

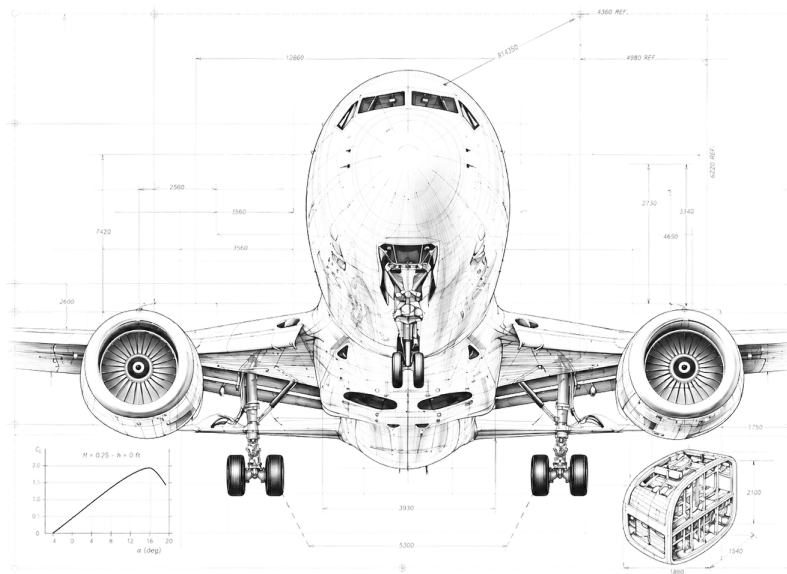
MECCANICA DEL VOLO

Moti curvi

la virata e la richiamata

Fattore di carico, prestazioni di manovra e limiti di volo

monografia didattica



Prof. Ing. Biagio Raucci
Costruzioni Aeronautiche

Indice

1	Il moto curvo e il fattore di carico	I
1.1	Che cosa vuol dire “curvare”	1
1.2	Il fattore di carico	2
1.3	Le ipotesi di lavoro	2
2	La virata	4
2.1	Definizione e schema delle forze	4
2.2	Le equazioni della virata corretta	5
2.2.1	Fattore di carico e velocità in virata	6
2.2.2	Spinta e potenza necessarie in virata	7
2.2.3	Raggio e rateo di virata	7
2.3	I tre limiti della prestazione di virata	8
2.4	Il diagramma di manovra	8
2.4.1	Il confine di stallo	8
2.4.2	Il tetto strutturale e il punto d’angolo	9
3	Prestazioni di virata a quota costante	12
3.1	La spinta necessaria alla virata	12
3.2	Virata a fattore di carico massimo	13
3.3	Virata a rateo massimo (<i>fastest turn</i>)	14
3.4	Virata a raggio minimo (<i>tightest turn</i>)	14
3.5	I diagrammi di prestazione	14
4	Regimi di virata e strumentazione	17
4.1	Corretta, derapata, scivolata	17
4.2	La virata standard	17
5	La richiamata	19
5.1	Definizione ed equazioni	19
5.2	Fattore di carico e raggio di richiamata	19
5.3	Il raggio minimo di richiamata e i suoi limiti	20
6	Esercizi svolti	22

Il moto curvo e il fattore di carico

Dove stiamo andando

Finora abbiamo studiato quasi sempre il velivolo che vola *diritto*: in crociera, in salita, in discesa, la traiettoria del baricentro è una retta e la somma delle forze applicate è nulla. Ma un aeroplano che non sappia *curvare* non serve a niente: deve rientrare al campo, allinearsi alla pista, aggirare un temporale, e nei velivoli militari deve stringere la virata più dell'avversario. Curvare significa *cambiare la direzione della velocità*, e cambiare la direzione di un vettore — anche mantenendone costante il modulo — richiede una forza. Questa forza il velivolo se la procura **inclinando la portanza**, e il prezzo che paga è un aumento del carico che grava sulla struttura e sul pilota: il *fattore di carico*.

In questo capitolo introduttivo mettiamo a fuoco il concetto comune a tutte le manovre curve — l'accelerazione centripeta e il fattore di carico n — e fissiamo le ipotesi (volo trimmato, forze applicate al baricentro) che renderanno trattabili i due casi fondamentali: la **virata**, curva nel piano orizzontale, e la **richiamata**, curva nel piano verticale. Sono le due “evoluzioni” con cui si chiude lo studio delle prestazioni del velivolo.

1.1 Che cosa vuol dire “curvare”

Consideriamo il baricentro del velivolo che percorre una traiettoria curva. In ogni punto la velocità $\mathbf{V}$ è tangente alla traiettoria; se la traiettoria è curva, la *direzione* di $\mathbf{V}$ cambia istante per istante, anche quando il *modulo* V resta costante. Dalla cinematica sappiamo che un moto su traiettoria di raggio di curvatura R presenta un'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{V^2}{R}, \quad (1.1)$$

diretta verso il centro di curvatura, cioè *normale* alla traiettoria. Se indichiamo con $\dot{\psi}$ (per la virata) o $\dot{\gamma}$ (per la richiamata) la velocità angolare con cui ruota il vettore velocità, vale anche la forma equivalente

$$a_c = V \dot{\psi} = \frac{V^2}{R}, \quad \text{con} \quad \dot{\psi} = \frac{V}{R}. \quad (1.2)$$

Per la seconda legge della dinamica, a questa accelerazione deve corrispondere una forza risultante diretta verso il centro:

$$F_c = m a_c = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R}, \quad (1.3)$$

avendo scritto la massa come $m = W/g$. È la ben nota **forza centripeta**: non è una forza “nuova”, ma il *nome* della risultante che le forze reali (portanza, peso, spinta) devono comporre perché la traiettoria sia curva.

Centripeta o centrifuga?

Nel riferimento inerziale (fermo rispetto al suolo) esiste soltanto la **forza centripeta** (1.3), che “tira” il velivolo verso il centro e ne incurva la traiettoria. La cosiddetta **forza centrifuga** compare solo se ci mettiamo nel riferimento *solidale al velivolo*, che è *non inerziale*: è una forza apparente, uguale e contraria alla centripeta, che serve a “chiudere” un equilibrio fittizio dal punto di vista di chi sta a bordo. I due punti di vista sono equivalenti e conducono alle stesse equazioni: nel seguito useremo indifferentemente l'uno

o l'altro, come fa la tradizione aeronautica, avendo però ben chiaro che F_c nell'espressione $\frac{W}{g} \frac{V^2}{R}$ è *sempre* la stessa quantità.

1.2 Il fattore di carico

Fattore di carico normale

Si dice **fattore di carico** (normale) il rapporto fra la portanza sviluppata dal velivolo e il suo peso:

$$n = \frac{L}{W}.$$

Esso misura di quante volte la portanza supera il peso e, in modo equivalente (come vedremo), di quante volte l'accelerazione "avvertita" a bordo supera l'accelerazione di gravità g .

