

1 luglio 2026

Prefazione

Quando Charles Lindbergh, nel maggio del 1927, attraversò l'Atlantico a bordo dello *Spirit of St. Louis*, la velocità massima, il rateo di salita e il tempo di salita del suo velivolo passarono in secondo piano rispetto a un solo, decisivo requisito: la massima distanza percorribile con il carburante imbarcato. È questa la grandezza che oggi chiamiamo *autonomia di distanza* e che, insieme all'*autonomia di durata*, costituisce l'argomento della presente monografia.

Le autonomie non sono prestazioni del solo motore né del solo velivolo: nascono dall'*accoppiamento* fra i due. Esse dipendono da come l'aerodinamica trasforma il peso in resistenza, da come il propulsore trasforma il combustibile in spinta o in potenza, e dalla condotta di volo con cui il pilota gestisce quota, velocità e assetto man mano che il serbatoio si svuota. Per questo motivo lo studio delle autonomie è un punto di sintesi naturale del corso: vi confluiscono la polare del velivolo, la curva di spinta e di potenza necessaria, il concetto di efficienza aerodinamica e le grandezze proprie del propulsore.

La trattazione procede secondo il metodo che caratterizza questa collana: prima il *significato fisico*, poi la *formulazione matematica* con tutti i passaggi intermedi, infine l'*interpretazione tecnica* e alcuni esempi pratici. Distingueremo sistematicamente i velivoli a getto (turbogetti) da quelli a elica (motoeliche), perché le grandezze che rendono massime le autonomie sono diverse nei due casi. Studieremo poi l'effetto del vento e chiuderemo con i pesi di progetto e con il diagramma carico pagante–autonomia, che traduce le formule in vincoli operativi concreti.

B. R.

Indice

Prefazione	I
1 Introduzione e definizioni	4
1.1 Autonomia di distanza e autonomia di durata	4
1.2 Il consumo specifico di combustibile	4
1.3 Perché le due autonomie dipendono da parametri diversi	5
1.4 Ipotesi di lavoro: la crociera livellata e uniforme	6
2 Le relazioni differenziali fondamentali	7
2.1 Turbogetti: dal bilancio del combustibile agli integrali	7
2.2 Motoeliche: il ruolo del rendimento propulsivo	8
2.3 Lo specific range	8
2.4 Valutazione numerica delle autonomie	10
3 Le autonomie dei turbogetti	11
3.1 Le tre condotte di crociera	11
3.2 Condotta 1: assetto e quota costanti	11
3.3 Condotta 2: assetto e velocità vera costanti (climb-cruise)	12
3.4 Condotta 3: velocità e quota costanti	13
3.5 L'autonomia di durata dei turbogetti	14
3.6 Assetti caratteristici dei turbogetti	15
3.6.1 Massima durata: l'assetto di massima efficienza	15
3.6.2 Massima distanza: l'assetto di massimo VE	15
3.7 Lo specific range operativo: l'esempio dell'ATR 72	17
4 Le autonomie delle motoeliche	19
4.1 L'autonomia di distanza delle motoeliche	19
4.1.1 Condotte 1 e 2: la formula di Breguet per le eliche	19
4.1.2 Condotta 3: velocità e quota costanti	19
4.2 L'autonomia di durata delle motoeliche	20
4.2.1 Condotta 1: assetto e quota costanti	20
4.2.2 Condotta 2: assetto e velocità costanti	20
4.3 Assetti caratteristici delle motoeliche	21
4.3.1 Massima distanza: l'assetto di massima efficienza	21
4.3.2 Massima durata: l'assetto di minima potenza necessaria	21

5	Confronto sinottico fra getto ed elica	23
5.1	L'origine della differenza: spinta contro potenza	23
5.2	Il quadro delle dipendenze	23
5.3	Gli assetti caratteristici a confronto	24
6	L'effetto del vento sull'autonomia	27
6.1	Il triangolo delle velocità	27
6.2	Perché la durata non cambia e la distanza sì	27
6.3	Lo spostamento della velocità di massima distanza	28
6.4	La formula di Breguet in presenza di vento	29
6.5	L'analisi parametrica	30
6.5.1	Efficienza in funzione di m	30
6.5.2	Le formule parametriche del range con vento	30
6.6	Esempi numerici e studio parametrico	31
6.6.1	Andamento del range con la velocità	31
6.6.2	Le curve adimensionali	31
6.7	Conclusioni	32
7	Pesi di progetto e diagramma carico pagante–autonomia	35
7.1	I pesi di progetto	35
7.2	Il diagramma carico pagante–autonomia	36
7.3	Il profilo di missione e le riserve	38
7.4	Un esempio applicativo: l'ATR 72	39
8	Esempi numerici svolti	40
8.1	Autonomia di distanza di un turbogetto	40
8.2	Autonomia di durata dello stesso velivolo	41
8.3	Effetto del vento sulla stessa missione	41
8.4	Autonomia di distanza di una motoelica	41
8.5	Autonomia di durata della motoelica	42

Introduzione e definizioni

I.1 Autonomia di distanza e autonomia di durata

Fra tutte le prestazioni di un velivolo, due riguardano direttamente la sua capacità di compiere una missione con il carburante imbarcato. Le introduciamo subito, perché tutto il seguito non fa che precisarne il calcolo.

Definizione

Si definisce *autonomia di distanza* (in inglese *range*), e la si indica con R , la distanza totale, misurata al suolo, che il velivolo è in grado di percorrere consumando una data quantità di combustibile. Si definisce *autonomia di durata* (in inglese *endurance*), e la si indica con t , il tempo totale per il quale il velivolo è in grado di restare in volo con la stessa quantità di combustibile.

Le due grandezze rispondono a esigenze operative differenti. Un velivolo da trasporto intercontinentale è progettato per la massima *distanza*: deve collegare due aeroporti lontani portando il più possibile carico pagante. Un velivolo da pattugliamento marittimo, da sorveglianza o da soccorso è invece progettato per la massima *durata*: deve permanere il più a lungo possibile su una zona, indipendentemente dalla distanza percorsa. Vedremo che i due obiettivi si ottengono, in generale, con condizioni di volo diverse, e che la scelta ottimale dipende dal tipo di propulsione.

Simboli: efficienza, durata, distanza

In questa monografia E indica sempre l'*efficienza aerodinamica* $E = C_L/C_D = L/D$, non la durata. L'autonomia di durata è t e quella di distanza è R . La sovrapposizione con la lettera inglese *Endurance* è frequente in letteratura: qui la evitiamo per non generare ambiguità nelle derivazioni, dove E compare continuamente come rapporto portanza/resistenza.

I.2 Il consumo specifico di combustibile

Il legame fra il carburante bruciato e la prestazione del propulsore è espresso dal *consumo specifico di combustibile*. È una caratteristica del motore installato e misura, in sostanza, quanto combustibile in peso il motore consuma per fornire una data prestazione nell'unità di tempo. La definizione cambia a seconda che si consideri un motore la cui prestazione utile è la *spinta* (turbogetto) oppure la *potenza* all'albero (motoelica).

Definizione

Per un *turbogetto* si definisce il consumo specifico di spinta c_{sj} come il peso di combustibile bruciato nell'unità di tempo per unità di spinta prodotta:

$$c_{sj} = \frac{\dot{W}_{\text{comb}}}{T} \quad [\text{N di combust.} / (\text{N di spinta} \cdot \text{s})].$$

Per una *motoelica* si definisce il consumo specifico di potenza c_{sp} come il peso di combustibile bruciato nell'unità di tempo per unità di potenza fornita all'albero:

$$c_{sp} = \frac{\dot{W}_{\text{comb}}}{\Pi_a} \quad [\text{N di combust.} / (\text{W} \cdot \text{s})],$$

dove Π_a è la potenza all'albero (potenza asse).

Il segno di $\dot{W}_{\text{comb}}$ merita attenzione. Il combustibile bruciato è sottratto al velivolo: la sua portata in peso coincide, in modulo, con la velocità di diminuzione del peso del velivolo. Se W è il peso istantaneo, si ha dunque

$$\dot{W}_{\text{comb}} = -\frac{dW}{dt}, \quad \frac{dW}{dt} < 0,$$

poiché il peso *decresce* nel tempo. È questa semplice contabilità — il peso perso è combustibile bruciato — il punto di partenza di tutte le formule che seguono.

Nota

Nel linguaggio anglosassone il consumo specifico si indica con *SFC* (Specific Fuel Consumption); per i motori a getto si usa il *TSFC* (Thrust SFC) e per i motori ad elica il *BSFC* o *PSFC* (Brake/Power SFC). Ordini di grandezza tipici: per un turbofan moderno il TSFC è dell'ordine di alcune decine di grammi di combustibile per kilonewton al secondo; per un motore alternativo il PSFC è intorno a 0,45 lb/(hph) e per una turboelica intorno a 0,5 lb/(hph). Questi valori sono citati come riferimento dimensionale e non entrano nelle derivazioni.

1.3 Perché le due autonomie dipendono da parametri diversi

Un ragionamento puramente dimensionale anticipa già le conclusioni che dimostreremo nei capitoli successivi.

Durata. Per restare in volo il più a lungo possibile occorre bruciare la minima quantità di combustibile nell'unità di tempo. Per un velivolo a elica il combustibile consumato al secondo è proporzionale al prodotto (consumo specifico) $\times$ (potenza richiesta): la durata sarà massima dove è minima la *potenza necessaria* al volo. Per un velivolo a getto il combustibile al secondo è proporzionale alla (spinta richiesta): la durata sarà massima dove è minima la *spinta necessaria*, cioè dove è massima l'efficienza aerodinamica E .

Distanza. Per percorrere la massima distanza occorre bruciare la minima quantità di combustibile per unità di *spazio* percorso. Dividendo la portata di combustibile per la velocità di volo si ottiene il combustibile per unità di distanza: la sua minimizzazione conduce, come vedremo, a condizioni diverse per getto ed elica.

Anticipiamo il risultato: per il velivolo a getto conta il rapporto $\sqrt{C_L/C_D}$ (ossia VE), mentre per il velivolo a elica conta ancora l'efficienza E .

In sintesi

La durata premia la condizione di *minimo consumo nel tempo*; la distanza premia la condizione di *minimo consumo nello spazio*. Poiché getto ed elica legano il consumo alla spinta oppure alla potenza, gli assetti ottimali risultano diversi nei due casi. È questo il filo conduttore dell'intera monografia.

1.4 Ipotesi di lavoro: la crociera livellata e uniforme

Tutte le formule analitiche delle autonomie sono ricavate sotto l'ipotesi di *volo livellato uniforme*, cioè rettilineo orizzontale a velocità costante. In tali condizioni valgono le due equazioni di equilibrio della meccanica del volo:

$$L = W, \quad T_n = D, \quad (1.1)$$

dove L è la portanza, W il peso istantaneo, T_n la spinta necessaria (uguagliata dal pilota mediante la manetta alla spinta disponibile T_d) e D la resistenza aerodinamica. Dalla (1.1), ricordando la definizione di efficienza, discende la relazione che useremo di continuo:

$$T_n = D = \frac{L}{E} = \frac{W}{E}, \quad (1.2)$$

cioè *la spinta necessaria è pari al peso diviso per l'efficienza*. Analogamente, la potenza necessaria in volo livellato uniforme è

$$\Pi_n = T_n V = D V = \frac{W}{E} V, \quad (1.3)$$

dove V è la velocità vera (TAS). Le (1.2) e (1.3) traducono l'aerodinamica del velivolo (attraverso E e la polare) nella richiesta energetica che il propulsore deve soddisfare, e sono il ponte fra la parte aerodinamica e la parte propulsiva del problema.

Attenzione

L'ipotesi di crociera livellata e uniforme è ragionevole per il tratto di crociera, che nei velivoli da trasporto rappresenta la parte largamente prevalente della missione. Non lo è per il decollo, la salita e la discesa: per questi segmenti le formule analitiche di Breguet *non* sono applicabili e si ricorre a valutazioni numeriche segmento per segmento, oppure a percentuali forfettarie di combustibile (*allowances*). Torneremo su questo punto nel capitolo dedicato al profilo di missione.

Nei prossimi capitoli assumeremo inoltre, salvo diverso avviso, che il consumo specifico (c_{sj} o c_{sp}) e il rendimento propulsivo η_p delle eliche si mantengano *costanti* durante la crociera. In realtà essi dipendono debolmente da quota, velocità e regime del motore; l'ipotesi di costanza rende le formule analitiche trattabili e introduce un errore contenuto (tipicamente entro il da 10 % a 20 %) accettabile per una stima preliminare.

Capitolo 2

Le relazioni differenziali fondamentali

L'intero calcolo delle autonomie discende da una sola idea contabile: *il peso perso dal velivolo è combustibile bruciato*. In questo capitolo traduciamo l'idea in equazioni differenziali valide per entrambe le motorizzazioni, introduciamo la grandezza chiave del consumo per unità di distanza (lo *specific range*) e mostriamo come le relazioni si integrino, in generale, per via numerica.

