

Esame di Stato – Sessione Straordinaria 2025

Prima Parte: Volo librato e dimensionamento longherone

Aereo da addestramento leggero – Aliante a monolongherone, profilo NACA 2312

Soluzione completa con ipotesi motivate

Pag. 1/2



Sessione straordinaria 2025
Seconda prova scritta



Ministero dell'istruzione e del merito

A061 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

Indirizzo: ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Disciplina: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI DEL MEZZO AEREO

Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due soli quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

Un aereo da addestramento leggero ha le seguenti caratteristiche:

- Peso complessivo: 5,2 kN
- Superficie alare: 12,5 m²
- Apertura alare: 9,8 m
- Coefficiente di resistenza di profilo: 0,016
- Coefficiente di portanza massimo: 1,42

Calcolare, in condizioni standard di atmosfera (ISA) a quota 2000 m e in assenza di vento:

- La velocità di planata a E_{max}
- Il tempo massimo di volo in planata e la distanza orizzontale percorribile

Supponendo ora che il velivolo voli in aria ascensionale ($w = +0,6$ m/s) e con vento frontale ($u = 5$ m/s), determinare:

- La nuova distanza massima percorribile
- Il nuovo tempo di permanenza in volo

Infine, dimensionare un longherone principale della semiala (ipotizzare un profilo a sezione rettangolare cava in lega leggera), assumendo:

- Portanza massima durante una manovra pari a 6 volte il peso
- Tensione di snervamento del materiale: 300 MPa
- Fattore di sicurezza: 1,8

Motivare eventuali ipotesi semplificative adottate.

Dati del problema

Peso complessivo	$W = 5200$ N	Superficie alare	$S = 12,5$ m ²
Apertura alare	$b = 9,8$ m	Coeff. resist. profilo	$C_{D0} = 0,016$
Coeff. portanza max	$C_{L,max} = 1,42$	Quota	$h = 2000$ m (ISA)
Aria ascensionale	$w = +0,6$ m/s	Vento frontale	$u = 5$ m/s
Fattore di carico	$n = 6$	Tensione snervamento	$\sigma_s = 300$ MPa
Fattore di sicurezza	$FS = 1,8$		

Ipotesi adottate

- **Aliante:** il velivolo non dispone di spinta propulsiva; la planata è il regime di volo stazionario discendente.
- **Fattore di Oswald:** $e = 0,9$ (valore tipico per ala non ellittica).
- **Polare parabolica:** $C_D = C_{D0} + k C_L^2$, valida in campo lineare.
- **Angolo di plané β :** si usa la formula esatta $V = \sqrt{2W \cos \beta / (\rho S C_L)}$; per β piccolo $\cos \beta \approx 1$ e la differenza è inferiore allo 0,2%.
- **Assetti di volo:** sono distinti l'assetto di *massima distanza* (E_{\max} , angolo di plané minimo) e l'assetto di *massima autonomia* ($(E\sqrt{C_L})_{\max}$, velocità variometrica minima).
- **Ala rettangolare:** $\lambda = 1$ (corda uniforme), $c = S/b$.
- **Profilo NACA 2312:** spessore relativo $(t/c) = 12\%$.
- **Peso strutturale dell'ala:** stimato con la formula di Gabrielli e sottratto come carico inerziale (alleviante) nella forza netta sulla semiala. Il calcolo è a robustezza: anche il peso strutturale è moltiplicato per n .

1 Parte aerodinamica – volo librato

FASE 0 – Atmosfera ISA a 2000 m

$$T_{2000} = T_0 - \Lambda h = 288,15 - 6,5 \times 10^{-3} \times 2000 = 275,15 \text{ K} \quad (1)$$

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R\Lambda} - 1} = 1,225 \times \left(\frac{275,15}{288,15} \right)^{4,256} = 1,006 \text{ kg/m}^3 \approx 1 \text{ kg/m}^3 \quad (2)$$

FASE 1 – Polare parabolica e assetti notevoli**Allungamento alare ed indice di Prandtl:**

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{9,8^2}{12,5} = 7,68 \quad k = \frac{1}{\pi AR e} = \frac{1}{\pi \times 7,68 \times 0,9} = 0,04603 \quad (3)$$

Polare del velivolo:

$$C_D = 0,016 + 0,04603 C_L^2 \quad (4)$$

Richiamo teorico

Esistono **due assetti fondamentali** del volo librato, ciascuno ottimale per uno scopo diverso.