Nel volo rettilineo orizzontale uniforme si ha $L = W$, dunque $n = 1$: è la condizione "di riposo", quella in cui tutte le masse a bordo pesano esattamente quanto peserebbero a terra. In manovra, invece, la portanza deve equilibrare non solo il peso ma anche (in tutto o in parte) la forza centripeta: allora $L > W$ e $n > 1$. Un passeggero avverte questo aumento come una maggiore "pesantezza": a $n = 2$ si sente pesare il doppio, la testa fa fatica a restare sollevata, il sangue tende ad allontanarsi dalla testa. È l'effetto delle "g" di cui parlano i piloti.

Peso apparente

In una manovra curva tutte le masse a bordo sono soggette a un'accelerazione risultante pari a $n g$. Il **peso apparente** vale

$$W' = n W = L$$

ed è diretto secondo la *verticale apparente*, cioè lungo la direzione della portanza. È questa la ragione fisica per cui, in virata corretta, la pallina del virosbandometro resta *al centro*: la verticale "sentita" a bordo coincide con il piano di simmetria del velivolo.

Il fattore di carico non è un capriccio di progettazione

Il valore massimo $n_{\max}$ che un velivolo può sopportare non è scelto per comodità: è un **limite strutturale** fissato dalle norme di aeronavigabilità in funzione della categoria (per esempio, categoria normale $n_{\max} = 3,8$; utility $n_{\max} = 4,4$; acrobatica $n_{\max} = 6,0$; un caccia può arrivare a 7,33 e oltre). Superare $n_{\max}$ significa portare la struttura oltre il limite elastico, con *deformazioni permanenti* o rotture. Insieme al limite strutturale agisce sempre il **limite aerodinamico** (lo stallo) e, per il volo a quota costante, il **limite propulsivo** (spinta o potenza disponibile). Tutto lo studio delle prestazioni di manovra consiste nel capire quale di questi tre limiti "morde" per primo.

1.3 Le ipotesi di lavoro

Per rendere trattabile il problema adottiamo, come sempre nello studio delle prestazioni, alcune ipotesi semplificative che l'esperienza dimostra ragionevoli:

- I. **Volo trimmato.** Supponiamo che i momenti attorno ai tre assi (rollio, beccheggio, imbardata) siano *equilibrati* da un'opportuna posizione delle superfici di comando. Ciò ci consente di *trascurare la rotazione* e di trattare il velivolo come un punto materiale, applicando tutte le forze al baricentro e scrivendo le sole *equazioni di equilibrio alla traslazione*.

2. **Riferimento assi vento.** Scriviamo l'equilibrio lungo gli assi vento: X_w nella direzione del moto, Z_w normale ad essa nel piano di simmetria, Y_w a completare la terna. La portanza L è per definizione lungo Z_w , la resistenza D lungo $-X_w$.
3. **Modelli di forza noti.** Portanza e resistenza si scrivono con i consueti coefficienti adimensionali, $L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$ e $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D$, con la polare parabolica $C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}$.

Perché il volo è “simmetrico” anche in virata

Durante l'ingresso in virata nasce un'asimmetria reale fra le due semiali: la semiala esterna, più lontana dall'asse di virata, è investita da una velocità maggiore, sviluppa più portanza e più resistenza. Ne derivano un **momento di rollio** (che tende ad aumentare l'inclinazione) e un **momento di imbardata** (che tende a portare il muso fuori dalla traiettoria). Il pilota li contrasta rispettivamente con gli *alettoni* e con il *timone di direzione*; a manovra stabilizzata questi momenti sono equilibrati e possiamo, in tutta legittimità, tornare a considerare solo l'equilibrio alla traslazione. Questo è il senso operativo dell'ipotesi di volo trimmato.

Il senso di tutto questo

Il filo conduttore è uno solo: *curvare costa*. Costa una forza centripeta $F_c = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R}$, che il velivolo si procura inclinando o incurvando la portanza, e questo fa salire il fattore di carico $n = L/W$ sopra l'unità. Da qui in avanti applicheremo questa idea a due geometrie diverse — il piano orizzontale (virata) e il piano verticale (richiamata) — e vedremo che, cambiata la geometria, cambiano le equazioni ma non il principio. Cominciamo dalla virata.

La virata

Dove stiamo andando

La virata è la manovra con cui il velivolo cambia direzione restando alla stessa quota. Ne studieremo la versione “pulita”, la **virata corretta**, in cui la traiettoria è una circonferenza orizzontale percorsa a velocità e assetto costanti. Scriveremo le tre equazioni di equilibrio, da esse ricaveremo tutte le grandezze che interessano il progettista e il pilota — fattore di carico, velocità, spinta e potenza necessarie, raggio e rateo di virata — e infine individueremo i limiti (aerodinamico, strutturale, propulsivo) che ne definiscono le prestazioni massime.

2.1 Definizione e schema delle forze

Virata corretta

Si chiama **virata corretta** l'evoluzione descritta dal baricentro di un velivolo che percorre una traiettoria circolare in un piano orizzontale, a velocità e assetto costanti.

Per curvare in orizzontale il velivolo ruota attorno al proprio asse longitudinale (manovra di rollio) inclinando le ali di un angolo Φ detto **angolo di inclinazione laterale** (o *bank angle*). In questo modo la portanza L , che è perpendicolare alle ali, si inclina anch'essa di Φ rispetto alla verticale: la sua componente verticale $L \cos \Phi$ continua a sostenere il peso, mentre nasce una componente orizzontale $L \sin \Phi$ diretta verso l'interno della curva, che fornisce proprio la forza centripeta necessaria.

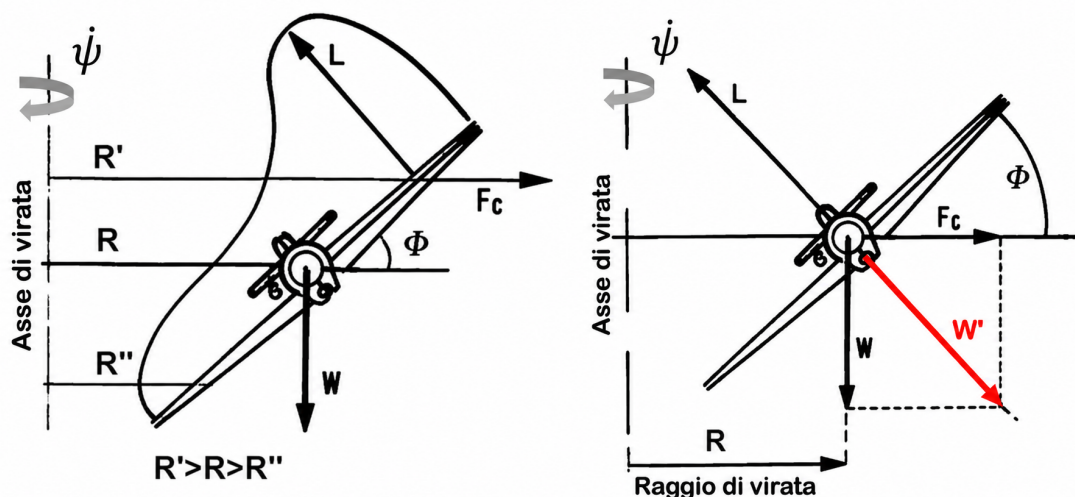


Figura 2.1. Schema delle forze in virata corretta. A sinistra la condizione di volo reale; a destra lo schema equivalente del velivolo trimmato, in cui il peso apparente $W' = nW$ (risultante di peso e forza centrifuga) è contenuto nel piano di simmetria ed è equilibrato dalla portanza L .