2.1 Turbogetti: dal bilancio del combustibile agli integrali

Per un turbogetto il combustibile bruciato nell'unità di tempo è proporzionale alla spinta attraverso il consumo specifico c_{sj} . Poiché tale combustibile è sottratto al peso del velivolo, la variazione elementare di peso in un intervallo dt è

$$dW = -c_{sj} T_n dt. \quad (2.1)$$

Il segno negativo esprime che il peso diminuisce. Da qui ricaviamo l'intervallo di tempo elementare associato al consumo di un peso dW di combustibile:

$$dt = -\frac{1}{c_{sj} T_n} dW. \quad (2.2)$$

In volo livellato uniforme vale la (1.2), $T_n = W/E$, e dunque

$$dt = -\frac{E}{c_{sj} W} dW. \quad (2.3)$$

La distanza elementare al suolo percorsa nello stesso intervallo si ottiene moltiplicando per la velocità di volo V :

$$dR = V dt = -\frac{V}{c_{sj} T_n} dW = -\frac{V E}{c_{sj} W} dW. \quad (2.4)$$

Integrando fra il peso iniziale W_i (serbatoi pieni) e il peso finale W_f (serbatoi vuoti), e ricordando che $W_i > W_f$, si ottengono le due formulazioni generali:

$$t = \int_{W_f}^{W_i} \frac{E}{c_{sj} W} dW \quad (\text{autonomia di durata}), \quad (2.5)$$

$$R = \int_{W_f}^{W_i} \frac{V E}{c_{sj} W} dW \quad (\text{autonomia di distanza}). \quad (2.6)$$

Le (2.5)–(2.6) sono *esatte* nell'ipotesi di crociera livellata uniforme: non impongono alcuna semplificazione su come E , V e c_{sj} varino con il peso. Il modo in cui questi termini dipendono dal peso durante la crociera dipende dalla *condotta di volo* scelta, e sarà l'oggetto del prossimo capitolo.

2.2 Motoeliche: il ruolo del rendimento propulsivo

Per una motoelica il combustibile è legato alla *potenza all'albero* Π_a attraverso il consumo specifico c_{sp} :

$$dW = -c_{sp} \Pi_a dt. \quad (2.7)$$

La potenza all'albero non coincide con la potenza propulsiva utile: l'elica introduce un rendimento propulsivo η_p tale che la potenza disponibile all'elica è $\Pi_d = \eta_p \Pi_a$. In volo livellato uniforme la potenza disponibile eguaglia quella necessaria, $\Pi_d = \Pi_n = T_n V$, sicché

$$\Pi_a = \frac{\Pi_d}{\eta_p} = \frac{T_n V}{\eta_p}. \quad (2.8)$$

Sostituendo la (2.8) nella (2.7) ed esplicitando dt :

$$dt = -\frac{1}{c_{sp} \Pi_a} dW = -\frac{\eta_p}{c_{sp}} \frac{dW}{T_n V} = -\frac{\eta_p}{c_{sp}} \frac{E}{V} \frac{dW}{W}, \quad (2.9)$$

dove nell'ultimo passaggio si è usata la (1.2). La distanza elementare si ottiene moltiplicando per V ; si osservi che la velocità *scompare*:

$$dR = V dt = -\frac{\eta_p}{c_{sp}} \frac{dW}{T_n} = -\frac{\eta_p}{c_{sp}} E \frac{dW}{W}. \quad (2.10)$$

Integrando fra W_i e W_f :

$$t = \int_{W_f}^{W_i} \frac{\eta_p E}{c_{sp} V W} dW \quad (\text{autonomia di durata}), \quad (2.11)$$

$$R = \int_{W_f}^{W_i} \frac{\eta_p E}{c_{sp} W} dW \quad (\text{autonomia di distanza}). \quad (2.12)$$

Attenzione

Già a questo livello emerge una differenza strutturale. Confrontando la (2.6) con la (2.12) si vede che nell'integrale del *range del getto* compare la velocità V , mentre nell'integrale del *range dell'elica* la velocità *non* compare. Al contrario, nell'integrale della *durata dell'elica*, (2.11), la velocità torna a comparire (a denominatore), mentre nella durata del getto, (2.5), non appare. Questa asimmetria è la radice di tutte le differenze fra le due motorizzazioni che ritroveremo nei capitoli seguenti.

2.3 Lo specific range

Per il calcolo della distanza è utile introdurre una grandezza dal significato immediato: la distanza percorsa per unità di peso di combustibile consumato.

Definizione

Si definisce *specific range* SR la distanza percorsa al suolo per unità di peso di combustibile bruciato:

$$SR = \frac{dR}{dW} \quad (\text{in modulo}).$$

Dalle relazioni precedenti:

$$SR_{\text{getto}} = \frac{V}{c_{sj} T_n} = \frac{V E}{c_{sj} W}, \quad SR_{\text{elica}} = \frac{\eta_p}{c_{sp}} \frac{E}{W}.$$

Dimensionalmente SR si misura, per esempio, in NM/kg oppure in km/kg.

Lo specific range è la grandezza che i manuali operativi diagrammano in funzione della velocità, della quota e del peso: per ogni condizione di volo esso indica quanti nautici si percorrono per kilogrammo di carburante. Poiché SR diminuisce all'aumentare del peso (a parità delle altre condizioni), esso cresce lungo la crociera man mano che il velivolo si alleggerisce.

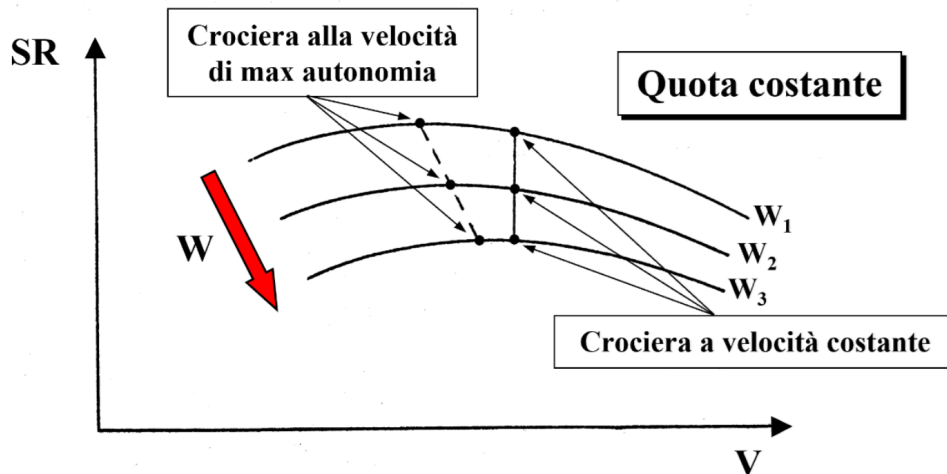


Figura 2.1. Andamento qualitativo dello specific range SR in funzione della velocità vera, a quota costante, per diversi valori del peso ($W_1 > W_2 > W_3$). Il massimo di ciascuna curva individua la velocità di massima autonomia di distanza; la crociera a velocità costante e quella di massima autonomia sono due condotte di volo distinte.

La velocità di Long Range Cruise (LRC)

Nei velivoli da trasporto si preferisce volare a una velocità leggermente superiore a quella di massimo SR: la cosiddetta *Long Range Cruise* (LRC), definita convenzionalmente come la velocità, superiore a quella di massima autonomia, in corrispondenza della quale $SR = 99\% SR_{\text{max}}$. Si accetta cioè una penalizzazione dell'1% sul consumo per guadagnare una velocità di crociera sensibilmente più alta, e quindi un minor tempo di volo. È un tipico compromesso ingegneristico fra economia di carburante ed economia di tempo.

2.4 Valutazione numerica delle autonomie

Le formulazioni integrali (2.5)–(2.12) sono generali ma non esplicite: per valutarle occorre conoscere come l'integrando dipende dal peso lungo la crociera. Due strade sono possibili.

La prima è la *via numerica*. Si suddivide la crociera in n tratti, ciascuno corrispondente a una piccola variazione di peso ΔW_k ; in ogni tratto si assume lo specific range pari a un valore medio $\overline{SR}_k$ e si somma:

$$R = \int_{W_f}^{W_i} SR \, dW \simeq \sum_{k=1}^n \overline{SR}_k \Delta W_k. \quad (2.13)$$

Graficamente, la (2.13) corrisponde all'area sottesa dalla curva $SR(W)$ fra W_f e W_i : ogni rettangolo di base ΔW_k e altezza $\overline{SR}_k$ approssima il tratto di autonomia ΔR_k . La via numerica è accurata e, in linea di principio, applicabile all'intera missione (decollo, salita, crociera, discesa) purché siano noti i valori istantanei di W , V , E e del consumo specifico; è però laboriosa.

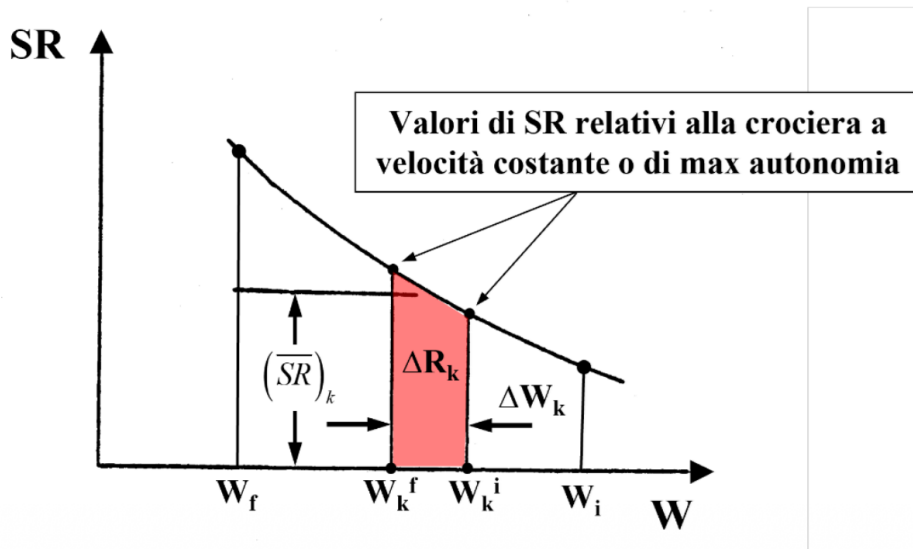


Figura 2.2. Valutazione numerica dell'autonomia di distanza come area sottesa dalla curva $SR(W)$. Il generico tratto $\Delta R_k = \overline{SR}_k \Delta W_k$ approssima il contributo del segmento compreso fra i pesi W_k^f e W_k^i .

La seconda strada è la *via analitica*: si introducono ipotesi semplificative sulla condotta di volo (assetto costante, velocità costante, quota costante, consumo specifico costante) che rendono l'integrale calcolabile in forma chiusa. Si ottengono così le celebri *formule di Breguet*, che forniscono una stima rapida con accuratezza tipica del da 10 % a 20 %. È la via che percorreremo nei capitoli seguenti, distinguendo i tre modi possibili di condurre la crociera.

Capitolo 3

Le autonomie dei turbogetti

Riprendiamo le formulazioni generali del capitolo precedente e le rendiamo esplicite per i velivoli a getto. Il punto delicato è che gli integrandi delle (2.5)–(2.6) dipendono dal peso in modo che cambia a seconda di come si conduce la crociera. Esistono tre modi *ideali* di mantenere il volo di crociera, ottenuti fissando due delle tre grandezze (assetto, velocità, quota) e lasciando variare la terza al diminuire del peso.

3.1 Le tre condotte di crociera

Definizione

Fissato l'equilibrio $L = W$, un velivolo può effettuare la crociera secondo tre condotte ideali:

1. **assetto costante + quota costante** (C_L e ρ costanti);
2. **assetto costante + velocità vera costante** (C_L e V costanti);
3. **velocità costante + quota costante** (V e ρ costanti).

In ciascun caso la terza grandezza deve variare durante la crociera per rispettare l'equilibrio $L = W = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$ mentre W diminuisce.

Prima di svilupparle una per una, conviene ricordare la relazione di sostentamento

$$W = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}, \quad (3.1)$$

che lega fra loro peso, velocità, densità e coefficiente di portanza. È questa relazione, di volta in volta, a dirci come varia la grandezza lasciata libera.

3.2 Condotta 1: assetto e quota costanti

Manteniamo costanti l'assetto (C_L) e la quota (ρ). Dalla (3.1), con C_L e ρ fissi, la velocità deve variare come la radice del peso:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho S C_L}} W^{1/2} \propto W^{1/2}. \quad (3.2)$$

Sostituiamo la (3.2) nell'integrando del range (2.6). Poiché l'assetto è costante, anche l'efficienza $E = C_L/C_D$ è costante; assumiamo c_{sj} costante. Otteniamo

$$dR = -\frac{VE}{c_{sj}W} dW = -\sqrt{\frac{2}{\rho S}} \frac{1}{c_{sj}} \frac{E}{\sqrt{C_L}} \frac{dW}{W^{1/2}}. \quad (3.3)$$

L'integrazione fra W_i e W_f (con $\int W^{-1/2} dW = 2W^{1/2}$) fornisce

$$R = 2\sqrt{\frac{2}{\rho S}} \frac{1}{c_{sj}} \frac{E}{\sqrt{C_L}} (W_i^{1/2} - W_f^{1/2}).$$

Questa espressione mette in luce un fatto importante: *l'autonomia di distanza del turbogetto dipende esplicitamente dalla quota* attraverso la densità ρ a denominatore. A parità di tutto il resto, salire di quota (minore ρ) aumenta il range: è il motivo per cui i velivoli da trasporto a getto volano in crociera a quote elevate (tipicamente da 30 000 ft a 40 000 ft), fin dove le prestazioni del motore lo consentono.

Dal punto di vista della condotta, questa modalità richiede che il pilota *riduca con continuità la velocità* man mano che il velivolo si alleggerisce, secondo

$$V_f = V_i \sqrt{\frac{W_f}{W_i}}, \quad (3.4)$$

e che riduca corrispondentemente la spinta disponibile, poiché $T_n = W/E$ diminuisce con il peso:

$$T_{d,f} = T_{d,i} \frac{W_f}{W_i}. \quad (3.5)$$

Attenzione

La condotta ad assetto e quota costanti è la più *laboriosa* per il pilota (riduzione continua di velocità e manetta) e la più sgradita agli enti di controllo del traffico, che mal tollerano una crociera in costante decelerazione (aumenta il tempo di occupazione dello spazio aereo). Per questo, pur essendo teoricamente valida, non è la condotta operativamente preferita.

3.3 Condotta 2: assetto e velocità vera costanti (climb-cruise)

Manteniamo ora costanti l'assetto (C_L , quindi E) e la velocità vera (V). Dalla (3.1), con C_L e V fissi, per rispettare $L = W$ al diminuire del peso deve *diminuire la densità*: il velivolo deve salire lentamente di quota. È la condotta detta *climb-cruise* (crociera in salita).