	Assetto di E_{\max}	Assetto di $(E\sqrt{C_L})_{\max}$
Condizione	$k C_L^2 = C_{D0}$	$3k C_L^2 = C_{D0}$
C_L	$\sqrt{C_{D0}/k}$	$\sqrt{3 C_{D0}/k} = \sqrt{3} C_{L,E}$
C_D	$2 C_{D0}$	$4 C_{D0}$
Ottimizza	Distanza percorsa	Tempo in volo (autonomia)

Fisicamente: la distanza è massima quando la resistenza aerodinamica è minima rispetto alla portanza (minimo angolo di plané). La durata è massima quando la potenza dissipata per vincere la resistenza è minima, ovvero quando la velocità variometrica $V_z = W V / (L/D) = W / (E \sqrt{C_L}) \cdot \sqrt{2W / (\rho S)}$ è minima.

Assetto di E_{\max} (massima distanza):

$$C_{L,E} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{0,016}{0,04603}} = 0,590$$

$$C_{D,\min} = 2 C_{D0} = 0,032 \quad (5)$$

$$E_{\max} = \frac{0,590}{0,032} = 18,42$$

Assetto di $(E\sqrt{C_L})_{\max}$ (massima autonomia):

$$C_{L,iq} = \sqrt{3} C_{L,E} = \sqrt{3} \times 0,590 = 1,021 \quad (6)$$

$$C_{D,iq} = 4 C_{D0} = 0,064 \quad E_{iq} = \frac{1,021}{0,064} = 15,95 \quad (7)$$

$$(E\sqrt{C_L})_{\max} = E_{iq} \times \sqrt{C_{L,iq}} = 15,95 \times \sqrt{1,021} = \mathbf{16,11} \quad (8)$$

DOMANDA 1 – Velocità di planata a E_{\max} **Richiamo teorico**

In volo librato stazionario l'equilibrio lungo la traiettoria dà $D = W \sin \beta$; perpendicolarmente $L = W \cos \beta$. La velocità *lungo la traiettoria* è pertanto:

$$V = \sqrt{\frac{2W \cos \beta}{\rho S C_L}} \quad \text{con} \quad \tan \beta = \frac{1}{E} \quad (9)$$

Angolo di plané minimo (associato a E_{\max}):

$$\beta_{\min} = \arctan\left(\frac{1}{E_{\max}}\right) = \arctan\left(\frac{1}{18,42}\right) = 3,1^\circ \quad (10)$$

Velocità a E_{\max} :

$$V_{E_{\max}} = \sqrt{\frac{2W \cos(3,1^\circ)}{\rho S C_{L,E}}} = \sqrt{\frac{2 \times 5200 \times 0,9985}{1,006 \times 12,5 \times 0,590}} = \sqrt{\frac{10384}{7,41}} \quad (11)$$

$$\boxed{V_{E_{\max}} = 37,5 \text{ m/s} \approx 135 \text{ km/h}} \quad (12)$$

Nota: con l'approssimazione $\cos \beta \approx 1$ si ottiene 37,6 m/s: differenza dello 0,3%, trascurabile ai fini pratici.

DOMANDA 2 – Massima distanza orizzontale e massimo tempo di volo

2a) Massima distanza – assetto di E_{\max}

La distanza orizzontale percorsa perdendo quota h è:

$$E = \frac{S_{\text{oriz}}}{\Delta z} \Rightarrow \boxed{S_{\text{oriz,max}} = E_{\max} \times h = 18,42 \times 2000 = 36.840 \text{ m} \approx 36,8 \text{ km}} \quad (13)$$

2b) Massimo tempo di volo – assetto di $(E\sqrt{C_L})_{\max}$

Attenzione

Il *massimo tempo di volo* **non** corrisponde all'assetto di E_{\max} , bensì a quello che *minimizza la velocità variometrica V_z* . La condizione è diversa dalla massima efficienza.

La velocità variometrica (rateo di discesa) vale:

$$V_z = \frac{WV}{L/D} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \cdot \frac{1}{E\sqrt{C_L}} \quad (14)$$

che è minima quando $(E\sqrt{C_L})_{\max} = 16,11$.

$$V_{z,\min} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \cdot \frac{1}{(E\sqrt{C_L})_{\max}} = \sqrt{\frac{2 \times 5200}{1,006 \times 12,5}} \times \frac{1}{16,11} = \frac{28,72}{16,11} = 1,78 \text{ m/s} \quad (15)$$

$$\boxed{t_{\max} = \frac{h}{V_{z,\min}} = \frac{2000}{1,78} = 1124 \text{ s} \approx 18,7 \text{ min}} \quad (16)$$

DOMANDA 3 – Planata con aria ascensionale e vento frontale

In presenza di **vento frontale** u e **aria ascensionale** w , le componenti di velocità al suolo si modificano algebricamente. Il vento si somma (segno opposto) alle componenti del vettore velocità di volo.