Conviene descrivere la geometria delle forze con un semplice triangolo nel piano di simmetria del velivolo: il peso W (verso il basso), la forza centrifuga F_c (orizzontale, verso l'esterno) e la loro risultante, il peso apparente W' , equilibrato dalla portanza L .

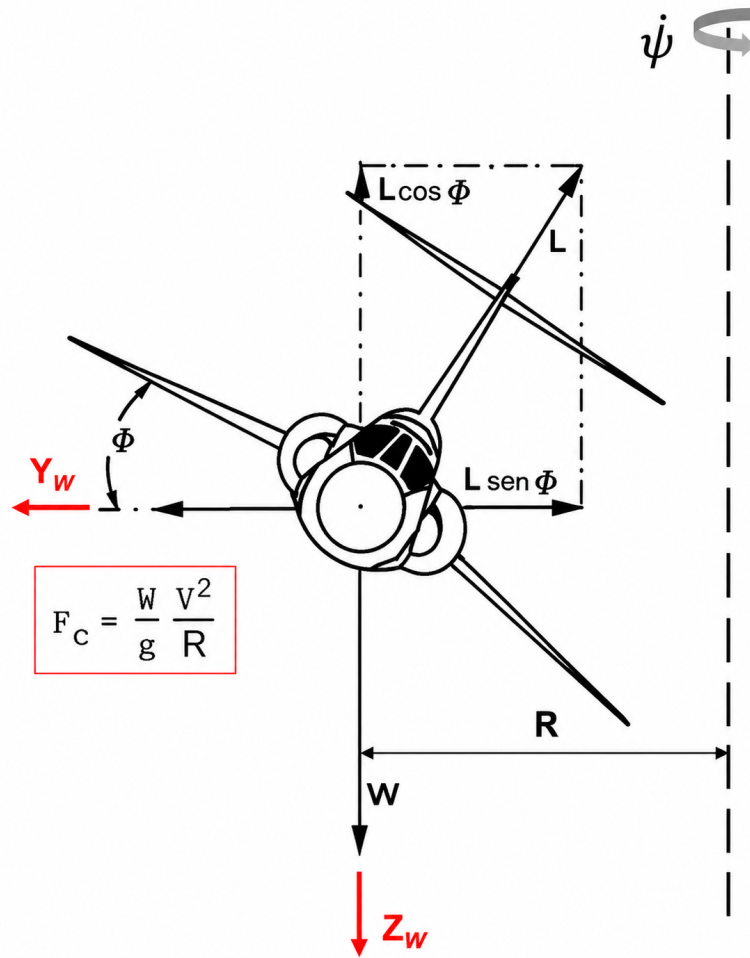


Figura 2.2. Poligono delle forze nel piano di simmetria: la portanza L equilibra la risultante W' di peso e forza centrifuga. Dalle proiezioni seguono immediatamente $L \cos \Phi = W$ e $L \sin \Phi = F_c$.

2.2 Le equazioni della virata corretta

Proiettando l'equilibrio delle forze lungo gli assi vento otteniamo tre equazioni indipendenti.

(1) Direzione normale al piano di virata (Z_w , verticale). La componente verticale della portanza sostiene il peso:

$$L \cos \Phi = \frac{1}{2} \rho V_v^2 S C_L \cos \Phi = W. \quad (2.1)$$

(2) Direzione parallela al piano di virata (Y_w , orizzontale, centripeta). La componente orizzontale della portanza fornisce la forza centripeta:

$$L \sin \Phi = F_c = \frac{W}{g} \frac{V_v^2}{R} = \frac{W}{g} V_v \dot{\psi}. \quad (2.2)$$

(3) Direzione del moto (X_w). La spinta equilibra la resistenza (quota costante, velocità costante):

$$T = D = \frac{1}{2} \rho V_v^2 S C_D. \quad (2.3)$$

Queste tre equazioni contengono tutta la fisica della manovra. Le sfruttiamo una a una.

2.2.1 Fattore di carico e velocità in virata

Dalla (2.1), ricordando che $n = L/W$:

$$n = \frac{L}{W} = \frac{1}{\cos \Phi} \quad (2.4)$$

Il fattore di carico in virata corretta *dipende solo dall'angolo di inclinazione* Φ : non dal peso, non dalla velocità, non dalla quota. È un risultato pulitissimo e va memorizzato.

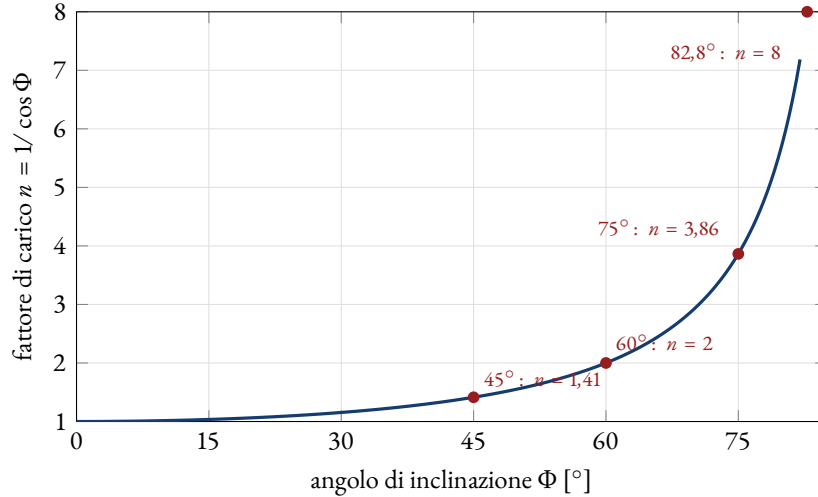


Figura 2.3. Fattore di carico in funzione dell'angolo di inclinazione. La curva sale dapprima lentamente, poi diverge: per $\Phi \rightarrow 90^\circ$ si avrebbe $n \rightarrow \infty$. La virata “a coltello” ($\Phi = 90^\circ$) è quindi impossibile a quota costante, perché la portanza sarebbe tutta orizzontale e nulla resterebbe a sostenere il peso.

