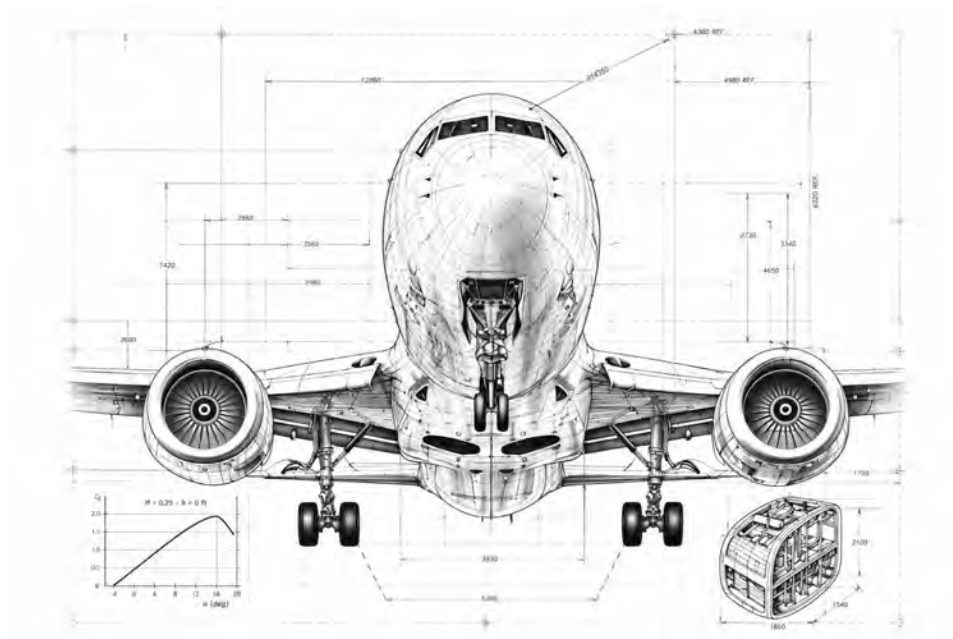


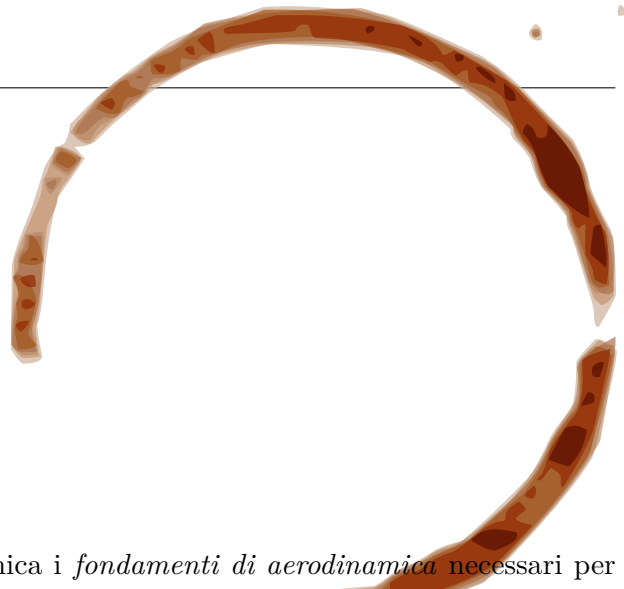
Fondamenti di Aerodinamica

Dispensa propedeutica al corso di Costruzioni Aeronautiche



Prof. Biagio Raucci

Anno scolastico 2026/2027



Premessa

Questa dispensa raccoglie in forma organica i *fondamenti di aerodinamica* necessari per affrontare lo studio delle Costruzioni Aeronautiche. L'obiettivo non è quello di sostituire un testo universitario, ma di fornire allo studente un quadro coerente e progressivo dei concetti, presentati seguendo sempre lo stesso schema: prima il **significato fisico**, poi la **formulazione matematica**, infine l'**interpretazione tecnica** del risultato.

Ogni argomento è accompagnato, dove utile, da esempi numerici e da brevi note di approfondimento. Le grandezze dell'atmosfera indisturbata e la velocità di volo del velivolo sono indicate con il pedice ∞ ; tutte le costanti dell'aria e i dati di atmosfera standard impiegati negli esempi sono riportati in appendice.

Indice

Premessa	2
1 Introduzione all'aerodinamica	5
1.1 Che cos'è l'aerodinamica	5
1.2 Il principio di relatività fluidodinamica	6
1.3 Componenti della forza aerodinamica	6
2 Proprietà dell'aria e atmosfera standard	9
2.1 Le equazioni di stato dell'aria	9
2.2 La viscosità	9
2.3 L'atmosfera standard internazionale	10
2.4 Il numero di Mach	11
3 Aerodinamica del fluido incomprimibile	13
3.1 Conservazione della massa e teorema di Bernoulli	13
3.2 Il tubo di Pitot	13
3.3 Il coefficiente di pressione	14
3.4 Campo di moto intorno a un cilindro. Il paradosso di d'Alembert	14
4 Effetti della viscosità: strato limite e resistenza	17
4.1 La resistenza di profilo	17
4.2 Moto laminare e turbolento. Numero di Reynolds critico	18
4.3 Influenza della turbolenza sulla resistenza di scia	19
4.4 Spessore di strato limite e spessore di spostamento	20
4.5 Influenza della turbolenza sulla resistenza di attrito	21
4.6 La derivata sostanziale	22
5 La portanza e i profili alari	24
5.1 Come nasce la portanza. Il teorema di Kutta-Joukowski	24
5.2 Teorema di Stokes e velocità indotta da un vortice	25
5.3 I profili alari	26
5.4 Curva di portanza, stallo e polare	28
5.5 I momenti aerodinamici e il centro aerodinamico	30
5.6 I profili laminari	30
6 L'ala finita	32
6.1 Geometria dell'ala	32
6.2 La resistenza indotta e il <i>downwash</i>	33
6.3 Distribuzione ellittica ed effetto dell'allungamento	35

7	Superfici di controllo e ipersostentazione	42
7.1	Le superfici di controllo	42
7.2	L'ipersostentazione	43
8	Aerodinamica del fluido comprimibile	44
8.1	Moto subsonico comprimibile	44
8.2	Campo supersonico: la relazione area-velocità	44
8.3	L'ugello di de Laval	45
8.4	Onde di espansione e d'urto su una parete	46
8.5	Profili supersonici. La resistenza d'onda	47
8.6	Le ali supersoniche	48
8.7	Variazione dei coefficienti e delle forze con il numero di Mach	50
8.8	Riscaldamento aerodinamico e temperatura di parete adiabatica	50
8.9	Campo transonico	51
8.10	I profili supercritici	53
8.11	La regola delle aree	54
A	Atmosfera standard	55
B	Costanti e unità di misura (SI)	56

Capitolo 1

Introduzione all'aerodinamica

1.1 Che cos'è l'aerodinamica

La realizzazione di un aeromobile con le prestazioni desiderate richiede l'integrazione di sistemi complessi e fortemente interdipendenti: l'aerodinamica, le strutture, i propulsori e gli impianti. Ciascuno specialista tende a guardare il velivolo dal proprio punto di vista — come ironizzò Miller negli anni Cinquanta (fig. 1.1) — ma il progetto finale nasce sempre da un compromesso che concilia tutte le esigenze.

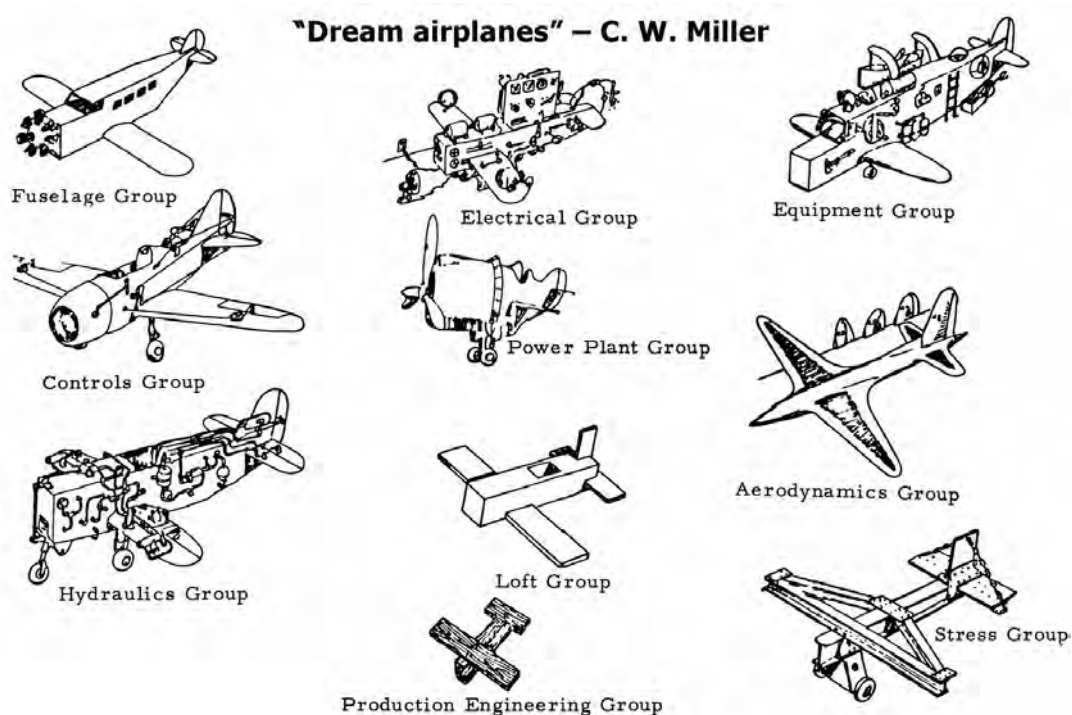


Figura 1.1: I *dream airplanes* di Miller: ogni gruppo di progetto immagina il velivolo a partire dalla propria specialità.

L'**aerodinamica** è la disciplina che studia l'interazione tra l'atmosfera e i corpi che in essa si muovono (aerei, missili, autoveicoli, treni, eliche, e così via) oppure che da essa sono investiti

(edifici, ciminiere, generatori eolici). Il suo scopo principale è la **determinazione delle forze** che nascono da questa interazione.

Per i mezzi di trasporto terrestri queste forze servono soprattutto a migliorare le prestazioni (maggiore velocità a parità di potenza, minore consumo a parità di velocità); per un aeromobile, invece, sono le forze aerodinamiche stesse a *rendere possibile il volo*.

1.2 Il principio di relatività fluidodinamica

Lo studio delle azioni aerodinamiche su un velivolo in moto può essere condotto da due punti di vista diversi:

- dal punto di vista di un **osservatore a terra**, che vede l'aereo muoversi nell'atmosfera ferma: per lui tutti i fenomeni sono *istantanei*, perché l'aria viene perturbata prima dall'avvicinarsi e poi dall'allontanarsi del velivolo;
- dal punto di vista del **pilota**, che in volo orizzontale a velocità costante vede l'atmosfera investirlo con velocità costante nel tempo: per lui il moto è *stazionario*.

Le forze che si generano sul velivolo **non dipendono** dal sistema di riferimento scelto. Il concetto fu intuito già da Leonardo da Vinci (Codice Atlantico): *tanto è muovere l'aria contro all'oggetto, quanto muovere esso oggetto contro all'aria*. Si può quindi adottare il riferimento più comodo, che è quello solidale al corpo: anziché inseguire un modello in volo, si tiene fermo il modello e lo si investe con una corrente alla velocità desiderata. È la tecnica della **galleria del vento** (*wind tunnel*, fig. 1.2).

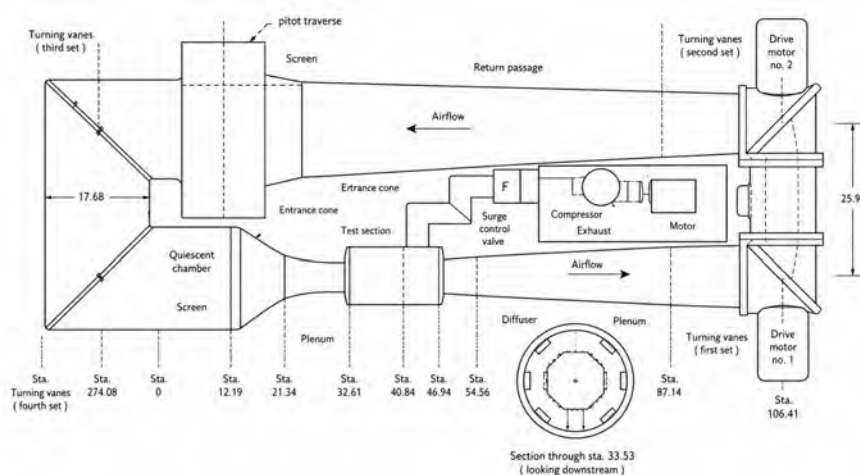


Figura 1.2: Schema di una galleria del vento. Il modello è fermo e viene investito da una corrente d'aria controllata.

Nota

Per convenzione, nel seguito il pedice ∞ indica sia le grandezze termofluidodinamiche dell'atmosfera indisturbata (pressione, temperatura, densità) sia la velocità di volo dell'aereo, V_∞ .

1.3 Componenti della forza aerodinamica

La **forza aerodinamica** è la risultante di tutte le forze di pressione (normali alla superficie) e di tutte le forze viscosi (tangenti alla superficie). La si scompone lungo tre direzioni, dette **assi**

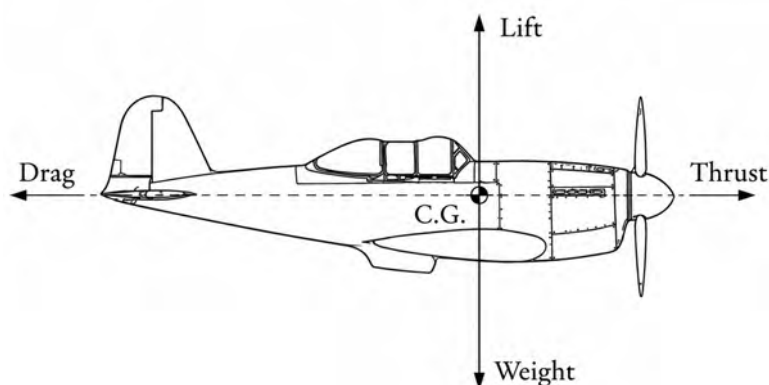


Figura 1.3: Equilibrio delle forze su un aereo in volo orizzontale uniforme: la portanza eguaglia il peso, la spinta eguaglia la resistenza.

vento: una parallela alla velocità di volo e due ad essa normali. Si ottengono così:

- la **portanza** (*lift*), perpendicolare alla velocità di volo e diretta verso l'alto; è prodotta principalmente dalle forze di pressione;
- la **resistenza** (*drag*), parallela alla velocità di volo e di verso opposto; è prodotta sia dalle forze di pressione sia dall'attrito;
- la **devianza** (*side force*), perpendicolare alle altre due e considerata positiva se diretta verso destra rispetto al pilota.

In **volo orizzontale uniforme** la portanza eguaglia il peso W del velivolo e la spinta eguaglia la resistenza aerodinamica:

$$L = W, \quad T = D.$$

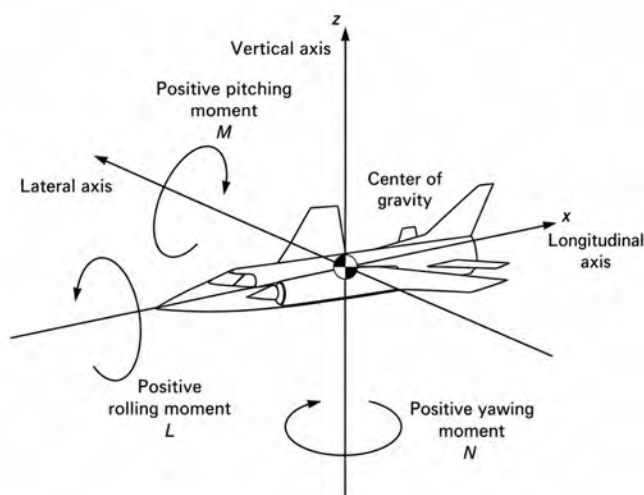


Figura 1.4: I momenti della forza aerodinamica intorno agli assi corpo.

Quando la retta d'azione della forza aerodinamica non passa per il baricentro (origine degli assi), essa genera dei **momenti**, le cui componenti si riferiscono agli **assi corpo** (vedi figura 1.4):

- **momento di beccheggio** (*pitching moment*): agisce intorno all'asse laterale ed è positivo se tende a sollevare il muso;
- **momento di rollio** (*rolling moment*): agisce intorno all'asse longitudinale ed è positivo se abbassa l'ala destra; nasce da una differenza di portanza fra le due semiali;
- **momento di imbardata** (*yawing moment*): agisce intorno all'asse verticale ed è positivo se ruota l'aereo verso destra; è generato dalla forza laterale.



Capitolo 2

Proprietà dell'aria e atmosfera standard

2.1 Le equazioni di stato dell'aria

La **pressione** p misura gli sforzi che le molecole esercitano sulle pareti del recipiente con cui scambiano quantità di moto. La **temperatura assoluta** T misura l'energia cinetica media delle molecole, cioè la loro energia interna. La **densità** ρ è la massa per unità di volume.

Queste tre grandezze sono legate dall'**equazione di stato dei gas perfetti**:

$$p = \rho RT, \quad (2.1)$$

dove $R = 287.05 \text{ J}/(\text{kg K})$ è la costante dell'aria, pari al rapporto fra la costante universale dei gas ($8314.34 \text{ J}/(\text{kmol K})$) e la massa molecolare dell'aria ($28.97 \text{ kg}/\text{kmol}$).

L'**energia interna** u e l'**entalpia** h per unità di massa valgono

$$u = c_v T, \quad h = u + \frac{p}{\rho} = c_p T,$$

dove c_p e c_v sono i calori specifici a pressione e a volume costante. Vale la relazione di Mayer $c_p - c_v = R$; introdotto il rapporto dei calori specifici $\gamma = c_p/c_v$ (con $\gamma = 1.4$ per l'aria e per i gas biatomici), si ricava

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}.$$

2.2 La viscosità

La **viscosità dinamica** μ di un gas, a differenza di quanto accade nei liquidi, *cresce* con la temperatura. La dipendenza è ben descritta dalla **formula di Sutherland**:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \frac{T_1 + C}{T_2 + C},$$

con costante di Sutherland $C = 110.4$ per l'aria. Si definisce inoltre la **viscosità cinematica** $\nu = \mu/\rho$, che consente di confrontare la viscosità di fluidi diversi a parità di densità.