Con V , E e c_{sj} tutti costanti, l'integrale del range (2.6) diventa elementare:

$$R = \frac{VE}{c_{sj}} \int_{W_f}^{W_i} \frac{dW}{W} = \frac{VE}{c_{sj}} \ln \frac{W_i}{W_f}. \quad (3.6)$$

$$R = \frac{VE}{c_{sj}} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) \quad \text{Formula di Breguet per i turbogetti (distanza).}$$

La formula di Breguet è una delle relazioni classiche dell'ingegneria aeronautica. Essa mostra in modo trasparente che, per massimizzare la distanza, occorre:

- un consumo specifico c_{sj} il più basso possibile;
- un prodotto VE il più alto possibile (torneremo su questo negli assetti caratteristici);

- un rapporto W_i/W_f il più grande possibile, cioè la massima frazione di combustibile imbarcabile.

Durante il climb-cruise la densità e la spinta disponibile diminuiscono proporzionalmente al peso:

$$\rho_f = \rho_i \frac{W_f}{W_i}, \quad T_{d,f} = T_{d,i} \frac{\rho_f}{\rho_i}, \quad V_{EAS,f} = V_{EAS,i} \sqrt{\frac{\sigma_f}{\sigma_i}}, \quad (3.7)$$

dove $\sigma = \rho/\rho_0$ è il rapporto di densità e V_{EAS} la velocità equivalente. La riduzione di spinta è automatica (segue la densità) e non richiede intervento del pilota: è questo il grande vantaggio della modalità.

In sintesi

Il climb-cruise è la condotta *più vantaggiosa* per l'autonomia di distanza. Il suo limite pratico è la necessità di una salita continua, difficile da gestire per il controllo del traffico. Nella realtà operativa la si approssima con una traiettoria *a gradini* (*step-cruise*): il velivolo mantiene un livello di volo finché conviene, poi sale al livello superiore quando autorizzato, avvicinandosi così alla crociera in salita ideale.

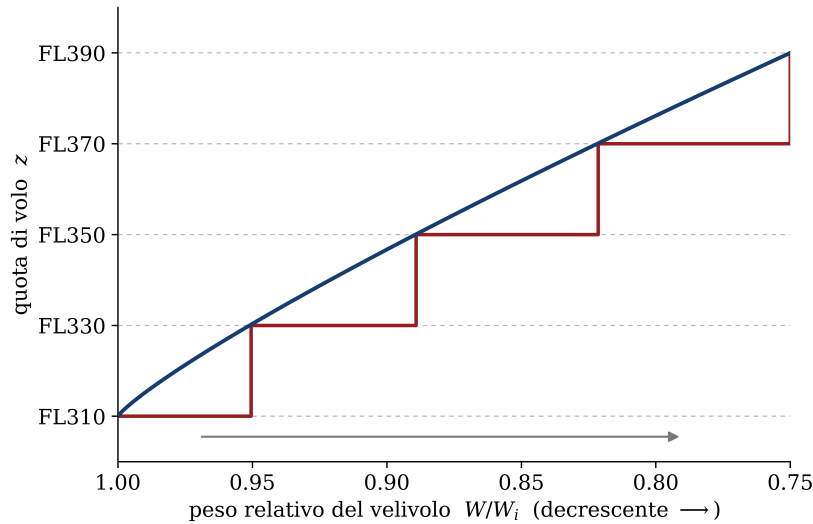


Figura 3.1. Confronto fra la crociera in salita continua (*climb-cruise*, ideale) e la sua realizzazione pratica a gradini (*step-cruise*). Al diminuire del peso il velivolo passa a livelli di volo superiori, seguendo con una spezzata la quota ottimale crescente.

3.4 Condotta 3: velocità e quota costanti

Manteniamo infine costanti la velocità (V) e la quota (ρ). Dalla (3.1), con V e ρ fissi, per rispettare $L = W$ deve variare l'assetto: il coefficiente di portanza deve diminuire con il peso,

$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S} \quad \Rightarrow \quad dW = \frac{\rho V^2 S}{2} dC_L. \quad (3.8)$$

Poiché ora E varia con l'assetto, conviene cambiare variabile di integrazione da W a C_L . Osservando che $E/W = C_L/(C_D W)$ e che $W = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$, il rapporto E/W si semplifica notevolmente:

$$\frac{E}{W} dW = \frac{C_L}{C_D} \frac{1}{W} \cdot \frac{\rho V^2 S}{2} dC_L = \frac{C_L}{C_D} \cdot \frac{1}{C_L} dC_L = \frac{dC_L}{C_D}. \quad (3.9)$$

Il range (2.6) diventa allora, adottando il modello di *polare parabolica* $C_D = C_{D0} + C_L^2/(\pi AR e)$:

$$R = \frac{V}{c_{sj}} \int_{C_{L,f}}^{C_{L,i}} \frac{dC_L}{C_D} = \frac{V}{c_{sj}} \int_{C_{L,f}}^{C_{L,i}} \frac{dC_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}}. \quad (3.10)$$

L'integrale è del tipo $\int dx/(a + bx^2) = (1/\sqrt{ab}) \arctan(x\sqrt{b/a})$. Introducendo il coefficiente di portanza di massima efficienza

$$C_{L,E_{\max}} = \sqrt{C_{D0} \pi AR e}$$

(dimostrato nel §3.6) e l'efficienza massima

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi AR e / C_{D0}},$$

si ottiene:

$$R = \frac{2 V E_{\max}}{c_{sj}} \left[\arctan\left(\frac{C_{L,i}}{C_{L,E_{\max}}}\right) - \arctan\left(\frac{C_{L,f}}{C_{L,E_{\max}}}\right) \right].$$

Attenzione

La forma ad arcotangente è valida *solo* per il modello di polare parabolica. È la condotta *più frequentemente utilizzata* nella pratica, perché la più semplice da gestire sia per il pilota (velocità e quota fisse) sia per il controllo del traffico; è però quella che realizza le *peggiori* autonomie rispetto alle condotte 1 e 2.

3.5 L'autonomia di durata dei turbogetti

Per la durata partiamo dalla (2.5). Nelle condotte ad assetto costante (E costante) e con c_{sj} costante, l'integrale è immediato:

$$t = \frac{E}{c_{sj}} \int_{W_f}^{W_i} \frac{dW}{W} = \frac{E}{c_{sj}} \ln \frac{W_i}{W_f}. \quad (3.11)$$

$$t = \frac{E}{c_{sj}} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) \quad \textbf{Autonomia di durata dei turbogetti.}$$

La formula è notevole per ciò che *non* contiene: l'autonomia di durata di un getto *non* dipende esplicitamente né dalla quota né dalla velocità, ma solo dall'efficienza E , dal consumo specifico e dalla frazione di combustibile W_i/W_f . Per la condotta a velocità e quota costanti (assetto variabile) la durata si ottiene semplicemente dividendo per la velocità l'espressione del range corrispondente, $t = R/V$.

Nota

Che la durata del getto non dipenda dalla quota è coerente con l'intuizione: la durata premia la minima spinta necessaria, cioè la massima efficienza, che è una proprietà puramente aerodinamica (dipende dalla polare, non da ρ). La quota entra invece nel range perché a fissato assetto determina la velocità di volo, e quindi lo spazio percorso.

3.6 Assetti caratteristici dei turbogetti

Ci chiediamo ora *a quale assetto* si ottengono la massima durata e la massima distanza. Usiamo il modello di polare parabolica $C_D = C_{D_0} + C_L^2/(\pi AR e)$.

3.6.1 Massima durata: l'assetto di massima efficienza

Dalla formula della durata, $t = (E/c_j) \ln(W_i/W_f)$, la durata è massima dove è massima l'efficienza $E = C_L/C_D$. Imponiamo la condizione di stazionarietà:

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L}{C_D} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L}{C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}} \right) = 0. \quad (3.12)$$

Derivando e annullando il numeratore si ottiene $C_{D_0} = C_L^2/(\pi AR e)$, cioè la resistenza indotta *uguaglia* quella di forma. Da qui:

$$C_{L,E_{\max}} = \sqrt{C_{D_0} \pi AR e}, \quad C_{D_{\text{ind}}} = C_{D_0} \Rightarrow C_D = 2C_{D_0}, \quad (3.13)$$

e sostituendo nell'espressione dell'efficienza:

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi AR e}{C_{D_0}}}.$$

Per il turbogetto, dunque, la massima durata corrisponde all'assetto di *minima spinta necessaria* ($T_{n,\min}$), cioè di massima efficienza $E_{\max}$. Simbolicamente:

$$t_{\max}|_{\text{jet}} \longrightarrow T_{n,\min} \longrightarrow E_{\max}.$$

3.6.2 Massima distanza: l'assetto di massimo VE

Dalla formula di Breguet, $R = (V/c_j) E \ln(W_i/W_f)$ a velocità costante, oppure dal prodotto VE nelle altre condotte, la distanza è massima dove è massimo il prodotto VE . Poiché a fissato peso e quota $V \propto 1/\sqrt{C_L}$, si ha $VE \propto \frac{1}{\sqrt{C_L}} \cdot \frac{C_L}{C_D} = \frac{\sqrt{C_L}}{C_D} = \frac{C_L^{1/2}}{C_D}$. Imponiamo la stazionarietà:

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right) = 0. \quad (3.14)$$

Con la polare parabolica il calcolo fornisce $C_{D_0} = 3 C_L^2/(\pi AR e)$, ossia la resistenza indotta pari a *un terzo* di quella di forma:

$$C_{L,(VE)_{\max}} = \sqrt{\frac{1}{3} C_{D_0} \pi AR e}, \quad C_{D_{\text{ind}}} = \frac{1}{3} C_{D_0} \Rightarrow C_D = \frac{4}{3} C_{D_0}. \quad (3.15)$$

L'efficienza corrispondente si ricava per sostituzione:

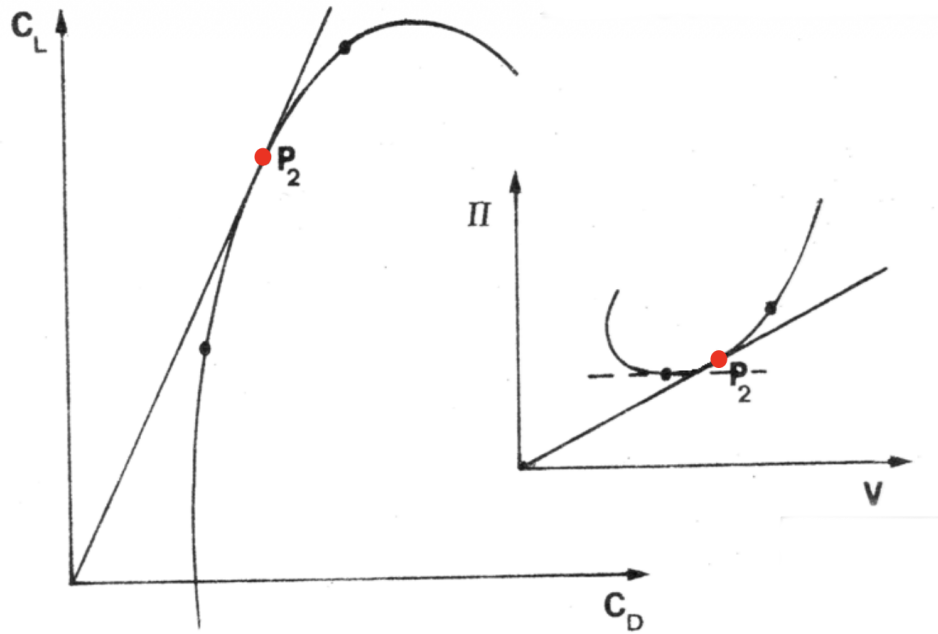


Figura 3.2. Assetto di massima durata del turbogetto. A sinistra, sulla polare, il punto di massima efficienza è individuato dalla tangente condotta dall'origine; a destra, sulla curva di spinta necessaria $T_n(V)$, esso corrisponde al minimo della spinta necessaria.

$$E|_{(VE)_{\max}} = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max} \approx 0,866 E_{\max}.$$

Per il turbogetto la massima distanza corrisponde all'assetto di *minimo rapporto* T_n/V (spinta necessaria per unità di velocità), cioè di massimo VE :

$$R_{\max}|_{\text{jet}} \longrightarrow \left(\frac{T_n}{V} \right)_{\min} \longrightarrow (VE)_{\max}.$$

Si noti che l'assetto di massima distanza è diverso da quello di massima durata: si vola a un C_L più basso (velocità più alta), accettando un'efficienza pari a circa l'87% di quella massima in cambio di una velocità maggiore che, nel prodotto VE , risulta più che compensata.

In sintesi

Per il turbogetto:

- la **massima durata** si ha a $E_{\max}$ (minima spinta necessaria), con $C_L = \sqrt{C_{D_0} \pi A R e}$ e $C_D = 2C_{D_0}$;
- la **massima distanza** si ha a $(VE)_{\max}$ (minimo T_n/V), con $C_L = \sqrt{\frac{1}{3} C_{D_0} \pi A R e}$, $C_D = \frac{4}{3} C_{D_0}$ ed $E = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$.

La distanza si vola dunque più veloce (assetto più «scarico») della durata.