Quanto costa inclinarsi

La figura 2.3 spiega perché le virate “di linea” si eseguono con $\Phi \leq 25^\circ - 30^\circ$: fino a lì il fattore di carico resta modesto ($n \leq 1,15$) e i passeggeri quasi non se ne accorgono. A $\Phi = 60^\circ$ si è già a $n = 2$; a $\Phi = 75^\circ$ a $n \simeq 3,9$, praticamente al limite di categoria normale.

Dalla (2.1) ricaviamo la velocità necessaria a sostenere il velivolo in virata. Esplicitando V_v :

$$V_v = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_L} \frac{1}{\cos \Phi}} = \frac{V_{no}}{\sqrt{\cos \Phi}} = V_{no} \sqrt{n}, \quad (2.5)$$

dove $V_{no} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_L}}$ è la velocità necessaria in *volo orizzontale* a parità di quota e di assetto (stesso C_L).

Velocità necessaria in virata

$$V_v = V_{no} \sqrt{n}, \quad n = \frac{1}{\cos \Phi}.$$

A parità di assetto e quota, in virata occorre volare *più veloci* che in volo orizzontale, tanto più quanto maggiore è l'inclinazione Φ . In particolare, la velocità di stallo in virata cresce anch'essa di un fattore $\sqrt{n}$:
 $V_{s1g}^{(virata)} = V_{s1g} \sqrt{n}.$

Lo stallo accelerato

Poiché in virata la velocità di stallo sale a $V_{s_{lg}} \sqrt{n}$, un velivolo che in volo diritto stalla a $V_{s_{lg}}$ può stallare, in una virata stretta, a una velocità ben più alta. È lo **stallo accelerato** (o “*g*-stallo”): la causa più frequente di incidenti in virata a bassa quota, tipicamente nel richiamo verso la pista, quando il pilota stringe la virata riducendo la velocità. Il velivolo non “sa” di essere vicino al suolo: obbedisce solo alla (2.5).

2.2.2 Spinta e potenza necessarie in virata

Dalla (2.3), ripetendo il ragionamento del volo orizzontale ma con V_v al posto di V_{no} , e ricordando che $V_v^2 = V_{no}^2 / \cos \Phi$:

$$T_{nv} = \frac{1}{2} \rho V_{no}^2 S C_D \frac{1}{\cos \Phi} = \frac{T_{no}}{\cos \Phi} = T_{no} n, \quad (2.6)$$

avendo indicato con T_{no} la spinta necessaria al volo orizzontale a parità di quota e di assetto. La potenza necessaria è $\Pi_{nv} = T_{nv} V_v$, ossia

$$\Pi_{nv} = T_{no} V_{no} \frac{1}{(\cos \Phi)^{3/2}} = \frac{\Pi_{no}}{(\cos \Phi)^{3/2}} = \Pi_{no} n^{3/2}. \quad (2.7)$$

Spinta e potenza in virata corretta

$$T_{nv} = T_{no} n, \quad \Pi_{nv} = \Pi_{no} n^{3/2}.$$

A parità di assetto e quota, la virata richiede più spinta e più potenza del volo orizzontale, e la richiesta cresce con il fattore di carico. Le prestazioni massime in virata a quota costante sono perciò fortemente condizionate dalla *disponibilità* di spinta (o di potenza).

2.2.3 Raggio e rateo di virata

Dividiamo membro a membro la (2.2) per la (2.1):

$$\tan \Phi = \frac{F_c}{W} = \frac{V_v^2}{g R},$$

da cui il **raggio di virata**

$$R = \frac{V_v^2}{g \tan \Phi}. \quad (2.8)$$

Conviene esprimere R in funzione del solo fattore di carico. Poiché $\cos \Phi = 1/n$, si ha $\sin \Phi = \sqrt{1 - 1/n^2} = \sqrt{n^2 - 1}/n$ e quindi

$$\tan \Phi = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{1}. \quad (2.9)$$

Sostituendo:

$$\boxed{R = \frac{V_v^2}{g \sqrt{n^2 - 1}}} \quad \boxed{\dot{\psi} = \frac{V_v}{R} = \frac{g \sqrt{n^2 - 1}}{V_v}} \quad (2.10)$$

Le due relazioni (2.10) dicono cose apparentemente opposte e in realtà complementari. Il raggio R è tanto più *piccolo* quanto più V_v è bassa e quanto più n (cioè Φ) è grande: si stringe la virata volando lenti e molto inclinati. Il rateo $\dot{\psi}$, viceversa, è tanto più *grande* quanto più n è grande e quanto più V_v è bassa. Ma n e V_v non sono liberi: sono legati dai limiti fisici del velivolo, e proprio l'esistenza di questi limiti fa nascere una velocità ottima, la *velocità di manovra*.

La velocità di manovra (corner speed)

La velocità V_v alla quale si ottiene, *in assoluto*, il raggio di virata minimo (o il rateo massimo) si chiama **velocità di manovra** V_A (*corner speed*). Ad essa si raggiungono *simultaneamente* il limite aerodinamico ($C_{L_{\max}}$) e il limite strutturale ($n_{\max}$):

$$V_A = V_{s1g} \sqrt{n_{\max}}.$$

2.3 I tre limiti della prestazione di virata

Le formule precedenti descrivono la geometria della virata, ma non dicono *fin dove* il velivolo può spingersi. Ci pensano tre limiti fisici.

Limite aerodinamico ($C_{L_{\max}}$).

Per ogni Φ il coefficiente di portanza non può superare $C_{L_{\max}}$: se lo facesse, il velivolo stallerebbe (stallo accelerato, con $n > 1$). Fissa la *minima* velocità ammissibile in virata, cioè, per un dato n , la virata più stretta possibile prima dello stallo.

Limite strutturale ($n_{\max}$).

L'angolo di inclinazione non può crescere indefinitamente: a $n = n_{\max}$ la struttura raggiunge il carico limite. Fissa la *massima* inclinazione ammissibile.

Limite propulsivo ($T_d = T_{nv}$).

Le sole equazioni (2.1) e (2.2) garantiscono la traiettoria circolare ma *non* la quota costante: perché la quota si mantenga occorre che la spinta disponibile T_d eguagli la spinta necessaria T_{nv} (equazione 2.3). Se $T_d < T_{nv}$ la virata è possibile, ma a spese della quota (virata *discendente*).

Chi comanda a quale quota

Alle *basse* quote predominano tipicamente i limiti aerodinamico e strutturale: il motore ha spinta in abbondanza e “morde” prima la struttura o lo stallo. Alle *alte* quote, invece, contano il limite aerodinamico (il $C_{L_{\max}}$ utile si riduce al crescere del numero di Mach) e quello propulsivo (spinta e potenza calano con la densità). Questa gerarchia è il motivo per cui i diagrammi di prestazione di virata si tracciano *per una data quota*.