2.3 L'atmosfera standard internazionale

Le proprietà dell'atmosfera variano con la latitudine, la longitudine, la stagione e l'ora del giorno. Per disporre di un riferimento comune è stato definito un modello standard, basato sulla media pluriennale delle rilevazioni alle medie latitudini. A quota zero, in condizioni standard:

$$\begin{aligned}
 p &= 1.01325 \times 10^5 \text{ N/m}^2; & T &= 288.15 \text{ K}; & \rho &= 1.225 \text{ kg/m}^3; \\
 g &= 9.8066 \text{ m/s}^2; & \mu &= 1.7894 \times 10^{-5} \text{ kg/(m s)}; & \nu &= 1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}.
 \end{aligned}$$

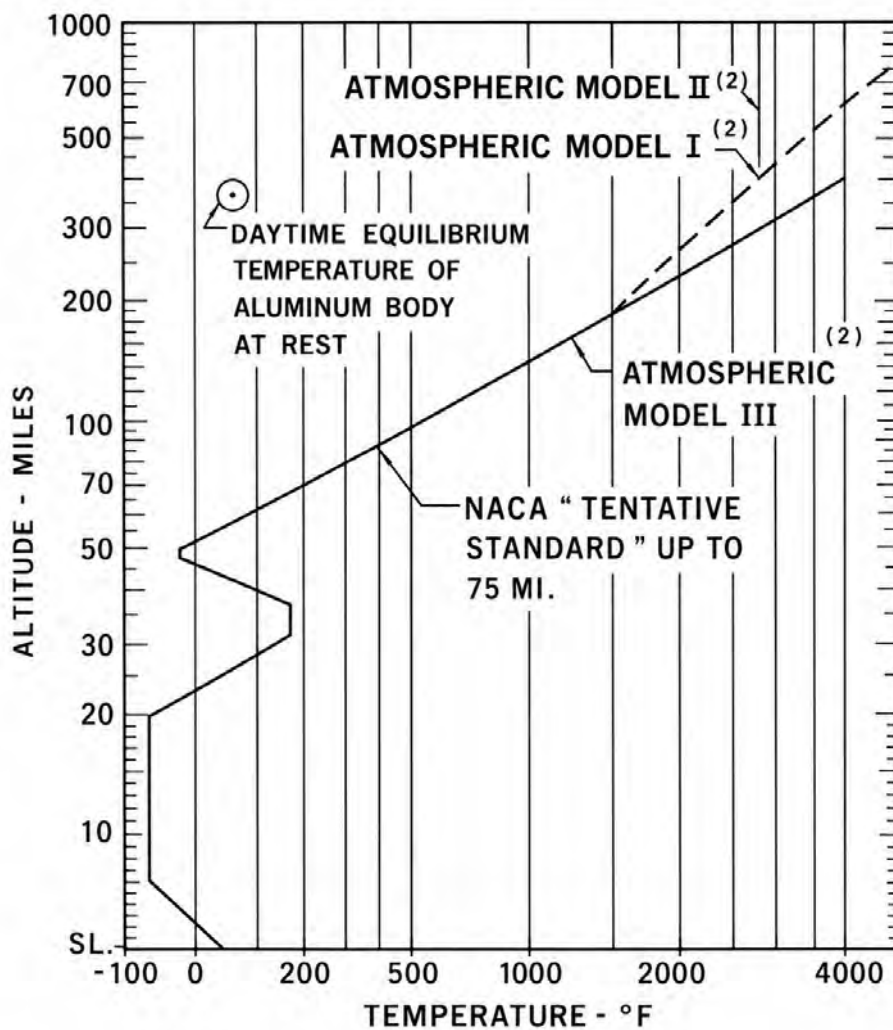


Figura 2.1: Variazione della temperatura dell'aria con la quota nell'atmosfera standard.

Nella **troposfera** (da 0 a 12 km) si assume un gradiente termico di -6.5 K/km . Nella **stratosfera** (da 12 a 20 km) la temperatura si mantiene costante a 216.65 K ; sale poi nell'**ozonofera**, per tornare a scendere alle quote superiori. Gli aerei a elica volano a pochi chilometri di quota, i jet commerciali intorno a $8 \div 9 \text{ km}$, il Concorde a circa 14 km ; i motori a razzo, non avendo bisogno dell'ossigeno atmosferico, operano anche al di fuori dell'atmosfera. I valori completi alle varie quote sono riportati nell'Appendice A.

2.4 Il numero di Mach

Si definisce **numero di Mach** il rapporto fra la velocità V e la velocità del suono a :

$$M = \frac{V}{a}.$$

La sua importanza è fondamentale: a seconda che la velocità sia minore, uguale o maggiore di quella del suono, il comportamento aerodinamico cambia completamente.

La **velocità del suono** è la velocità con cui si propagano le piccole perturbazioni di pressione in un fluido in quiete. Essa dipende solo dalla temperatura:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \simeq 20.047 \sqrt{T},$$

e a quota zero, in condizioni standard, vale $a = 340.29$ m/s.

Esempio

Velocità del suono a due quote diverse.

A quota zero, $T = 288.15$ K:

$$a = 20.047 \sqrt{288.15} \approx 340 \text{ m/s}.$$

In quota di crociera, all'inizio della stratosfera ($T = 216.65$ K):

$$a = 20.047 \sqrt{216.65} \approx 295 \text{ m/s}.$$

A parità di velocità di volo, salendo di quota il numero di Mach *aumenta* perché diminuisce a : è una delle ragioni per cui i jet di linea si avvicinano in crociera al regime transonico.

Consideriamo ora una sorgente puntiforme pulsante (fig. 2.2):

- **sorgente ferma** ($M = 0$): le onde si propagano come sfere concentriche; dopo il tempo Δt il raggio vale $r = a \Delta t$;
- **sorgente subsonica** ($M < 1$): le onde restano separate ma si addensano davanti alla sorgente e si rarefanno dietro (effetto Doppler);
- **sorgente sonica** ($M = 1$): le onde si raccolgono (coalescenza) su un fronte che precede la sorgente; si distinguono una zona del silenzio e una zona d'azione;
- **sorgente supersonica** ($M > 1$): l'involuppo delle onde forma un **cono di Mach** di semiapertura μ (**angolo di Mach**), dato da

$$\sin \mu = \frac{a}{V} = \frac{1}{M}.$$

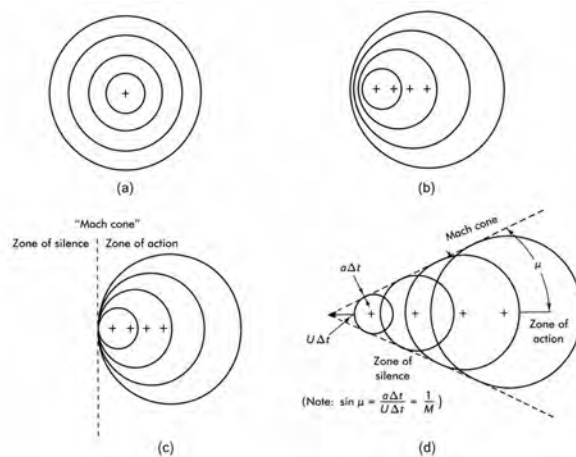


Figura 2.2: Onde emesse da una sorgente pulsante: $M = 0$ (a), $M < 1$ (b), $M = 1$ (c), $M > 1$ (d).

Esempio

Angolo di Mach a $M = 2$. $\mu = \arcsin \frac{1}{M} = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ$. Più alto è il numero di Mach, più stretto è il cono delle perturbazioni.

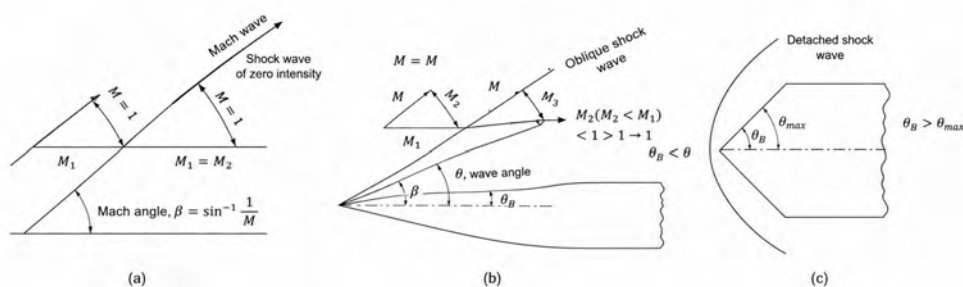


Figura 2.3: Lastra piana, cuneo a piccolo angolo e cuneo a grande angolo in moto supersonico.

Il bordo d'attacco di una lastra piana di spessore infinitesimo a $M > 1$ genera onde di Mach inclinate di μ (fig. 2.3-a). Un cuneo costituisce invece un disturbo finito: la corrente, non avvertita in anticipo, è costretta a una brusca deviazione e si formano **onde d'urto** con angolo maggiore di μ (fig. 2.3-b). Se l'angolo del cuneo è troppo grande, l'onda d'urto si stacca dal vertice e diventa localmente normale alla corrente (fig. 2.3-c): subito a valle la corrente diventa subsonica, si adatta alla deviazione e poi accelera di nuovo.



Capitolo 3

Aerodinamica del fluido incomprimibile

3.1 Conservazione della massa e teorema di Bernoulli

In un condotto a sezione variabile, la **conservazione della massa** afferma che la portata massica è costante:

$$\dot{m} = \rho V(x) A(x) = \text{cost},$$

dove $V(x)$ è la velocità nella sezione e $A(x)$ la relativa area.

Quando il numero di Mach è piccolo (in pratica $M < 0.2 \div 0.3$) le variazioni termodinamiche della corrente sono trascurabili: la densità resta costante e l'aria si comporta come un **fluido incomprimibile**. In tal caso si conserva la portata *volumetrica*:

$$V(x) A(x) = \text{cost},$$

cioè la velocità aumenta dove la sezione diminuisce, e viceversa.

Se inoltre le variazioni di quota sono trascurabili e il fluido è non viscoso, le sole forme di energia che si convertono l'una nell'altra sono quella di pressione e quella cinetica. Il principio di conservazione dell'energia assume allora la forma del **teorema di Bernoulli**:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{cost},$$

dove p è la **pressione statica** (quella percepita da un osservatore solidale alla corrente) e $\frac{1}{2}\rho V^2$ è la **pressione dinamica** q . Il teorema stabilisce che *a un aumento di pressione corrisponde una diminuzione di velocità, e viceversa.*

Quando la velocità si annulla, la pressione raggiunge il valore massimo, detto **pressione di ristagno** p_0 . Il teorema si scrive allora

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_0. \quad (3.1)$$

3.2 Il tubo di Pitot

La (3.1) permette di ricavare la velocità di una corrente dalla misura della pressione di ristagno e di quella statica:

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}}.$$

La pressione di ristagno si rileva con un tubo affacciato alla corrente e allineato con la velocità (**tubo di Pitot**); la pressione statica si rileva mediante fori praticati su un tubo chiuso all'estremità e allineato alla corrente. Una sonda che misura entrambe è la **sonda Pitot-statica** (fig. 3.1).

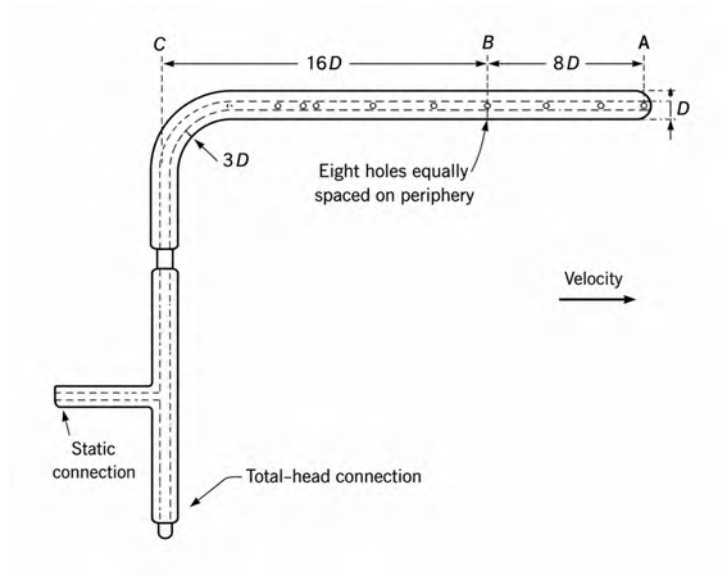


Figura 3.1: Una sonda Pitot-statica standard.

Esempio

Lettura di un anemometro a quota zero. Supponiamo che la sonda misuri una differenza $p_0 - p = 2000$ Pa con $\rho = 1.225$ kg/m³. La velocità vale

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000}{1.225}} \approx 57 \text{ m/s} (\approx 205 \text{ km/h}).$$

3.3 Il coefficiente di pressione

Per confrontare le distribuzioni di pressione indipendentemente dalla velocità si introduce il **coefficiente di pressione**

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = \frac{p - p_\infty}{q_\infty}, \quad (3.2)$$

che rappresenta la sovra- o sotto-pressione locale rispetto alla corrente indisturbata, adimensionalizzata con la pressione dinamica. In condizioni di ristagno C_p raggiunge il valore massimo $C_p = 1$.

Combinando la (3.1) con la (3.2) si ricava la forma in termini di velocità:

$$C_p = 1 - \frac{V^2}{V_\infty^2}. \quad (3.3)$$

3.4 Campo di moto intorno a un cilindro. Il paradosso di d'Alembert

Si consideri un cilindro indefinito a sezione circolare, investito da una corrente incompressibile e non viscosa con velocità V_∞ normale al suo asse (fig. 3.2). Le linee di corrente si addensano

dove il corpo è più spesso. Sulla prua e sulla poppa esiste una linea di corrente che incide sul cilindro in punti dove la velocità si annulla e la pressione raggiunge il valore di ristagno.

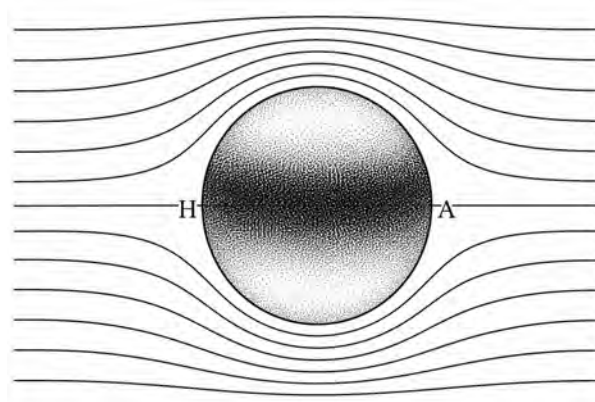


Figura 3.2: Linee di corrente ideali intorno a un cilindro.

Si dimostra che la velocità sulla superficie del cilindro vale

$$V_t = -2 V_\infty \sin \theta, \quad (3.4)$$

dove θ è l'angolo al centro misurato dalla poppa. Dalla (3.4):

- sulla prua ($\theta = 0$) e sulla poppa ($\theta = \pi$): $V_t = 0$ (punti di ristagno);
- per $\theta = \pm\pi/6$ e $\theta = \pm7\pi/6$: $|V_t| = V_\infty$;
- sui punti di massimo spessore ($\theta = \pm\pi/2$): $|V_t| = 2 V_\infty$.

Per la (3.3) si ha $C_p = 1 - 4 \sin^2 \theta$, da cui (fig. 3.3):

- punti di ristagno anteriore e posteriore: $C_p = 1$;
- $\theta = \pm\pi/6, \pm7\pi/6$: $C_p = 0$ (pressione pari a quella ambiente);
- punti di massimo spessore ($\theta = \pm\pi/2$): $C_p = -3$.

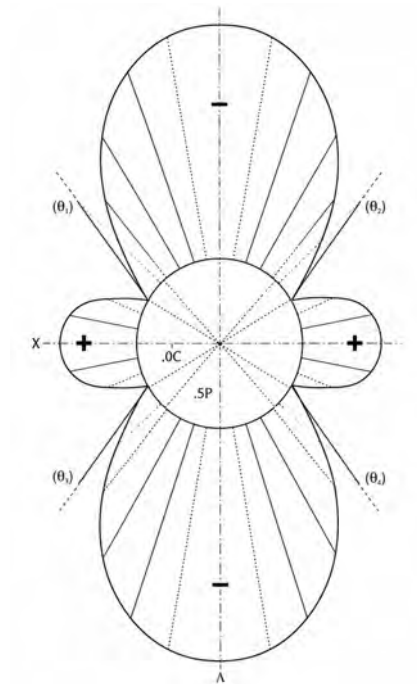


Figura 3.3: Distribuzione del C_p sul cilindro in corrente ideale.

Poiché il diagramma delle pressioni è perfettamente simmetrico, la risultante delle forze è globalmente nulla. Se ne dedurrebbe che un corpo immerso in un fluido non oppone alcuna resistenza al moto: un risultato che contraddice l'evidenza fisica ed è noto come **paradosso di d'Alembert**. La contraddizione nasce dall'aver trascurato la viscosità, che tutti i fluidi reali possiedono.



Capitolo 4

Effetti della viscosità: strato limite e resistenza

4.1 La resistenza di profilo

La viscosità dinamica μ genera uno sforzo tangenziale τ ogni volta che è presente un gradiente di velocità, secondo la legge di Newton:

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial y}.$$

Se gli sforzi viscosi sono molto minori degli effetti inerziali — cioè se il **numero di Reynolds**

$$Re = \frac{\rho V l}{\mu}$$

è molto grande — la viscosità è trascurabile lontano dal corpo e diventa importante solo in prossimità della parete, dove la corrente rallenta fino ad annullarsi (il primo strato di fluido aderisce alla parete). Questa sottile regione è detta **strato limite** (*boundary layer*).

Lo strato limite ha un duplice effetto:

- gli sforzi tangenziali sulla superficie producono una forza risultante parallela alla velocità, la **resistenza di attrito** (*friction drag*);
- la dissipazione di energia impedisce alla pressione di risalire fino al valore di ristagno sulla poppa; ne deriva uno squilibrio tra prua e poppa che genera un'ulteriore forza, la **resistenza di forma** (*form drag*). Poiché sulla poppa lo strato limite si distacca generando una scia (fig. 4.1), questo contributo è detto anche **resistenza di scia** (*wake drag*).

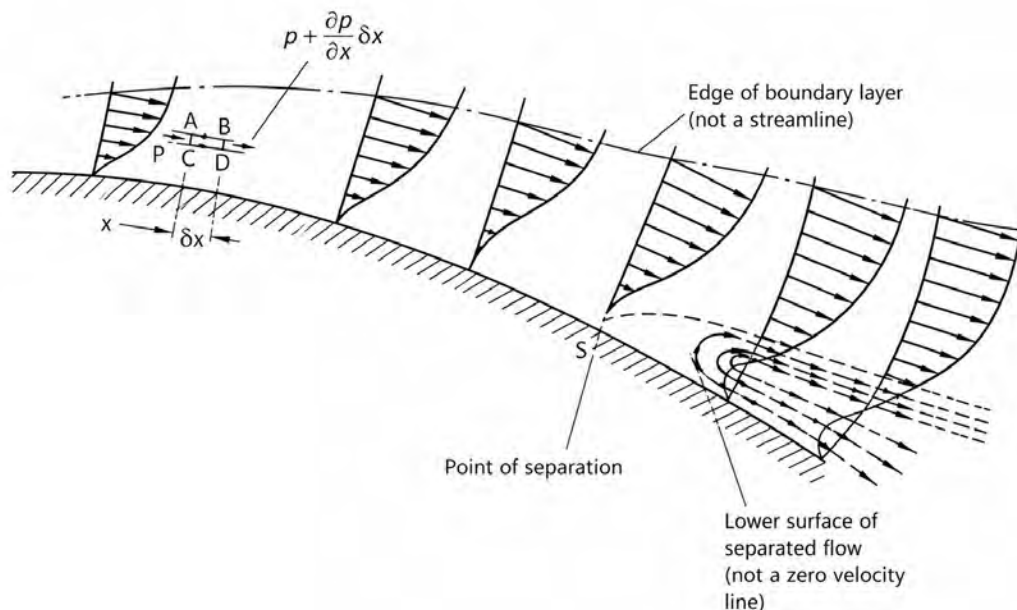


Figura 4.1: Separazione della corrente generata dal gradiente avverso di pressione.

La somma dei due contributi è la **resistenza di profilo** (*profile drag*):

$$\text{resistenza di profilo} = \text{resistenza di attrito} + \text{resistenza di forma}.$$

Per confrontare corpi diversi si usa il **coefficiente di resistenza**, ottenuto dividendo la resistenza D per la pressione dinamica e per una superficie di riferimento S :

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}.$$

La resistenza di scia prevale nei corpi tozzi (sfera, cilindro); nei corpi affusolati a buona penetrazione aerodinamica (con bordo d'attacco arrotondato e bordo d'uscita aguzzo) prevale invece la resistenza di attrito.

