

# Ruotino Anteriore del Carrello d'Atterraggio

Analisi strutturale per componenti geometriche

Prof. Ing. Raucci Biagio · Esercitazione svolta

*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

**Indirizzo:** ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA  
 ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO  
 OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

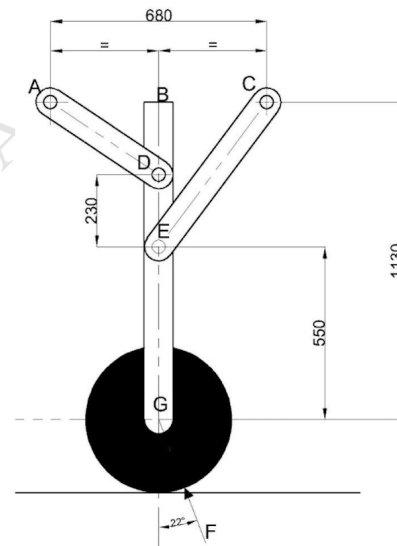
**Tema di:** STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI DEL MEZZO AEREO

*Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte.*

## PRIMA PARTE

Un aeromobile esegue un decollo su una pista di cemento posta a 1000 m sul livello del mare. Determinare lo spazio percorso se l'aeromobile ha le seguenti caratteristiche:

- Carico alare  $34,5 \text{ kg/m}^2$
- Allungamento alare 6,98
- Superficie alare  $13 \text{ m}^2$
- Coefficiente di resistenza di profilo 0,030
- Coefficiente di portanza max con flap estesi 1,9
- Incremento di resistenza di profilo per effetto della deflessione dei flap in decollo 0,035
- Trazione massima disponibile 1 kN



Inoltre ipotizzando che il ruotino anteriore del carrello dell'aeromobile sia rappresentato nel disegno in figura, nel quale tutti i vincoli sono cerniere tranne nel punto B, dove vi è un appoggio di tipo scorrevole in direzione verticale parallelo all'asse della trave, si determinino le forze agenti sulle aste e la reazione vincolare in B nel caso in cui l'intera struttura sia sollecitata con carico F di  $13,2 \text{ kN}$  inclinato di  $22^\circ$  nel punto G.

Infine, il candidato, sulla base dei calcoli effettuati, proceda al dimensionamento delle aste AD e CE dopo avere opportunamente scelto il materiale e assunto, con ragionevoli ipotesi, gli altri dati eventualmente mancanti.

## Dati del problema

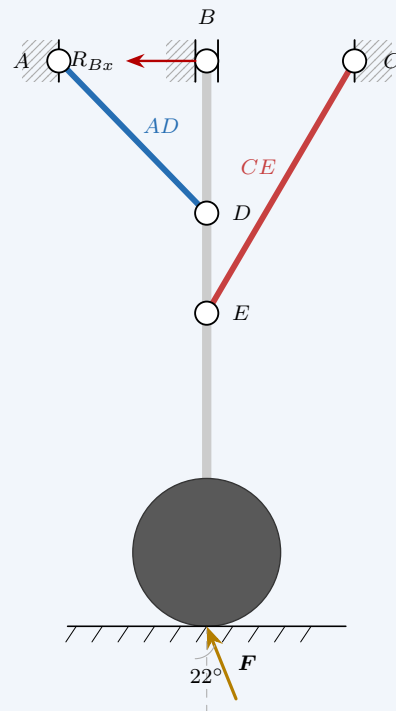
**Carico esterno:**  $F = 13,2 \text{ kN}$ , inclinato di  $\alpha = 22^\circ$  rispetto alla verticale, con componente orizzontale diretta verso **sinistra** (verso A). Il carico è applicato in G (centro ruota).