2.4 Il diagramma di manovra

I tre limiti appena elencati non vivono separati: se li riportiamo tutti insieme su un unico grafico che ha in ascissa la velocità e in ordinata il fattore di carico, otteniamo il **diagramma di manovra** (o *inviluppo di volo*, *flight envelope* nella letteratura anglosassone). È una delle rappresentazioni più dense e più utili di tutta la meccanica del volo: in una sola figura si legge *che cosa* il velivolo può fare e *dove* smette di poterlo fare. Costruiamola un pezzo alla volta.

2.4.1 Il confine di stallo

Fissiamo la quota (quindi ρ) e immaginiamo di volare a un dato fattore di carico n : la portanza vale $L = nW$. Perché quella portanza sia prodotta senza stallare, il coefficiente di portanza non deve superare $C_{L_{\max}}$. All'incidenza di stallo, e a una generica velocità V , la massima portanza disponibile è $L_{\max} = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{L_{\max}}$; uguagliandola a nW si ottiene il massimo fattore di carico che l'aerodinamica consente a quella velocità:

$$n_{\text{stallo}}(V) = \frac{\frac{1}{2}\rho V^2 S C_{L_{\max}}}{W} = \left(\frac{V}{V_{s1g}} \right)^2, \quad (2.11)$$

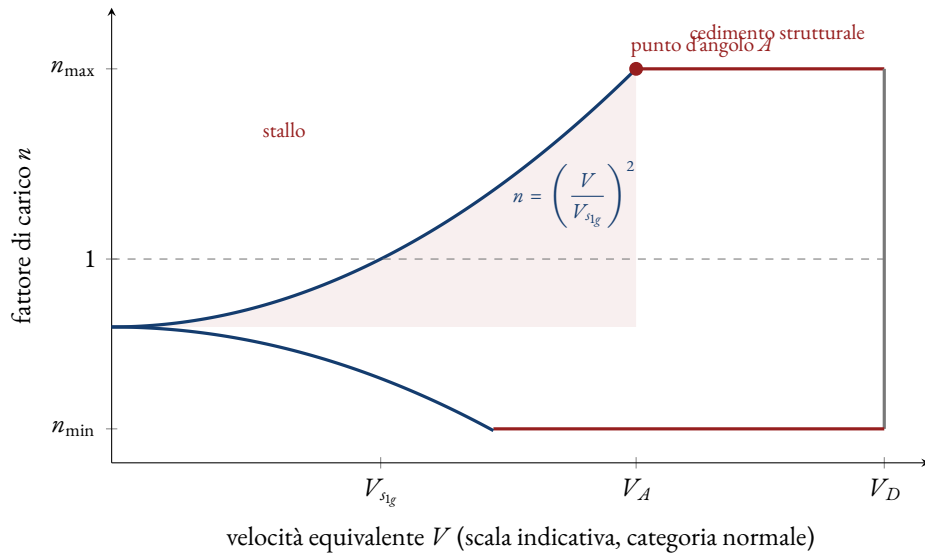


Figura 2.4. Diagramma di manovra (involuppo di volo). La parabola blu è il confine aerodinamico (2.11): oltre di essa il velivolo stalla. La retta rossa orizzontale è il tetto strutturale $n = n_{\max}$; la verticale grigia è la velocità da non superare V_D . Il punto d'angolo A, intersezione fra stallo e struttura, cade alla velocità di manovra $V_A = V_{slg} \sqrt{n_{\max}}$ ed è il punto di massima manovrabilità. È mostrato anche il ramo dei fattori di carico negativi.

avendo riconosciuto che $V_{slg} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L_{\max}}}}$ è proprio la velocità di stallo a 1g (quella per cui $n = 1$). La (2.11) è una *parabola*: al di sotto di essa il volo è possibile, al di sopra il velivolo stalla. È il **confine aerodinamico**, e cresce con il quadrato della velocità: raddoppiando V si quadruplica il fattore di carico raggiungibile prima dello stallo.

2.4.2 Il tetto strutturale e il punto d'angolo

La parabola di stallo, da sola, permetterebbe fattori di carico enormi alle alte velocità. Ma la struttura ha un limite: il **coefficiente di contingenza** $n_{\max}$ (per la categoria normale $n_{\max} = 3,8$; per l'acrobatica $n_{\max} = 6$; per i caccia $n_{\max} = 7 \div 9$). Sul diagramma questo è una retta orizzontale $n = n_{\max}$: il **tetto strutturale**. Un involucro analogo, di solito più basso in modulo, esiste per i fattori di carico *negativi* (per la categoria normale $n_{\min} = -1,52$), percorsi in volo rovescio o in raffica discendente.

Il punto in cui la parabola di stallo incontra il tetto strutturale è il cuore del diagramma: il **punto d'angolo** (*corner point*). Imponendo $n_{\text{stallo}}(V) = n_{\max}$ nella (2.11) si ritrova, non a caso, la velocità di manovra già incontrata:

$$\left(\frac{V_A}{V_{slg}} \right)^2 = n_{\max} \quad \Rightarrow \quad V_A = V_{slg} \sqrt{n_{\max}}. \quad (2.12)$$

A sinistra di V_A comanda lo stallo (si stalla *prima* di raggiungere $n_{\max}$); a destra comanda la struttura (si arriva a $n_{\max}$ con margine di portanza). Proprio nel punto d'angolo le due limitazioni si toccano: è lì che il velivolo esprime il massimo fattore di carico utilizzabile e, come vedremo, la virata più stretta e il rateo più alto in assoluto. A destra ancora, una retta verticale segna la velocità da non superare V_D (*never-exceed*, limite di robustezza e aeroelasticità); il quadrilatero curvilineo così chiuso è l'involuppo di volo del velivolo.

Lettura del diagramma di manovra

Il diagramma di manovra riassume in un'unica figura i limiti istantanei del velivolo:

$$n_{\text{stallo}}(V) = \left(\frac{V}{V_{slg}} \right)^2 \quad (\text{confine aerodinamico}), \quad n \leq n_{\max} \quad (\text{tetto strutturale}),$$

che si incontrano al *punto d'angolo* $V_A = V_{s1g} \sqrt{n_{\max}}$. In quel punto il raggio di virata è minimo e il rateo massimo:

$$R_{\min} = \frac{V_A^2}{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}}, \quad \dot{\psi}_{\max} = \frac{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}}{V_A}.$$

Perché il diagramma si traccia in velocità equivalente

Nella (2.11) compare la densità ρ : la parabola di stallo, in velocità *vera* (TAS), cambia forma con la quota. Il trucco per renderla *universale* è usare la velocità **equivalente** (EAS) $V_E = V \sqrt{\sigma}$, con $\sigma = \rho/\rho_0$ rapporto di densità rispetto al livello del mare. Sostituendo $V = V_E/\sqrt{\sigma}$ nella (2.11), la densità si semplifica e resta

$$n_{\text{stallo}} = \frac{\frac{1}{2} \rho_0 V_E^2 S C_{L_{\max}}}{W} = \left(\frac{V_E}{V_{E, s1g}} \right)^2,$$

indipendente dalla quota. Per questo i costruttori tracciano il diagramma di manovra una volta sola, in EAS: lo stesso disegno vale a ogni altitudine. Attenzione però: le formule geometriche della virata (R , $\dot{\psi}$) usano la velocità *vera*. Per calcolare un raggio a quota h da una lettura in EAS si torna alla TAS con $V = V_E/\sqrt{\sigma}$, e il raggio cresce di conseguenza con la quota (a parità di EAS e di n).