Componente orizzontale al suolo (il vento frontale contraria il moto):

$$V'_o = V_o - u = V_{E_{\max}} \cos \beta_{\min} - u = 37,5 \times \cos(3,1^\circ) - 5 = 37,4 - 5 = 32,5 \text{ m/s} \quad (17)$$

Rateo di discesa netto (l'aria ascensionale riduce la perdita di quota):

$$V'_z = V_z - w = V_{E_{\max}} \sin \beta_{\min} - w = 37,5 \times \sin(3,1^\circ) - 0,6 = 2,03 - 0,6 = 1,4 \text{ m/s} \quad (18)$$

Nuovo angolo di plané effettivo al suolo:

$$\tan \beta' = \frac{V'_z}{V'_o} = \frac{1,4}{32,5} = 0,0431 \quad \Rightarrow \quad E' = \frac{1}{\tan \beta'} = \frac{32,5}{1,4} = \mathbf{23,2} \quad (19)$$

Nuova distanza massima percorribile:

$$S'_{\text{oriz}} = E' \times h = 23,2 \times 2000 = 46.400 \text{ m} \approx 46,4 \text{ km} \quad (+26\%) \quad (20)$$

Fisicamente: l'angolo di plané diminuisce perché la componente verticale netta si riduce (meno quota persa per metro percorso); la corrente ascensionale “sorregge” parzialmente il velivolo.

DOMANDA 4 – Nuovo tempo massimo di permanenza in volo

Richiamo teorico

Per il *tempo massimo in presenza di vento*, l'assetto ottimale è ancora quello di $(E\sqrt{C_L})_{\max}$, ma ora la velocità variometrica netta al suolo si riduce per effetto della componente verticale w della corrente ascensionale.

Il rateo di discesa all'assetto di indice di quota massimo, senza vento, vale:

$$V_{z,\min} = 1,78 \text{ m/s} \quad (\text{calcolato nella Domanda 2b}) \quad (21)$$

Con la componente verticale ascensionale $w = 0,6 \text{ m/s}$:

$$V'_{z,\min} = V_{z,\min} - w = 1,78 - 0,60 = 1,18 \text{ m/s} \quad (22)$$

$$t'_{\max} = \frac{h}{V'_{z,\min}} = \frac{2000}{1,18} = 1695 \text{ s} \approx 28,2 \text{ min} \quad (+51\%) \quad (23)$$

Grandezza	Assetto	Senza vento	Con vento	$\Delta\%$
Distanza S	E_{\max}	36,8 km	46,4 km	+26%
Tempo t	$(E\sqrt{C_L})_{\max}$	18,7 min	28,2 min	+51%

2 Dimensionamento del longherone principale

Il calcolo segue il **metodo della forza concentrata** su modello di *semiguscio ideale*: solette resistenti a flessione (sforzo normale), anima resistente a taglio. Il calcolo è a **robustezza**: i carichi includono già n ; il fattore FS riduce le tensioni ammissibili.

FASE B – Geometria dell'ala

Ala rettangolare ($\lambda = 1$):

$$c = \frac{S}{b} = \frac{12,5}{9,8} = 1,275 \text{ m} = 1275 \text{ mm} \quad (24)$$

Sezione di analisi: **radice** ($y = 0$), dove T e M_f sono massimi.

$$S_a = S_{\text{semi}} = \frac{S}{2} = 6,25 \text{ m}^2 \quad (25)$$

FASE C – Forze sulla semiala

C.1 — Portanza sulla semiala in manovra:

$$L_{\text{semi}} = \frac{n \cdot W}{2} = \frac{6 \times 5200}{2} = 15.600 \text{ N} \quad (26)$$

C.2 — Peso strutturale dell'ala (formula di Gabrielli):

$$Q_{\text{ala}} = \frac{1,94 \cdot AR \cdot n \cdot Q \cdot b}{15000} + 6S \quad [kgf] \quad (27)$$

con $Q = W/g = 5200/9,81 = 530 \text{ kg}$:

$$Q_{\text{ala}} = \frac{1,94 \times 7,68 \times 6 \times 530 \times 9,8}{15000} + 6 \times 12,5 = 31,0 + 75,0 = 106 \text{ kgf} \quad (28)$$

$$W_{\text{ala}} = 106 \times 9,81 = 1040 \text{ N} \quad (\approx 20\% W) \quad (29)$$

Attenzione

Il 20% è al limite superiore per un addestratore leggero con $n = 6$ (i dati statistici indicano $8 \div 15\%$). Gabrielli tende a sovrastimare per velivoli di piccole dimensioni; tuttavia il valore ricavato è conservativo nel senso favorevole: un peso alare maggiore *aumenta* l'alleviamento inerziale e *riduce* F_a , producendo una struttura se mai sottostimata. Nell'ottica del calcolo a robustezza si procede con il valore calcolato, fermo restando che in sede di progetto esecutivo si verificherebbe con il peso reale.

