

Soluzione — Esame di Stato 2024

Prima Parte: UAV a propulsione elettrica

Polare parabolica · Velocità caratteristiche · Bilancio energetico · Dimensionamento ala a monolongherone

Prof. Ing. Raucci Biagio · ITIS E. Majorana, Cassino · A.S. 2024/25

Pag. 1/2



Sessione ordinaria 2024
Seconda prova scritta



Ministero dell'istruzione e del merito

A061 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

Indirizzo: ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Disciplina: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI DEL MEZZO AEREO

Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due soli quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

Sia dato un velivolo UAV a propulsione elettrica dalle seguenti caratteristiche:

- $M_{TOW} = 25 \text{ Kg}$
- Superficie alare $S = 2,5 \text{ m}^2$
- Allungamento alare $AR = 6,40$
- Rapporto di rastremazione $\lambda = 1$
- $C_{D0} = 0,028$
- $C_{Ls} = 1,4$
- $n_{lim} = 4$
- $n_{limR} = -1,5$
- Rendimento propulsivo elica $\eta_p = 0,60$
- Rendimento elettrico motore $\eta_p = 0,70$
- Peso batteria pari al $30\%W_{TO}$
- Capacità batteria 140 Wh/Kg
- Potenza erogabile batteria 300 W/Kg

Il candidato, assumendo ragionevoli ipotesi per gli ulteriori dati necessari e motivandone le scelte:

- determini la polare del velivolo e le velocità caratteristiche
- esegua una stima dell'autonomia oraria e chilometrica del velivolo attraverso un bilancio di energia
- esegua il dimensionamento dell'ala (profilo NACA 4412) con longherone in legno o materiale plastico considerando una tensione ammissibile per il legno di 60 N/mm^2 ($E=3000 \text{ N/mm}^2$ coefficiente di Poisson $\nu=0,22$) e per il materiale plastico 100 MPa ($E=8 \text{ Mpa}$ $\sigma_r=100 \text{ MPa}$).

FASE A — Dati di ingresso

Dati forniti dal testo

$M_{\text{TOW}} = 25 \text{ kg}$ $W = M_{\text{TOW}} \cdot g = 245,25 \text{ N}$ $n_{\text{lim}} = 4$ $n_{\text{limR}} = -1,5$
 $S = 2,5 \text{ m}^2$ $AR = 6,40$ $\eta_p = 0,60$ $\eta_e = 0,70$
 $\lambda = 1$ $C_{D0} = 0,028$ $W_{\text{bat}} = 30\% W_{\text{TO}}$ $\text{Cap.} = 140 \text{ Wh/kg}$
 $C_{Ls} = 1,4$ $\text{Profilo: NACA 4412}$ $\text{Pot.} = 300 \text{ W/kg}$
 Materiali: **Legno** $\sigma_{\text{amm}} = 60 \text{ N/mm}^2$, $E = 3000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,22$; **Plastica** $\sigma_{\text{amm}} = 100 \text{ N/mm}^2$.

Ipotesi adottate (da motivare in sede d'esame)

- Quota di volo: livello del mare (ISA), $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$.
- Fattore di Oswald $e = 0,85$ (ala rettangolare non rastremata, valore rappresentativo).
- Coefficiente di momento del profilo NACA 4412: $C_m = -0,093$ (valore da letteratura aeronautica, pressoché costante intorno al centro aerodinamico).
- Peso strutturale dell'ala: **15% del MTOW** (formula di Gabrielli non calibrata per UAV di piccola taglia; la stima percentuale è più conservativa e appropriata alla scala).
- Posizione del longherone: 25% della corda (posizione standard per profili ad aria NACA a quattro cifre).
- Dimensioni soletta: $a = 8 \text{ mm}$, distanza dal profilo esterno $d = 7 \text{ mm}$.
- Sezione di analisi del longherone: $y = b/6$ dalla mezzeria.
- Fattore di sicurezza $FS = 1,5$ già incorporato nei valori σ_{amm} forniti dal testo; non si applica nuovamente.