Un intercettore ad alte prestazioni

Consideriamo un caccia-intercettore storico ad ala piccola e molto carica (sul tipo dello Starfighter degli anni Sessanta), il cui diagramma di manovra a 20 000 ft ($h \simeq 6100$ m, $\sigma \simeq 0,53$) colloca il punto d'angolo a una velocità equivalente $V_E = 500$ kt con fattore di carico limite $n_{\max} = 7,33$. Leggiamo dal diagramma le prestazioni di virata più spinte.

Angolo di inclinazione al punto d'angolo:

$$\Phi = \arccos \frac{1}{n_{\max}} = \arccos \frac{1}{7,33} = 82,2^\circ.$$

Velocità di stallo a 1 g (in EAS), dalla (2.12):

$$V_{E, s1g} = \frac{V_A}{\sqrt{n_{\max}}} = \frac{500}{\sqrt{7,33}} \approx 185 \text{ kt},$$

coerente con un'ala piccola e pesantemente caricata. *Velocità vera* al punto d'angolo:

$$V_A^{(\text{TAS})} = \frac{V_E}{\sqrt{\sigma}} = \frac{500 \cdot 0,5144}{\sqrt{0,53}} \approx 352 \text{ m/s} (\approx 685 \text{ kt}).$$

Raggio minimo di virata (con la velocità vera):

$$R_{\min} = \frac{(V_A^{(\text{TAS})})^2}{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}} = \frac{352^2}{9,81 \cdot \sqrt{7,33^2 - 1}} \approx 1740 \text{ m}.$$

Rateo di virata corrispondente:

$$\dot{\psi}_{\max} = \frac{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}}{V_A^{(\text{TAS})}} \approx 0,202 \text{ rad/s} \approx 11,6^\circ/\text{s},$$

cioè un giro completo in circa 31 s. Si noti il prezzo delle alte prestazioni: pur potendo “tirare” oltre 7 g, alla quota di 20 000 ft e a quella velocità l'intercettore descrive comunque un cerchio di quasi due chilometri di raggio, perché la velocità vera è altissima. È la ragione fisica per cui il combattimento manovrato premia, oltre al fattore di carico, la capacità di volare (e virare) a bassa quota e a velocità contenuta.

Il senso di tutto questo

Abbiamo ottenuto, con tre sole equazioni di equilibrio, l'intero repertorio della virata corretta: $n = 1/\cos \Phi$, $V_v = V_{no}\sqrt{n}$, $T_{nv} = T_{no} n$, $\Pi_{nv} = \Pi_{no} n^{3/2}$, e le due formule gemelle per R e $\dot{\psi}$. Il quadro è completo dal punto di vista *geometrico*; manca la parte *prestazionale*: dato un velivolo con la sua spinta e la sua polare, quale n può *davvero* raggiungere a quota costante? Quale virata è la più stretta, quale la più veloce? È l'oggetto del prossimo capitolo.

Prestazioni di virata a quota costante

Dove stiamo andando

Nel capitolo precedente abbiamo trattato n come un dato. Ora lo trattiamo come un'incognita: fissati il velivolo (peso, superficie, polare), la quota e la spinta disponibile, ci chiediamo *quale* fattore di carico si può sostenere *a quota costante*. La risposta passa per un'espressione della spinta necessaria che riscriveremo nella forma compatta $T_{nv} = AV_v^2 + n^2 B/V_v^2$. Da essa, con qualche derivata, individueremo tre virate "notevoli": quella a fattore di carico massimo, quella a rateo massimo (*fastest turn*) e quella a raggio minimo (*tightest turn*). Ci riferiremo, per fissare le idee, a un velivolo a getto (turbogetto).

3.1 La spinta necessaria alla virata

Partiamo dall'espressione della resistenza con polare parabolica e imponiamo $L = nW$ (volo manovrato):

$$T_{nv} = D = \frac{1}{2} \rho V_v^2 S \left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A R e} \right), \quad C_L = \frac{2}{\rho} \frac{nW}{S} \frac{1}{V_v^2}.$$

Sostituendo C_L e raggruppando i termini in modo del tutto analogo a quanto fatto per il volo rettilineo orizzontale si ottiene

$$T_{nv} = \underbrace{\left(\frac{1}{2} \rho S C_{D0} \right)}_A V_v^2 + n^2 \underbrace{\left(\frac{2}{\rho} \frac{W^2}{S} \frac{1}{\pi A R e} \right)}_B \frac{1}{V_v^2} = A V_v^2 + n^2 \frac{B}{V_v^2}. \quad (3.1)$$

Il primo termine ($A V_v^2$) è la resistenza di forma (indipendente da n); il secondo ($n^2 B/V_v^2$) è la resistenza indotta, che *cresce col quadrato del fattore di carico*. È qui che il costo della manovra si fa sentire.

Perché n "pesa" di più a bassa velocità

Nella (3.1) il fattore di carico compare solo nel termine indotto $n^2 B/V_v^2$, che è grande proprio dove V_v è piccola. Ne segue che *l'incremento di spinta necessaria all'aumentare di n è più marcato alle basse velocità*: stringere la virata quando si vola piano costa, in termini di spinta, molto più che quando si vola veloci.

Uguagliando la spinta necessaria a quella disponibile, $T_d = T_{nv} = AV_v^2 + n^2 B/V_v^2$, ricaviamo il fattore di carico sostenibile a quota costante:

$$n = \sqrt{\frac{T_d V_v^2 - A V_v^4}{B}} \quad (3.2)$$

Questa è la relazione fondamentale della virata *sostenuta*: dice, punto per punto sull'asse delle velocità, quale n il velivolo può mantenere senza perdere quota.