C.3 — Forza netta sulla semiala (portanza meno carico inerziale di peso — calcolo a robustezza: anche il peso è moltiplicato per n):

$$F_a = L_{\text{semi}} - n \cdot W_{a,\text{semi}} = 15600 - 6 \times \frac{1040}{2} = 15600 - 3120 = \boxed{12.481 \text{ N}} \quad (30)$$

FASE D – Baricentro e sollecitazioni alla radice

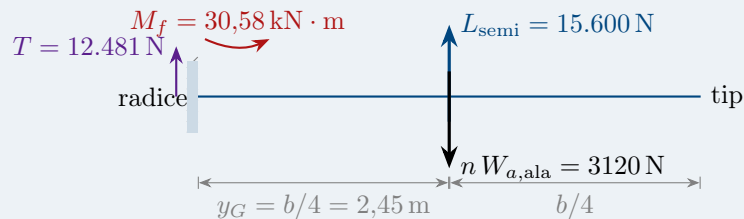
Per ala rettangolare il baricentro della semiala è a metà della semiapertura:

$$y_G = \frac{b/2}{2} = \frac{b}{4} = \frac{9,8}{4} = 2,45 \text{ m} \quad (31)$$

Schema a trave incastrata alla radice, forza F_a applicata in y_G :

$$T = F_a = 12.481 \text{ N} \quad (32)$$

$$M_f = T \cdot y_G = 12481 \times 2,45 = 30.578 \text{ N} \cdot \text{m} = 30,58 \times 10^6 \text{ N mm} \quad (33)$$

**FASE E.1 – Dimensionamento delle solette (flessione)**

Altezza del profilo alla radice (NACA 2312, $(t/c) = 12\%$):

$$h_{\max} = c \times 0,12 = 1276 \times 0,12 = 153 \text{ mm} \quad (34)$$

Geometria della soletta: altezza $a = 10 \text{ mm}$ (ipotesi).

Distanza tra i baricentri delle due solette:

$$h_1 = h_{\max} - a = 153 - 10 = 143 \text{ mm} \quad (35)$$

Attenzione

La formula $h_1 = h_{\max} - a$ segue dall'osservazione che i baricentri delle solette distano $a/2$ dalle superfici interne del profilo, quindi $h_1 = h_{\max} - 2 \times (a/2) = h_{\max} - a$.

Tensione ammissibile:

$$\sigma_{\text{amm}} = \frac{\sigma_s}{FS} = \frac{300}{1,8} = 166,7 \text{ MPa} \quad (36)$$

Forza assiale sulla singola soletta (coppia di forze \Leftrightarrow momento flettente):

$$M_f = F_{\text{sol}} \times h_1 \quad \Rightarrow \quad F_{\text{sol}} = \frac{M_f}{h_1} = \frac{30,58 \times 10^6}{143} = 213.846 \text{ N} \quad (37)$$

Area necessaria:

$$A_{\text{sol}} = \frac{F_{\text{sol}}}{\sigma_{\text{amm}}} = \frac{213846}{166,7} = 1283 \text{ mm}^2 \quad (38)$$

Larghezza della soletta (con $a = 10 \text{ mm}$):

$$u = \frac{A_{\text{sol}}}{a} = \frac{1283}{10} = 128,3 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = 129 \text{ mm}} \quad (39)$$

FASE E.2 – Dimensionamento dell'anima (taglio)

Tensione tangenziale ammissibile (criterio di Tresca/Von Mises, coefficiente 0,58):

$$\tau_{\text{amm}} = 0,58 \sigma_{\text{amm}} = 0,58 \times 166,7 = 96,7 \text{ MPa} \quad (40)$$

Altezza utile dell'anima:

$$h_a = h_1 - a = 143 - 10 = 133 \text{ mm} \quad (41)$$

Area necessaria dell'anima (sezione rettangolare: $\tau_{\text{max}} = \frac{3}{2} T/A$):