4.2 Moto laminare e turbolento. Numero di Reynolds critico

Nel suo classico esperimento, Reynolds visualizzò con un filetto colorato l'efflusso di un liquido in un condotto. A basse velocità il filetto restava compatto (**moto laminare**); oltre una velocità critica si mescolava violentemente con il liquido circostante (**moto turbolento**). Egli scoprì che la transizione avviene sempre allo stesso valore del raggruppamento adimensionale che porta il suo nome, il **numero di Reynolds critico**, il cui valore dipende dalla turbolenza iniziale. Per i tubi in condizioni normali si adotta

$$Re_{d,cr} = 2300.$$

Sulla superficie di un corpo lo strato limite è dapprima laminare; quando il numero di Reynolds locale Re_x raggiunge il valore critico (cioè per $x = x_{cr}$), avviene la **transizione** al regime turbolento. La transizione è anticipata se la corrente ha già una certa turbolenza o se la superficie è rugosa. Per la lastra piana si adotta convenzionalmente

$$Re_{x,cr} = 5 \times 10^5.$$

Esempio

Regime sull'ala di un piccolo velivolo. Con corda $l = 1.5$ m, velocità $V = 50$ m/s e $\nu = 1.46 \times 10^{-5}$ m²/s (quota zero):

$$Re = \frac{Vl}{\nu} = \frac{50 \cdot 1.5}{1.46 \times 10^{-5}} \approx 5.1 \times 10^6.$$

Essendo $Re \gg Re_{x,cr}$, su gran parte della corda lo strato limite è turbolento.

4.3 Influenza della turbolenza sulla resistenza di scia

Se il moto intorno a una sfera è laminare (fig. 4.2-a), la separazione dello strato limite avviene presto (intorno a $\theta = 86^\circ$) e la scia è ampia, quasi pari al diametro. Se il regime è turbolento (fig. 4.2-b), lo scambio di energia entro lo strato limite è più efficace, la separazione è ritardata (fino a $\theta = 140^\circ$) e la scia — con la resistenza ad essa associata — è minore.

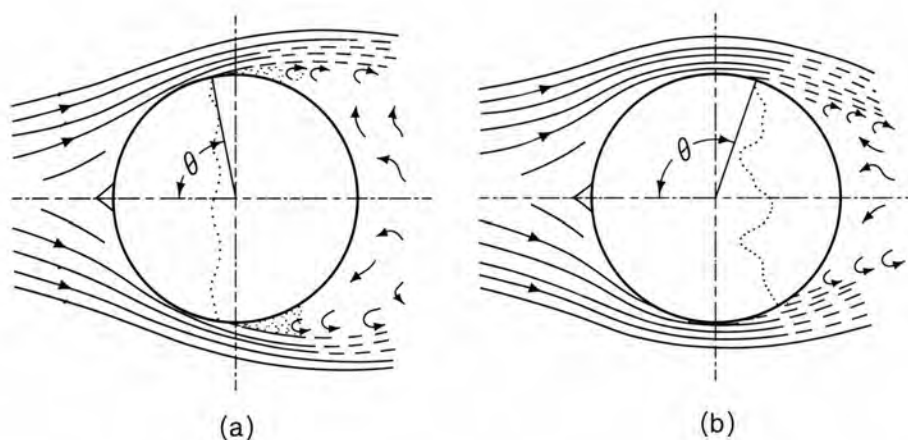


Figura 4.2: Sfera in regime subcritico (a) e supercritico (b).

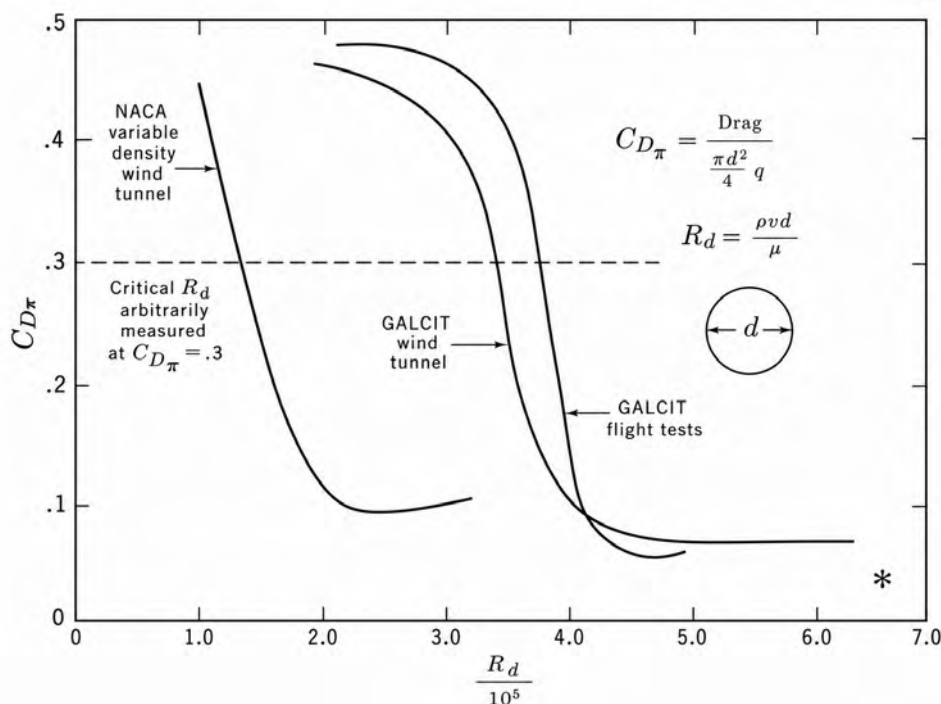


Figura 4.3: Coefficiente di resistenza di una sfera in funzione di Re_d .

L'andamento del coefficiente di resistenza di una sfera in funzione di Re_d (fig. 4.3) mostra che, passando al regime turbolento, la resistenza può ridursi fino a un quinto del valore laminare. Quando il numero di Reynolds è basso si può quindi *diminuire* la resistenza innescando artificialmente la turbolenza, per esempio rendendo scabra la superficie: è il principio delle fossette delle palline da golf.

Nota

La distinzione fra resistenza di attrito e di forma è utile per il calcolo, ma i due contributi sono *interdipendenti*: la resistenza di forma dipende dall'ampiezza della scia, che a sua volta dipende dal tipo di strato limite. Uno strato limite laminare (meno energetico) separa prima, dando scia larga e resistenza di forma elevata; uno turbolento (più energetico) separa più a valle, con scia stretta ma maggiore attrito.

4.4 Spessore di strato limite e spessore di spostamento

Su una lastra piana investita parallelamente, lo strato limite si ispessisce procedendo dal bordo d'attacco (fig. 4.4). Nella zona turbolenta il profilo di velocità è più "pieno" per via dell'intenso rimescolamento; in prossimità della parete la velocità cade rapidamente a zero entro un **sottostrato laminare**.

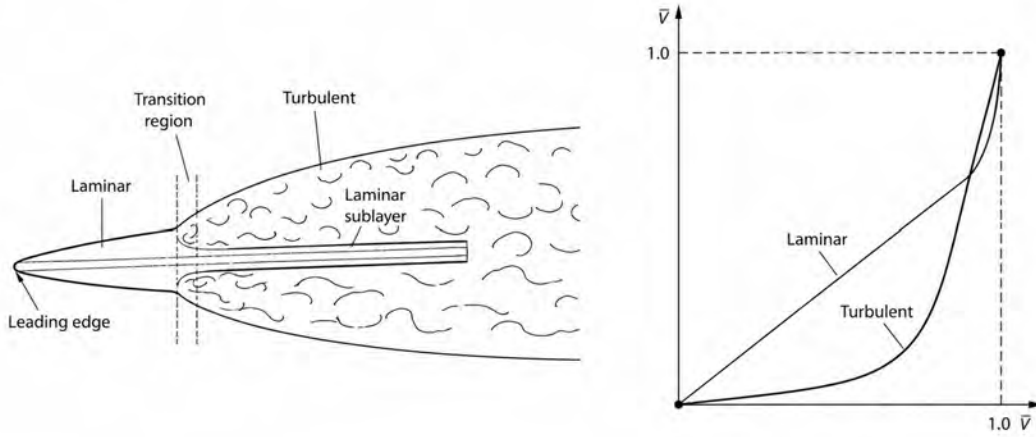


Figura 4.4: (a) Evoluzione dello strato limite su lastra piana. (b) Profili di velocità adimensionali in regime laminare e turbolento.

Lo spessore dello strato limite dinamico vale, in regime **laminare**,

$$\frac{\delta(x)}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}} \propto Re_x^{-1/2},$$

e in regime **turbolento**

$$\frac{\delta(x)}{x} = \frac{0.376}{\sqrt[5]{Re_x}} \propto Re_x^{-1/5}.$$

Poiché all'interno dello strato limite la portata è ridotta, per la corrente esterna è come se il corpo fosse leggermente “ingrossato”. Si definisce allora lo **spessore di spostamento** δ^* come la distanza di cui occorrerebbe spostare la parete affinché un flusso ideale non viscoso trasporti la stessa portata in massa. Vale, in regime laminare, $\delta^*(x) = 0.371 \delta(x)$, e in regime turbolento $\delta^*(x) = \delta(x)/8$.

4.5 Influenza della turbolenza sulla resistenza di attrito

Per calcolare la resistenza di attrito si deve ricordare che lo sforzo tangenziale sulla parete è dato da

$$\tau_p(x) \cong \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}.$$

Si definisce un **coefficiente di attrito locale**

$$c_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2}, \quad (\text{A.22})$$

che è esprimibile in funzione del numero di Reynolds riferito all'ascissa x .

In regime laminare è

$$c_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}. \quad (\text{A.23})$$

Nel regime turbolento si ha:

$$c_f = \frac{0.059}{\sqrt[5]{Re_x}} \quad (\text{per } Re_x < 10^7), \quad c_f = \frac{0.37}{(\log_{10} Re_x)^{2.584}} \quad (\text{per } 10^7 < Re_x < 10^9). \quad (\text{A.24})$$

È evidente allora, come si vede anche nel grafico di Fig. 4.5, che

- essendo il gradiente di velocità in qualche modo proporzionale al rapporto V_∞/δ , il coefficiente di attrito *diminuisce con x* , in quanto lo spessore dello strato limite aumenta con x sia in regime laminare sia in regime turbolento;
- **contrariamente a quanto avviene per il coefficiente di resistenza di scia, il coefficiente di attrito è più elevato in regime turbolento**, poiché, come si è visto, nel regime turbolento il gradiente di velocità in corrispondenza della parete è molto elevato perché la quasi totalità della diminuzione di velocità avviene nel sottostrato laminare.

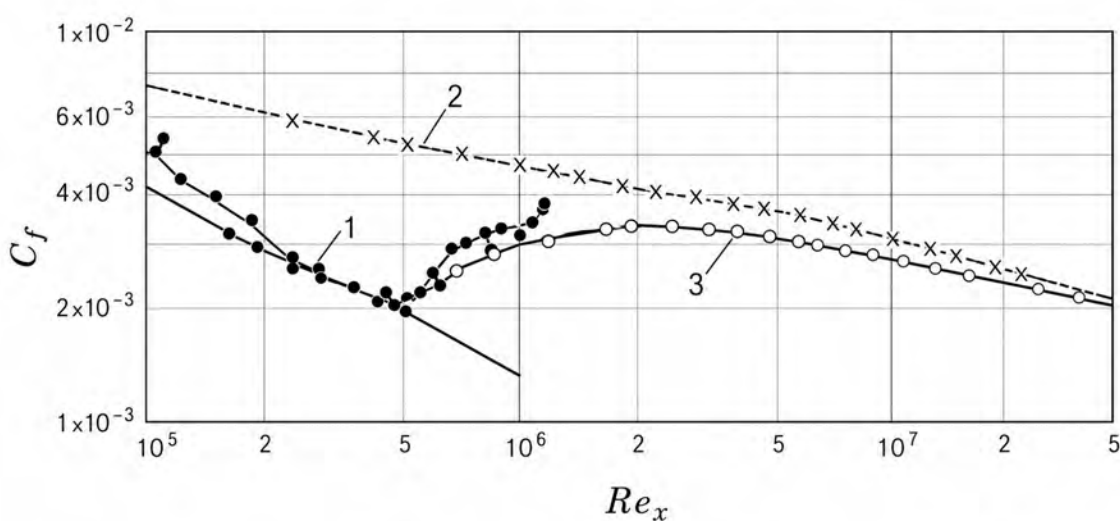


Figura 4.5: Coefficiente di attrito su lastra piana in funzione di Re_x : 1, strato limite laminare; 2, turbolento; 3, misto.

4.6 La derivata sostanziale

Studiare la variazione nel tempo di una grandezza di una particella fluida richiede di precisare *di chi* si misura la variazione (fig. 4.6). Esistono due punti di vista:

- **euleriano**: si osserva come variano le grandezze in un *punto fisso* del campo; la derivata è detta *locale* e si indica con $\partial/\partial t$;
- **lagrangiano**: si segue una *determinata particella* nel suo moto; la derivata è detta *sostanziale* e si indica con D/Dt .

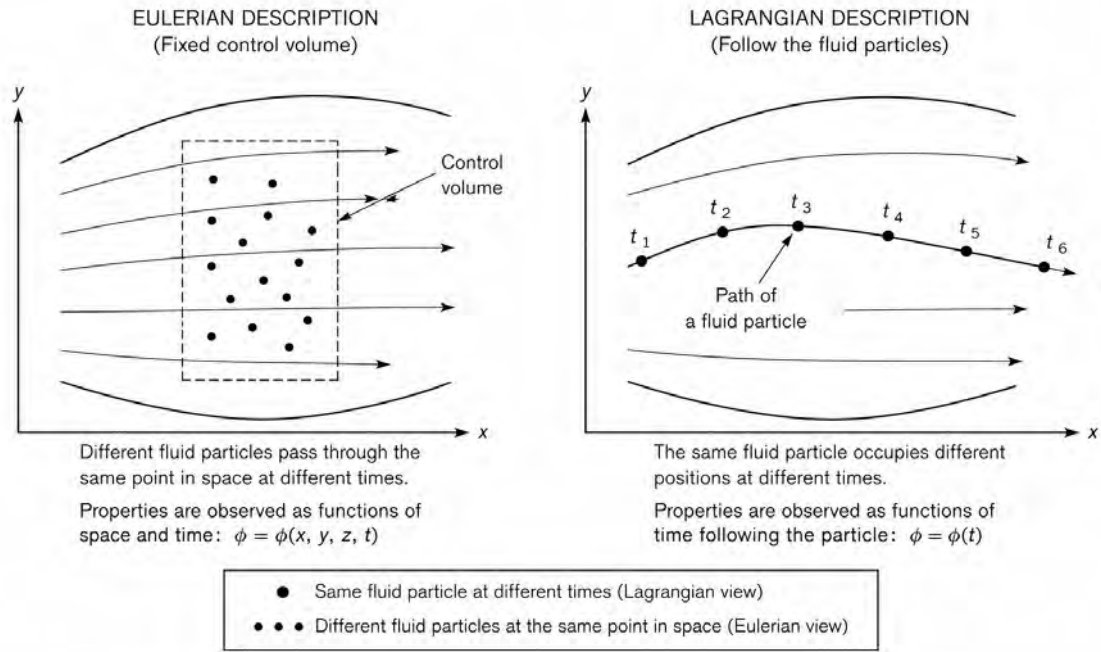


Figura 4.6: Moto di particelle fluide: la stessa particella in posizioni diverse, oppure particelle diverse nello stesso punto.

Per una grandezza $f = f(t, x(t), y(t), z(t))$ la derivata sostanziale vale

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla f,$$

cioè la **derivata sostanziale** è la somma della **derivata locale** (euleriana) e della **derivata convettiva** $\mathbf{V} \cdot \nabla f$.



Capitolo 5

La portanza e i profili alari

5.1 Come nasce la portanza. Il teorema di Kutta–Joukowski

La resistenza di scia nasce quando la viscosità crea un'asimmetria fra prua e poppa. Per analogia, una forza ortogonale alla velocità — la **portanza** — può nascere creando un'asimmetria fra la parte *superiore* e quella *inferiore* del corpo. Tale asimmetria si ottiene in vari modi:

- facendo **ruotare** il corpo (per esempio un cilindro): la velocità di superficie si somma a quella della corrente da un lato e vi si sottrae dall'altro; per Bernoulli nasce una depressione su un lato e una sovrappressione sull'altro, da cui una forza. È l'**effetto Magnus**, sfruttato per dare ai palloni traiettorie curve;
- realizzando un'**asimmetria geometrica** (opportuna distribuzione degli spessori);
- con una **lastra curva** di spessore nullo;
- con una **lastra piana inclinata** di un **angolo di attacco** α rispetto alla velocità indisturbata.

Tutti questi meccanismi si unificano introducendo la **circolazione della velocità** $\Gamma = \oint V_s ds$: nulla nel caso simmetrico, diversa da zero nei casi asimmetrici. La portanza può quindi pensarsi generata da un vortice di intensità Γ equivalente. Da qui il **teorema di Kutta–Joukowski**:

$$\mathbf{L} = \rho \mathbf{V}_\infty \times \Gamma \mathbf{k}, \quad (5.1)$$

cioè ogni corpo bidimensionale attorno a cui esista una circolazione Γ , investito da una corrente incomprimibile $\mathbf{V}_\infty$, subisce una forza per unità di apertura pari a $\rho \mathbf{V}_\infty \Gamma$, diretta normalmente a $\mathbf{V}_\infty$.

5.2 Teorema di Stokes e velocità indotta da un vortice

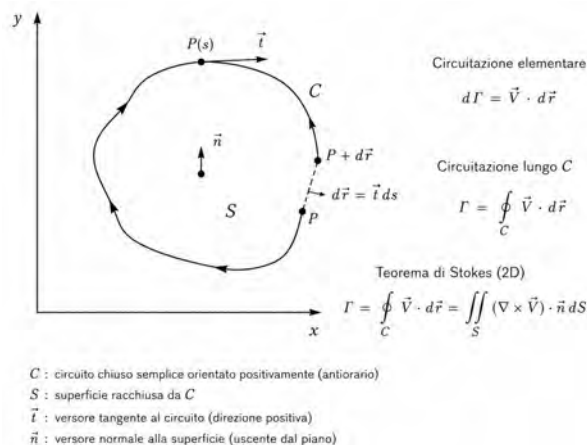


Figura 5.1: Circuitazione elementare su un circuito semplice.

Per un circuito elementare (fig. 5.1) la circolazione vale

$$d\Gamma = u dx + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) dy - \left(u + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right) dx - v dy = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) dx dy = \omega_z dx dy,$$

da cui, in forma vettoriale, il **teorema di Stokes**:

$$\Gamma = \oint_{\partial A} \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} dl = \int_A (\nabla \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dA.$$

Valutiamo ora la **velocità indotta da un vortice** isolato in campo ideale (fig. 5.2). Per un elementino anulare, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore,

$$\Delta\Gamma = (v \Delta r + r \Delta v) \Delta\theta, \quad \omega_z = \frac{\Delta\Gamma}{\text{area}} = \frac{v}{r} + \frac{dv}{dr}.$$

Fuori dal nucleo del vortice il moto è irrotazionale ($\omega_z = 0$), quindi

$$\frac{v}{r} = -\frac{dv}{dr} \implies \frac{dv}{v} = -\frac{dr}{r} \implies v r = \text{cost.}$$

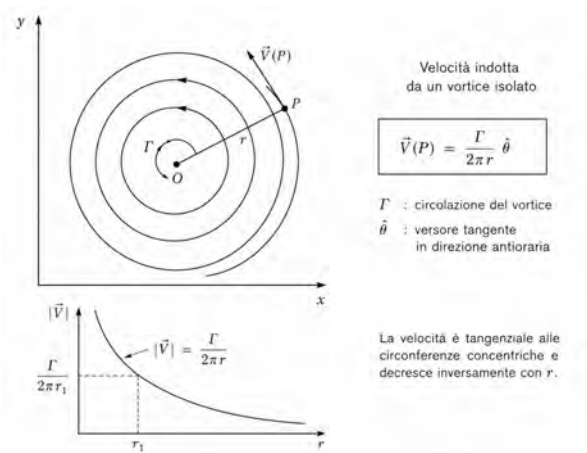


Figura 5.2: Velocità indotta da un vortice isolato.