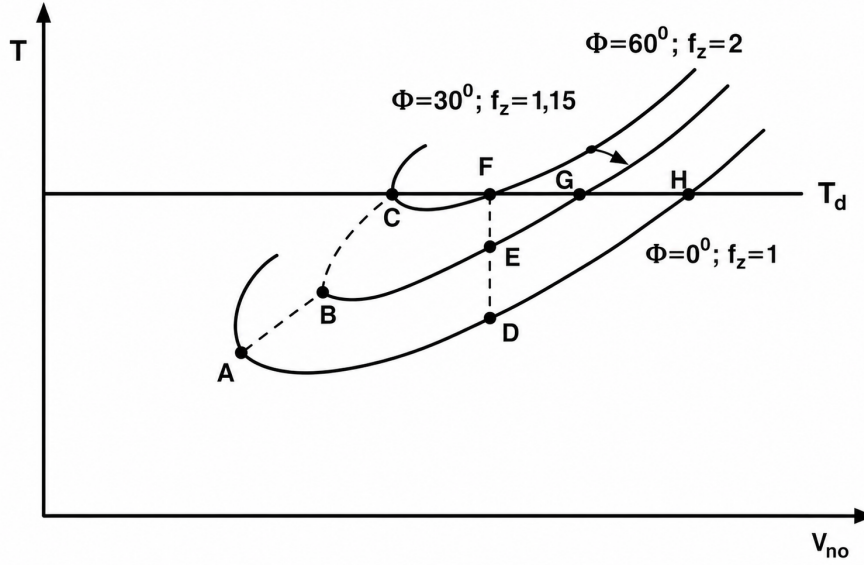


Figura 3.1. Spinta necessaria alla virata T_{nv} in funzione della velocità V_v , per diversi valori del fattore di carico n (turbogetto). L'intersezione di ciascuna curva con la retta della spinta disponibile T_d individua le velocità di virata sostenibili a quota costante; il punto C di tangenza corrisponde al massimo n compatibile con T_d (assetto di $E_{\max}$).

Un modo elegante di leggere n

Poiché in volo manovrato a quota costante valgono $L = nW$ e $T_d = D$, si può scrivere anche

$$n = \frac{L}{W} = \frac{L}{D} \frac{D}{W} = E \frac{T_d}{W} \implies n = \left(\frac{T_d}{W} \right) E,$$

cioè il fattore di carico sostenibile è il prodotto del rapporto spinta/peso disponibile per l'efficienza aerodinamica $E = L/D$. È da questa lettura che nasce il risultato del prossimo paragrafo.

3.2 Virata a fattore di carico massimo

Cerchiamo la velocità che rende massimo n (dunque massimo Φ) a quota costante. Conviene derivare n^2 (è equivalente e più comodo):

$$\frac{dn^2}{dV_v} = \frac{d}{dV_v} \left(\frac{T_{d\max} V_v^2 - A V_v^4}{B} \right) = \frac{2T_{d\max} V_v - 4A V_v^3}{B} = 0,$$

da cui la velocità dell'ottimo:

$$V_{v, n_{\max}} = \sqrt{\frac{T_{d\max}}{2A}} = \sqrt{\frac{T_{d\max}}{\rho S C_{D_0}}} \simeq \sqrt{\frac{T_{d_{0,\max}}}{\rho_0 S C_{D_0}}}. \quad (3.3)$$

Notiamo un fatto notevole: poiché sia T_d (per un getto) sia A scalano con la densità, la velocità dell'ottimo *non dipende dalla quota*. Sostituendo la (3.3) nella (3.2) e usando $2\sqrt{AB} = W/E_{\max}$ si ottiene il valore massimo del fattore di carico sostenibile:

$$n_{\max, ST} = \frac{T_{d\max}}{2\sqrt{AB}} = \frac{T_{d\max}}{W} E_{\max} \quad (3.4)$$

Virata a fattore di carico massimo

La virata a fattore di carico (o angolo di inclinazione Φ) massimo sostenibile a quota costante si ottiene **volando all'assetto di massima efficienza** $E_{\max}$, e vale $n_{\max,ST} = (T_{d_{\max}}/W) E_{\max}$. Va sempre verificato che tale valore non ecceda il limite strutturale $n_{\max}$ imposto dal diagramma di manovra.

3.3 Virata a rateo massimo (*fastest turn*)

La virata più *veloce* in senso angolare si ottiene massimizzando $\dot{\psi}$ a quota costante, cioè ponendo $d\dot{\psi}/dV_v = 0$. Con qualche passaggio (si deriva $\dot{\psi} = g\sqrt{n^2 - 1}/V_v$ tenendo conto che n dipende da V_v tramite la 3.2) la condizione si riduce a $AV_v^4 - B = 0$, da cui

$$V_{v,FT} = \left(\frac{B}{A}\right)^{1/4} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L,E_{\max}}}} = V_{E_{\max}(n=1)}, \quad (3.5)$$

cioè si vola alla velocità di massima efficienza *in volo dritto*. Il corrispondente fattore di carico e rateo valgono

$$n_{FT} = \sqrt{2 n_{\max,ST}^2 - 1}, \quad \dot{\psi}_{FT} = \frac{g\sqrt{n_{FT}^2 - 1}}{V_{v,FT}}. \quad (3.6)$$

3.4 Virata a raggio minimo (*tightest turn*)

La virata più *stretta* si ottiene minimizzando R a quota costante, $dR/dV_v = 0$. La condizione porta a $2(n^2 - 1) - V_v n dn/dV_v = 0$; sostituendo le espressioni di n^2 e di $n dn/dV_v$ si ricava

$$V_{v,TT} = \sqrt{\frac{2B}{T_{d_{\max}}}}, \quad n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{n_{\max,ST}^2}}. \quad (3.7)$$

La virata più stretta è spesso “aerodinamica”

Il fattore di carico n_{TT} della (3.7) richiede in genere un C_L superiore a $C_{L_{\max}}$: la condizione di raggio minimo *sostenuto* risulta cioè incompatibile con il limite aerodinamico. In pratica, allora, la virata più stretta si effettua *allo stallo*, ponendo $C_L = C_{L_{\max}}$, e la velocità di manovra V_A è la minima velocità che consente di raggiungere il fattore di carico massimo: è di nuovo la *corner speed*.

Tre virate, tre ottimi diversi

Vale la pena fissare la gerarchia delle velocità: si ha in generale $V_{v,FT} < V_{v,n_{\max}}$ e la virata a raggio minimo cade a una velocità intermedia. Il fattore di carico più alto *non* coincide col rateo più alto: il rateo massimo si ottiene a una velocità più bassa e con un fattore di carico maggiore di $n_{\max,ST}$ (vedi la 3.6). Sono distinzioni che l'esercizio numerico renderà concrete.

3.5 I diagrammi di prestazione

Tutte queste informazioni si condensano in due diagrammi che il progettista traccia per una data quota: il **raggio di virata in funzione della velocità** e il **rateo di virata in funzione della velocità**.