FASE B — Geometria dell'ala

Fase B1 — Apertura alare e corda media

Dall'allungamento alare $AR = b^2/S$ si ricava b :

$$b = \sqrt{AR \cdot S} = \sqrt{6,40 \times 2,5} = \sqrt{16} = 4,00 \text{ m}$$

La corda media geometrica:

$$\bar{c} = \frac{S}{b} = \frac{2,5}{4,0} = 0,625 \text{ m}$$

Fase B2 — Corda alla radice e al tip

Con $\lambda = c_t/c_r = 1$ (ala rettangolare):

$$c_r = \frac{2\bar{c}}{1+\lambda} = \frac{2 \times 0,625}{2} = 0,625 \text{ m} \quad c_t = \lambda \cdot c_r = 0,625 \text{ m}$$

L'ala è **rettangolare**: corda costante lungo tutta l'apertura.

PARTE 1 — Polare del velivolo e velocità caratteristiche

Polare parabolica

La polare dell'aereo si esprime nella forma:

$$C_D = C_{D0} + k C_L^2$$

dove il coefficiente di resistenza indotta vale:

$$k = \frac{1}{\pi A R e} = \frac{1}{\pi \times 6,40 \times 0,85} = \frac{1}{17,09} = \mathbf{0,0585}$$

Equazione della polare

$$C_D = 0,028 + 0,0585 C_L^2$$

Punti notevoli sulla polare (usati nel seguito):

Condizione	C_L	C_D	$E = C_L/C_D$	Nota
Stallo	1,400	0,1427	9,81	C_{Ls} dato
Min potenza	1,198	0,1120	10,70	$C_{L,MP}$
Max efficienza	0,692	0,0560	12,35	$C_{L,MD}$

Derivazione dei punti notevoli. La resistenza totale è minima quando la resistenza indotta eguaglia quella parassita, cioè per $C_{D0} = k C_L^2$:

$$C_{L,MD} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{0,028}{0,0585}} = \mathbf{0,692} \quad \Rightarrow \quad C_{D,MD} = 2 C_{D0} = \mathbf{0,056} \quad E_{\max} = \mathbf{12,35}$$

La potenza necessaria $\Pi = W V / (C_L / C_D) \propto C_D / C_L^{3/2}$ è minima per $3 C_{D0} = k C_L^2$:

$$C_{L,MP} = \sqrt{\frac{3 C_{D0}}{k}} = \sqrt{3} \cdot C_{L,MD} = \sqrt{\frac{3 \times 0,028}{0,0585}} = \mathbf{1,198} \quad E_{MP} = \mathbf{10,70}$$

Velocità caratteristiche

Per un velivolo a propulsione elettrica le velocità di *massima autonomia oraria* (endurance) e di *massima autonomia chilometrica* (range) corrispondono rispettivamente a V_{MP} e V_{MD} , poiché:

- Endurance $\propto \eta_{\text{tot}} E_{\text{bat}} / \Pi_{\text{el}} \rightarrow$ minimizzare $\Pi \rightarrow$ volare a V_{MP} .
- Range $= V \cdot t \propto \eta_{\text{tot}} E_{\text{bat}} / D \rightarrow$ minimizzare la resistenza $D \rightarrow$ volare a V_{MD} .

La pressione dinamica di riferimento è $q = \frac{1}{2} \rho V^2$; dall'equilibrio $L = W$ in volo livellato si ottiene:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$$

Calcolo delle velocità

$$V_s = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{Ls}}} = \sqrt{\frac{2 \times 245,25}{1,225 \times 2,5 \times 1,4}} = \sqrt{114,4} = \mathbf{10,70 \text{ m/s}}$$

$$V_{MP} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,MP}}} = \sqrt{\frac{490,5}{1,225 \times 2,5 \times 1,198}} = \sqrt{133,5} = \mathbf{11,56 \text{ m/s}}$$

$$V_{MD} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,MD}}} = \sqrt{\frac{490,5}{1,225 \times 2,5 \times 0,692}} = \sqrt{231,2} = \mathbf{15,22 \text{ m/s}}$$

$$V_A = V_s \sqrt{n_{lim}} = 10,70 \times \sqrt{4} = 10,70 \times 2 = \mathbf{21,40 \text{ m/s}}$$

Verifica: $V_s < V_{MP} < V_{MD} < V_A$ ✓ (coerenza con la teoria della polare parabolica).