Calcolando la circuitazione lungo una circonferenza che abbraccia l'asse, $\Gamma = \oint v_t r d\theta = 2\pi r v$, si ottiene

$$v = \frac{\Gamma}{2\pi r}.$$

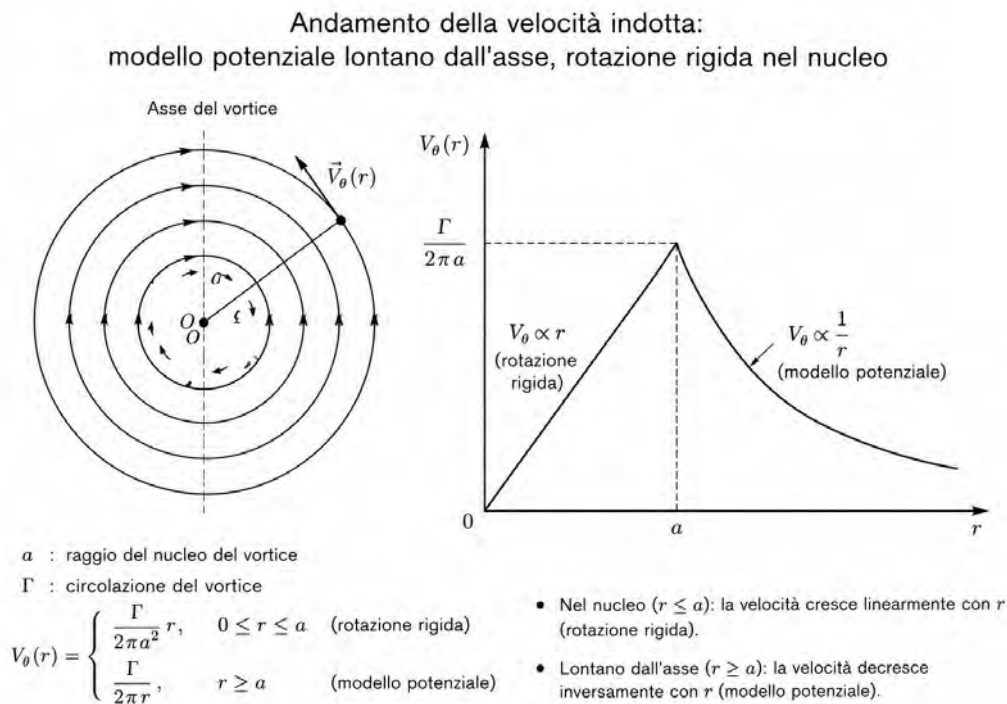


Figura 5.3: Andamento della velocità indotta: modello potenziale lontano dall'asse, rotazione rigida nel nucleo.

Per $r \rightarrow 0$ la formula darebbe $v \rightarrow \infty$, risultato fisicamente impossibile. In realtà, vicino all'asse, le forze viscosi impediscono lo scorrimento fra gli strati e il fluido ruota come un corpo rigido ($v = \omega r$, fig. 5.3). È quanto si osserva nei cicloni, il cui nucleo è una zona di aria relativamente calma in rotazione quasi rigida.

5.3 I profili alari

Le ali, le superfici di controllo e le pale delle eliche sono realizzate con superfici portanti la cui sezione è il **profilo alare**. La portanza si genera combinando i meccanismi visti (angolo di attacco, curvatura della linea media, distribuzione dello spessore), cercando al contempo di rendere minima la resistenza. La bontà di un profilo si misura con l'**efficienza**, rapporto fra portanza e resistenza:

$$E = \frac{l}{d} = \frac{C_l}{C_d}, \quad C_l = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 c},$$

dove c è la **corda** (segmento che unisce bordo d'attacco e bordo d'uscita) e si usano lettere minuscole (C_l , C_d) per i coefficienti del profilo bidimensionale, riservando le maiuscole all'ala finita.

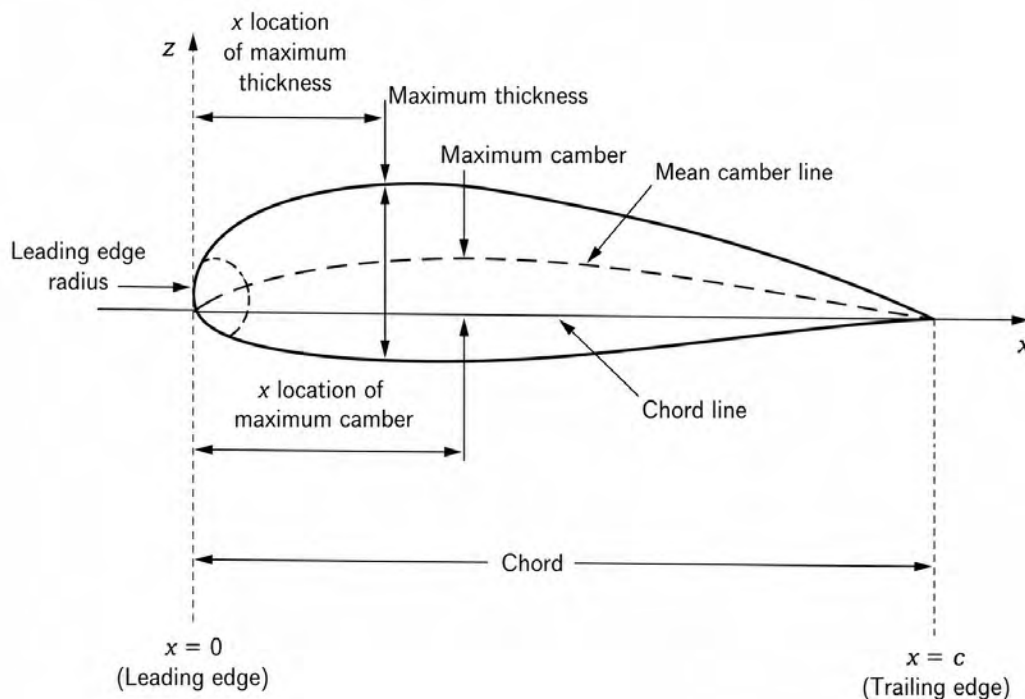


Figura 5.4: Schema e nomenclatura di un profilo alare.

I parametri geometrici fondamentali (fig. 5.4) sono: il **raggio del bordo d'attacco** (influenza lo stallo), la **curvatura** (*camber*) della linea media, lo **spessore massimo** e la sua posizione, l'**angolo del bordo d'uscita**.

Nel tempo si svilupparono diverse famiglie (Göttingen, Clark, Joukowski, NACA). I **profili NACA a 4 cifre**, studiati negli anni Trenta, hanno lo spessore massimo al 30% della corda e si leggono così:

1. la prima cifra: massima ordinata della linea media, in percentuale della corda;
2. la seconda cifra: posizione di tale ordinata, in decimi della corda;
3. le ultime due cifre: spessore massimo, in percentuale della corda.

Ad esempio, il **NACA 0012** è simmetrico con spessore massimo del 12%; il **NACA 4412** ha lo stesso spessore ma linea media con ordinata massima del 4% posta al 40% della corda.

5.4 Curva di portanza, stallo e polare

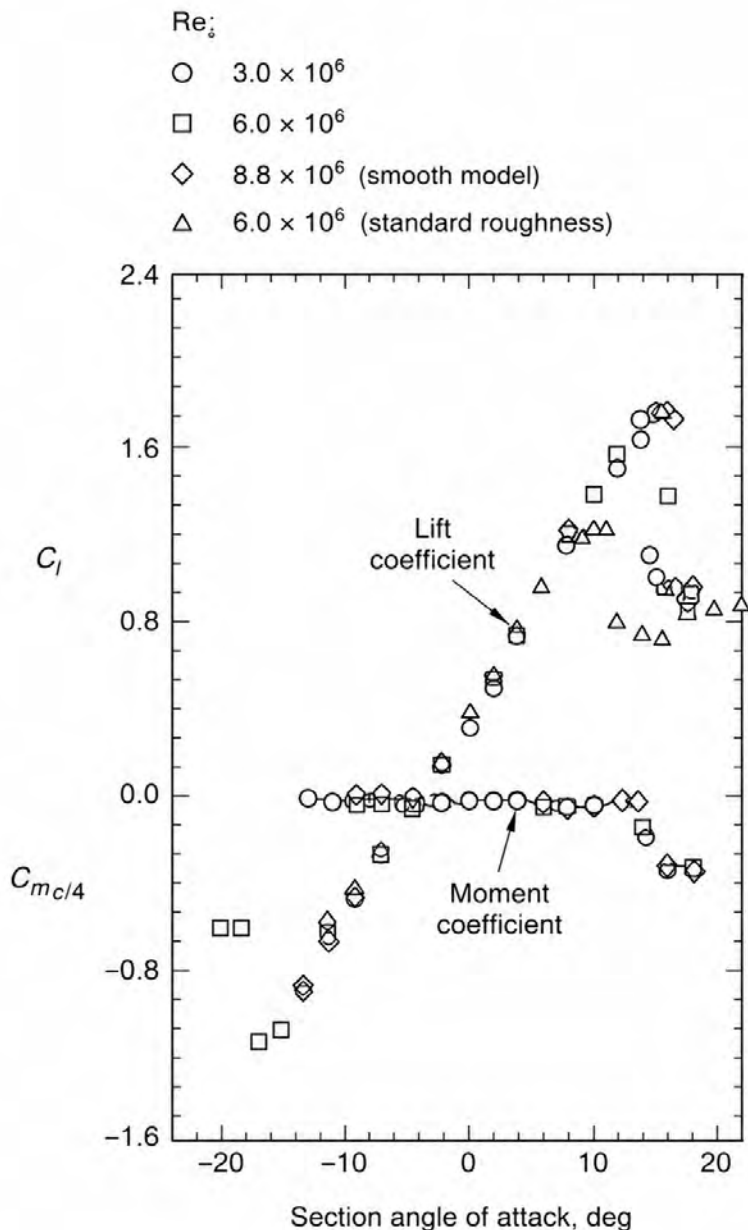


Figura 5.5: Coefficienti di portanza e di momento di un profilo NACA in funzione dell'angolo di attacco, a vari numeri di Reynolds.

Per profili sottili e ad angoli di attacco *non troppo grandi* la relazione fra C_l e α è lineare. Indicando con α_0 l'**angolo di portanza nulla**:

$$C_l = 2\pi(\alpha - \alpha_0) \quad (\alpha \text{ in radianti}), \quad C_l = 0.104(\alpha - \alpha_0) \quad (\alpha \text{ in gradi}).$$

La differenza $\alpha - \alpha_0$ è l'**angolo di attacco effettivo**. Per i profili simmetrici ($\alpha_0 = 0$) la retta di portanza passa per l'origine.

Esiste sempre un angolo oltre il quale la portanza non solo cessa di crescere, ma diminuisce bruscamente: è lo **stallo** (fig. 5.6). A partire da un certo α la corrente non riesce più a seguire il dorso e comincia a separarsi dal bordo d'uscita; la depressione sul dorso si attenua e la portanza

cade. Il valore del $C_{l,max}$ cresce con il numero di Reynolds (la separazione è ritardata in regime turbolento).

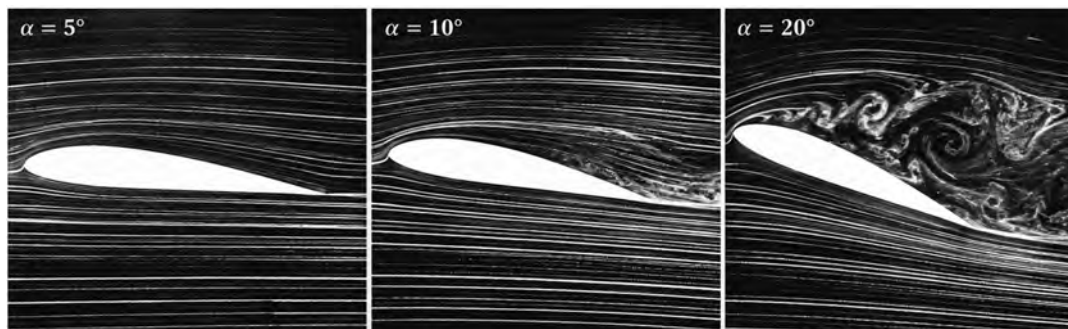


Figura 5.6: Lo stallo di un profilo alare visualizzato con filetti di fumo.

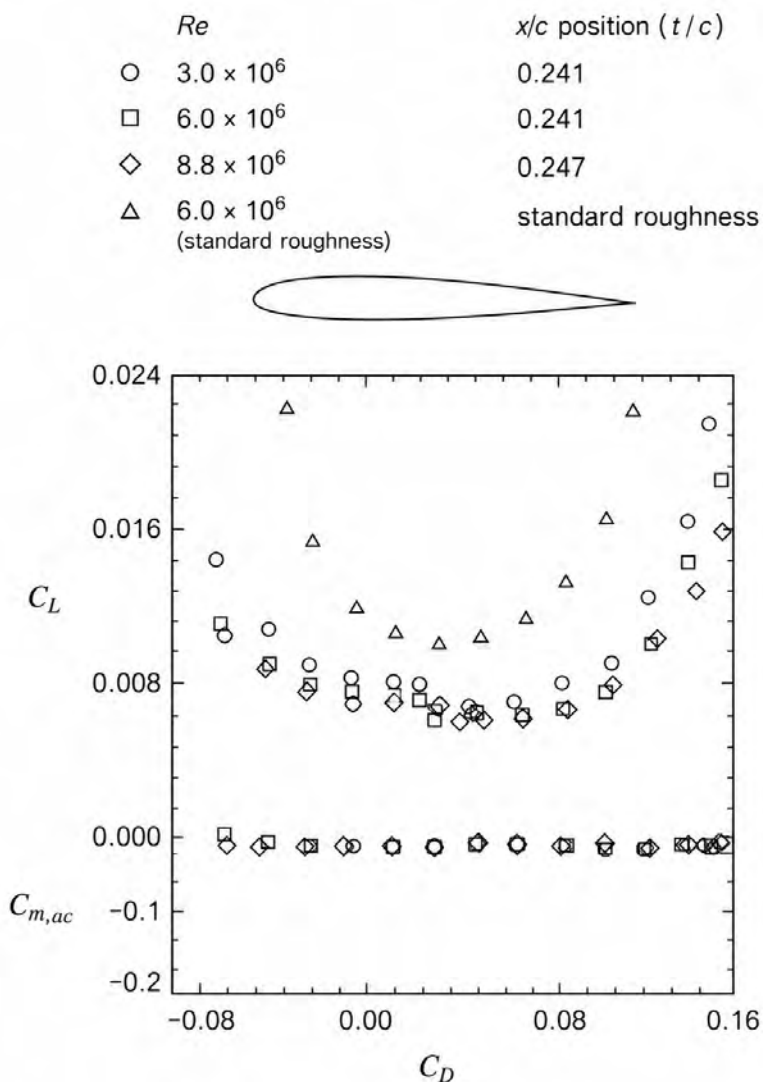


Figura 5.7: Polare di un profilo, $C_l = C_l(C_d)$: la condizione di massima efficienza è il punto di tangenza con la retta per l'origine.

Le prestazioni si rappresentano meglio nel diagramma $C_l = C_l(C_d)$, detto **polare del**

profilo (fig. 5.7). Dalla polare si legge “quanto costa” in resistenza la portanza desiderata: l'efficienza in un punto è la cotangente dell'angolo che la congiungente con l'origine forma con l'asse delle ordinate, e la **massima efficienza** corrisponde al punto di tangenza della polare con la retta uscente dall'origine.

5.5 I momenti aerodinamici e il centro aerodinamico

La forza aerodinamica agisce nel **centro di pressione**, punto rispetto al quale il momento aerodinamico è nullo. Il momento può però essere calcolato rispetto a un punto qualsiasi:

- rispetto al **bordo d'attacco**: $C_{m,0} = \frac{m_0}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 c^2} = -\frac{C_l}{4}$;
- rispetto al punto a $c/4$: coefficiente $C_{m,c/4}$, coincidente con il centro aerodinamico in regime incompressibile;
- rispetto al **centro aerodinamico**: il punto rispetto al quale C_m è indipendente da α ; coefficiente $C_{m,ac}$, piccolo, costante e leggermente negativo.

5.6 I profili laminari

A piccoli angoli di attacco la scia è trascurabile e conta soprattutto la resistenza di attrito, che — come visto — è maggiore in regime turbolento. Per ridurre i consumi alle alte velocità furono ideati i **profili laminari** (fig. 5.8), ottenuti spostando lo spessore massimo verso il bordo d'uscita (a circa il 40 ÷ 50% della corda): su buona parte del dorso e del ventre il gradiente di pressione resta favorevole e la transizione è ritardata.

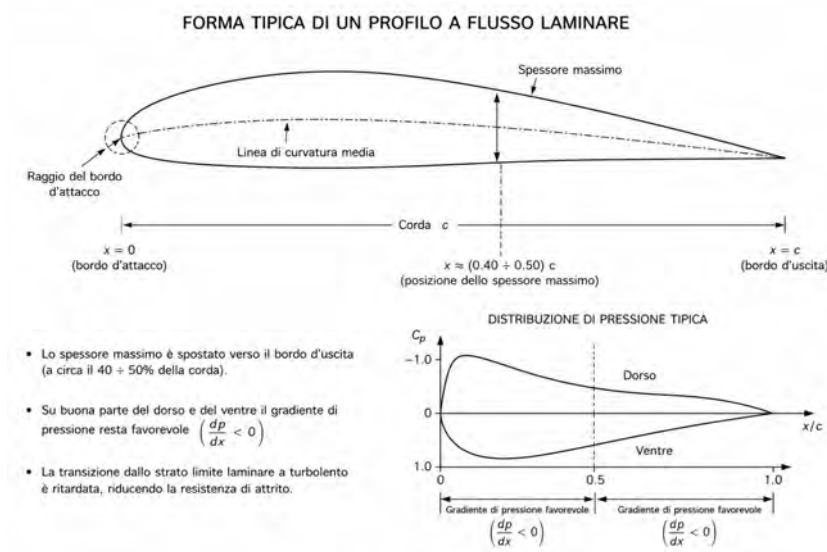


Figura 5.8: Forma tipica di un profilo a flusso laminare.

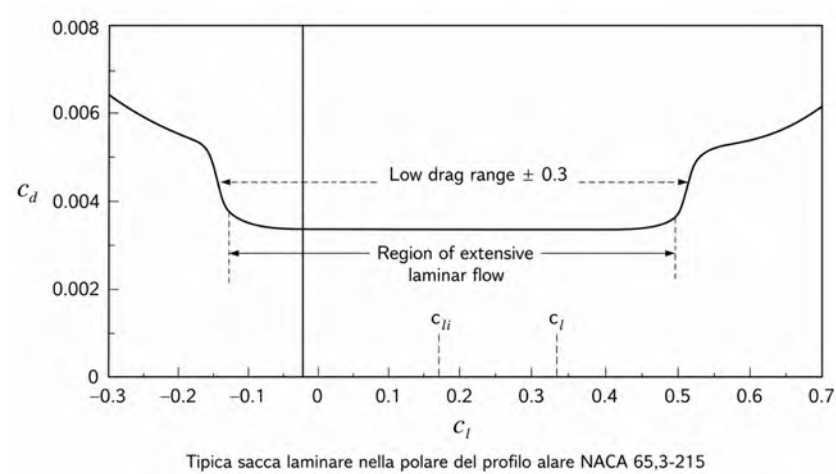
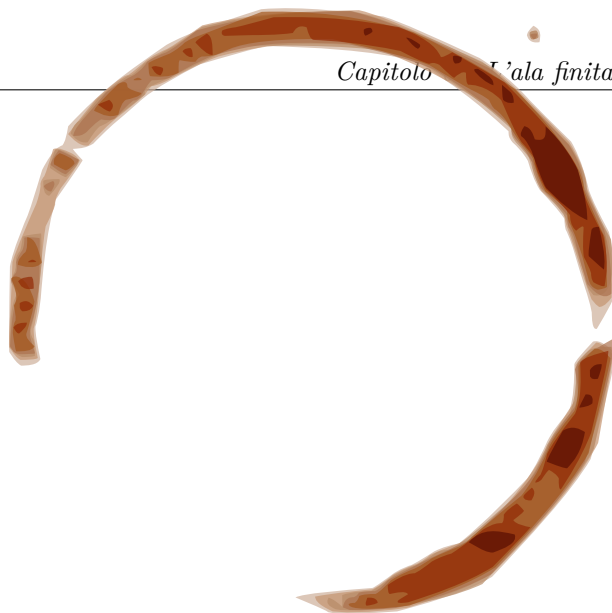


Figura 5.9: Tipica “sacca laminare” nella polare di un profilo NACA della serie 6.