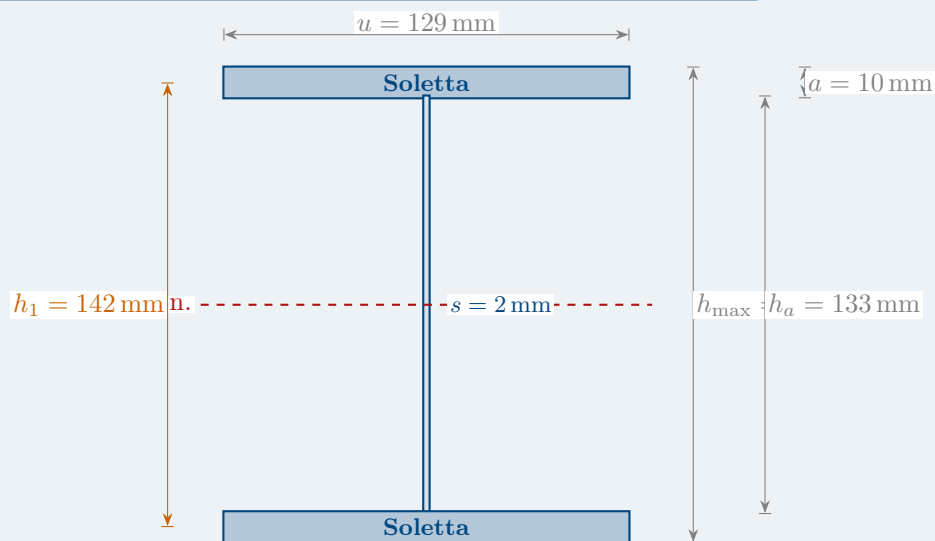
$$\tau_{\text{amm}} = \frac{3}{2} \frac{T}{A_{\text{anima}}} \Rightarrow A_{\text{anima}} = \frac{3}{2} \frac{T}{\tau_{\text{amm}}} = \frac{3}{2} \frac{12481}{96,7} = 194 \text{ mm}^2 \quad (42)$$

Spessore dell'anima:

$$s = \frac{A_{\text{anima}}}{h_a} = \frac{194}{133} = 1,46 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{s = 2 \text{ mm} \text{ (minimo commerciale)}} \quad (43)$$

Come tipicamente accade nei velivoli leggeri, il taglio porterebbe a $s < 2 \text{ mm}$: il dimensionamento è governato dal **minimo commerciale** della lamiera, non dalla resistenza.

Schema della sezione adottata – Longherone a doppio T



Risultati finali

Riepilogo completo

Parte aerodinamica

Grandezza	Simbolo	Valore	Note
Densità ISA 2000 m	ρ	1,006 kg/m ³	$\approx 1 \text{ kg/m}^3$
Allungamento alare	AR	7,68	
C_L a E_{\max}	$C_{L,E}$	0,590	
Efficienza massima	E_{\max}	18,42	
Angolo di plané min	β_{\min}	3,1°	
Velocità a E_{\max}	$V_{E_{\max}}$	37,5 m/s	135 km/h
$(E\sqrt{C_L})_{\max}$	–	16,11	assetto autonomia
Velocità variom. min	$V_{z,\min}$	1,78 m/s	
Senza vento: distanza	S	36,8 km	assetto E_{\max}
Senza vento: autonomia	t	18,7 min	assetto iq max
Con vento: dist. nuova	S'	46,4 km	$E' = 23,2$
Con vento: autonomia	t'	28,2 min	$V'_{z,\min} = 1,18 \text{ m/s}$

Dimensionamento longherone (sezione alla radice)

Grandezza	Simbolo	Valore	Note
Forza sulla semiala	F_a	12.481 N (15.600 N)	peso ala trascurato con sollevio Gabrielli
Taglio alla radice	T	12.481 N	
Momento flettente	M_f	30,58 kN · m	
Corda (ala rettangolare)	c	1275 mm	
Altezza profilo	h_{\max}	152 mm	$(t/c) = 12\%$
Altezza soletta	a	10 mm	ipotesi
Dist. baricentri sol.	h_1	143 mm	
Altezza anima	h_a	133 mm	
σ_{amm}	–	166,7 MPa	$= 300/1,8$
Sezione soletta	$a \times u$	10 mm × 129 mm	
τ_{amm}	–	96,7 MPa	$= 0,58 \sigma_{\text{amm}}$
Spessore anima	s	2 mm	min commerciale

Longherone a doppio T: solette 129 mm × 10 mm, anima 133 mm × 2 mm