**Geometria** (quote in mm):

Distanza	BG	EG	DE	DG	AB = BC
Valore (mm)	1130	550	230	780	340

**Vincoli:** cerniere in A e C; appoggio scorrevole verticale in B (reazione  $R_{Bx}$  solo orizzontale).

## Passo 1 — Schema strutturale



Il sistema ha tre elementi:

1. **Montante  $BG$** : trave rigida verticale;
2. **Asta  $AD$** : asta a due forze (cerniere in  $A$  e in  $D$ , nessun carico intermedio);
3. **Asta  $CE$** : asta a due forze (cerniere in  $C$  e in  $E$ , nessun carico intermedio).

## Asta a due forze

Un'asta cernierata ai soli estremi, senza carichi lungo il fusto, lavora esclusivamente per **sforzo assiale**: la forza trasmessa è diretta lungo l'asse dell'asta. L'unica incognita è quindi la sua **intensità  $F$**  (positiva se compressione, negativa se trazione).

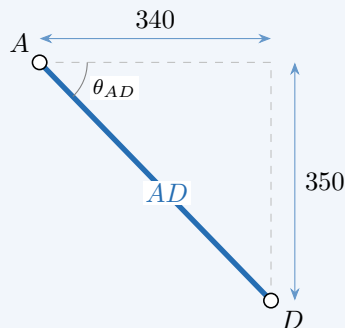
Il montante è isolato come corpo libero e su di esso agiscono:

- il carico  $F$  in  $G$ ;
- la forza (assiale) dell'asta  $AD$  in  $D$ ;
- la forza (assiale) dell'asta  $CE$  in  $E$ ;
- la reazione  $R_{Bx}$  in  $B$ .

### Passo 2 — Geometria delle aste: lunghezze e angoli

Dalla figura si leggono direttamente le **proiezioni** di ciascuna asta sugli assi orizzontale e verticale.

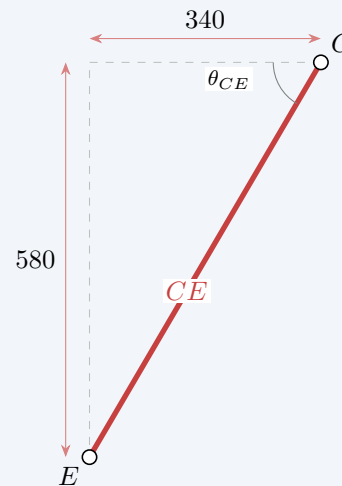
**Asta AD**



$$|AD| = \sqrt{340^2 + 350^2} = 487,9 \text{ mm}$$

$$\theta_{AD} = \arctan\left(\frac{350}{340}\right) = 45,8^\circ$$

**Asta CE**



$$|CE| = \sqrt{340^2 + 580^2} = 672,3 \text{ mm}$$

$$\theta_{CE} = \arctan\left(\frac{580}{340}\right) = 59,6^\circ$$

Da  $|AD|$  e  $\theta_{AD}$  si ricavano i **fattori di proiezione** (rapporto tra la proiezione e la lunghezza totale):

Asta	Lunghezza	Angolo	Proiezione orizz. / lungh.	Proiezione vert. / lungh.
AD	487,9 mm	45,8°	$\frac{340}{487,9} = 0,697$	$\frac{350}{487,9} = 0,717$
CE	672,3 mm	59,6°	$\frac{340}{672,3} = 0,506$	$\frac{580}{672,3} = 0,863$

#### Come si usano questi fattori

Se l'asta  $AD$  trasmette una forza assiale  $F_{AD}$  (positiva per **compressione**), le sue componenti sul montante in  $D$  sono:

$$\text{comp. orizzontale} = F_{AD} \times 0,697 \quad \text{comp. verticale} = F_{AD} \times 0,717$$

I fattori 0,697 e 0,717 sostituiscono interamente il formalismo dei versori: sono semplicemente i *coseni direttori* dell'asta, calcolati con il teorema di Pitagora.