Questo vantaggio si ha però solo a piccoli angoli di attacco; per angoli maggiori transizione e separazione sono anticipate. La polare presenta così una zona a bassa resistenza, la **sacca laminare** (fig. 5.9), ma alle alte incidenze la resistenza supera quella dei profili tradizionali. I profili laminari più usati sono i NACA della **serie 6**.



Capitolo 6

L'ala finita

6.1 Geometria dell'ala

Ali, piani di coda, canard e superfici portanti in genere si ottengono combinando lungo l'apertura una serie di profili, anche geometricamente diversi (fig. 6.1). Le grandezze geometriche principali sono:

- **superficie alare** S : l'area in pianta dell'ala (inclusi i tratti di fusoliera e le gondole motore, che pure contribuiscono alla portanza);
- **apertura alare** b (*wing span*): la distanza tra le estremità;
- **corda media** $\bar{c}$, definita da $S = b \bar{c}$;
- **allungamento alare** (*aspect ratio*):

$$AR = \frac{b}{\bar{c}} = \frac{b^2}{S},$$

che varia da circa 35 per gli alianti a 2 per i jet supersonici;

- **rapporto di rastremazione** $\lambda = c_t/c_r$ (corda d'estremità su corda di radice): $\lambda = 1$ per l'ala rettangolare, $\lambda = 0$ per l'ala a delta;
- **angolo di freccia** Λ (*sweep angle*): l'angolo fra la linea dei centri aerodinamici (a $c/4$) e la perpendicolare al profilo di radice;
- **angolo di diedro**: l'angolo fra il piano orizzontale e il piano medio dell'ala (fig. 6.2);
- **svergolamento** (*twist*): la variazione dell'angolo di incidenza geometrica da sezione a sezione.

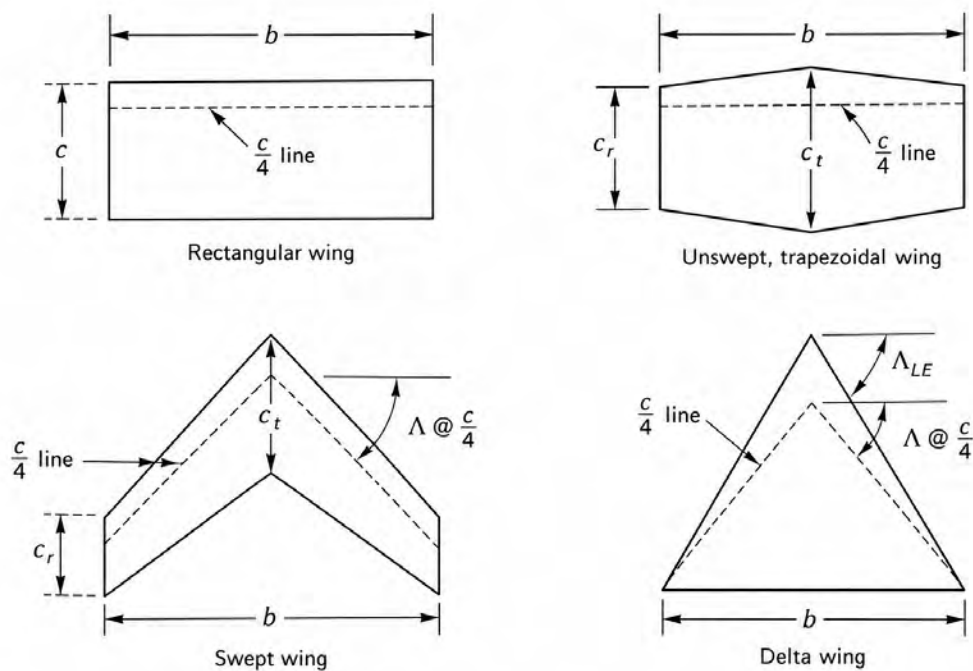


Figura 6.1: Forma in pianta e nomenclatura delle ali.

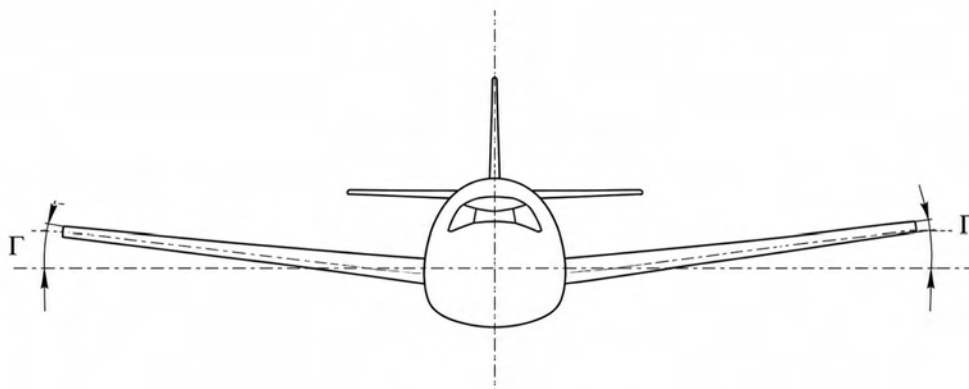


Figura 6.2: L'angolo di diedro di un'ala.

6.2 La resistenza indotta e il *downwash*

Poiché l'ala ha lunghezza finita, alle estremità il dorso (a bassa pressione) e il ventre (ad alta pressione) entrano in comunicazione: l'aria fluisce dal ventre verso il dorso, tendendo a livellare le pressioni e quindi a ridurre la portanza (fig. 6.3). La portanza decresce così lungo l'apertura, annullandosi alle estremità.

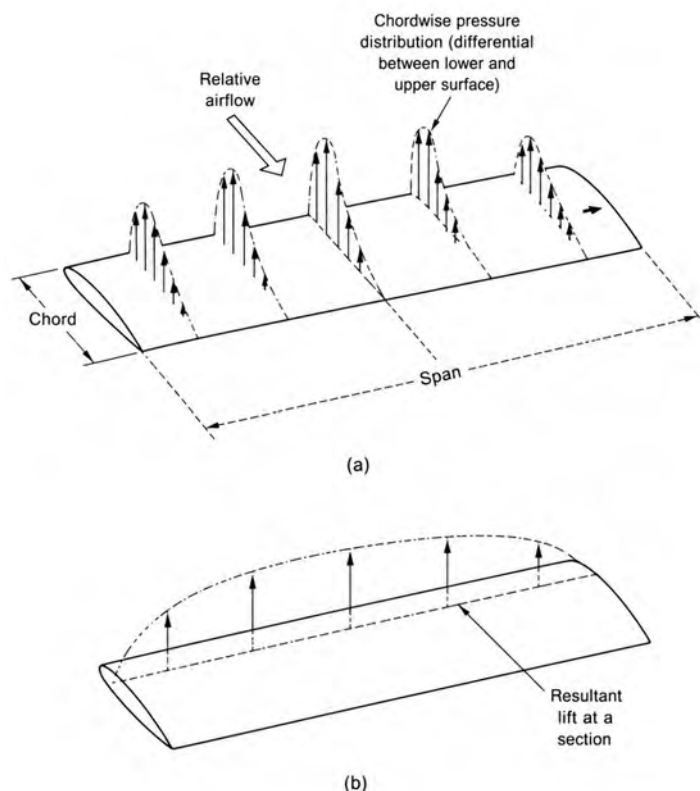


Figura 6.3: Distribuzione del carico aerodinamico su un'ala rettangolare: (a) pressione differenziale lungo la corda; (b) portanza lungo l'apertura.

Il moto non è più bidimensionale: dalla radice si distaccano dei vortici che riducono progressivamente l'intensità del vortice aderente. Si può schematizzare l'ala con un **vortice a ferro di cavallo** (*horseshoe vortex*): un vortice aderente, che genera portanza secondo Kutta–Joukowski, più due vortici d'estremità (fig. 6.4). Una schematizzazione più accurata sostituisce all'ala una serie di vortici a staffa distribuiti sull'apertura.

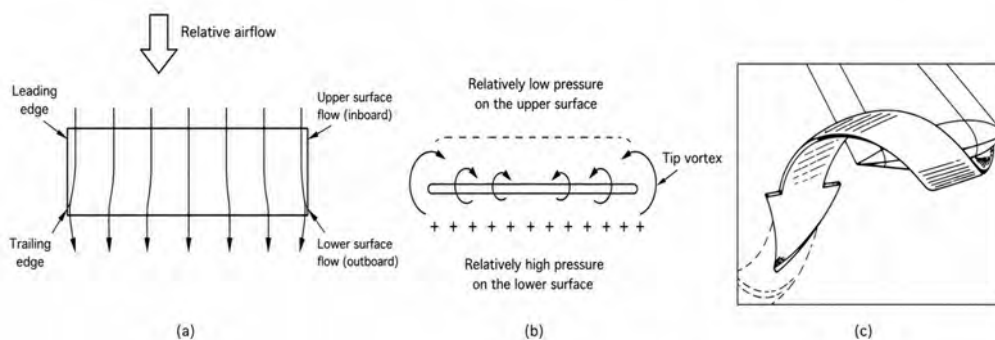


Figura 6.4: Sistema vorticoso di Prandtl: vortice aderente e vortici d'estremità.

Nota

I vortici devono chiudersi su se stessi o terminare su una superficie solida. Il vortice a staffa non fa eccezione: si chiude sul *vortice di partenza*, che resta sulla pista al decollo. I vortici di scia dei grandi velivoli sono pericolosi per gli aerei più piccoli che li seguono: per questo esistono distanze e intervalli minimi obbligatori fra decolli e atterraggi.

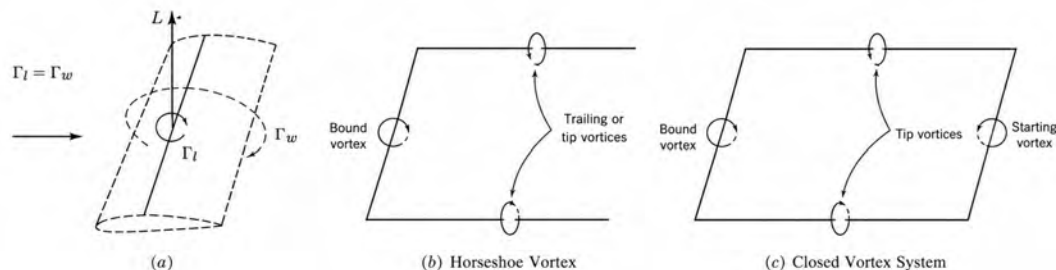


Figura 6.5: Effetto del *downwash* sul flusso locale di una sezione di ala finita.

I vortici staccati inducono a valle una velocità diretta verso il basso (**velocità indotta** w_i), che riduce l'angolo di attacco effettivo (fig. 6.5):

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i, \quad \alpha_i = -\arctan \frac{w_i}{V} \approx -\frac{w_i}{V}.$$

L'angolo α_i è detto angolo di *downwash*. Inclinandosi verso valle, la portanza acquista una componente nella direzione della velocità indisturbata: è la **resistenza indotta** (o di portanza), legata alla portanza da

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi AR e}, \quad (6.1)$$

dove il fattore $e = 0.6 \div 1$ dipende dalla forma in pianta. Il valore unitario — e quindi la minima resistenza indotta — si ottiene con **distribuzione ellittica** della portanza.

Esempio

Effetto dell'allungamento sulla resistenza indotta. Con $C_L = 0.5$ ed $e = 0.9$, raddoppiando l'allungamento da $AR = 4$ a $AR = 8$:

$$C_{Di}(AR=4) = \frac{0.5^2}{\pi \cdot 4 \cdot 0.9} \approx 0.0221, \quad C_{Di}(AR=8) = \frac{0.5^2}{\pi \cdot 8 \cdot 0.9} \approx 0.0111.$$

La resistenza indotta si *dimezza*: ecco perché gli alianti, che cercano la massima efficienza, adottano ali di grande allungamento.

6.3 Distribuzione ellittica ed effetto dell'allungamento

Tutto ciò che abbiamo detto finora vale rigorosamente per il profilo, cioè per un'ala di apertura infinita in cui ogni sezione lavora come tutte le altre. Un'ala reale, però, ha un'apertura finita e termina con due estremità: proprio lì compare un fenomeno nuovo, che modifica in modo

sostanziale sia la portanza sia la resistenza. Per capirlo conviene partire dalla differenza di pressione che genera la portanza stessa.

Sul dorso dell'ala la pressione è minore che sul ventre: è questo squilibrio, integrato su tutta la superficie, a produrre la forza sostentatrice. Alle estremità alari, dove dorso e ventre si incontrano sul bordo laterale, nulla impedisce all'aria di passare dalla zona in sovrappressione (il ventre) a quella in depressione (il dorso). L'aria, quindi, *contorna* l'estremità risalendo dal ventre verso il dorso, e nel farlo acquista un moto rotatorio. A valle dell'ala questo moto si raccoglie e si organizza in due intense strutture rotanti, i *vortici di estremità*, che restano sospesi nell'aria dietro al velivolo.

Il modello a vortici di Prandtl

Per trattare matematicamente questo fenomeno Prandtl propose un modello tanto semplice quanto efficace. L'ala viene sostituita da un *vortice aderente* (*bound vortex*), un filamento vorticoso solidale con l'ala che ne rappresenta la circolazione e che, per il teorema di Kutta–Joukowski, ne genera la portanza. Poiché però un filamento vorticoso non può interrompersi nel fluido — un vortice deve chiudersi su sé stesso oppure terminare su una superficie solida — il vortice aderente non può “finire” alle estremità dell'ala: prosegue ripiegando verso valle nei due *vortici liberi*, che si allontanano paralleli alla corrente. L'insieme del tratto aderente e dei due rami liberi disegna una forma a U che dà il nome al modello: il *vortice a staffa* (o a ferro di cavallo, *horseshoe vortex*).

Un solo vortice a staffa descrive bene l'ala ma assume circolazione costante lungo l'apertura, il che non è realistico: il carico, infatti, è massimo in mezz'ala e si annulla alle estremità. Per riprodurre fedelmente l'andamento del carico alare $\Gamma(y)$ si sovrappongono allora molti vortici a staffa di apertura via via diversa: dove la circolazione diminuisce, una parte dei filamenti si distacca e prosegue verso valle. Si ottiene così un *sistema di vortici a staffa multipli*, in cui dal bordo d'uscita esce un'intera *lamina vorticoso* distribuita lungo l'apertura, anziché due soli vortici concentrati. Resta valido il vincolo di chiusura: il vortice a staffa si richiude a ritroso sul *vortice iniziale* (*starting vortex*), quello che si forma all'avvio del moto e rimane sulla pista al decollo.

Velocità indotta e resistenza indotta

I vortici liberi non restano senza conseguenze sull'ala che li ha generati: il campo di velocità che essi inducono si fa sentire anche in corrispondenza dell'ala stessa, dove si manifesta come una componente di velocità diretta *verso il basso*. Questa velocità è detta *velocità indotta* o *downwash* w_i . Il suo effetto è geometrico ma decisivo: sommandosi alla corrente indisturbata V_∞ , essa inclina leggermente verso il basso il vettore velocità che ogni sezione dell'ala “vede” realmente (fig. 6.6). Di conseguenza l'angolo d'attacco *effettivo* è minore di quello geometrico:

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_i, \quad \alpha_i \simeq \frac{w_i}{V_\infty},$$

dove α_i è detto *angolo indotto* o angolo di *downwash* (l'approssimazione vale perché $w_i \ll V_\infty$, e quindi $\arctan(w_i/V_\infty) \simeq w_i/V_\infty$).

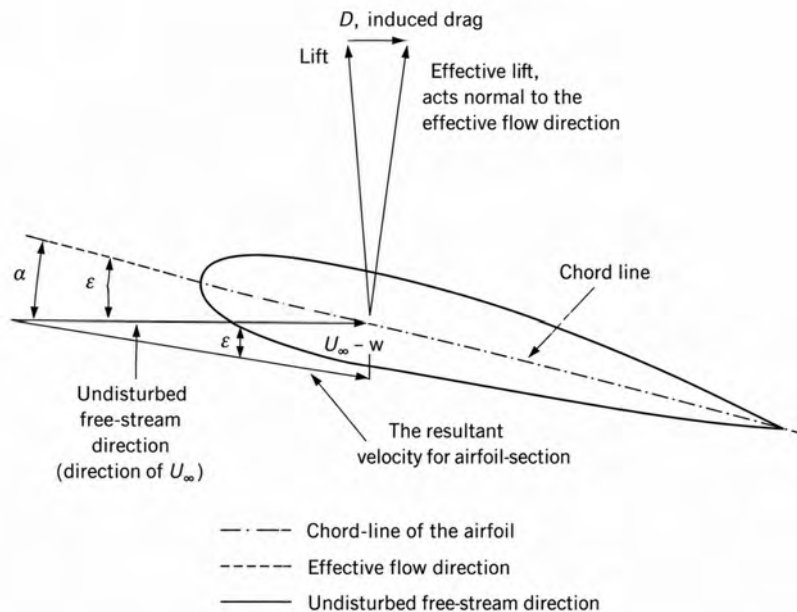


Figura 6.6: Velocità e resistenza indotte: il downwash inclina la velocità effettiva e fa ruotare la portanza all'indietro.

Da questa rotazione discende la conseguenza più importante. La portanza è per definizione ortogonale alla velocità *effettiva*: se quest'ultima è inclinata verso il basso di α_i , anche la portanza risulta inclinata all'indietro dello stesso angolo rispetto alla normale alla corrente indisturbata. La forza aerodinamica si scompone allora in due parti: una componente ortogonale a V_∞ , che è la portanza vera e propria (leggermente ridotta), e una componente *parallela* a V_∞ e diretta all'indietro, che costituisce una resistenza aggiuntiva. È la **resistenza indotta** (detta anche resistenza *vorticoso* o *di portanza*): non dipende dalla viscosità, ma è il prezzo inevitabile che si paga per generare portanza con un'ala di apertura finita.

Il suo valore si ricava subito dalla geometria della scomposizione. Essendo la resistenza indotta la proiezione della portanza lungo V_∞ ,

$$D_i = L \sin \alpha_i \approx L \alpha_i,$$

e quindi, in forma adimensionale, $C_{D_i} = C_L \alpha_i$. Ricordando che per l'ala finita l'angolo indotto è legato alla portanza dalla relazione $\alpha_i = C_L / (\pi AR e)$, si ottiene il risultato fondamentale

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR e} \quad e = 0.6 \div 1.$$

Conviene leggere con attenzione questa formula, perché contiene tutta la fisica del problema. La resistenza indotta cresce con il *quadrato* del coefficiente di portanza: è perciò massima a bassa velocità e ad alti C_L (decollo, salita, virata stretta) e quasi trascurabile in crociera veloce. Diminuisce invece all'aumentare dell'allungamento AR e del fattore e . Quest'ultimo, il *fattore di Oswald*, misura quanto la distribuzione di portanza si avvicina a quella ideale: vale $e = 1$ nel caso ottimo e scende verso 0.6 per forme in pianta poco efficienti. Il caso $e = 1$, che rende *minima* la resistenza indotta a parità di portanza e allungamento, corrisponde alla *distribuzione ellittica* della portanza, di cui ci occupiamo ora.