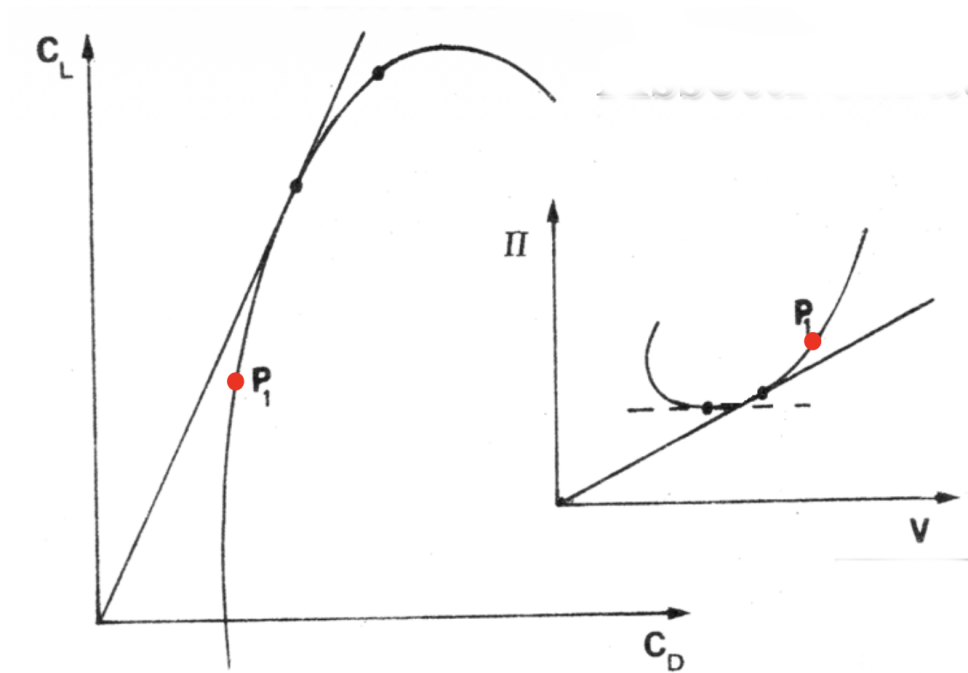


Figura 3.3. Assetto di massima distanza del turbogetto. Sulla polare (a sinistra) il punto di massimo $\sqrt{C_L/C_D}$ si trova a un coefficiente di portanza inferiore a quello di massima efficienza; sulla curva di spinta necessaria (a destra) esso corrisponde al minimo del rapporto T_n/V , individuato dalla tangente all'origine.

3.7 Lo specific range operativo: l'esempio dell'ATR 72

I costruttori forniscono lo specific range in forma di abaco, in funzione della velocità vera, della quota di pressione e del peso, in condizioni di atmosfera standard (ISA). La figura 3.4 riporta, a titolo di riferimento, l'abaco di *Long Range* di un turboelica da trasporto regionale: sebbene si tratti di una motoelica, l'uso operativo dell'abaco è identico a quello dei turbogetti e ben illustra come si legga SR nella pratica.

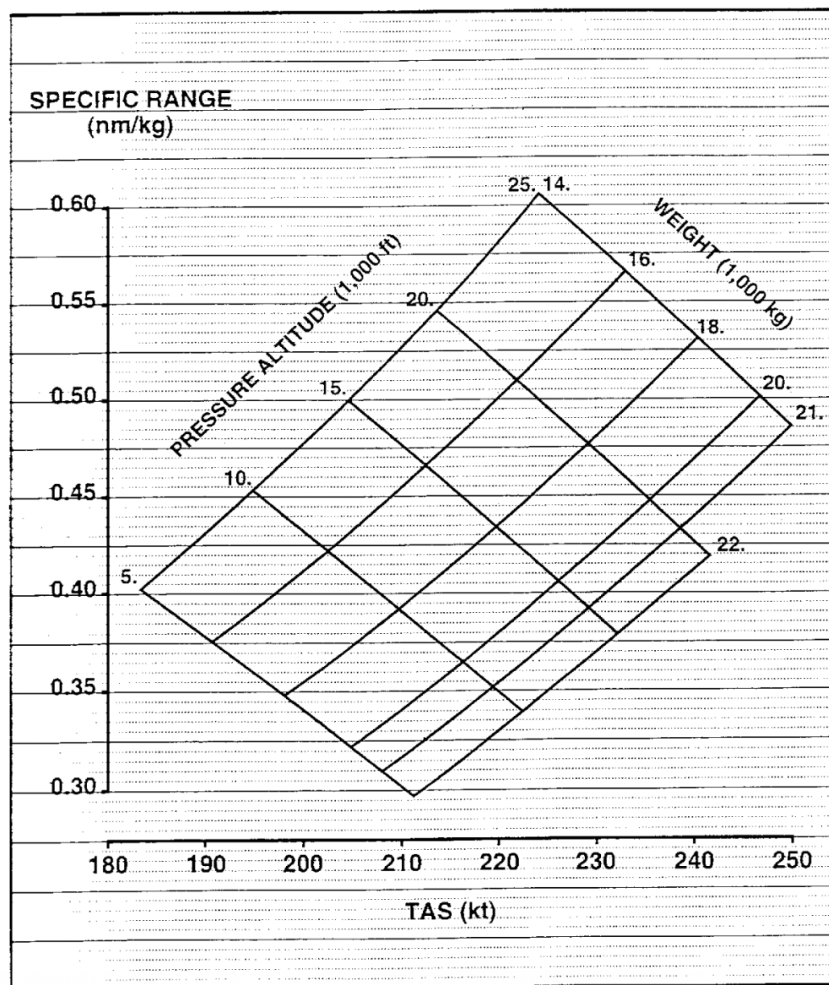


Figura 3.4. Abaco dello specific range in condizioni di *Long Range* e atmosfera standard (velivolo turboelica da trasporto regionale). Per ogni combinazione di quota di pressione, peso e velocità vera (TAS) si legge lo specific range in NM/kg.

Capitolo 4

Le autonomie delle motoeliche

Ripetiamo per i velivoli a elica il percorso seguito per i getti, partendo dalle formulazioni generali (2.11)–(2.12). Vedremo che, per effetto della diversa definizione del consumo specifico (legato alla potenza anziché alla spinta), i ruoli della distanza e della durata si *scambiano* rispetto al turbogetto.

4.1 L'autonomia di distanza delle motoeliche

4.1.1 Condotte 1 e 2: la formula di Breguet per le eliche

Partiamo dall'integrale del range (2.12). Osserviamo subito che l'integrando *non contiene la velocità*: dipende solo da η_p , c_{sp} ed E . Di conseguenza, sia nella condotta ad assetto e quota costanti, sia in quella ad assetto e velocità costanti, purché E , η_p e c_{sp} siano costanti (assetto costante), l'integrale si riduce alla stessa forma logaritmica:

$$R = \frac{\eta_p E}{c_{sp}} \int_{W_f}^{W_i} \frac{dW}{W} = \frac{\eta_p E}{c_{sp}} \ln \frac{W_i}{W_f}. \quad (4.1)$$

$$R = \frac{\eta_p E}{c_{sp}} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) \quad \text{Formula di Breguet per le motoeliche (distanza).}$$

Attenzione

A differenza del turbogetto, l'autonomia di distanza della motoelica *non* dipende in modo esplicito né dalla velocità né dalla quota di volo. È la conseguenza diretta del fatto che, nella (2.10), la velocità si semplifica. Da qui la conclusione classica: per la distanza, l'elica non trae vantaggio dal volare alto o veloce; ciò che conta è volare alla *massima efficienza* E , con la migliore elica (η_p elevato) e il minor consumo specifico.

Per massimizzare la distanza la formula di Breguet indica quindi:

- rendimento dell'elica η_p il più alto possibile;
- consumo specifico c_{sp} il più basso possibile;
- efficienza aerodinamica E pari alla massima $E_{\max}$;
- massima frazione di combustibile imbarcabile, cioè W_i/W_f elevato.

4.1.2 Condotta 3: velocità e quota costanti

Nella condotta a velocità e quota costanti l'assetto varia e conviene, come per i getti, cambiare variabile di integrazione da W a C_L . Con lo stesso passaggio del §3.4 ($E dW/W = dC_L/C_D$) e la polare parabolica si ottiene la forma ad arcotangente:

$$R = \frac{2 \eta_p E_{\max}}{c_{sp}} \left[\arctan \left(\frac{C_{L,i}}{C_{L,E_{\max}}} \right) - \arctan \left(\frac{C_{L,f}}{C_{L,E_{\max}}} \right) \right].$$

Rispetto al caso del getto, al posto del fattore V/c_{sj} compare ora η_p/c_{sp} : è l'unica differenza formale, ma è proprio la sparizione di V a rendere il range dell'elica indipendente dalla velocità.

4.2 L'autonomia di durata delle motoeliche

Per la durata partiamo dall'integrale (2.11), nel quale, viceversa, la velocità *compare* a denominatore.

4.2.1 Condotta 1: assetto e quota costanti

Con C_L e ρ costanti la velocità varia come $\sqrt{W}$ ((3.2)). Sostituendo $1/V = \sqrt{\rho S C_L / (2W)}$ nell'integrando della durata:

$$dt = -\frac{\eta_p E}{c_{sp}} \frac{dW}{V W} = -\frac{\eta_p E}{c_{sp}} \sqrt{\frac{\rho S C_L}{2}} \frac{dW}{W^{3/2}}. \quad (4.2)$$

Integrando (con $\int W^{-3/2} dW = -2W^{-1/2}$) fra W_i e W_f :

$$t = \frac{\eta_p E \sqrt{C_L}}{c_{sp}} \sqrt{2\rho S} \left(W_f^{-1/2} - W_i^{-1/2} \right).$$

Compare esplicitamente la densità ρ : la durata dell'elica *cresce* con ρ , cioè è massima al livello del mare. È il comportamento opposto al range del getto, che cresceva salendo di quota.

4.2.2 Condotta 2: assetto e velocità costanti

Con C_L e V costanti l'integrale della durata torna logaritmico:

$$t = \frac{\eta_p E}{c_{sp} V} \int_{W_f}^{W_i} \frac{dW}{W} = \frac{\eta_p E}{c_{sp} V} \ln \frac{W_i}{W_f}. \quad (4.3)$$

$$t = \frac{\eta_p E}{c_{sp} V} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) \quad \textbf{Autonomia di durata delle motoeliche.}$$

La condotta 3 (velocità e quota costanti) si ottiene, come sempre, dividendo per la velocità il range corrispondente.

Attenzione

L'autonomia di durata delle motoeliche dipende *in modo esplicito* dalla velocità e dalla quota di volo: ogni aumento di quota (minore ρ) o di velocità determina una *riduzione* della durata. È l'esatto contrario di quanto accade per l'autonomia di distanza del turbogetto. Per restare in volo a lungo con un'elica, quindi, si vola *basso e lento*.

4.3 Assetti caratteristici delle motoeliche

4.3.1 Massima distanza: l'assetto di massima efficienza

Dalla formula di Breguet per le eliche, $R = (\eta_p E / c_{sp}) \ln(W_i / W_f)$, la distanza è massima dove è massima l'efficienza E . Vale quindi lo stesso risultato dell'assetto di massima durata del getto: imponendo $d(C_L / C_D) / dC_L = 0$ si trova

$$C_{L,E_{\max}} = \sqrt{C_{D_0} \pi A R e}, \quad C_D = 2 C_{D_0}, \quad E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi A R e / C_{D_0}}. \quad (4.4)$$

Per la motoelica la massima distanza corrisponde alla *minima spinta necessaria* ($T_{n,\min}$), cioè alla massima efficienza:

$$R_{\max}|_{\text{prop}} \longrightarrow T_{n,\min} \longrightarrow E_{\max}.$$

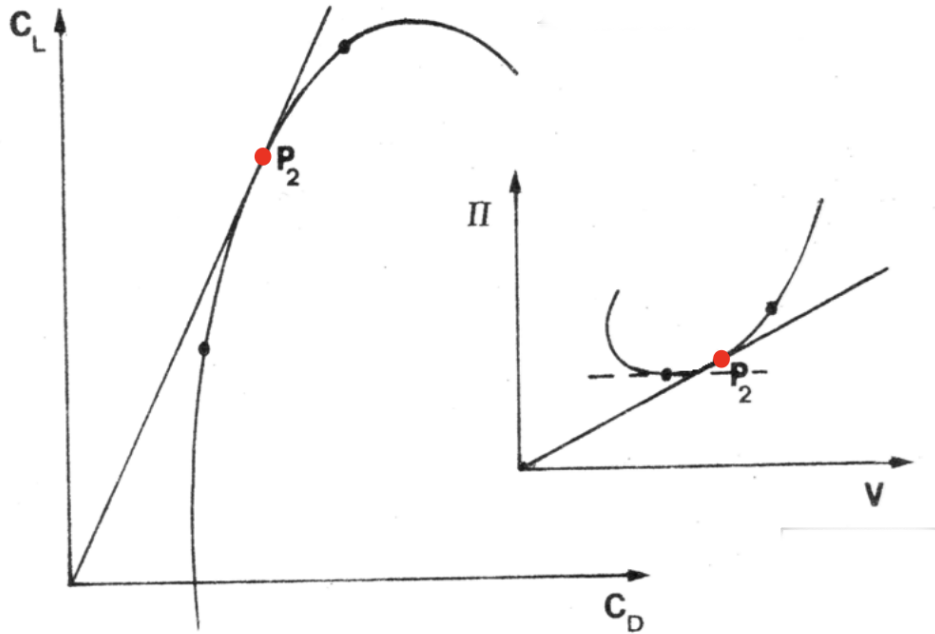


Figura 4.1. Assetto di massima distanza della motoelica: punto di massima efficienza sulla polare (tangente dall'origine) e minimo della spinta necessaria sulla curva $T_n(V)$.