**Passo 3 — Decomposizione del carico  $F$  in  $G$** 

$$F_H = F \sin 22^\circ = 13,2 \times 0,3746 = 4,944 \text{ kN} \quad (\text{orizzontale, verso } \mathbf{sinistra})$$

$$F_V = F \cos 22^\circ = 13,2 \times 0,9272 = 12,239 \text{ kN} \quad (\text{verticale, verso } \mathbf{l'alto})$$

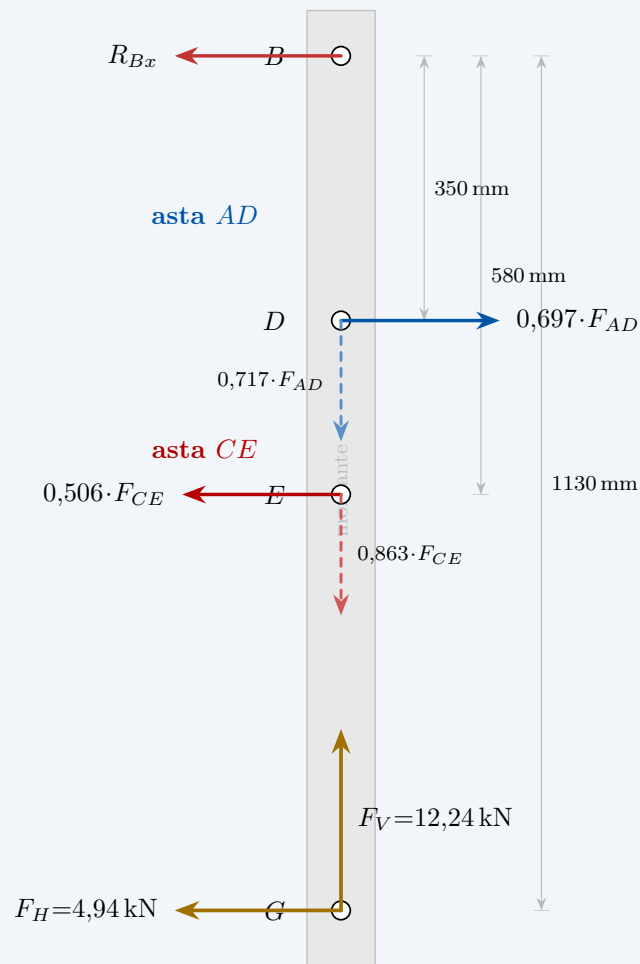
**Passo 4 — Convenzione e componenti delle aste**

Si adotta la seguente convenzione di segno:

$F_{AD} > 0$  e  $F_{CE} > 0 \implies$  asta in **compressione** (la parete spinge il montante)

$F_{AD} < 0$  e  $F_{CE} < 0 \implies$  asta in **trazione** (la parete tira il montante)

Con questa convenzione, le componenti che ciascuna asta esercita sul montante (nel suo punto di attacco) sono:



**Osservazione chiave: i bracci dei momenti**

Tutti i punti di applicazione ( $G$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $B$ ) si trovano sull'asse verticale del montante ( $x = 0$ ). Perciò, calcolando i momenti rispetto a  $B$ :

- le **componenti verticali** di tutte le forze hanno **braccio zero** (passano per l'asse verticale di  $B$ )  $\Rightarrow$  non generano momento;
- le **componenti orizzontali** generano momento con braccio uguale alla **distanza verticale** dal punto di applicazione a  $B$ .

Questo riduce  $\Sigma M_B = 0$  a una sola incognita (quasi)!

**Passo 5 — Equazioni di equilibrio**

$\Sigma M_B = 0$  (momenti rispetto a  $B$ , positivi antiorari)

Solo le componenti **orizzontali** contribuiscono (le verticali hanno braccio nullo, come spiegato sopra). I bracci orizzontali sono le distanze verticali da  $B$ :

