollecitazione, taglio e momento flettente alla radice crescono anch'essi del fattore n :

$$T_{\text{root}}^{(v)} = n T_{\text{root}}^{(0)}, \quad M_{\text{root}}^{(v)} = n M_{\text{root}}^{(0)}.$$

L'incremento percentuale è dunque

$$\Delta T\% = \Delta M\% = (n - 1) \cdot 100 \, \%.$$

Incremento percentuale

Con $n = 1,572$:

$$\Delta\sigma\% = (n - 1) \cdot 100 = 0,572 \cdot 100 \approx 57,3 \, \%.$$

La virata standard alla velocità di massima efficienza comporta dunque un incremento di circa il 57% dello stato di sollecitazione interna alla radice alare, rispetto alla condizione di volo orizzontale rettilineo. Pur essendo $n = 1,57$ ben al di sotto del fattore di contingenza limite consentito ($n_{\text{max}} \approx 2,5$ per velivoli di trasporto secondo le CS-25), l'incremento è tutt'altro che trascurabile e va computato in fase di verifica strutturale.

Stima numerica per un'ala di B767-class – a titolo esemplificativo

Per dare un'idea concreta dell'ordine di grandezza, ipotizzando un'ala con allungamento dedotto dalla polare,

$$\lambda = \frac{1}{\pi k e} = \frac{1}{\pi \cdot 0,0592 \cdot 0,67} \approx 8,03,$$

si ottiene una semiapertura

$$\frac{b}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\lambda S} = \frac{1}{2} \sqrt{8,03 \cdot 283} \approx 23,8 \, \text{m}.$$

Assumendo una distribuzione ellittica di portanza, il braccio del centro di pressione della semiala rispetto alla radice è $\bar{y} = \frac{4}{3\pi} \frac{b}{2} \approx 10,1 \, \text{m}$. Trascurando, in prima approssimazione, l'alleggerimento dovuto al peso strutturale dell'ala stessa (formula di Gabrielli), il taglio alla radice in V.O.R.U. e in virata vale rispettivamente:

$$T_{\text{root}}^{(0)} \approx \frac{Q}{2} \approx 917 \, \text{kN},$$

$$T_{\text{root}}^{(v)} \approx n \frac{Q}{2} \approx 1\,442 \, \text{kN},$$

$$M_{\text{root}}^{(0)} \approx \frac{Q}{2} \bar{y} \approx 9\,276 \, \text{kN m},$$

$$M_{\text{root}}^{(v)} \approx n \frac{Q}{2} \bar{y} \approx 14\,586 \, \text{kN m}.$$

L'incremento $\Delta M = (n - 1) \frac{Q}{2} \bar{y} \approx 5\,311 \, \text{kN m}$ è dell'ordine del momento generato dal peso di un autotreno applicato alla mezzeria della semiala: una manovra apparentemente 'tranquilla' come la virata strumentale standard induce sollecitazioni paragonabili al peso di un mezzo pesante alla radice alare.

Nota didattica importante

Il punto 5 chiede l'*incremento*, non il valore assoluto. La risposta corretta richiesta in sede di esame è quindi $(n-1) \cdot 100\%$, indipendentemente dall'allungamento e dalla distribuzione di portanza ipotizzata. Il calcolo numerico illustrativo serve solo a fissare l'ordine di grandezza fisica.

7 Riepilogo dei risultati**Tabella riassuntiva**

Grandezza	Espressione	Valore
Coeff. di portanza di max efficienza	$C_{L,E} = \sqrt{C_{D_0}/k}$	0,478
Efficienza massima	$E_{\max} = C_{L,E}/(2C_{D_0})$	17,7
Densità a quota z	ISA, $z = 8\,000$ m	0,525 kg/m ³
1) Velocità di volo	$V = \sqrt{2Q/(\rho S C_{L,E})}$	227,4 m/s
(in km/h)		818,5 km/h
(in nodi)		442 kt
Numero di Mach	$M = V/a$	0,74
2) Raggio di virata	$r = V/\omega$	4 342 m
3) Angolo di bank	$\tan \varphi = \omega V/g$	50,5°
4) Fattore di carico	$n = 1/\cos \varphi$	1,57
5) Incremento sollecitazioni	$(n-1) \cdot 100\%$	57,3 %

Considerazione conclusiva

Il velivolo, in virata standard alla quota di crociera, vola a $M \approx 0,74$, raggio di curvatura $r \approx 4,3$ km, bank di circa 50° e fattore di carico $n \approx 1,57$. Il bank calcolato *eccede* il limite operativo di 25° tipico dei trasporti commerciali; ciò significa che, nella pratica del pilotaggio, un B767 a velocità di crociera *non* esegue una virata standard *rate-1* ma si limita alla *rate-half* ($\omega = 1,5^\circ/\text{s}$), che a parità di velocità dimezza $\tan \varphi$ e dunque produce $\varphi \approx 32^\circ$ e $n \approx 1,18$. La traccia, tuttavia, richiede esplicitamente la virata standard: i risultati ottenuti sono dunque corretti *nel senso del problema posto*, ma vale la pena sottolineare a margine, in sede di prova orale, la differenza tra il calcolo ideale e la prassi operativa.