La distribuzione ellittica

Si dimostra che, fra tutte le possibili distribuzioni di carico lungo l'apertura, quella di forma ellittica

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2}$$

gode di una proprietà notevole: la velocità indotta e l'angolo di downwash risultano *costanti* lungo tutta l'apertura, con valore $w_i = \Gamma_0/(2b)$ (fig. 6.7). Il significato fisico è immediato e profondo: se il downwash è lo stesso ovunque, ogni sezione dell'ala lavora con la stessa riduzione dell'angolo d'attacco effettivo e nessuna porzione di apertura è penalizzata rispetto alle altre. Il carico è “ben ripartito”, e non a caso è proprio questa la condizione che rende minima la resistenza indotta ($e = 1$).

Resta da capire *quale forma di ala* produce un simile carico. Se imponiamo che tutte le sezioni lavorino allo stesso coefficiente di portanza C_l , la portanza per unità di apertura vale $l = C_l \frac{1}{2} \rho c V_\infty^2$, da cui si ricava la corda necessaria:

$$c = \frac{2l}{C_l \rho V_\infty^2}.$$

Poiché l è proporzionale a Γ , la corda $c(y)$ deve seguire la stessa legge ellittica del carico: una distribuzione ellittica di portanza corrisponde dunque a una *forma in pianta ellittica*. È la ragione per cui alcuni velivoli storici molto efficienti adottarono ali dal contorno ellittico. Tale forma, però, è costosa e complessa da costruire; fortunatamente lo stesso carico ellittico si può approssimare con forme in pianta più semplici, scegliendo opportunamente la *rastremazione* (la riduzione di corda verso l'estremità) e lo *svergolamento* (la variazione di calettamento dei profili lungo l'apertura). Si possono persino accostare due ellissi con l'asse maggiore in comune ma assi minori diversi, ottenendo ali dal contorno più dolce ma con carico ancora prossimo a quello ideale.

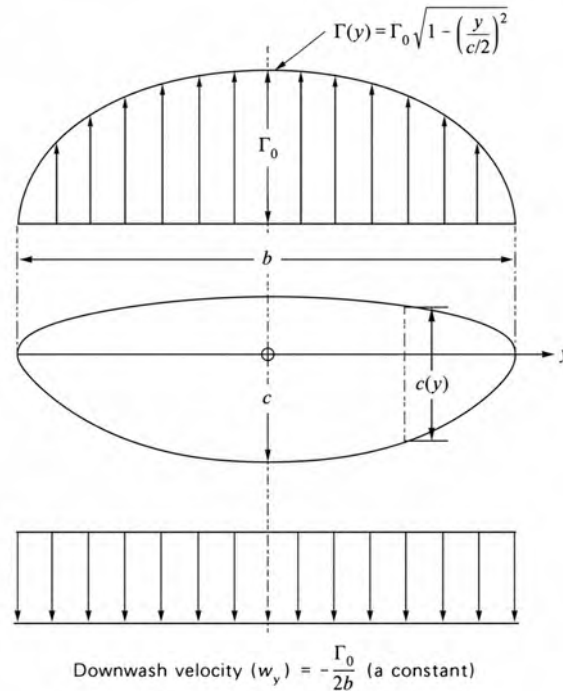


Figura 6.7: Distribuzione ellittica della portanza generata da un'ala a pianta ellittica e relativa velocità indotta, costante lungo l'apertura.

Effetto dell'allungamento

L'allungamento $AR = b^2/S$ è quindi il parametro che governa, più di ogni altro, il comportamento dell'ala finita: agisce *sia* sulla pendenza della retta di portanza *sia* sulla polare. I due effetti hanno la stessa origine — il downwash — ma si manifestano in modo distinto, ed è utile esaminarli separatamente prima di vederli riassunti in un'unica figura.

Consideriamo prima la *retta di portanza*. Abbiamo visto che il downwash sottrae a ogni sezione una parte dell'angolo d'attacco: per ottenere lo stesso C_L un'ala finita richiede quindi un angolo geometrico maggiore di quello del profilo isolato, ovvero la sua curva $C_L(\alpha)$ è meno ripida. Detta a_0 la pendenza bidimensionale del profilo ($a_0 \approx 2\pi$ per radiante), la pendenza tridimensionale dell'ala vale

$$a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi AR e}}.$$

La formula dice che per $AR \rightarrow \infty$ si ritrova $a \rightarrow a_0$ (l'ala si comporta come il profilo), mentre per allungamenti piccoli la pendenza crolla. La fig. 6.8 mostra appunto come la retta di portanza di un'ala rettangolare diventi via via più ripida al crescere dell'allungamento da 1 a 7.

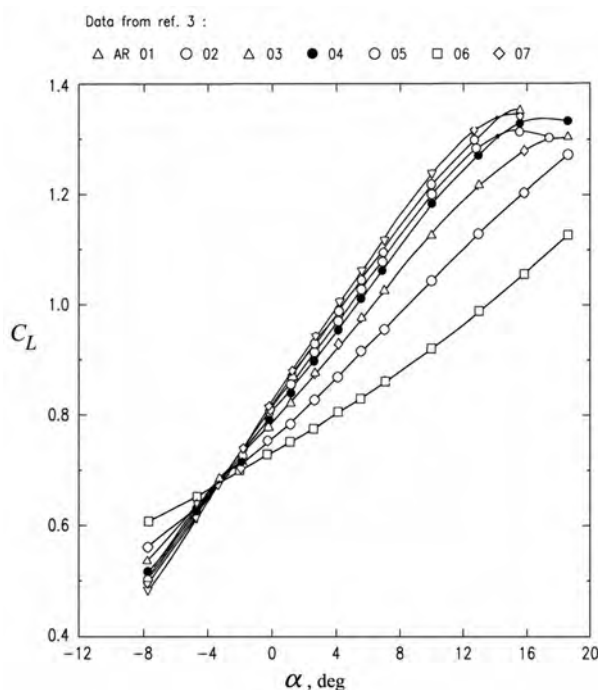


Figura 6.8: Effetto dell'allungamento (da 1 a 7) sulla curva di portanza di un'ala rettangolare: al crescere di AR la retta si fa più ripida.

Passiamo ora alla *polare*. Qui agisce direttamente la relazione $C_{Di} = C_L^2/(\pi AR e)$: a parità di C_L , un'ala più allungata produce meno resistenza indotta, perciò la sua polare C_L-C_D è più “stretta” e addossata all'asse delle ordinate. Poiché l'efficienza aerodinamica è $E = C_L/C_D$, una polare più stretta significa efficienza più alta: è esattamente ciò che si osserva nella fig. 6.9, dove le polari si chiudono progressivamente all'aumentare di AR .

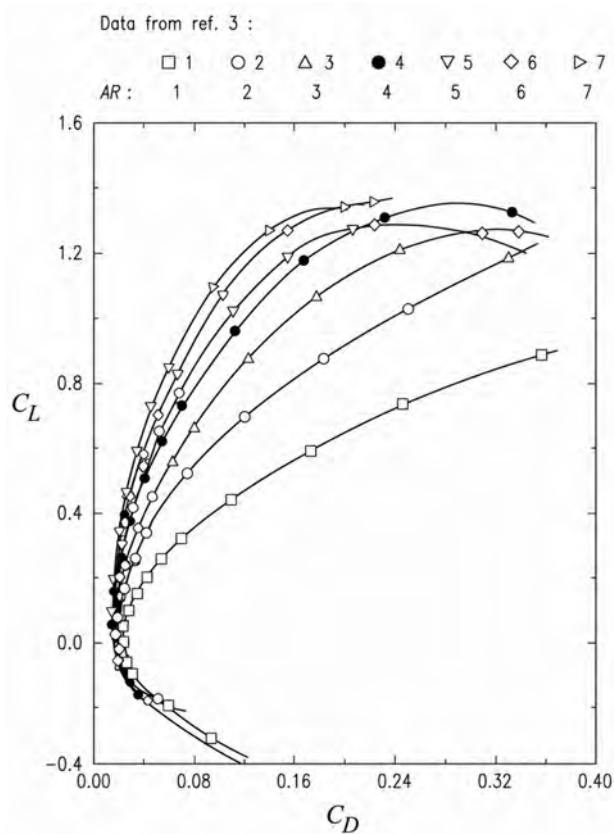


Figura 6.9: Effetto dell'allungamento (da 1 a 7) sulla polare di un'ala rettangolare: al crescere di AR la polare si restringe e l'efficienza aumenta.

I due effetti — retta di portanza più ripida e polare più stretta — sono riassunti insieme nella fig. 6.10, che li riporta nello stesso quadro per la stessa famiglia di allungamenti.

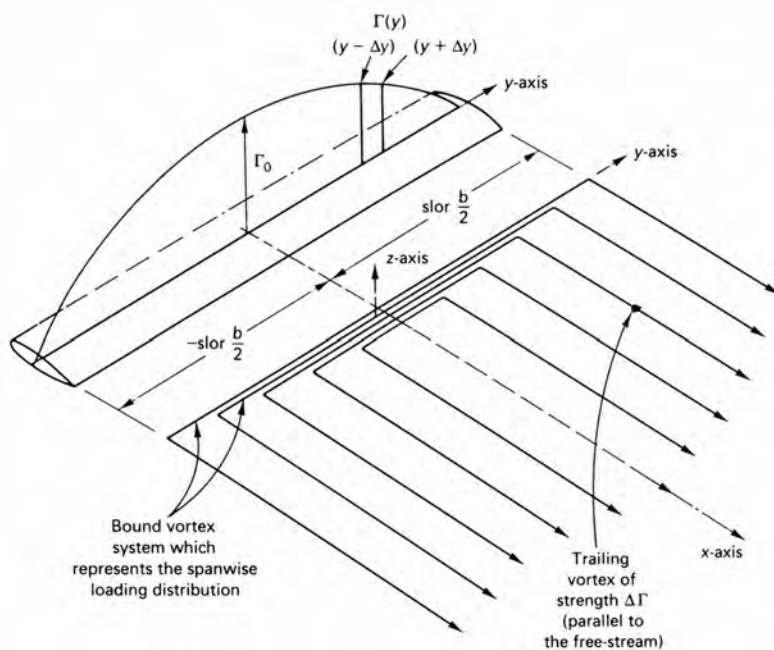


Figura 6.10: Effetto dell'allungamento (da 1 a 7) sulla curva di portanza e sulla polare di un'ala rettangolare.

Esempio

Quanto pesa l'allungamento. Con $a_0 = 2\pi \text{ rad}^{-1}$ ed $e \approx 0.95$, la pendenza tridimensionale passa da $a \approx 3.06 \text{ rad}^{-1}$ per $AR = 2$ a $a \approx 4.83 \text{ rad}^{-1}$ per $AR = 7$: la curva di portanza diventa sensibilmente più ripida, esattamente come in fig. 6.8. Per la resistenza indotta, a parità di $C_L = 0.6$,

$$C_{Di}|_{AR=2} = \frac{0.6^2}{\pi \cdot 2 \cdot 0.95} \approx 0.060, \quad C_{Di}|_{AR=7} = \frac{0.6^2}{\pi \cdot 7 \cdot 0.95} \approx 0.017 :$$

passando da $AR = 2$ a $AR = 7$ la resistenza indotta si riduce di oltre tre volte. È questa la ragione per cui gli alianti, che vivono di efficienza, adottano ali molto allungate.

L'allungamento, tuttavia, non si può aumentare a piacere: ali troppo lunghe e sottili diventano pesanti e flessibili, e pongono problemi strutturali e di manovrabilità. Per ridurre la resistenza indotta senza estendere indefinitamente l'apertura si può allora intervenire sulle sole estremità alari, dove il fenomeno ha origine: superfici verticali ortogonali all'ala (*end plates*) oppure piccole alette ripiegate (*winglets*) ostacolano il travaso d'aria tra ventre e dorso e indeboliscono il vortice di estremità, recuperando una parte della resistenza indotta a parità di apertura. L'efficacia di queste soluzioni si apprezza confrontando i valori tipici di efficienza massima delle varie categorie di velivoli:

alianti	$(L/D)_{\max} = 25 \div 40$
aerei commerciali	$(L/D)_{\max} = 12 \div 20$
aerei militari supersonici	$(L/D)_{\max} = 4 \div 9$

dove le efficienze più alte spettano proprio ai velivoli con ali di grande allungamento e carico ben distribuito, e quelle più basse agli aerei supersonici, le cui ali a basso allungamento privilegiano altre esigenze (resistenza d'onda, manovrabilità, struttura).

Nota

Scie vorticose e separazione tra velivoli. I vortici di estremità lasciati da un velivolo di grandi dimensioni persistono a lungo nell'atmosfera e trasportano molta energia: per un aereo leggero che segua troppo da vicino possono provocare un brusco rollio o una perdita di controllo. Per questo gli enti del traffico aereo impongono norme di separazione che fissano la distanza minima in volo e l'intervallo di tempo tra due decolli o atterraggi successivi, tanto più ampio quanto maggiore è la massa del velivolo che precede. È una delle conseguenze pratiche più dirette del fatto che la portanza, su un'ala finita, si "paga" sempre con un vortice.

Capitolo 7

Superfici di controllo e ipersostentazione

7.1 Le superfici di controllo

Con riferimento alla fig. 7.1, si individuano le principali superfici mobili:

- l'**equilibratore** (*elevator*), superficie orizzontale all'estremità della coda, genera portanza o deportanza producendo una rotazione di **beccheggio**. Nella configurazione **canard** è posto sul muso, davanti all'ala;
- il **timone di direzione** (*rudder*), piano di coda verticale, produce una rotazione di **imbardata**.

Per i piani di coda, orizzontali e verticali, si usano profili simmetrici.

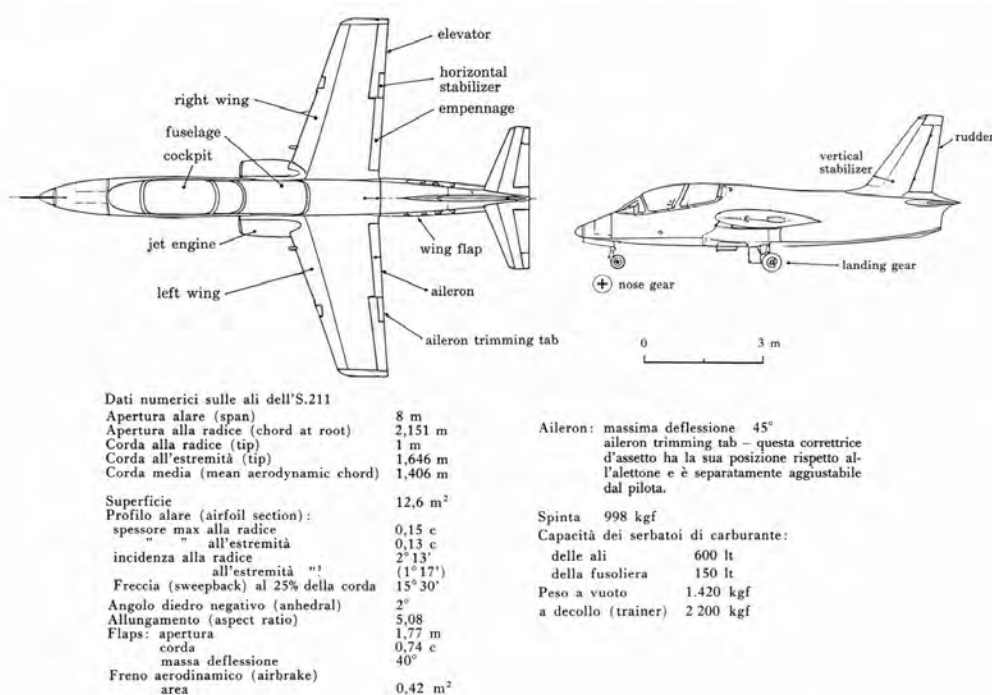


Figura 7.1: Nomenclatura (in inglese) e dati dell'aereo da addestramento SIAI Marchetti S211.

Per variare la portanza di un profilo se ne rende mobile la parte finale: ruotandola verso il basso si aumenta la curvatura e quindi la portanza (a parità di incidenza, a spese della resistenza); ruotandola verso l'alto si riduce la portanza.

- gli **alettoni** (*aileroni*), uno per semiala, sono azionati in modo antisimmetrico (uno giù, l'altro su): aumentano la portanza su un'ala e la riducono sull'altra, generando un momento di **rollio**. Per massimizzare il momento sono posti all'estremità; la regolazione fine si ottiene con piccole alette correttrici (*trimming tabs*);
- i **freni aerodinamici**, superfici (a volte forate) sollevate lungo l'apertura, aumentano la resistenza e rallentano il velivolo in avvicinamento; il rallentamento finale si ottiene con i freni sulle ruote e con l'inversione di spinta.

7.2 L'ipersostentazione

Con **ipersostentazione** (fig. 7.2) si intende l'insieme delle tecniche che, in decollo e atterraggio, consentono un coefficiente di portanza più alto di quello di crociera, riducendo la lunghezza di pista necessaria (velivoli **STOL**, *short take-off and landing*):

- superfici sul bordo d'uscita di entrambe le ali deflesse verso il basso (**ipersostentatori**, *flaps*), a volte multiple come sul B-747;
- superfici analoghe deflesse sul bordo d'attacco (*slats*).

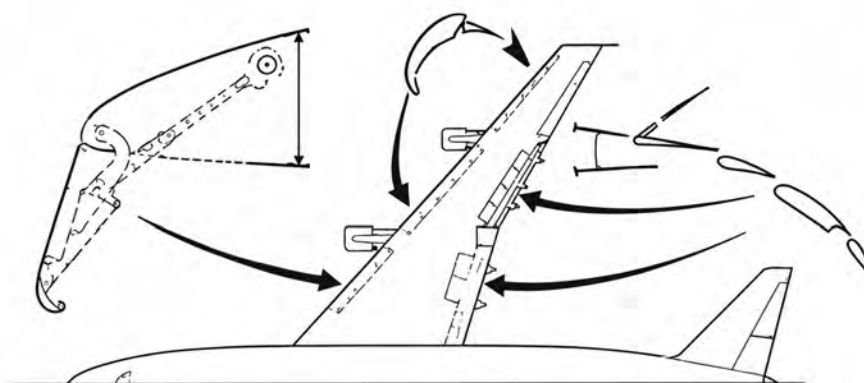
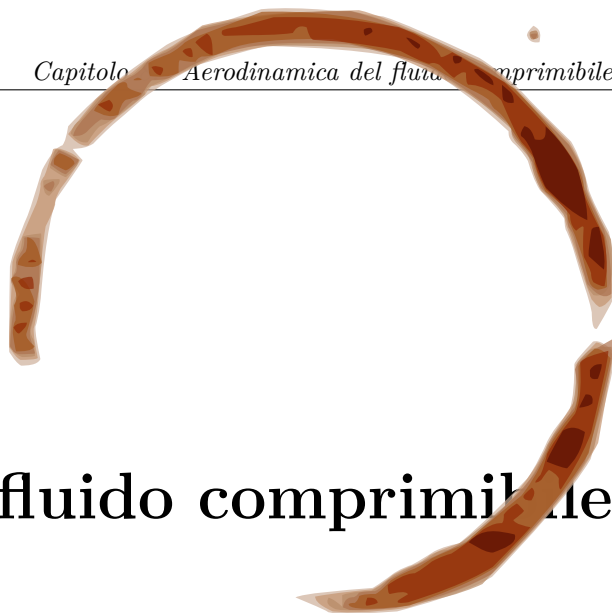


Figura 7.2: Sistema di ipersostentazione del velivolo B-747.

Poiché le deflessioni possono essere molto forti (fino a 90°), per evitare che la corrente si separi si lascia uno spazio fra le superfici mobili: l'aria che passa dal ventre al dorso forma un getto che *energizza* lo strato limite superiore e ne ritarda la separazione. A volte lo stesso effetto si ottiene soffiando aria spillata dai compressori dei motori.