Forza orizzontale	Intensità	Braccio $= y_B - y_{\text{appl.}}$	Momento (antiorario +)
$F_H$ in $G$ (verso sx)	4,944 kN	1130 – 0 $= 1130$ mm	$-4,944 \times 1130$ $= -5587,7$ kN mm
$0,697 F_{AD}$ in $D$ (verso dx)	$0,697 F_{AD}$	1130 – 780 $= 350$ mm	$+0,697 \times 350 \times F_{AD}$ $= +243,9 F_{AD}$
$0,506 F_{CE}$ in $E$ (verso sx)	$0,506 F_{CE}$	1130 – 550 $= 580$ mm	$-0,506 \times 580 \times F_{CE}$ $= -293,5 F_{CE}$

$$\Sigma M_B = 0 : \quad -5587,7 + 243,9 F_{AD} - 293,5 F_{CE} = 0 \quad (1)$$

$\Sigma F_V = 0$  (forze verticali, positivo verso l'alto)

Le componenti verticali delle aste  $AD$  e  $CE$  in compressione spingono entrambe **verso il basso**:

$$\Sigma F_V = 0 : \quad -0,717 F_{AD} - 0,863 F_{CE} + 12,239 = 0 \quad (2)$$

$\Sigma F_H = 0$  (forze orizzontali, positivo verso destra)

Questa equazione serve **solo** a ricavare  $R_{Bx}$  dopo aver trovato  $F_{AD}$  e  $F_{CE}$ :

$$\Sigma F_H = 0 : \quad R_{Bx} + 0,697 F_{AD} - 0,506 F_{CE} - 4,944 = 0 \quad (3)$$

**Passo 6 — Soluzione del sistema**

Il sistema da risolvere è formato da (1) e (2), due equazioni in due incognite.

**Passo 6a** — Dalla (2) si ricava  $F_{AD}$ :

$$0,717 F_{AD} = 12,239 - 0,863 F_{CE} \quad \Rightarrow \quad F_{AD} = \frac{12,239 - 0,863 F_{CE}}{0,717} = 17,07 - 1,204 F_{CE}$$

**Passo 6b** — Si sostituisce nella (1):

$$-5587,7 + 243,9 (17,07 - 1,204 F_{CE}) - 293,5 F_{CE} = 0$$

$$-5587,7 + 4163,7 - 293,6 F_{CE} - 293,5 F_{CE} = 0$$

$$-1424,0 = 587,1 F_{CE} \quad \Rightarrow \quad F_{CE} = \frac{-1424,0}{587,1} = -2,43 \text{ kN}$$

Il valore **negativo** indica che l'asta  $CE$  è in **trazione**: la parete in  $C$  *tira* il montante (la forza reale è opposta alla direzione assunta per la compressione).

**Passo 6c** — Si sostituisce  $F_{CE}$  e si ricava  $F_{AD}$ :

$$F_{AD} = 17,07 - 1,204 \times (-2,43) = 17,07 + 2,92 = 19,99 \text{ kN}$$

Il valore **positivo** conferma che l'asta  $AD$  è in **compressione**: la parete in  $A$  spinge il montante.

**Passo 6d** — Dalla (3) si ricava  $R_{Bx}$ :

$$R_{Bx} = 4,944 - 0,697 \times (+19,99) + 0,506 \times (-2,43) = 4,944 - 13,933 - 1,229 = -10,22 \text{ kN}$$

Il segno **negativo** indica che  $R_{Bx}$  è diretto verso sinistra (verso  $A$ ).

**Passo 7 — Verifica dell'equilibrio**

$$\begin{aligned} \Sigma F_H &= -4,944 + 0,697 \times (+19,99) - 0,506 \times (-2,43) + (-10,22) \\ &= -4,944 + 13,933 + 1,229 - 10,22 = -0,002 \approx 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_V &= +12,239 - 0,717 \times (+19,99) - 0,863 \times (-2,43) \\ &= 12,239 - 14,333 + 2,097 = +0,003 \approx 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= -5587,7 + 243,9 \times (+19,99) - 293,5 \times (-2,43) \\ &= -5587,7 + 4876,6 + 713,2 = +2,1 \approx 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

### Risultati finali

Elemento	Forza	Stato	Effetto sul montante
Asta $AD$	19,99 kN	<b>Compressione</b>	La parete in $A$ <i>spinge</i> il montante verso destra
Asta $CE$	2,43 kN	<b>Trazione</b>	La parete in $C$ <i>tira</i> il montante verso destra
Reaz. in $B$	10,22 kN	Orizzontale	La guida spinge il montante verso sinistra