4.3.2 Massima durata: l'assetto di minima potenza necessaria

Dalla durata, $t \propto E/V$, la durata è massima dove è massimo il rapporto E/V . Poiché a fissato peso e quota $V \propto 1/\sqrt{C_L}$, si ha $E/V \propto E\sqrt{C_L} = \frac{C_L}{C_D} \sqrt{C_L} = \frac{C_L^{3/2}}{C_D}$. Imponendo

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D} \right) = 0, \quad (4.5)$$

con la polare parabolica si ottiene $C_{D_0} = \frac{1}{3} C_L^2 / (\pi A R e)$, cioè la resistenza indotta pari a *tre volte* quella di forma:

$$C_{L,(E/V)_{\max}} = \sqrt{3 C_{D_0} \pi A R e}, \quad C_{D_{\text{ind}}} = 3 C_{D_0} \Rightarrow C_D = 4 C_{D_0}. \quad (4.6)$$

L'efficienza corrispondente è

$$E|_{(E/V)_{\max}} = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max} \approx 0,866 E_{\max}.$$

Per la motoelica la massima durata corrisponde all'assetto di *minima potenza necessaria* $\Pi_{n,\min}$, ossia di minimo prodotto $T_n V$ (equivalente a massimo E/V):

$$t_{\max}|_{\text{prop}} \rightarrow (T_n V)_{\min} = \Pi_{n,\min} \rightarrow \left(\frac{E}{V}\right)_{\max}.$$

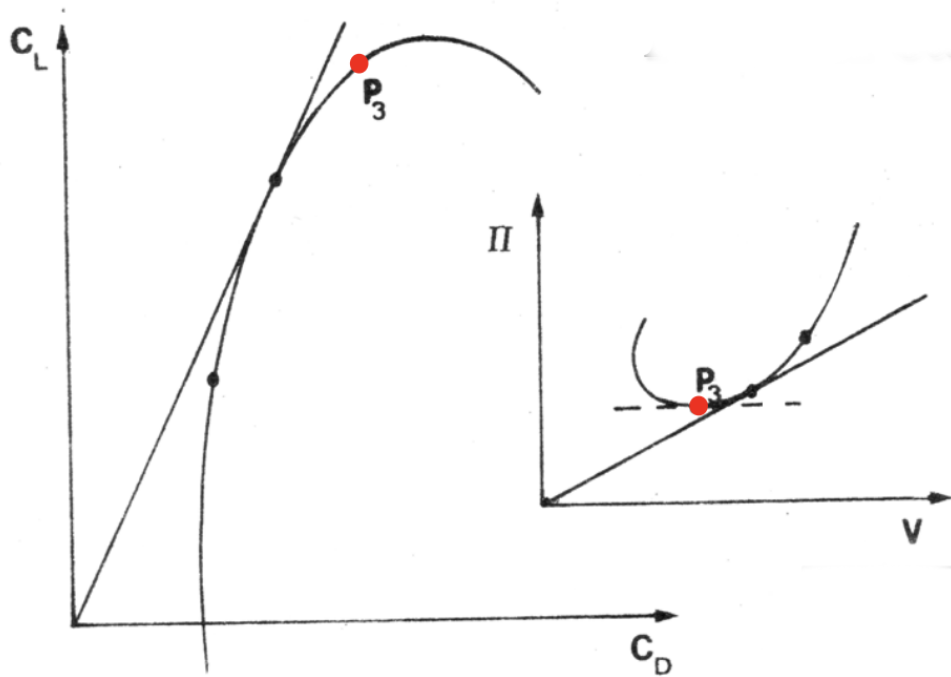


Figura 4.2. Assetto di massima durata della motoelica: punto di massimo $C_L^{3/2}/C_D$ sulla polare (a C_L più alto di quello di massima efficienza) e minimo della potenza necessaria sulla curva $\Pi_n(V)$.

In sintesi

Per la motoelica:

- la **massima distanza** si ha a $E_{\max}$ (minima spinta necessaria), con $C_L = \sqrt{C_{D_0} \pi A R e}$ e $C_D = 2C_{D_0}$;
- la **massima durata** si ha a $(E/V)_{\max}$ (minima potenza necessaria), con $C_L = \sqrt{3C_{D_0} \pi A R e}$, $C_D = 4C_{D_0}$ ed $E = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$.

La durata si vola dunque più lenta (assetto più «carico») della distanza: l'esatto opposto del turbogetto.

Capitolo 5

Confronto sinottico fra getto ed elica

Nei due capitoli precedenti abbiamo trattato separatamente il turbogetto e la motoelica, partendo in entrambi i casi dalle medesime relazioni differenziali e integrandole sotto le stesse tre condotte di crociera. È ora utile raccogliere i risultati in un quadro unitario, perché è proprio dal confronto che emerge con chiarezza la *ragione fisica* delle differenze fra le due motorizzazioni. L'obiettivo di questo capitolo non è introdurre formule nuove, ma organizzare quelle già note in modo che l'allievo possa *prevedere*, senza ricalcolare ogni volta, come si comportano distanza e durata al variare di quota e velocità.

5.1 L'origine della differenza: spinta contro potenza

Tutta la fenomenologia che distingue il getto dall'elica discende da un unico fatto: il modo in cui si contabilizza il consumo di combustibile. Nel turbogetto il combustibile bruciato nell'unità di tempo è proporzionale alla *spinta* erogata, tramite il consumo specifico alla spinta c_{sj} ; nella motoelica è invece proporzionale alla *potenza* resa all'asse, tramite il consumo specifico alla potenza c_{sp} . Le due relazioni di partenza, già incontrate, sono

$$dW = -c_{sj} T_n dt \quad (\text{getto}), \quad dW = -c_{sp} \Pi_a dt \quad (\text{elica}). \quad (5.1)$$

Poiché in crociera livellata $T_n = D = W/E$ e $\Pi_n = T_n V = WV/E$, il legame fra le due si riassume in $\Pi_n = T_n V$: la potenza è la spinta moltiplicata per la velocità. È questo fattore V a spostarsi da una parte all'altra delle equazioni di autonomia e a produrre lo scambio di ruoli fra distanza e durata.

Nota

Il ragionamento può essere condensato in una regola mnemonica. Nel getto la grandezza «naturale» è la spinta, quindi la *durata* (che dipende solo dalla spinta necessaria, cioè dall'efficienza) è la grandezza «pulita», indipendente da quota e velocità; la distanza porta invece un fattore V che la lega esplicitamente alle condizioni di volo. Nell'elica la grandezza «naturale» è la potenza, e sono i ruoli a invertirsi: la *distanza* diventa la grandezza pulita (indipendente da quota e velocità), mentre la durata acquista la dipendenza esplicita.

5.2 Il quadro delle dipendenze

La tabella 5.1 riassume le quattro formule di Breguet ottenute e ne evidenzia la dipendenza esplicita da velocità e quota. Con «dipendenza esplicita» intendiamo la presenza della velocità V (o della densità ρ , e dunque della quota) nella formula integrata a valle delle semplificazioni; resta inteso che una dipendenza *indiretta*, tramite il consumo specifico e l'efficienza, sussiste sempre, ma la si trascura assumendo tali grandezze costanti in crociera.

	Formula (condotta 2)	Dip. da V ?	Dip. da h ?
Distanza getto	$R = \frac{VE}{c_{sj}} \ln \frac{W_i}{W_f}$	sì	sì (via V)
Durata getto	$t = \frac{E}{c_{sj}} \ln \frac{W_i}{W_f}$	no	no
Distanza elica	$R = \frac{\eta_p E}{c_{sp}} \ln \frac{W_i}{W_f}$	no	no
Durata elica	$t = \frac{\eta_p E}{c_{sp} V} \ln \frac{W_i}{W_f}$	sì	sì (via V)

Tabella 5.1. Quadro sinottico delle quattro formule di Breguet e delle loro dipendenze esplicite da velocità e quota. Si noti la simmetria incrociata: ciò che nel getto è indipendente (durata), nell'elica dipende, e viceversa.

Leggendo la tabella per colonne si coglie immediatamente la struttura «a scacchiera». Nel getto la durata è la grandezza robusta: due velivoli identici che volino allo stesso assetto E ma a quote e velocità diverse restano in aria per lo stesso tempo, a parità di combustibile. La distanza no: volare più veloci (a parità di assetto e quindi di efficienza) allunga la tratta percorsa, perché nello stesso intervallo di tempo si copre più spazio. Nell'elica accade l'opposto: è la distanza a non risentire né della quota né della velocità, mentre la durata si accorcia se si vola più alti o più veloci.

Perché l'elica «non guadagna» a volare alta?

L'affermazione che la distanza dell'elica non dipenda dalla quota sorprende spesso gli allievi, abituati a pensare che salire convenga sempre. La spiegazione è nel bilancio: salendo, la minore densità impone una velocità vera maggiore per sostenersi allo stesso assetto, ma il combustibile per unità di distanza dipende (per l'elica) solo dall'efficienza e dal rendimento, non dalla velocità. I due effetti si compensano *esattamente* nel modello semplificato. Nella realtà la quota resta comunque conveniente, perché alle quote più alte migliorano η_p e c_{sp} (e si sfuggono le turbolenze e il traffico a bassa quota): ma questo è un guadagno *indiretto*, non contemplato dal modello a E , η_p , c_{sp} costanti.

5.3 Gli assetti caratteristici a confronto

Passiamo ora agli assetti che ottimizzano ciascuna prestazione. Il risultato più importante, e forse il più elegante di tutta la teoria delle autonomie, è che gli assetti ottimi sono *gli stessi quattro* per entrambe le motorizzazioni: cambia soltanto quale prestazione ciascun assetto ottimizza. La tabella 5.2 li raccoglie.

Vale la pena rileggere la tabella alla luce del valore di C_L , cioè dell'assetto di volo. Ordinando gli assetti dal più «scarico» (velocità alta, C_L basso) al più «carico» (velocità bassa, C_L alto) troviamo, con $k = \sqrt{C_{D0} \pi A R e}$:

$$\underbrace{C_L = \frac{k}{\sqrt{3}}}_{\text{distanza getto}} < \underbrace{C_L = k}_{\substack{\text{durata getto} \\ \text{distanza elica}}} < \underbrace{C_L = \sqrt{3} k}_{\text{durata elica}}.$$

La distanza del getto si vola dunque più veloci di ogni altra condizione ottima; la durata dell'elica, all'estremo opposto, si vola più lenti. In mezzo, a $E_{\max}$, cadono la durata del getto e la distanza dell'elica.

Assetto	C_L	C_D	E	Ottimizza
Minima spinta ($E_{\max}$)	$\sqrt{C_{D_0} \pi A R e}$	$2C_{D_0}$	$E_{\max}$	durata getto distanza elica
Minima potenza	$\sqrt{3 C_{D_0} \pi A R e}$	$4C_{D_0}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$	durata elica
Minimo T_n/V	$\sqrt{\frac{1}{3} C_{D_0} \pi A R e}$	$\frac{4}{3} C_{D_0}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$	distanza getto

Tabella 5.2. Assetti caratteristici e prestazione che ciascuno ottimizza. I coefficienti sono ricavati dal modello di polare parabolica $C_D = C_{D_0} + C_L^2/(\pi A R e)$. Si osservi che l'assetto di massima efficienza serve a due scopi diversi (durata del getto e distanza dell'elica) proprio per effetto dello scambio di ruoli.

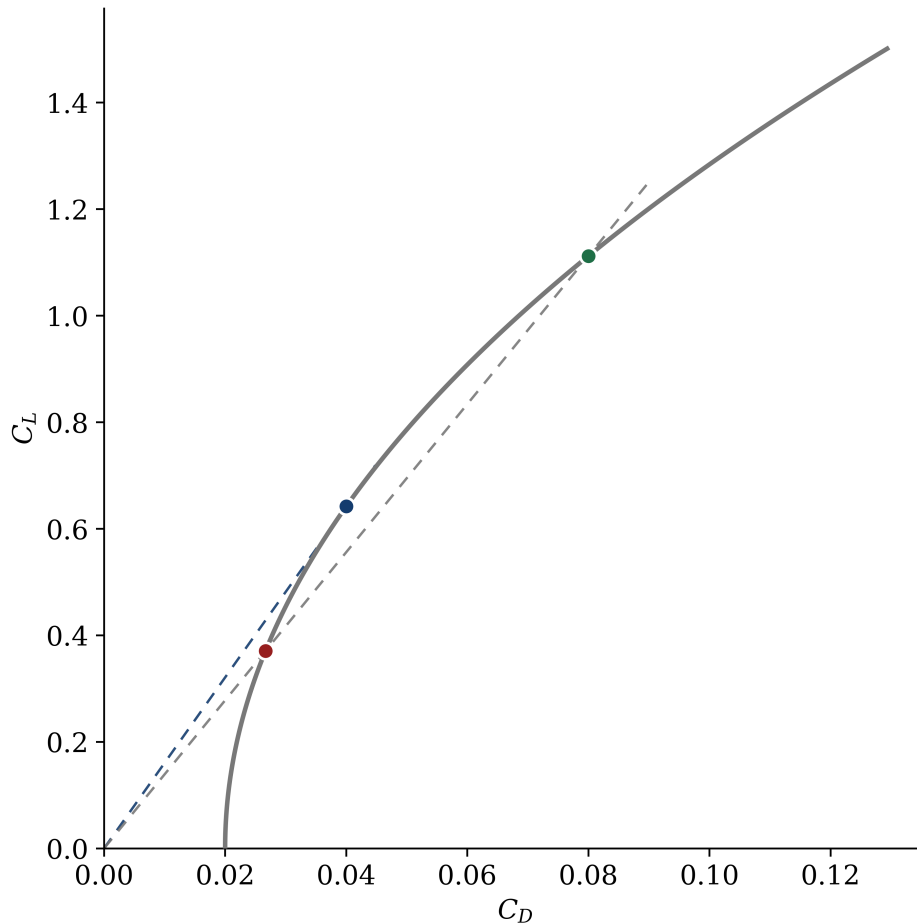


Figura 5.1. I tre assetti caratteristici sulla polare del velivolo. Dal basso verso l'alto in C_L : minimo T_n/V (massima distanza del getto), massima efficienza $E_{\max}$ (massima durata del getto e massima distanza dell'elica), minima potenza (massima durata dell'elica). Le rette dall'origine individuano graficamente ciascun ottimo.