Capitolo 8

Aerodinamica del fluido comprimibile

8.1 Moto subsonico comprimibile

Quando la densità non può più considerarsi costante, fra le forme di energia che si convertono va incluso anche il lavoro di compressione/espansione e il corrispondente cambiamento di energia interna (temperatura). Imponendo la costanza dell'energia totale,

$$u + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{cost},$$

e riconoscendo nei primi due termini l'entalpia specifica h , si definisce l'**entalpia totale** H e si ottiene la forma comprimibile dell'equazione di Bernoulli (in realtà l'equazione dell'energia):

$$H = h + \frac{V^2}{2} = c_p T + \frac{V^2}{2} = c_p T_0 = \text{cost}, \quad (8.1)$$

dove T_0 è la **temperatura di ristagno**. Gli effetti della comprimibilità si manifestano come una variazione dei coefficienti aerodinamici: all'aumentare di M si osserva una diminuzione del C_L e un aumento del C_D .

Per volare ad alti numeri di Mach senza pagare troppa resistenza si adottano **ali a freccia**: ciò che conta è infatti la sola componente del numero di Mach normale al bordo d'attacco, che con la freccia diventa una frazione del numero di Mach di volo.

8.2 Campo supersonico: la relazione area-velocità

Differenziando la conservazione della massa $\dot{m} = \rho V A = \text{cost}$:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0.$$

Dalla (8.1) si ottiene $c_p dT + V dV = 0$; dalla legge dei gas, $dp/p = d\rho/\rho + dT/T$; e da una trasformazione isoentropica ($p/\rho^\gamma = \text{cost}$), $dp/p = \gamma d\rho/\rho$. Combinando queste relazioni si ricava la fondamentale **relazione area-velocità**:

$$\frac{dA}{A} = -(1 - M^2) \frac{dV}{V}. \quad (8.2)$$

L'interpretazione è netta:

- se $M < 1$, a un aumento di sezione corrisponde una *diminuzione* di velocità (comportamento “da fiume”);
- se $M > 1$, a un aumento di sezione corrisponde un *aumento* di velocità: comportamento controintuitivo, dovuto al fatto che il fluido, espandendosi, diminuisce tanto la densità che, per trasportare la stessa massa, deve accelerare.

8.3 L’ugello di de Laval

Dalla (8.2) segue che, per passare in modo isoentropico dal subsonico al supersonico (cioè per attraversare $M = 1$), **la sezione deve presentare un minimo**: si accelera il fluido subsonico in un condotto convergente, lo si accelera ulteriormente in campo supersonico in un condotto divergente, e nella sezione di area minima (**gola**, *throat*) si ha $M = 1$. Il condotto convergente-divergente è l’**ugello di de Laval** (fig. 8.1), impiegato nelle gallerie del vento supersoniche, nei motori a razzo e nelle palettature delle turbomacchine.

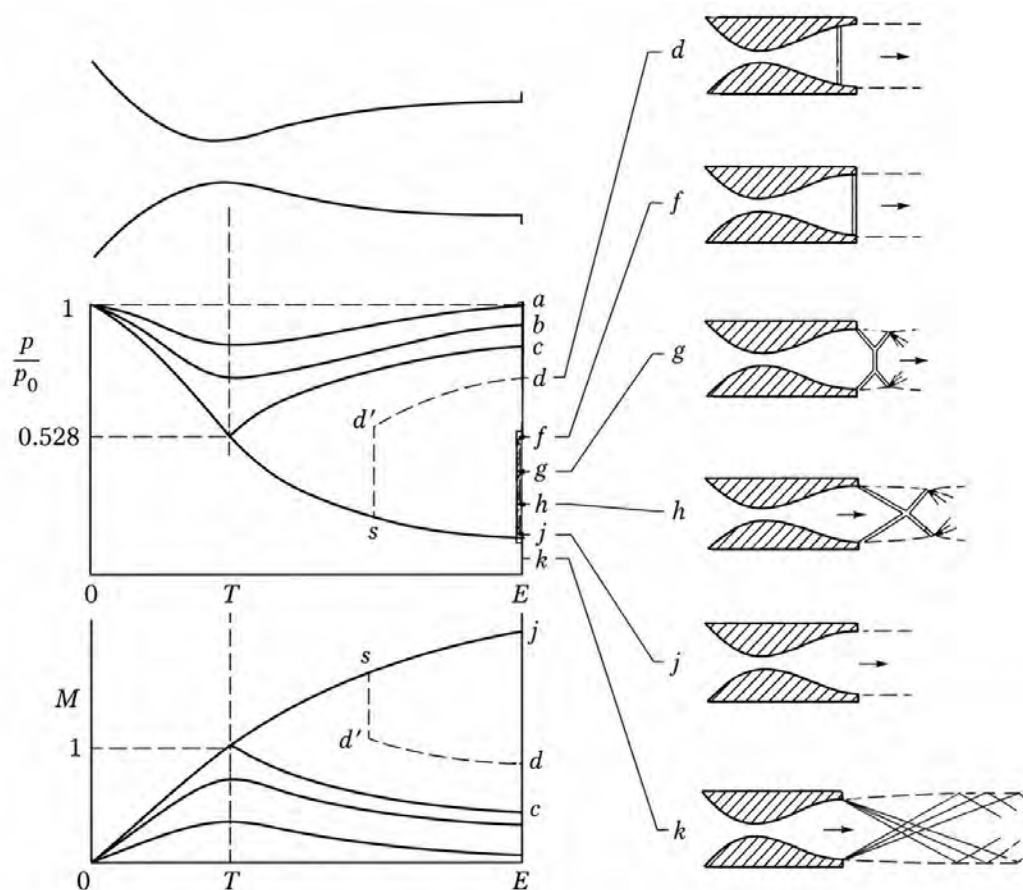


Figura 8.1: Funzionamento dell’ugello di de Laval al variare del rapporto fra pressione d’uscita e pressione di ristagno.

Nota

La sezione di gola è *condizione necessaria*, non sufficiente, per $M = 1$: in essa si può anche avere $dV = 0$, cioè un *massimo* di velocità se il moto è tutto subsonico, o un *minimo* se è tutto supersonico. All’avviamento dell’ugello, al crescere della pressione di alimentazione, si attraversano regimi diversi: da quello totalmente subsonico fino a quello

supersonico all'uscita, passando per la formazione di un'onda d'urto in gola che si sposta verso l'uscita e infine viene espulsa.

8.4 Onde di espansione e d'urto su una parete

A differenza del caso subsonico, in regime supersonico l'aria non viene "avvertita" in anticipo del cambiamento di geometria: rallentamenti e accelerazioni avvengono bruscamente.

Su una **parete convessa** (fig. 8.2), a ogni deviazione nasce un'onda isentropica di **espansione** (la sezione si allarga), inclinata di $\mu = \arcsin(1/M)$. Le onde divergono fra loro perché μ diminuisce (il Mach cresce): in corrispondenza di uno spigolo convesso formano un **ventaglio di espansione** (*expansion fan*).

Su una **parete concava** (fig. 8.3), a ogni deviazione nasce un'onda di **compressione** (la sezione si restringe). Le onde convergono e, a una certa distanza, si fondono in un'unica discontinuità: un'onda d'urto **obliqua**. Su uno spigolo concavo l'onda d'urto parte direttamente dal vertice.

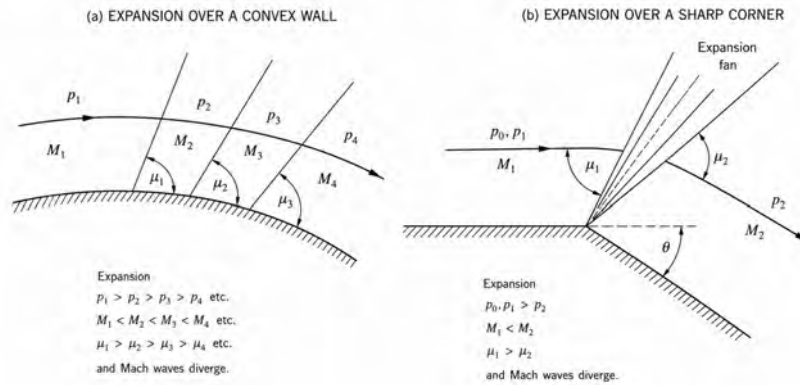


Figura 8.2: Espansione supersonica intorno a una parete convessa e a uno spigolo.

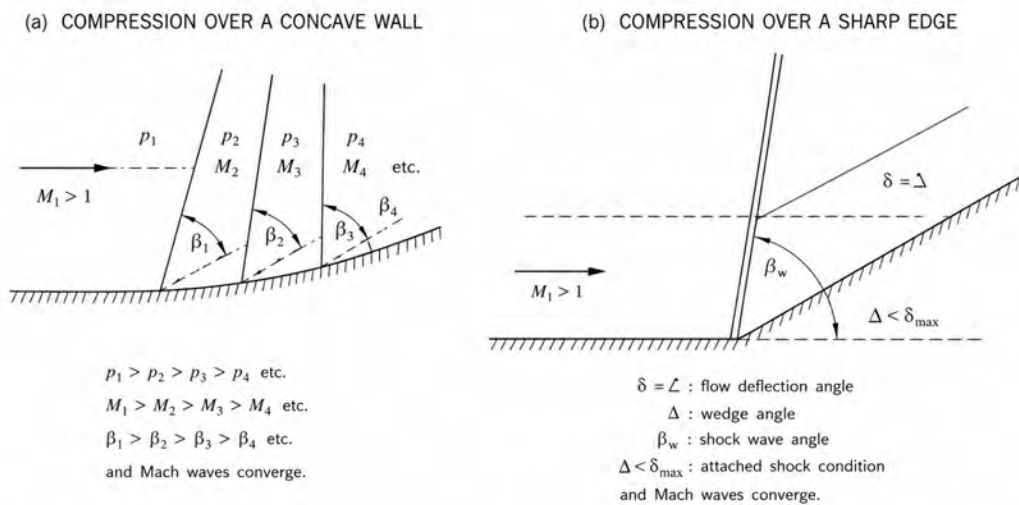


Figura 8.3: Compressione supersonica intorno a una parete concava e a uno spigolo.

Per ogni numero di Mach esiste un **angolo di deviazione massimo**: se la parete devia di

più, l'onda d'urto si stacca e diventa localmente normale alla corrente (fig. 8.4).

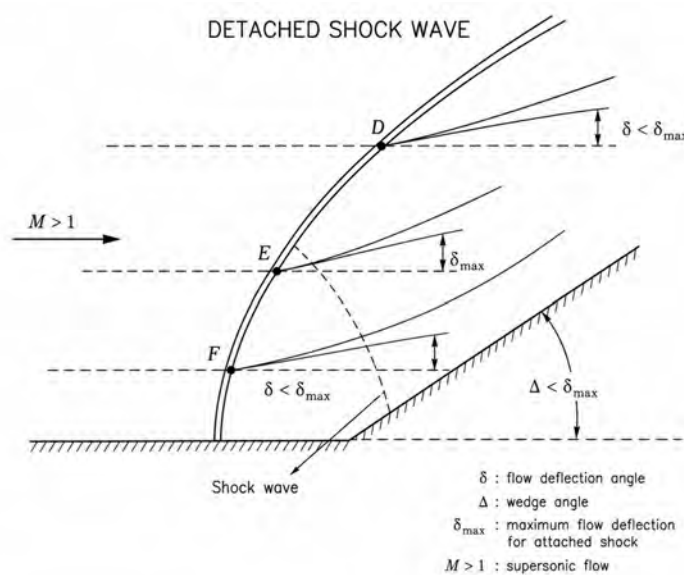


Figura 8.4: Onda d'urto staccata, localmente normale.

Nota

Attraverso un'onda d'urto adiabatica, a parità di energia totale, gran parte dell'energia cinetica (ordinata) si converte in energia interna (disordinata). La conversione avviene in pochi cammini liberi molecolari (spessore $\sim 10^{-8}$ m a quota zero): macroscopicamente l'onda d'urto si tratta come una discontinuità delle proprietà termofluidodinamiche.

8.5 Profili supersonici. La resistenza d'onda

Per i profili sottili, in supersonico, il coefficiente di portanza vale

$$C_l = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}.$$

Si consideri un profilo a doppio cuneo (fig. 8.5): ad angolo di attacco nullo si formano due onde d'urto al bordo d'attacco e due al bordo d'uscita, con due ventagli di espansione sugli spigoli convessi. Poiché le pressioni sulle facce anteriori superano quelle sulle facce posteriori, nasce una forza nella direzione della velocità: la **resistenza d'onda** (*wave drag*), tipica del moto supersonico.

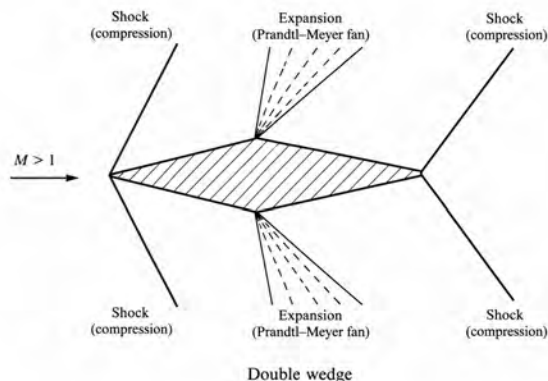


Figura 8.5: Onde d'urto e di espansione su un profilo a doppio cuneo.

8.6 Le ali supersoniche

Poiché la resistenza d'onda cresce con l'intensità delle onde d'urto, e quindi con il numero di Mach, le ali supersoniche adottano un forte angolo di freccia per ridurre il Mach normale al bordo d'attacco. Per adattare la freccia alle diverse fasi di volo si sono realizzati aerei a **freccia variabile** (come il Tornado, fig. 8.6), a costo di una notevole complessità meccanica. Negli aerei più veloci l'ala diventa a **delta**.

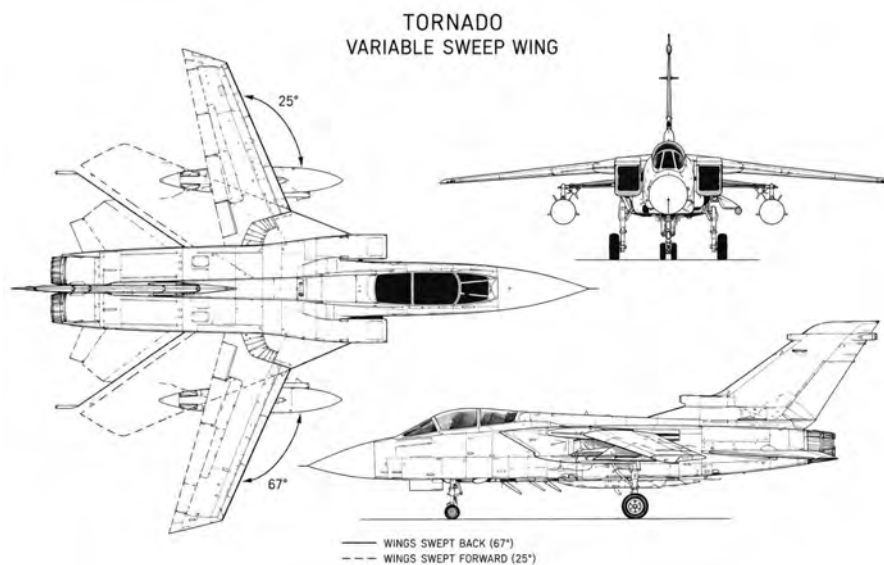


Figura 8.6: Ala a freccia variabile del cacciabombardiere Tornado.

In supersonico, gli effetti di estremità hanno carattere particolare: poiché le perturbazioni si risentono solo a valle del punto che le emette, entro il cono di Mach,

- per un'ala **rettangolare** (fig. 8.7) il bordo d'attacco è supersonico; gli effetti di estremità si limitano ai coni di semiapertura μ che partono dagli spigoli anteriori, mentre nel resto dell'ala il moto è 2-D;
- per un'ala **a delta** con angolo al vertice minore di 2μ (cioè $\Lambda < 90^\circ - \mu$) i bordi d'attacco sono *subsonici*;

- con angolo al vertice pari a 2μ i bordi d'attacco sono *sonici*;
- con angolo al vertice maggiore di 2μ i bordi d'attacco sono *supersonici*.

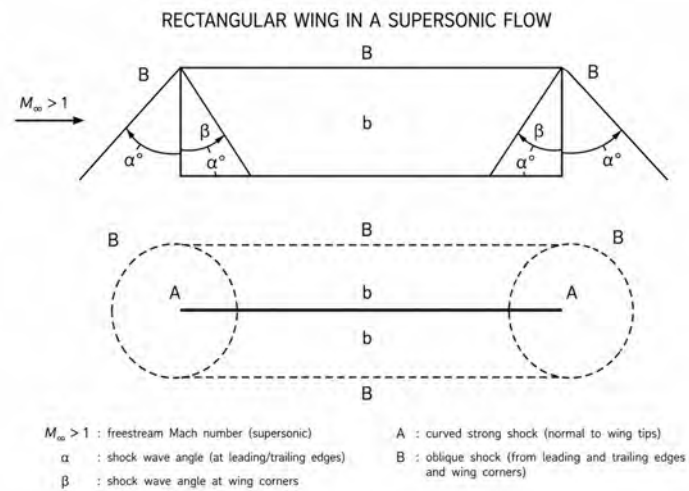


Figura 8.7: Ala rettangolare in corrente supersonica.

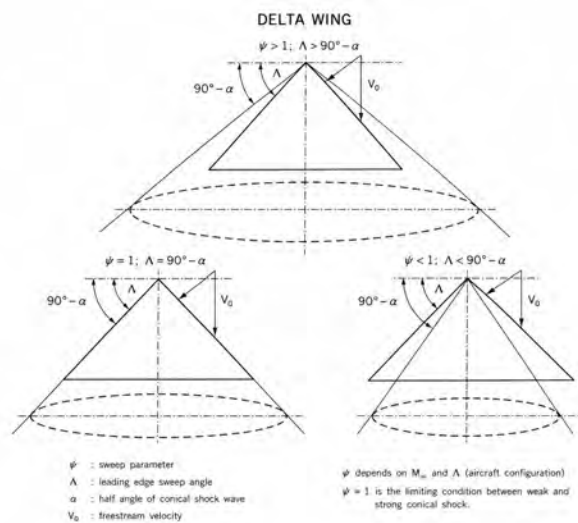


Figura 8.8: Ali a delta con bordi d'attacco subsonici, sonici e supersonici.

8.7 Variazione dei coefficienti e delle forze con il numero di Mach

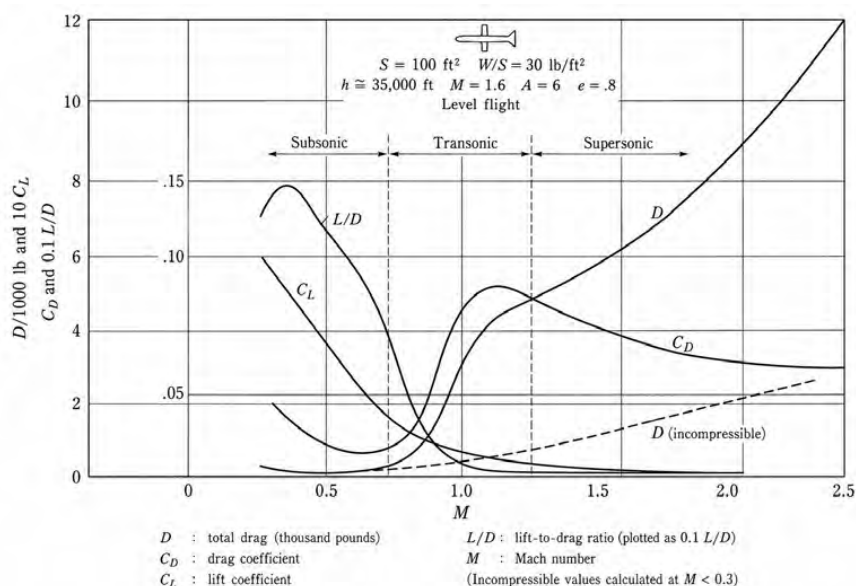


Figura 8.9: Variazione di resistenza, efficienza e coefficienti di portanza e resistenza di un modello dal subsonico al supersonico.