Riepilogo velocità caratteristiche

Simbolo	Significato	Valore	Nota
V_s	Velocità di stallo	10,70 m/s	$C_L = C_{Ls} = 1,4$
V_{MP}	Min potenza / max endurance	11,56 m/s	$C_L = 1,198$
V_{MD}	Min resistenza / max range	15,22 m/s	$C_L = 0,692, E_{max} = 12,35$
V_A	Velocità di manovra	21,40 m/s	$n_{lim} = 4$

PARTE 2 — Stima dell'autonomia (bilancio di energia)**Energia disponibile**

$$m_{bat} = 0,30 \times M_{TOW} = 0,30 \times 25 = 7,5 \text{ kg}$$

$$E_{bat} = 140 \text{ Wh/kg} \times 7,5 \text{ kg} = 1050 \text{ Wh} = 3,78 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\eta_{tot} = \eta_p \cdot \eta_e = 0,60 \times 0,70 = 0,42$$

La potenza massima erogabile dalla batteria è:

$$\Pi_{max,bat} = 300 \text{ W/kg} \times 7,5 \text{ kg} = 2250 \text{ W}$$

Autonomia oraria (Endurance — volo a V_{MP})

La potenza meccanica necessaria è $\Pi_{mec} = D \cdot V = (W/E) \cdot V$; la potenza elettrica richiesta vale $\Pi_{el} = \Pi_{mec}/\eta_{tot}$.

$$\Pi_{mec} = \frac{W}{E_{MP}} \cdot V_{MP} = \frac{245,25}{10,70} \times 11,56 = 22,92 \times 11,56 = 265 \text{ W}$$

$$\Pi_{el} = \frac{265}{0,42} = 631 \text{ W} \ll \Pi_{max,bat} = 2250 \text{ W} \quad \checkmark$$

$$t_{max} = \frac{E_{bat}}{\Pi_{el}} = \frac{1050}{631} = \mathbf{1,664 \text{ h} \approx 1 \text{ h } 40 \text{ min}}$$

Autonomia chilometrica (Range — volo a V_{MD})

$$\Pi_{mec} = \frac{W}{E_{max}} \cdot V_{MD} = \frac{245,25}{12,35} \times 15,22 = 19,86 \times 15,22 = 302 \text{ W}$$

$$\Pi_{el} = \frac{302}{0,42} = 719 \text{ W}$$

$$t = \frac{1050}{719} = 1,460 \text{ h}$$

$$R_{max} = V_{MD} \times t = 15,22 \times 1,460 \times 3600 \approx \mathbf{80,0 \text{ km}}$$

Riepilogo autonomia

Grandezza	Condizione	Risultato
Endurance	$V_{MP} = 11,56 \text{ m/s}$	1 h 40 min
Range	$V_{MD} = 15,22 \text{ m/s}$	80,0 km

PARTE 3 — Dimensionamento dell'ala — Monolongherone

Si segue la *Traccia per il dimensionamento del longherone* (metodo della forza concentrata, calcolo a robustezza, modello del semiguscio ideale).

Fase C — Forze sulla semiala

Sezione di analisi: $y = b/6 = 4,00/6 = 0,667 \text{ m}$ dalla mezzeria.

Corda alla sezione (ala rettangolare, $\lambda = 1$):

$$c(y) = c_r = 0,625 \text{ m}$$

Superficie della porzione esterna (trapezio, qui rettangolo):

$$S_a = \frac{c(y) + c_t}{2} \cdot \left(\frac{b}{2} - y \right) = \frac{0,625 + 0,625}{2} \times (2,000 - 0,667) = 0,625 \times 1,333 = 0,833 \text{ m}^2$$

Portanza sulla porzione esterna:

$$L = n_{lim} \cdot W = 4 \times 245,25 = 981 \text{ N} \quad L_{semi} = 490,5 \text{ N}$$

$$L_a = L_{semi} \cdot \frac{S_a}{S_{semi}} = 490,5 \times \frac{0,833}{1,250} = 327,0 \text{ N}$$