### Perché i ruoli delle aste sembrano invertiti?

La forza  $F$  ha la componente orizzontale verso **sinistra**: essa tende a ruotare il montante in senso **orario** intorno a  $B$ . L'asta  $AD$  — posta a **sinistra** — è l'unica che può generare un momento **antiorario** di contrasto spingendo il montante verso destra: deve pertanto lavorare in **compressione** con forza elevata ( $F_{AD}/F \approx 1,5$ ). L'asta  $CE$  — a destra — tiene il montante verso destra ed opera in **trazione** modesta.

### Passo 8 — Dimensionamento delle aste $AD$ e $CE$

**Materiale scelto:** lega di alluminio **Al 2024-T4** (standard aeronautico per elementi strutturali):

$$E = 73\,100 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_R = 469 \text{ N/mm}^2 \quad R_{p0,2} = 324 \text{ N/mm}^2 \quad \gamma = 2,78 \text{ kg/dm}^3$$

**Ipotesi di progetto:** sezione *circolare cava* (tubo) con diametro esterno  $D_e$  e diametro interno  $d_i$  da determinare; rapporto di forma  $k = d_i/D_e = 0,70$  (valore tipico per tubi strutturali aeronautici); cerniere agli estremi ( $l_0 = L$ ); coefficiente di sicurezza  $FS = 1,5$ .

**Tensioni ammissibili:**

$$\sigma_{\text{amm,t}} = \frac{\sigma_R}{FS} = \frac{469}{1,5} = 312,7 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{\text{amm,c}} = \frac{R_{p0,2}}{FS} = \frac{324}{1,5} = 216 \text{ N/mm}^2$$

**Snellezza limite** (discriminante tra Eulero e resistenza materiale):

$$\lambda_{\text{lim}} = \pi \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}} = \pi \sqrt{\frac{73100}{324}} = \pi \times 15,02 = \mathbf{47,2}$$

### Passo 8a — Asta $AD$ in **compressione** $F_{AD} = 19,99 \text{ kN}$ , $l_0 = 487,9 \text{ mm}$

**Proprietà della sezione circolare cava** (con  $k = d_i/D_e$ ):

$$A = \frac{\pi D_e^2 (1 - k^2)}{4} \quad I = \frac{\pi D_e^4 (1 - k^4)}{64} \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \frac{D_e}{4} \sqrt{1 + k^2}$$

Per  $k = 0,70$ :  $1 - k^2 = 0,51$ ;  $1 - k^4 = 0,7599$ ;  $\sqrt{1 + k^2} = 1,221$

**Stima preliminare da resistenza:**

$$A_{\min} = \frac{F_{AD}}{\sigma_{amm,c}} = \frac{19990}{216} = 92,5 \text{ mm}^2 \implies D_e = \sqrt{\frac{4A_{\min}}{\pi(1-k^2)}} = \sqrt{\frac{4 \times 92,5}{\pi \times 0,51}} = 15,2 \text{ mm}$$

Raggio giratorio corrispondente:  $i = \frac{D_e}{4} \sqrt{1+k^2} = \frac{15,2}{4} \times 1,221 = 4,64 \text{ mm}$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{487,9}{4,64} = 105 \gg \lambda_{\lim} = 47,2$$

**La snellezza è elevata: governa il carico critico di Eulero**

L'asta risulta snella ( $\lambda = 105 \gg \lambda_{\lim} = 47,2$ ): collaserebbe per **instabilità elastica** prima di raggiungere la tensione di snervamento. Il dimensionamento deve basarsi sulla formula di Eulero per il carico critico, non sulla resistenza del materiale.