In sintesi

Un solo schema fissa tutta la teoria degli assetti caratteristici:

- **massima efficienza** $E_{\max} \Rightarrow$ durata del **getto** e distanza dell'**elica** (assetto centrale, $C_L = \sqrt{C_{D0} \pi A R e}$);
- **minimo** $T_n/V \Rightarrow$ distanza del **getto** (assetto più veloce, C_L minore, $E = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$);
- **minima potenza** $\Pi_{n,\min} \Rightarrow$ durata dell'**elica** (assetto più lento, C_L maggiore, $E = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$).

Getto ed elica ottimizzano prestazioni scambiate perché scambiato è il ruolo del fattore V nelle rispettive formule di autonomia.

Capitolo 6

L'effetto del vento sull'autonomia

Finora abbiamo condotto tutte le analisi in *aria calma*, identificando implicitamente la velocità rispetto all'aria con quella rispetto al suolo. In presenza di vento le due velocità si separano, e ciò ha conseguenze importanti e in parte controintuitive: la durata resta immutata, mentre la distanza cambia e, con essa, cambia anche la velocità ottima di crociera. Questo capitolo sviluppa in modo sistematico tali effetti, prima in forma generale e poi in forma parametrica per mezzo della formula di Breguet.

6.1 Il triangolo delle velocità

Supponiamo, per semplicità, che la componente di vento V_w sia *orizzontale* e allineata con la rotta, e che si mantenga *costante* lungo tutta la crociera. La velocità rispetto al suolo V_g si ottiene allora dalla velocità vera V (rispetto alla massa d'aria) per semplice somma algebrica:

$$V_g = V \pm V_w, \quad \begin{cases} + \text{ vento a favore (tailwind),} \\ - \text{ vento contrario (headwind).} \end{cases} \quad (6.1)$$

Il vento a favore fa «scivolare» il velivolo sul terreno più rapidamente di quanto esso avanzi nell'aria; il vento contrario, viceversa, lo rallenta rispetto al suolo. È fondamentale tenere presente che il velivolo, dal punto di vista aerodinamico, «non sa» se c'è vento: le forze aerodinamiche dipendono solo dalla velocità rispetto all'aria V . Il vento agisce unicamente sul legame fra tempo e spazio percorso al suolo.

6.2 Perché la durata non cambia e la distanza sì

La distinzione chiave è questa: il combustibile bruciato nell'unità di tempo dipende solo dallo stato aerodinamico e propulsivo del velivolo, cioè da V , non da V_g . Di conseguenza, la relazione fra combustibile e *tempo* è la stessa in aria calma e in presenza di vento: l'autonomia di durata t è del tutto *insensibile* al vento. La distanza al suolo, invece, si ottiene integrando V_g nel tempo, e quindi risente del vento.

Partiamo dalla definizione differenziale della distanza al suolo, $dR^w = V_g dt$. Per il turbogetto, ricordando $dt = -dW/(c_{sj} T_n)$,

$$dR^w = V_g dt = -\frac{V_g}{c_{sj} T_n} dW = -\frac{V \pm V_w}{c_{sj} T_n} dW, \quad (6.2)$$

da cui, integrando fra W_i e W_f e separando i due contributi,

$$R^w = \int_{W_f}^{W_i} \frac{V}{c_{sj} T_n} dW \pm \int_{W_f}^{W_i} \frac{V_w}{c_{sj} T_n} dW. \quad (6.3)$$

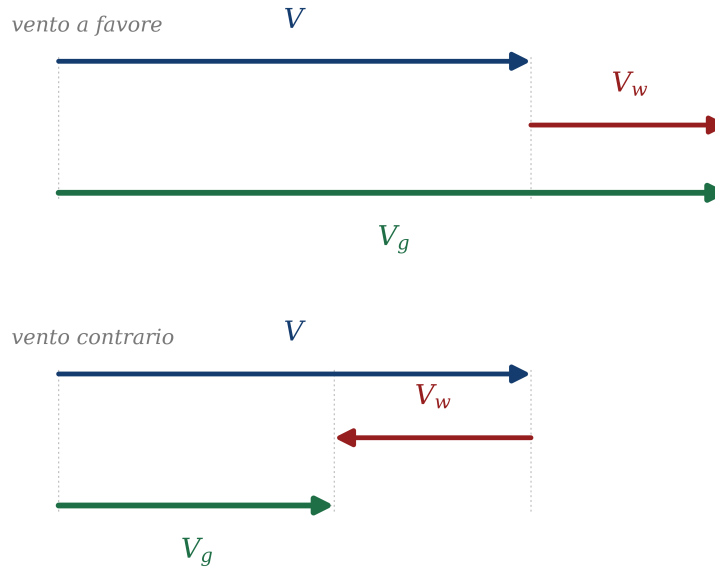


Figura 6.1. Triangolo delle velocità per una rotta allineata al vento. La velocità al suolo V_g è la somma algebrica della velocità vera V e della componente di vento V_w : si somma con vento a favore, si sottrae con vento contrario.

Il primo integrale è esattamente la distanza in aria calma R ; il secondo, poiché $dt = -dW/(c_s T_n)$ e V_w è costante, vale $V_w \int dt = V_w t$. Si ottiene così la relazione generale, valida *identica* anche per la motoelica (basta ripetere il conto con $dt = -\eta_p dW/(c_{sp} \Pi_a)$):

$$R^w = R \pm V_w t, \quad \text{valida per **entrambe** le motorizzazioni,}$$

dove R e t sono la distanza e la durata calcolate in aria calma. La lettura è trasparente: la distanza al suolo è quella in aria calma, aumentata (vento a favore) o diminuita (vento contrario) dello spazio $V_w t$ che la massa d'aria stessa percorre nel tempo di volo.

Nota

La relazione $R^w = R \pm V_w t$ rende evidente perché il vento non tocchi la durata: t compare a secondo membro come dato già fissato, non come incognita da ricalcolare. Fissato il combustibile disponibile, il velivolo resta in aria per lo stesso tempo t con o senza vento; è solo lo spazio coperto al suolo in quel tempo a cambiare.

6.3 Lo spostamento della velocità di massima distanza

Il vento non modifica soltanto il *valore* della distanza, ma anche la velocità alla quale conviene volare per massimizzarla. In aria calma la massima distanza del turbogetto si ottiene, lo ricordiamo, all'assetto di minimo T_n/V , cioè di massimo VE . In presenza di vento la grandezza da ottimizzare non è più riferita alla velocità rispetto all'aria, bensì a quella rispetto al suolo: si cerca il minimo di T_n/V_g .

Graficamente, sul piano (V, T_n) , l'ottimo in aria calma è il punto di tangenza della curva di spinta necessaria con una retta condotta dall'origine. Con vento, l'origine di quella retta si sposta: di una quantità V_w verso

destra con vento contrario (l'asse dei tempi «parte» più avanti perché al suolo si è più lenti), verso sinistra con vento a favore. Lo spostamento del punto di tangenza porta alla conclusione qualitativa fondamentale:

la velocità ottima di crociera aumenta con vento contrario e diminuisce con vento a favore, rispetto alla condizione di aria calma.

La spiegazione intuitiva è semplice: con vento contrario «conviene affrettarsi» per ridurre il tempo durante il quale il vento ci sottrae terreno; con vento a favore conviene rallentare, per lasciare che sia il vento a lavorare il più a lungo possibile.

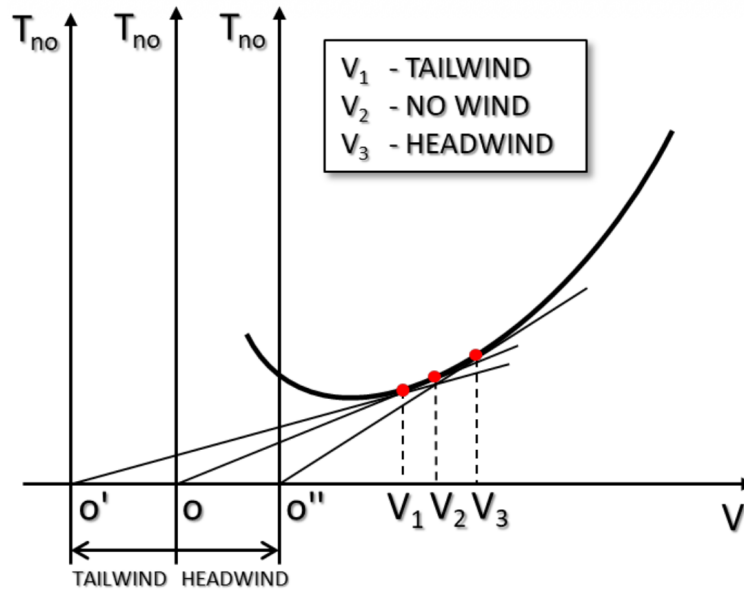


Figura 6.2. Costruzione grafica dello spostamento della velocità di massima distanza sulla curva di spinta necessaria del turbogetto. Con vento contrario (headwind) l'origine della retta di tangenza arretra e il punto di ottimo si sposta a velocità maggiore (V_3); con vento a favore (tailwind) avviene il contrario (V_1). V_2 è l'ottimo in aria calma.

Attenzione

La stessa conclusione vale per la motoelica, ma la costruzione grafica va condotta sulla curva della *potenza necessaria* $\Pi_n(V)$ anziché su quella della spinta, cercando il minimo del rapporto Π_n/V_g . L'esito qualitativo è identico: la velocità ottima di distanza aumenta con vento contrario e diminuisce con vento a favore.

6.4 La formula di Breguet in presenza di vento

La condotta ad assetto e velocità vera costante (climb-cruise) consente di scrivere l'effetto del vento in forma chiusa, a partire dalla formula di Breguet. Per il turbogetto basta sostituire V_g a V nel termine cinematico:

$$R^w = \frac{V_g E}{c_{sj}} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) = \left(1 \pm \frac{V_w}{V} \right) \frac{V E}{c_{sj}} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right), \quad (6.4)$$

e per la motoelica, in modo del tutto analogo,

$$R^w = \frac{\eta_p V_g E}{c_{sp} V} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) = \left(1 \pm \frac{V_w}{V} \right) \frac{\eta_p E}{c_{sp}} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right). \quad (6.5)$$

Il fattore $(1 \pm V_w/V)$ misura, in termini relativi, l'entità dell'effetto del vento: tanto più lenta è la velocità vera V , tanto più pesa il vento sulla distanza.

6.5 L'analisi parametrica

Per rendere l'analisi indipendente dal particolare velivolo conviene adimensionalizzare la velocità rispetto a quella di massima distanza in aria calma. Definiamo perciò il parametro

$$m = \frac{V}{V_{br}} \quad \Rightarrow \quad V = m V_{br}, \quad (6.6)$$

dove V_{br} (*best-range speed*) è la velocità di massima autonomia di distanza in aria calma: essa coincide con la velocità di massimo VE per il turbogetto e con la velocità di massima efficienza per la motoelica. Con questa scelta la velocità al suolo diventa

$$V_g = V \left(1 \pm \frac{V_w}{V} \right) = V_{br} \left(m \pm \frac{V_w}{V_{br}} \right). \quad (6.7)$$

6.5.1 Efficienza in funzione di m

Con la polare parabolica, essendo $C_L \propto 1/V^2$, all'aumentare di m diminuisce il C_L secondo $C_L = C_{L,br}/m^2$. Sostituendo nell'espressione dell'efficienza $E = C_L/C_D$ e ricordando i valori di $C_{L,br}$ per ciascuna motorizzazione, si ottiene, dopo alcuni passaggi algebrici:

$$\text{turbogetto: } E = \frac{2\sqrt{3} m^2}{3m^4 + 1} E_{\max}, \quad (6.8)$$

$$\text{motoelica: } E = \frac{2 m^2}{m^4 + 1} E_{\max}. \quad (6.9)$$

Entrambe le espressioni valgono $E_{\max}$ per il rispettivo m di riferimento e decrescono allontanandosi da esso, come dev'essere: la (6.8) raggiunge $\frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max}$ per $m = 1$ (l'assetto di massima distanza del getto non è quello di massima efficienza), mentre la (6.9) raggiunge $E_{\max}$ per $m = 1$ (per l'elica la massima distanza *coincide* con la massima efficienza).

6.5.2 Le formule parametriche del range con vento

Sostituendo la (6.7) e le (6.8)–(6.9) nelle formule di Breguet con vento si ottengono le due relazioni parametriche che governano l'intero fenomeno:

$$\text{Turbogetto: } R^w = \frac{2\sqrt{3} V_{br} E_{\max}}{c_{sj}} \left(m \pm \frac{V_w}{V_{br}} \right) \left(\frac{m^2}{3m^4 + 1} \right) \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right).$$

$$\text{Motoelica: } R^w = \frac{2 \eta_p E_{\max}}{c_{sp}} \left(m \pm \frac{V_w}{V_{br}} \right) \left(\frac{m}{m^4 + 1} \right) \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right).$$

Note V_{br} ed $E_{\max}$ del velivolo, queste due formule permettono di studiare l'effetto del vento al variare dei due soli parametri adimensionali $m = V/V_{br}$ e V_w/V_{br} . È su di esse che si fondano gli studi parametrici delle figure seguenti.

6.6 Esempi numerici e studio parametrico

6.6.1 Andamento del range con la velocità

Le figure 6.3 e 6.4 riportano l'autonomia di distanza in funzione della velocità vera, per le tre condizioni di vento nullo, contrario e favorevole, per un turbogetto e una motoelica rappresentativi. Le curve mostrano con chiarezza tre fatti: la curva con vento a favore sta sempre sopra quella in aria calma, che a sua volta sta sopra quella con vento contrario; ciascuna curva possiede un massimo (la velocità di massima distanza); e il massimo si sposta verso velocità maggiori con vento contrario, verso velocità minori con vento a favore, come previsto dall'analisi grafica.