Peso strutturale dell'ala (stima 15 % del MTOW):

$$W_{ala} = 0,15 \times 245,25 = 36,79 \text{ N} \quad W_a = \frac{W_{ala}}{2} \cdot \frac{S_a}{S_{semi}} = 18,39 \times 0,6667 = 12,26 \text{ N}$$

Forza risultante sulla porzione esterna (portanza meno carico inerziale del peso):

$$F_a = L_a - n \cdot W_a = 327,0 - 4 \times 12,26 = 277,9 \text{ N}$$

Fase D — Baricentro e sollecitazioni alla sezione

Per ala rettangolare la porzione esterna è un *rettangolo*: il baricentro è al centro della lunghezza.

$$y_G = \frac{b/2 - y}{2} = \frac{1,333}{2} = 0,667 \text{ m} \quad (\text{dalla sezione di analisi verso il tip})$$

Il longherone si comporta come una trave incastrata alla sezione y :

$$T = F_a = 277,9 \text{ N} \qquad M_f = T \cdot y_G = 277,9 \times 0,667 = 185,3 \text{ N} \cdot \text{m} = 185\,300 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Fase E.0 — Geometria della sezione del longherone

Profilo NACA 4412: spessore relativo $t/c = 12\%$.

$$h_{\text{profilo}} = c \cdot (t/c) = 625 \times 0,12 = 75 \text{ mm}$$

Con le dimensioni tipiche di un longherone in legno/plastica ($a = 8 \text{ mm}$, $d = 7 \text{ mm}$):

$$h_1 = h_{\text{profilo}} - 2\left(\frac{a}{2} + d\right) = 75 - 2(4 + 7) = 75 - 22 = 53 \text{ mm}$$

dove h_1 è la distanza tra i baricentri delle due solette.

Longherone in legno ($\sigma_{\text{amm}} = 60 \text{ N/mm}^2$)**Fase E.1 — Dimensionamento delle solette (flessione)**

Nel modello del semiguscio ideale le solette resistono al momento flettente come una coppia di forze assiali:

$$F_{\text{sol}} = \frac{M_f}{h_1} = \frac{185\,300}{53} = 3496 \text{ N}$$

$$\tau_{\text{amm}} = \frac{\sigma_{\text{amm}}}{\sqrt{3}} = \frac{60}{1,732} = 34,64 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{\text{sol}} = \frac{F_{\text{sol}}}{\sigma_{\text{amm}}} = \frac{3496}{60} = 58,3 \text{ mm}^2$$

$$c_{\text{sol}} = \frac{A_{\text{sol}}}{a} = \frac{58,3}{8} = 7,3 \text{ mm} \longrightarrow \text{arrotondo a } 8 \text{ mm}$$

Sezione soletta (legno): $a \times c_{\text{sol}} = 8 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$

Fase E.2 — Dimensionamento dell'anima (taglio)

L'anima resistente al taglio; per sezione rettangolare $\tau_{\text{max}} = 1,5 T/A$:

$$h_2 = h_1 - a = 53 - 8 = 45 \text{ mm}$$

$$A_{\text{anima}} = \frac{1,5 T}{\tau_{\text{amm}}} = \frac{1,5 \times 277,9}{34,64} = 12,04 \text{ mm}^2$$

$$s_{\text{anima}} = \frac{A_{\text{anima}}}{h_2} = \frac{12,04}{45} = 0,27 \text{ mm} \longrightarrow 2 \text{ mm (minimo commerciale)}$$

Nota sul risultato dell'anima

Lo spessore calcolato (0,27 mm) è ampiamente inferiore al minimo commerciale di 2 mm: l'anima è *sovradimensionata* rispetto al taglio puro. Per il legno questo è tipico a questa scala; occorrerà verificare la stabilità locale della lamiera (instabilità per taglio) con i criteri di Euler per lastre, o accettare lo spessore minimo tecnologico.