**Dimensionamento da carico critico di Eulero:**

Si impone  $P_{cr} \geq FS \times F_{AD}$ :

$$P_{cr,req} = 1,5 \times 19990 = 29985 \text{ N}$$

Il momento d'inerzia minimo richiesto vale:

$$I_{\min} = \frac{P_{cr,req} \cdot l_0^2}{\pi^2 E} = \frac{29985 \times 487,9^2}{\pi^2 \times 73100} = 9894 \text{ mm}^4$$

Per sezione cava ( $I = \pi D_e^4(1-k^4)/64$ ):

$$D_e^4 \geq \frac{64 I_{\min}}{\pi(1-k^4)} = \frac{64 \times 9894}{\pi \times 0,7599} = 265\,230 \text{ mm}^4 \implies D_{e,\min} = 22,7 \text{ mm}$$

$$D_e = 24 \text{ mm} \quad d_i = 17 \text{ mm} \quad t = 3,5 \text{ mm} \quad (\text{arrotondamento al mm pari superiore})$$

**Verifica con  $D_e = 24 \text{ mm}$ ,  $d_i = 17 \text{ mm}$ :**

Grandezza	Calcolo	Valore
Area	$A = \pi(24^2 - 17^2)/4$	225,4 mm <sup>2</sup>
Momento d'inerzia	$I = \pi(24^4 - 17^4)/64$	12 186 mm <sup>4</sup>
Raggio giratorio	$i = \sqrt{I/A}$	7,35 mm
Snellezza	$\lambda = 487,9/7,35$	66,4 > 47,2 <b>Eulero corretto ✓</b>
Carico critico	$P_{cr} = \frac{\pi^2}{12186/487,9^2} \times 73100 \times$	36 934 N = 36,93 kN
FS effettivo	$FS = 36934/19990$	<b>1,85</b> ≥ 1,5 ✓
Tensione diretta	$\sigma = 19990/225,4$	88,7 N/mm <sup>2</sup> <<< 216 N/mm <sup>2</sup> ✓

**Passo 8b — Asta CE in trazione**  $F_{CE} = 2,43 \text{ kN}$ ,  $l_0 = 672,3 \text{ mm}$ 

Per la trazione l'instabilità elastica non si verifica. Il dimensionamento si basa sulla sola resistenza di materiale.

Area minima da resistenza:

$$A_{\min} = \frac{F_{CE}}{\sigma_{\text{amm},t}} = \frac{2430}{312,7} = 7,77 \text{ mm}^2 \implies D_{e,\text{calc}} = \sqrt{\frac{4 \times 7,77}{\pi(1 - k^2)}} = 4,4 \text{ mm}$$

Valore non pratico: si adotta il minimo costruttivo per tubi strutturali. Per una sezione cava, la scelta standard è:

$$D_e = 12 \text{ mm} \quad d_i = 10 \text{ mm} \quad t = 1 \text{ mm}$$

Verifica con  $D_e = 12 \text{ mm}$ ,  $d_i = 10 \text{ mm}$ :

Grandezza	Calcolo	Valore
Area	$A = \pi(12^2 - 10^2)/4$	34,56 mm <sup>2</sup>
Tensione di trazione	$\sigma = 2430/34,56$	70,3 N/mm <sup>2</sup>
Tensione ammissibile	$\sigma_{\text{amm},t} = 469/1,5$	312,7 N/mm <sup>2</sup>
Verifica	$70,3 \ll 312,7$	✓
FS effettivo	$FS = 312,7/70,3$	4,4

**Risultati finali****Dimensionamento finale delle aste — sezione circolare cava**

Asta	Stato	$F$	$D_e \times d_i$ (mm)	$FS$	Criterio di progetto
AD	<b>Compressione</b>	19,99 kN	24 × 17 ( $t = 3,5$ mm)	1,85	Eulero $\lambda = 66,4 > \lambda_{\text{lim}}$
CE	<b>Trazione</b>	2,43 kN	12 × 10 ( $t = 1$ mm)	4,4	Minimo costruttivo (resistenza $\gg$ richiesta)

Materiale: Al 2024-T4  $k = d_i/D_e = 0,70$  (AD),  $0,83$  (CE)  $FS_{\text{req}} = 1,5$