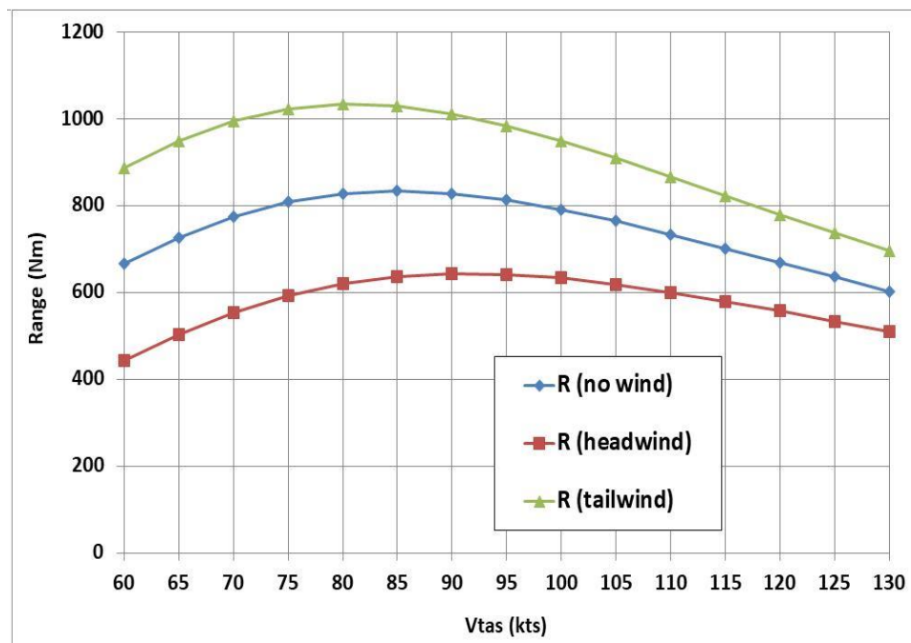


Figura 6.3. Autonomia di distanza del turbogetto in funzione della velocità vera, per vento nullo, contrario e favorevole (valori del vento dell'ordine di quelli tipici alle quote di crociera dei getti). Il massimo di ciascuna curva individua la best-range speed, che cresce con vento contrario.

6.6.2 Le curve adimensionali

Fissando V_{br} ed $E_{\max}$ e facendo variare la frazione di vento V_w/V_{br} , le formule parametriche generano le famiglie di curve delle figure 6.5 e 6.6. Vi si definiscono tre grandezze adimensionali particolarmente comode:

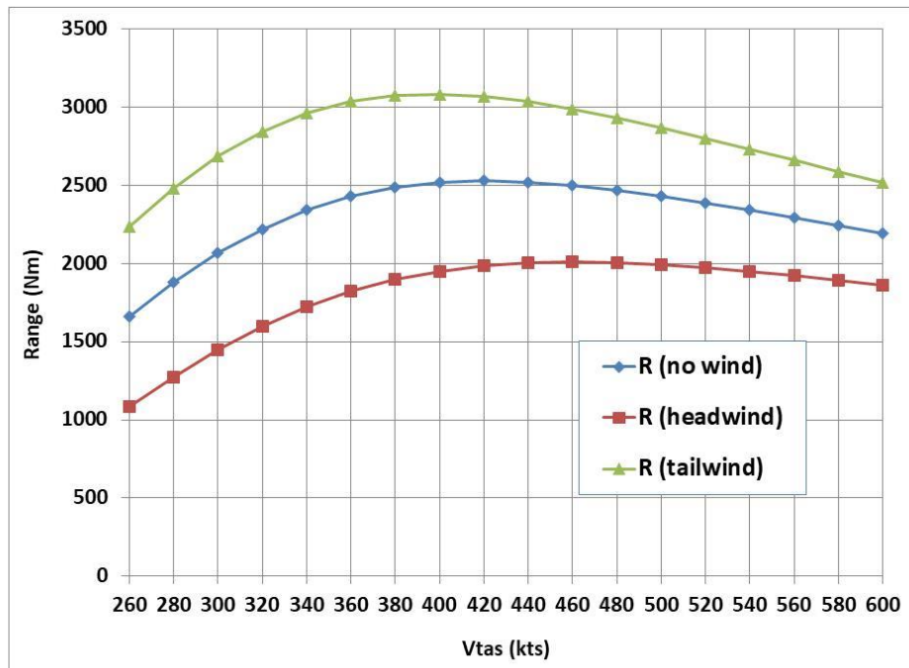


Figura 6.4. Autonomia di distanza della motoelica in funzione della velocità vera, per vento nullo, contrario e favorevole (valori del vento dell'ordine di quelli tipici alle quote operative delle motoeliche). Valgono le stesse osservazioni qualitative del turbogetto.

- il *range relativo* $R^w/R^w|_{V=V_{br}}$, rapporto fra la distanza a una data velocità e quella che si avrebbe volando alla best-range speed di aria calma;
- il *miglior range relativo* $R_{max}^w/R^w|_{V=V_{br}}$, che quantifica il guadagno massimo ottenibile riottimizzando la velocità in presenza di vento;
- la *best-range airspeed relativa* V_{br}^w/V_{br} , cioè di quanto va corretta la velocità ottima rispetto all'aria calma.

6.7 Conclusioni

Raccogliamo i risultati principali del capitolo, che l'allievo dovrebbe saper enunciare e giustificare.

In sintesi

- Il vento **non ha alcun effetto sull'autonomia di durata**, che non dipende dalla velocità rispetto al suolo.
- L'autonomia di distanza **aumenta con vento a favore** e **diminuisce con vento contrario**, secondo la relazione generale $R^w = R \pm V_w t$.
- A distanza da percorrere fissata, ogni aumento (riduzione) di autonomia si traduce in una riduzione (aumento) del combustibile consumato e in un possibile aumento (riduzione) del carico pagante.
- La **velocità ottima di crociera** in presenza di vento è diversa da quella di aria calma: *diminuisce* con vento a favore, *aumenta* con vento contrario.

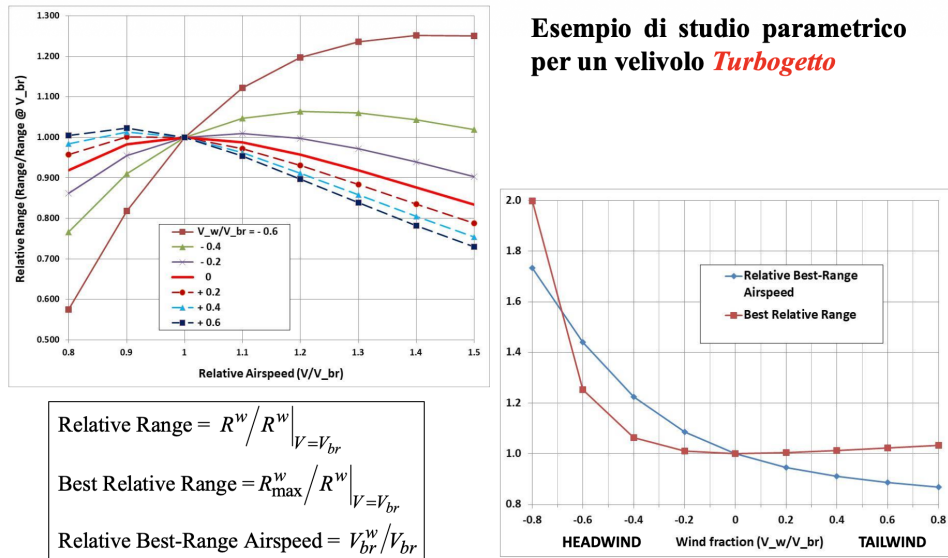


Figura 6.5. Studio parametrico per un turbogetto: range relativo in funzione di V/V_{br} al variare della frazione di vento V_w/V_{br} (curve a sinistra) e andamento della best-range airspeed relativa e del miglior range relativo in funzione della frazione di vento (curve a destra).

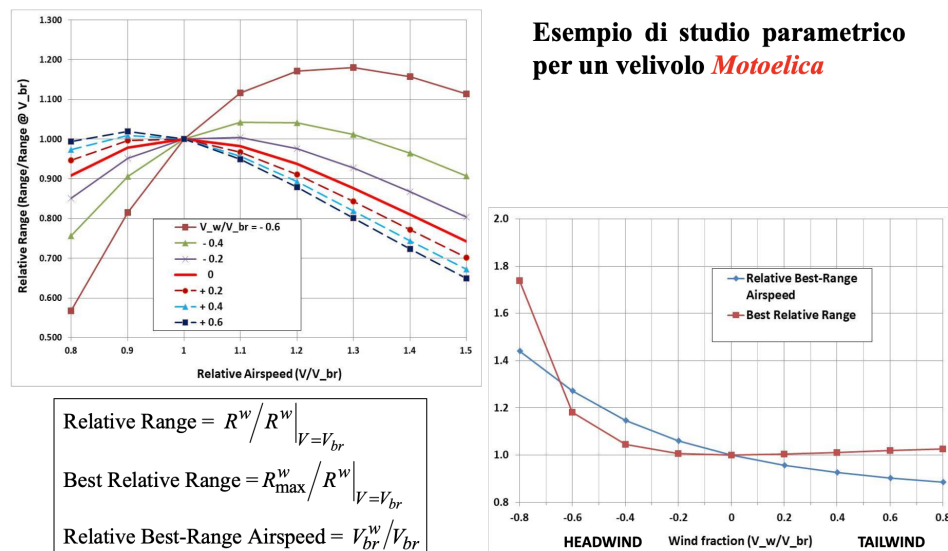


Figura 6.6. Studio parametrico per una motoelica, con le stesse grandezze della figura precedente. I guadagni di distanza riottimizzando la velocità sono lievemente inferiori a quelli del turbogetto, ma qualitativamente analoghi.

- Con vento contrario i **turbogetti** richiedono una correzione della velocità ottima maggiore e ottengono incrementi di distanza più marcati rispetto alle motoeliche; per entrambi, tuttavia, i guadagni ottenuti accelerando sono apprezzabili solo per venti contrari intensi (indicativamente oltre $0,4 V_{br}$).
- Con vento a favore, i guadagni di distanza ottenuti *rallentando* sono modesti per entrambe le motorizzazioni.

Capitolo 7

Pesi di progetto e diagramma carico pagante–autonomia

Le formule di autonomia dei capitoli precedenti stabiliscono *quanto* un velivolo può volare a partire dal rapporto fra il peso iniziale e quello finale, cioè dalla frazione di combustibile. Resta però da chiarire da che cosa sia composto quel peso e quali vincoli lo limitino: è ciò che stabilisce il legame concreto fra l'autonomia e il carico trasportabile. Questo capitolo introduce le definizioni dei pesi di progetto e le sintetizza nel diagramma carico pagante–autonomia, uno degli strumenti più usati nell'analisi delle prestazioni di un velivolo da trasporto.

7.1 I pesi di progetto

Il peso di un velivolo si scompone gerarchicamente in una serie di contributi, ciascuno associato a un peso caratteristico di progetto. Partiamo dalla base, cioè dal velivolo «vuoto», e saliamo aggiungendo di volta in volta un contributo.

Manufacturer's Empty Weight (MEW)

È il peso a vuoto di costruzione: la struttura completa del velivolo con tutte le parti meccaniche mobili (fusoliera, ali, ipersostentatori, carrello, timone, gondole), il sistema propulsivo (APU, motori, impianto motore), gli impianti (elettrico, idraulico, pneumatico, combustibile, strumentazione, navigazione, condizionamento, antighiaccio, arredi fissi), l'equipaggiamento fisso considerato parte integrante del velivolo, la zavorra fissa e i fluidi dei circuiti chiusi. È, in sostanza, il velivolo come esce dalla fabbrica.

Operating Empty Weight (OEW)

È il peso a vuoto *operativo*, ottenuto sommando al MEW gli *Operator's Items*:

$$\text{OEW} = \text{MEW} + \text{Operator's Items}.$$

Gli Operator's Items comprendono i fluidi necessari all'operazione (olio motore, refrigerante, acqua, combustibile inutilizzabile), l'acqua per cambuse e servizi, la documentazione di bordo, i sedili passeggeri e i giubbotti di salvataggio, le strutture e le attrezzature di cambusa, cibi e bevande, l'equipaggio con il proprio bagaglio e gli articoli standard necessari alla piena operatività. È il peso del velivolo pronto al servizio, ma *senza* carico pagante né combustibile di missione.

Ai pesi «a vuoto» si aggiungono ora il carico pagante e il combustibile, e si definiscono i pesi massimi che vincolano l'operazione:

I pesi massimi

- **MZFW** (Maximum Zero Fuel Weight): peso massimo a combustibile nullo, cioè OEW più il massimo carico pagante strutturalmente ammesso. È un limite *strutturale*: oltre il MZFW le sollecitazioni sulla struttura alare, non più alleviate dal peso del combustibile distribuito nelle ali, diventano eccessive.
- **MLW** (Maximum Landing Weight): peso massimo all'atterraggio, imposto dalla resistenza del carrello e della struttura ai carichi di contatto. È generalmente una percentuale del MTOW (tipicamente 85–90% per i velivoli da trasporto).
- **MTOW** (Maximum Take-Off Weight): peso massimo al decollo, il più citato dei pesi di progetto. Vincola la somma di OEW, combustibile e carico pagante all'inizio della corsa di decollo.
- **MRW** (Maximum Ramp Weight): peso massimo al piazzale, leggermente superiore al MTOW perché comprende anche il combustibile che verrà bruciato durante il rullaggio prima del decollo (taxi-out).



Figura 7.1. Scomposizione del peso al decollo nei suoi contributi e corrispondenza con i pesi massimi di progetto. Dal basso: OEW, carico pagante (passengeri, bagaglio, merci), combustibile (riserva, di missione, di rullaggio). Le frecce a destra individuano MZFW, MLW, MTOW e MRW.