Longherone in *materiale plastico* ($\sigma_{amm} = 100 \text{ N/mm}^2$)**Fase E.1 — Solette (plastica)**

La forza sulle solette rimane invariata ($F_{sol} = 3496 \text{ N}$):

$$A_{sol} = \frac{3496}{100} = 35,0 \text{ mm}^2 \quad c_{sol} = \frac{35,0}{8} = 4,37 \text{ mm} \rightarrow 5 \text{ mm}$$

Sezione soletta (plastica): 8 mm × 5 mm

Fase E.2 — Anima (plastica)

$$\tau_{amm} = \frac{100}{\sqrt{3}} = 57,74 \text{ N/mm}^2 \quad A_{anima} = \frac{1,5 \times 277,9}{57,74} = 7,22 \text{ mm}^2 \quad s = \frac{7,22}{45} = 0,16 \text{ mm} \rightarrow 2 \text{ mm}$$

Fase F — Momento torcente e dimensionamento del rivestimento**Momento torcente alla sezione:**

$$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho V_A^2 = \frac{1}{2} \times 1,225 \times 21,40^2 = 280,3 \text{ N/m}^2$$

Per ala rettangolare la corda media aerodinamica della porzione esterna coincide con la corda ($\lambda_{loc} = c_t/c_{sez} = 1$):

$$MAC_{ext} = \frac{2}{3} c_{sez} \frac{1 + \lambda_{loc} + \lambda_{loc}^2}{1 + \lambda_{loc}} = \frac{2}{3} \times 0,625 \times \frac{3}{2} = 0,625 \text{ m}$$

$$|M_t| = |C_m| q_{\infty} S_a MAC_{ext} = 0,093 \times 280,3 \times 0,833 \times 0,625 = 13,58 \text{ N} \cdot \text{m} = 13\,578 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Area resistente a torsione (formula di Bredt):

Con il longherone al 25 % della corda: $x = 0,25 \times 625 = 156,25 \text{ mm}$, $h = 75 \text{ mm}$:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} x h = \frac{1}{2} \times 156,25 \times 75 = 5859 \text{ mm}^2 \quad A_{\square} = x h = 156,25 \times 75 = 11\,719 \text{ mm}^2$$

$$\bar{A} = \frac{A_{\Delta} + A_{\square}}{2} = \frac{5859 + 11\,719}{2} = 8789 \text{ mm}^2$$

$$q = \frac{|M_t|}{2 \bar{A}} = \frac{13\,578}{2 \times 8789} = 0,772 \text{ N/mm}$$

Spessore del rivestimento:

Materiale	$\tau_{amm} [\text{N/mm}^2]$	$s = q/\tau_{amm} [\text{mm}]$	Commerciale [mm]
Legno	34,64	0,022	1
Plastica	57,74	0,013	1

In entrambi i casi si adotta lo spessore minimo di 1 mm: la torsione non è la sollecitazione dimensionante per il rivestimento.

Tabella riassuntiva finale

Risultati del dimensionamento — confronto legno/plastica		
Componente	Legno	Plastica
<i>Geometria ala</i>		
Apertura alare b	4,00 m	
Corda c	0,625 m	
<i>Sollecitazioni alla sezione $y = b/6$</i>		
Taglio T	277,9 N	
Momento flettente M_f	185,3 N · m	
Momento torcente $ M_t $	13,58 N · m	
<i>Longherone</i>		
Distanza solette h_1	53 mm	
Sezione soletta	8 × 8 mm	8 × 5 mm
Spessore anima	2 mm	2 mm
Spessore rivestimento	1 mm	1 mm
<i>Note</i>		
	Sezione più robusta	Sezione più snella
	Peso maggiore	Peso minore

Considerazioni critiche sul materiale

Per un UAV da 25 kg il **materiale plastico/composito** risulta preferibile:

- Rapporto σ_{amm}/γ più favorevole rispetto al legno.
- Solette più sottili (8 × 5 vs 8 × 8 mm): minor peso strutturale.
- Resistenza ambientale superiore (umidità, cicli termici).

Il legno rimane un’alternativa valida per prototipi e UAV semplici, grazie alla facilità di lavorazione e al basso costo.