Per un corpo che vola a quota costante (fig. 8.9) si osserva: una costante diminuzione del C_L ; un C_D che diminuisce in subsonico, cresce in campo comprimibile fino a un massimo in transonico, poi diminuisce in supersonico; un'efficienza con massimo intorno a $M = 0.4$ che poi cala fino a valori molto bassi.

Nota

Quanto detto vale per i *coefficienti*, non per le *forze*. Per passare alle forze occorre moltiplicare i coefficienti per la superficie di riferimento (costante) e per la pressione dinamica $q = \frac{1}{2}\rho V^2$, che a quota costante cresce con il quadrato del numero di Mach. Per questo la resistenza, nonostante i cali del coefficiente, cresce quasi sempre all'aumentare di M .

8.8 Riscaldamento aerodinamico e temperatura di parete adiabatica

In regime comprimibile, il rallentamento della corrente nello strato limite converte energia cinetica in entalpia, riscaldando l'aria. Alla parete, dove la velocità si annulla, si raggiunge la massima temperatura: se la parete è adiabatica, essa è la **temperatura di parete adiabatica** T_{aw} , che *non* coincide con la temperatura di ristagno.

Il bilancio dipende dal rapporto fra due meccanismi — il lavoro degli sforzi viscosi e la diffusione del calore tra gli strati — misurato dal **numero di Prandtl**

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda},$$

dove λ è la conducibilità termica. Si definisce il **coefficiente di recupero** r , che misura la

frazione di energia cinetica recuperata come energia termica sulla parete:

$$r = \frac{T_{aw} - T_{\infty}}{T_{0\infty} - T_{\infty}}.$$

Per la lastra piana, $r = \sqrt{\text{Pr}}$ in regime laminare e $r = \sqrt[3]{\text{Pr}}$ in regime turbolento. Poiché per l'aria $\text{Pr} < 1$, si ha $r < 1$ e dunque $T_{aw} < T_{0\infty}$; entrambe le grandezze sono più alte in regime turbolento.

8.9 Campo transonico

Si dice *transonico* il campo di moto in cui coesistono, intorno allo stesso corpo, regioni a velocità subsonica e regioni a velocità supersonica. La situazione si presenta già quando il velivolo vola a un numero di Mach di volo *inferiore* a uno: basta che la corrente, accelerando nel contornare il dorso del profilo, raggiunga e superi localmente $M = 1$. Il campo transonico non è dunque confinato al solo $M_{\infty} = 1$, ma occupa un intero intervallo di numeri di Mach di volo a cavallo dell'unità, ed è il regime più delicato da attraversare per un aeromobile.

Il numero di Mach critico

Il punto di partenza è un'osservazione semplice: sul dorso di un profilo la corrente è più veloce della corrente indisturbata, perché deve percorrere un cammino più lungo a parità di tempo. Esiste perciò un valore del Mach di volo, detto **numero di Mach critico** M_{cr} , in corrispondenza del quale la velocità locale raggiunge per la prima volta $M = 1$ nel punto di massima accelerazione (in genere poco a valle del bordo d'attacco, dove la depressione è massima). Per $M_{\infty} < M_{cr}$ il campo è ovunque subsonico e nulla di particolare accade; non appena M_{∞} supera M_{cr} , sul dorso compare una *sacca supersonica*, una regione chiusa in cui $M > 1$ immersa in una corrente complessivamente subsonica. È l'inizio del regime transonico.

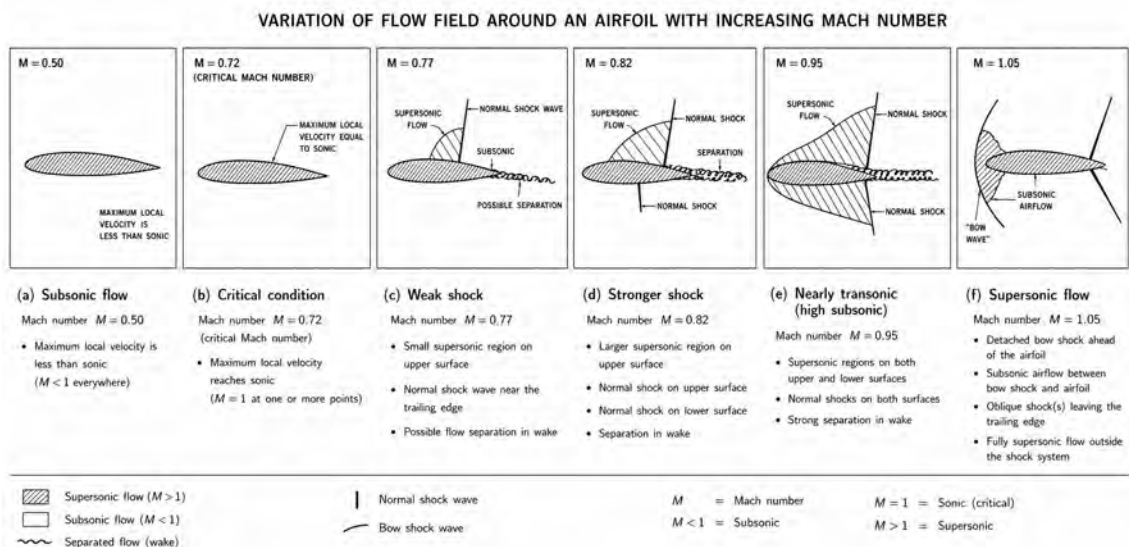


Figura 8.10: Campo di moto intorno a un profilo alare al crescere del numero di Mach: dal regime subsonico ($M=0.50$) alla condizione critica ($M=0.72$), con velocità locale massima sonica; successiva formazione di una regione supersonica locale e di un'onda d'urto normale ($M=0.77$); intensificazione dell'urto e comparsa della separazione ($M=0.82$); estensione delle regioni supersoniche su dorso e ventre con forte scia separata ($M=0.95$); infine, in regime debolmente supersonico ($M=1.05$), formazione di un'onda d'urto staccata a monte del profilo e di onde oblique a valle.

La sequenza delle onde d'urto

Ciò che rende il transonico così caratteristico è il modo in cui la sacca supersonica si chiude. Una corrente supersonica non può rallentare con continuità fino al subsonico in presenza di un gradiente di pressione avverso: la decelerazione avviene bruscamente, attraverso un'onda d'urto pressoché normale, oltre la quale il moto ridiventa subsonico. La fig. 8.10 mostra l'intera evoluzione al crescere del Mach di volo:

- a M_∞ moderato (caso *a*) il campo è interamente subsonico: la corrente contorna il profilo e si richiude in una scia regolare, senza urti;
- superato M_{cr} (caso *b*) sul dorso si forma la sacca supersonica, chiusa a valle da un'onda d'urto normale dopo la quale il flusso torna subsonico;
- aumentando ancora M_∞ (caso *c*) anche sul ventre si genera una propria sacca supersonica con la relativa onda d'urto, e le sacche si estendono;
- avvicinandosi a $M = 1$ (caso *d*) le onde d'urto, di dorso e di ventre, arretrano fino a posizionarsi sul bordo d'uscita, dove tendono a fondersi;
- in regime francamente supersonico (caso *e*, $M_\infty > 1$) compare davanti al profilo un'onda d'urto *staccata*: a valle di essa, in prossimità del bordo d'attacco, esiste una piccola regione subsonica, mentre il resto del campo è supersonico.

L'arretramento progressivo delle onde d'urto verso il bordo d'uscita all'aumentare di M_∞ è la chiave per interpretare il comportamento delle forze aerodinamiche descritto più avanti.

Perché il transonico è un regime “difficile”

La presenza di onde d'urto mobili sulla superficie del profilo ha due conseguenze pesanti. La prima è la *resistenza d'onda*: l'urto introduce una dissipazione (un aumento di entropia) che si traduce in una forza resistente aggiuntiva, assente nel subsonico. La seconda, e più insidiosa, è l'*instazionarietà*: poiché la posizione dell'urto dipende in modo sensibile dal Mach e dall'assetto, una piccola variazione di velocità o di angolo d'attacco sposta bruscamente l'onda d'urto, e con essa il punto in cui il flusso si separa. Ne derivano oscillazioni rapide e irregolari delle forze aerodinamiche, note come **buffeting**, che sollecitano la struttura e disturbano i comandi. Si comprende così perché, per ogni corpo e per ogni angolo d'attacco, si definisca un intervallo di Mach — delimitato da un *Mach critico inferiore* e da un *Mach critico superiore* — all'interno del quale il regime è transonico e va attraversato con cautela.

Andamento dei coefficienti aerodinamici

Tutto questo si riflette in modo netto sull'andamento dei coefficienti vicino a $M = 1$, come mostra la fig. 8.11 per un profilo a piccolo angolo d'attacco. Finché $M_\infty < M_{cr}$ i coefficienti variano dolcemente, in buon accordo con la correzione di comprimibilità (il C_L cresce gradualmente al crescere del Mach). Oltre M_{cr} , invece, le curve cambiano carattere bruscamente: il coefficiente di resistenza C_D , rimasto quasi costante per tutto il subsonico, ha un'impennata improvvisa — la cosiddetta *divergenza della resistenza (drag divergence)* — legata alla comparsa della resistenza d'onda; il coefficiente di portanza C_L raggiunge un massimo e poi cade rapidamente, perché l'urto provoca la separazione dello strato limite (*shock stall*); il coefficiente di momento C_m subisce una forte variazione, responsabile di pericolose tendenze a picchiare o cabrare (il fenomeno storicamente chiamato *tuck under*). È questa la firma inconfondibile del regime transonico: non variazioni graduali, ma ginocchia e picchi concentrati in un intervallo ristretto di Mach.

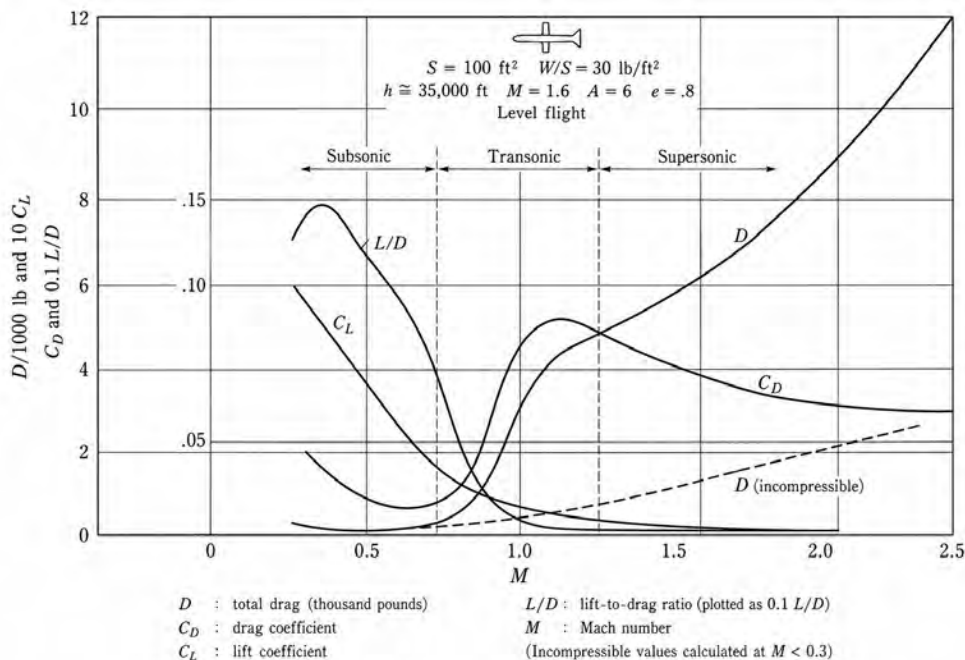


Figura 8.11: Variazione dei coefficienti di portanza C_L , resistenza C_D e momento $C_{m_{c/4}}$ di un profilo NACA 4412 a piccolo angolo d'attacco ($\alpha = 0.25^\circ$) con il numero di Mach.

Esempio

Perché si vola appena sotto M_{cr} . Un tipico profilo da trasporto ha $M_{cr} \approx 0.7 \div 0.75$. Volare a Mach leggermente inferiore a M_{cr} consente di sfruttare l'alta velocità mantenendo C_D basso; spingersi appena oltre, invece, fa entrare il profilo nella divergenza della resistenza, dove un incremento di Mach di pochi centesimi può far crescere C_D anche di un fattore due o tre, con un brusco aumento dei consumi. È per questo che la velocità di crociera degli aerei commerciali si colloca poco al di sotto del Mach di divergenza, e che ottenere un M_{cr} più alto (con profili opportuni) è un obiettivo progettuale di grande valore — come vedremo a proposito dei profili supercritici.

8.10 I profili supercritici

Per innalzare il numero di Mach a cui insorgono l'aumento di resistenza e il buffeting si usano i **profili supercritici** (fig. 8.12), con dorso e ventre anteriori quasi piatti, in modo da ridurre l'accelerazione della corrente: l'onda d'urto si forma più a valle e con minore intensità. La portanza persa per la minore depressione sul dorso si recupera aumentando la curvatura nella parte posteriore del ventre. Il bordo d'attacco, dovendo essere arrotondato, lascia spazio interno per i serbatoi di combustibile.

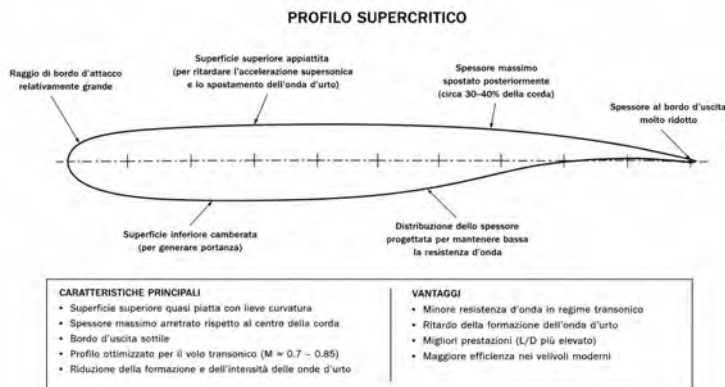


Figura 8.12: Un profilo alare supercritico.

8.11 La regola delle aree

Sulle ali transoniche a freccia, la presenza della fusoliera alla radice deforma il campo e provoca onde d'urto. **Richard T. Whitcomb** enunciò la **regola delle aree**: *la distribuzione della sezione trasversale complessiva del velivolo transonico deve essere quella di un corpo affusolato*. Ne consegue una fusoliera che si restringe in corrispondenza dell'ala per riallargarsi dietro (la celebre “bottiglia di Coca-Cola volante”), con aumento del Mach critico e riduzione della resistenza (fig. 8.13).

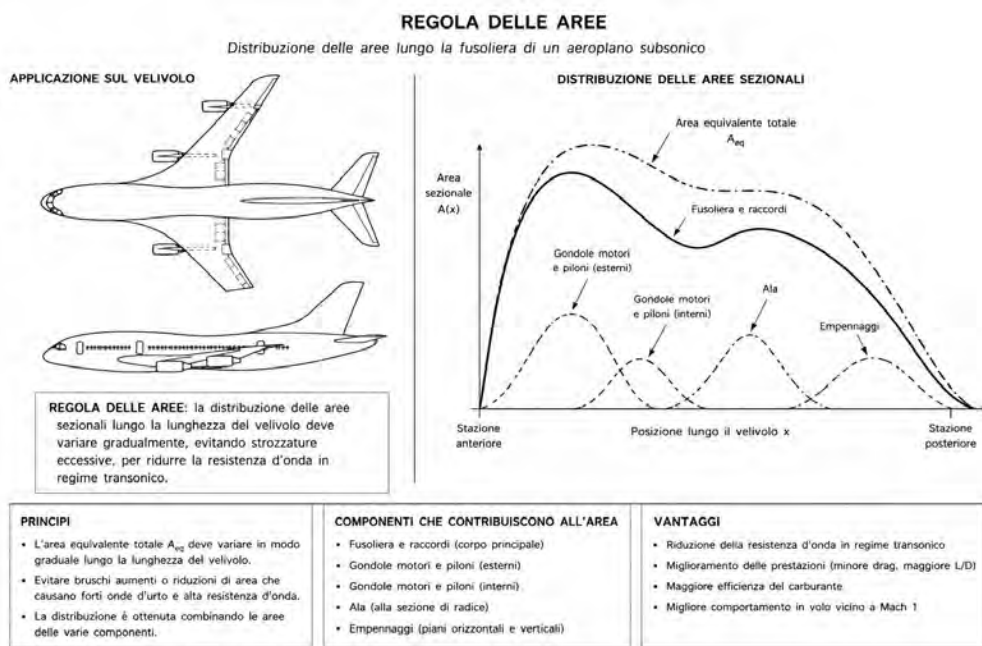


Figura 8.13: Applicazione della regola delle aree alla distribuzione assiale delle sezioni di un velivolo quasi sonico.

Appendice A

Atmosfera standard

La tabella riporta i valori dell'atmosfera standard internazionale alle varie quote z : temperatura T , pressione p , densità ρ e velocità del suono a .

z [m]	T [K]	p [N/m ²]	ρ [kg/m ³]	a [m/s]
0	288.15	1.0133×10^5	1.2250	340.29
1 000	281.65	8.9876×10^4	1.1117	336.44
2 000	275.15	7.9501×10^4	1.0066	332.53
3 000	268.66	7.0121×10^4	0.9092	328.58
4 000	262.17	6.1660×10^4	0.8194	324.59
5 000	255.68	5.4048×10^4	0.7364	320.55
6 000	249.19	4.7218×10^4	0.6601	316.45
7 000	242.70	4.1105×10^4	0.5900	312.31
8 000	236.22	3.5652×10^4	0.5258	308.11
9 000	229.73	3.0801×10^4	0.4671	303.85
10 000	223.25	2.6500×10^4	0.4135	299.53
11 000	216.77	2.2700×10^4	0.3648	295.14
12 000	216.65	1.9399×10^4	0.3119	295.07
14 000	216.65	1.4170×10^4	0.2279	295.07
16 000	216.65	1.0353×10^4	0.1665	295.07
18 000	216.65	7.5652×10^3	0.1217	295.07
20 000	216.65	5.5293×10^3	0.0889	295.70
25 000	221.55	2.5492×10^3	0.0401	298.39
30 000	226.51	1.1970×10^3	0.0184	301.71
40 000	250.35	2.8714×10^2	3.996×10^{-3}	317.19
50 000	270.65	7.9779×10^1	1.027×10^{-3}	329.80

Tabella A.1: Atmosfera standard internazionale (valori a quote selezionate).

Appendice B

Costanti e unità di misura (SI)

Grandezza	Unità	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	kg
Tempo	secondo	s
Temperatura termodinamica	kelvin	K
Forza	newton	$N = \text{kg m/s}^2$
Pressione, sforzo	pascal	$\text{Pa} = \text{N/m}^2$
Energia, lavoro	joule	$J = \text{N m}$
Potenza	watt	$W = \text{J/s}$

Tabella B.1: Unità SI di uso più frequente in aerodinamica.

Costante	Valore
Costante dell'aria	$R = 287.05 \text{ J/(kg K)}$
Rapporto dei calori specifici	$\gamma = 1.4$
Costante universale dei gas	$\mathcal{R} = 8314.34 \text{ J/(kmol K)}$
Accelerazione di gravità normale	$g_n = 9.80665 \text{ m/s}^2$
Atmosfera normale	$1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$
Costante di Sutherland (aria)	$C = 110.4 \text{ K}$

Tabella B.2: Alcune costanti utili.