7.2 Il diagramma carico pagante–autonomia

Fissato un velivolo, esiste un compromesso ineludibile fra il carico pagante che esso trasporta e la distanza che può coprire: per volare più lontano serve più combustibile, e a MTOW fissato ogni chilogrammo di combustibile in più è un chilogrammo di carico pagante in meno. Il *diagramma carico pagante–autonomia* (payload-range diagram) traccia questo compromesso, riportando in ordinata il carico pagante e in ascissa

l'autonomia di distanza. Il suo contorno superiore, spezzato nei quattro punti A, B, C, D , delimita l'involuppo delle missioni possibili.



Figura 7.2. Diagramma carico pagante-autonomia. Il contorno $A-B-C-D$ delimita l'involuppo operativo. Sono indicati il design range (alla design payload SPP), il ferry range (carico pagante nullo) e i tre vincoli attivi lungo i vari tratti (MZFW, MTOW, massima capacità di combustibile).

Percorriamo il contorno da sinistra a destra, spiegando quale vincolo è attivo in ciascun tratto.

- **Tratto $A-B$** (carico pagante massimo costante). Il carico pagante è al suo massimo strutturale, limitato dal volume disponibile in cabina/stiva o dal MZFW. All'aumentare dell'autonomia si imbarca più combustibile, quindi il peso al decollo cresce, ma resta *inferiore* al MTOW ($TOW_{A-B} < MTOW$). Il punto B è raggiunto quando il peso al decollo tocca il MTOW:

$$MTOW = TOW_B = OEW + \text{combustibile} + \text{carico pagante}_{\max}.$$

- **Tratto $B-C$** (a MTOW costante). Oltre B il velivolo è al MTOW e non può appesantirsi ulteriormente: per imbarcare più combustibile (e volare più lontano) occorre *scaricare* carico pagante nella stessa misura. Il carico pagante decresce dunque linearmente all'aumentare dell'autonomia. In C i serbatoi sono pieni:

$$MTOW = TOW_C = OEW + \text{combustibile}_{\max} + \text{carico pagante}.$$

- **Tratto $C-D$** (a combustibile massimo costante). Raggiunta la massima capacità di combustibile, per estendere ancora l'autonomia si può solo alleggerire il velivolo scaricando altro carico pagante, così che il peso al decollo scenda sotto il MTOW ($TOW_{C-D} < MTOW$). La pendenza del tratto è più ripida di $B-C$. Il punto D corrisponde a carico pagante nullo:

$$TOW_D = OEW + \text{combustibile}_{\max}.$$

Sul diagramma si leggono infine alcune grandezze notevoli:

- il **design range** è l'autonomia in corrispondenza della *design payload*, il carico pagante di progetto; per un velivolo passeggeri esso vale

$$\text{Design Payload (SPP)} = n_{\text{pax}} \times \text{peso standard},$$

con $\text{SPP} = \text{Standard Pax Payload}$ e un peso standard di circa 95–98 kg per passeggero, bagaglio incluso;

- il **ferry range** è la massima autonomia raggiungibile, a carico pagante nullo, corrispondente al punto *D*.

Nota

La forma spezzata del diagramma non è un artificio grafico ma il riflesso del *cambio di vincolo attivo*: struttura (*A–B*), peso al decollo (*B–C*), capacità dei serbatoi (*C–D*). Riconoscere quale vincolo domina un dato tratto è la chiave per leggere correttamente il diagramma.

7.3 Il profilo di missione e le riserve

Le formule di Breguet descrivono la sola fase di crociera. Una missione reale comprende però molte altre fasi, ciascuna con il proprio consumo, e prevede riserve di combustibile obbligatorie. Un profilo di missione tipico di un velivolo da trasporto commerciale si articola nelle fasi di rullaggio di uscita (taxi-out), decollo, salita, crociera (il vero e proprio *design range*), discesa, avvicinamento e atterraggio, rullaggio di ingresso (taxi-in), seguite dalle riserve.



Figura 7.3. Profilo di missione tipico di un velivolo da trasporto commerciale. Alla crociera principale (*design range*) seguono le riserve: una eventuale crociera prolungata (*continued cruise*), la diversione verso l'aeroporto alternato e l'attesa (*holding*). Sono indicati i tempi/combustibili di volo (*flight*), di blocco (*block*) e totale.

Nella contabilità del combustibile si distinguono alcune grandezze fondamentali:

- il **block fuel** (e il corrispondente *block time*) è il combustibile della missione vera e propria, aumentato delle quote forfettarie (*allowances*) per le fasi di taxi-out/decollo e atterraggio/taxi-in;
- le **riserve** coprono gli imprevisti. In alternativa alle riserve di tipo *diversion* (o alternate, per il dirottamento verso un aeroporto alternato) ed *extended cruise* (crociera prolungata), si può definire una riserva di tipo *holding*, espressa in minuti di attesa (tipicamente 30 min), oppure come semplice percentuale del combustibile di missione;
- il **combustibile totale** è la somma del block fuel e delle riserve, ed è ciò che effettivamente si imbarca.

Attenzione

Nelle formule di Breguet il rapporto W_i/W_f va riferito al combustibile *effettivamente bruciato in crociera*, non al combustibile totale imbarcato: le riserve, per definizione, non vengono consumate nella missione nominale. Confondere i due porta a sovrastimare l'autonomia.

7.4 Un esempio applicativo: l'ATR 72

A titolo di riferimento concreto consideriamo un turboelica da trasporto regionale a 68 posti, i cui dati di progetto pubblicati dal costruttore sono un peso a vuoto operativo OEW = 12 850 kg, un MTOW di base pari a 22 000 kg (con opzione a 22 500 kg), e un carico pagante di progetto ottenuto da 68 passeggeri a un peso standard di 95 kg ciascuno, ossia

$$SPP = 68 \times 95 \text{ kg} = 6\,460 \text{ kg}.$$

Esempio

Con questi dati possiamo leggere il diagramma carico pagante–autonomia del velivolo. Il carico pagante massimo (tratto $A-B$) è limitato dal MZFW; la design payload $SPP = 6\,460 \text{ kg}$ individua sul diagramma il design range. Aumentando il MTOW dall'opzione di base (22 000 kg) a quella maggiorata (22 500 kg) si estende il tratto a MTOW costante ($B-C$), spostando verso destra i punti B e C : a parità di carico pagante si guadagna autonomia, perché i 500 kg aggiuntivi possono essere imbarcati come combustibile.

Nota

I valori numerici di questo paragrafo sono dati di specifica del costruttore per un velivolo esistente, riportati a scopo esclusivamente illustrativo. Ogni missione reale va calcolata con i dati certificati del velivolo e le riserve richieste dalla normativa applicabile.

Capitolo 8

Esempi numerici svolti

Chiudiamo la monografia con alcuni esempi svolti, pensati per mostrare come le formule ricavate si traducano in numeri concreti e per fissare gli ordini di grandezza. Tutti i valori numerici che seguono sono *rappresentativi* e servono solo a illustrare il procedimento: non si riferiscono ad alcun velivolo specifico e non vanno usati per calcoli operativi.

Attenzione

I dati di ingresso degli esempi (efficienza, consumi specifici, velocità, frazioni di combustibile) sono valori tipici scelti a scopo didattico. Per un velivolo reale occorre impiegare i dati certificati del costruttore e le riserve prescritte dalla normativa.

8.1 Autonomia di distanza di un turbogetto

Consideriamo un velivolo a getto in crociera ad assetto e velocità vera costanti (condotta di climb-cruise), con i seguenti dati rappresentativi:

$$E = 15, \quad c_{sj} = 0,6/\text{h}, \quad V = 220 \text{ m/s}, \quad \frac{W_i}{W_f} = 1,25.$$

Applichiamo la formula di Breguet per i turbogetti. Conviene anzitutto portare il consumo specifico in unità SI coerenti:

$$c_{sj} = \frac{0,6}{3600 \text{ s}} = 1,667 \times 10^{-4}/\text{s}.$$

Sostituendo,

$$R = \frac{V E}{c_{sj}} \ln \frac{W_i}{W_f} = \frac{220 \text{ m/s} \times 15}{1,667 \times 10^{-4}/\text{s}} \times \ln(1,25).$$

Calcoliamo per passi. Il prodotto $V E = 3300 \text{ m/s}$; il rapporto $V E/c_{sj} = 1,98 \times 10^7 \text{ m}$; il logaritmo $\ln(1,25) = 0,2231$. Quindi

$$R = 1,98 \times 10^7 \text{ m} \times 0,2231 \simeq 4,42 \times 10^6 \text{ m} = 4420 \text{ km} (\simeq 2385 \text{ NM}).$$

L'ordine di grandezza è quello di una tratta intercontinentale corta, coerente con un velivolo di questa classe.

8.2 Autonomia di durata dello stesso velivolo

Con gli stessi dati calcoliamo la durata, applicando la formula di Breguet per la durata dei turbogetti:

$$t = \frac{E}{c_{sj}} \ln \frac{W_i}{W_f} = \frac{15}{1,667 \times 10^{-4}/s} \times 0,2231.$$

Si ha $E/c_{sj} = 9,0 \times 10^4$ s, dunque

$$t = 9,0 \times 10^4 \text{ s} \times 0,2231 \simeq 2,01 \times 10^4 \text{ s} \simeq 5,6 \text{ h (5 h 35 min circa)}.$$

Nota

Si osservi la coerenza interna dei due risultati. Per il turbogetto, a velocità costante, deve valere $R = V t$. In effetti $V t = 220 \text{ m/s} \times 2,01 \times 10^4 \text{ s} = 4,42 \times 10^6 \text{ m}$, in accordo con la distanza calcolata. Distanza e durata non sono grandezze indipendenti: fissata la velocità, l'una determina l'altra.

8.3 Effetto del vento sulla stessa missione

Supponiamo ora che lungo la rotta soffi un vento orizzontale costante di intensità $V_w = 30 \text{ m/s}$ (circa 58 kt), da valutare sia come vento a favore sia come vento contrario. Usiamo la relazione generale $R^w = R \pm V_w t$, che richiede la sola durata già calcolata. Lo spazio percorso dalla massa d'aria nel tempo di volo è

$$V_w t = 30 \text{ m/s} \times 2,01 \times 10^4 \text{ s} = 6,03 \times 10^5 \text{ m} = 603 \text{ km}.$$

Pertanto:

$$\begin{aligned} \text{vento a favore (tailwind):} \quad R^w &= R + V_w t = 4\,420 \text{ km} + 603 \text{ km} = 5\,023 \text{ km} \quad (+13,6\%); \\ \text{vento contrario (headwind):} \quad R^w &= R - V_w t = 4\,420 \text{ km} - 603 \text{ km} = 3\,817 \text{ km} \quad (-13,6\%). \end{aligned}$$

Come atteso, la durata resta 5,6 h in tutti e tre i casi: il vento sposta solo la distanza al suolo, non il tempo di permanenza in volo. L'effetto è tutt'altro che trascurabile: un vento di poco più di mezzo centinaio di nodi modifica la tratta di oltre un 13%.

8.4 Autonomia di distanza di una motoelica

Passiamo a un velivolo leggero a elica, con i seguenti dati rappresentativi:

$$\eta_p = 0,80, \quad E = 12, \quad c_{sp} = 0,5 \text{ lb/(hp h)} \text{ (BSFC tipico)}, \quad \frac{W_i}{W_f} = 1,15.$$

Nella formula di Breguet per le eliche il consumo specifico deve comparire in unità coerenti, cioè come rapporto fra peso di combustibile ed energia (dimensionalmente l'inverso di una lunghezza). Convertiamo:

$$c_{sp} = 0,5 \text{ lb/(hp h)} = \frac{0,5 \times 4,448 \text{ N}}{745,7 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s}} = 8,28 \times 10^{-7} / \text{m}.$$

Applichiamo ora la formula di Breguet per le motoeliche:

$$R = \frac{\eta_p E}{c_{sp}} \ln \frac{W_i}{W_f} = \frac{0,80 \times 12}{8,28 \times 10^{-7} / \text{m}} \times \ln(1,15).$$

Con $\eta_p E = 9,6$, $\eta_p E / c_{sp} = 1,16 \times 10^7 \text{ m}$ e $\ln(1,15) = 0,1398$:

$$R = 1,16 \times 10^7 \text{ m} \times 0,1398 \simeq 1,62 \times 10^6 \text{ m} = 1\,620 \text{ km} (\simeq 875 \text{ NM}).$$

Si noti che, coerentemente con quanto visto nel Capitolo 4, questa distanza *non* ha richiesto né la velocità né la quota di volo: per la motoelica la distanza dipende solo da η_p , E , c_{sp} e dalla frazione di combustibile.

8.5 Autonomia di durata della motoelica

Per la durata, invece, la velocità entra in gioco. Assumiamo una velocità di crociera rappresentativa $V = 60 \text{ m/s}$ (circa 117 kt) e applichiamo la formula di durata delle eliche, che si ottiene dividendo il range per la velocità:

$$t = \frac{\eta_p E}{c_{sp} V} \ln \frac{W_i}{W_f} = \frac{R}{V} = \frac{1,62 \times 10^6 \text{ m}}{60 \text{ m/s}}.$$

$$t \simeq 2,70 \times 10^4 \text{ s} \simeq 7,5 \text{ h}.$$

Questa volta la dipendenza dalla velocità è esplicita: volando più lenti (a parità di combustibile e di assetto) la durata aumenterebbe, mentre la distanza resterebbe invariata — il comportamento opposto a quello del turbogetto, come ampiamente discusso nel confronto del Capitolo 5.

In sintesi

Gli esempi confermano numericamente i risultati qualitativi della teoria:

- per il turbogetto distanza e durata sono legate da $R = V t$, e il vento modifica la distanza ($R^w = R \pm V_w t$) lasciando immutata la durata;
- per la motoelica la distanza è indipendente da velocità e quota, mentre la durata vi dipende esplicitamente.

Il lettore è invitato a rifare i calcoli variando i dati di ingresso, per acquisire sensibilità sugli ordini di grandezza e verificare le dipendenze funzionali previste dalle formule di Breguet.