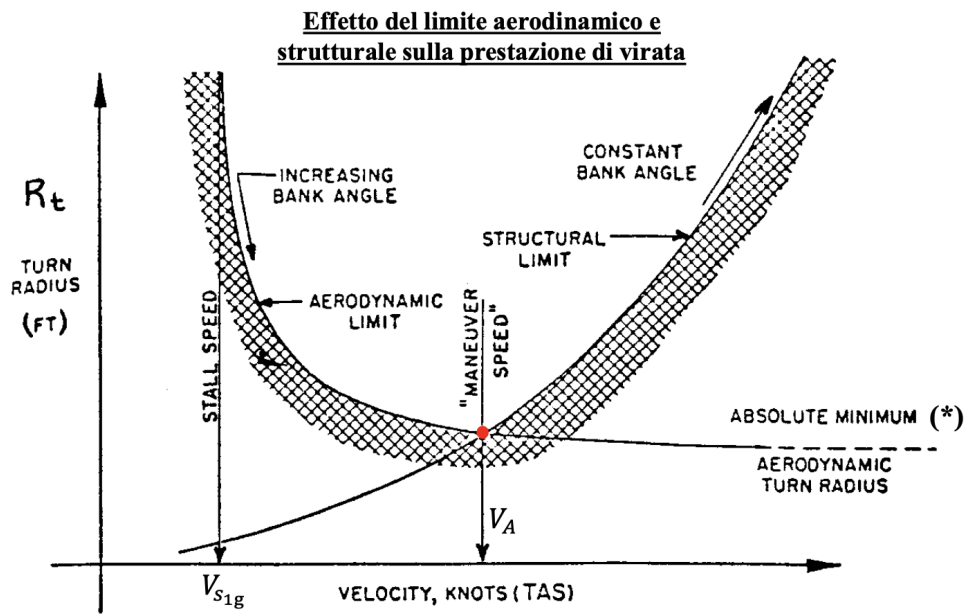


Figura 3.2. Raggio di virata in funzione della velocità. La regione ammissibile è delimitata a sinistra dal limite aerodinamico ($C_{L_{max}}$, "increasing bank angle"), a destra dal limite strutturale (n_{max} , "constant bank angle"); il loro incontro cade alla velocità di manovra V_A , dove il raggio è minimo in assoluto.

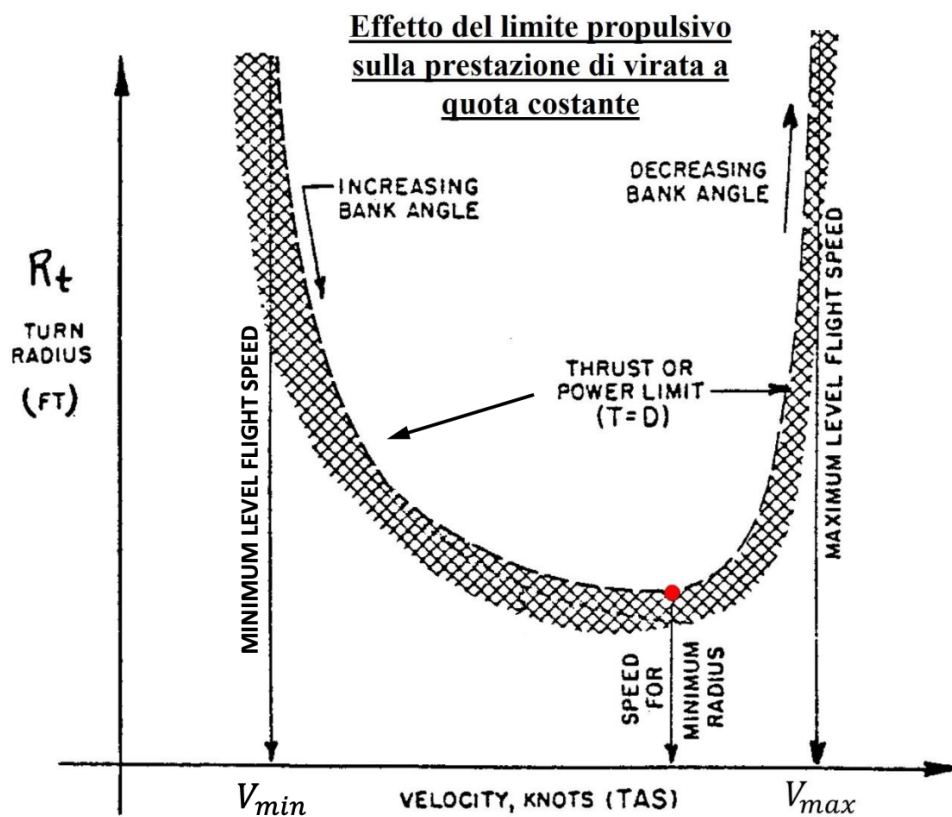


Figura 3.3. Rateo di virata in funzione della velocità: involucro del rateo istantaneo (ITR, limitato da $C_{L_{max}}$ e n_{max}) e del rateo sostenuto (STR, limitato dalla spinta/potenza disponibile). Il rateo istantaneo massimo cade alla corner speed V_A .

ITR e STR: due prestazioni, due significati

Il **rateo istantaneo** (ITR) è la massima prestazione compatibile con i limiti aerodinamico e strutturale, *senza* garanzia di quota costante: è ciò che il velivolo può fare “per un istante”, tirando al massimo. Il **rateo sostenuto** (STR) è la massima prestazione a *quota costante*, compatibile con la spinta disponibile, *senza* garanzia di rispettare i limiti aerodinamico/strutturale. Nel combattimento manovrato la differenza fra ITR e STR è tutto: si “spende” energia (quota o velocità) per un rateo istantaneo alto, sapendo che non lo si può sostenere.

Il senso di tutto questo

La spinta necessaria alla virata, scritta come $AV_v^2 + n^2B/V_v^2$, ha aperto la porta a tutta la prestazione di manovra a quota costante: il fattore di carico sostenibile (3.2), il suo massimo all’assetto di $E_{\max}$, la virata più veloce e quella più stretta. Con i diagrammi $R-V$ e $\psi-V$ il quadro è completo. Restano da chiarire due cose molto “da pilota”: che cosa succede quando la virata *non* è corretta, e come si legge tutto ciò sullo strumento di bordo. È il prossimo, breve capitolo.

Regimi di virata e strumentazione

Dove stiamo andando

Le equazioni (2.1) e (2.2) descrivono la virata *corretta*, quella in cui portanza, peso e forza centrifuga si compongono perfettamente. Nella realtà l'equilibrio orizzontale può essere sbilanciato: si parla allora di virata *derapata* o *scivolata*. In questo capitolo, più discorsivo, vediamo i tre regimi, come li “sente” il velivolo e come li mostra il *virobandometro*; chiudiamo con la definizione di virata standard.

4.1 Corretta, derapata, scivolata

Sintetizziamo la condizione di virata corretta. Se sono soddisfatte

$$L \cos \Phi = W \quad \text{e} \quad L \sin \Phi = F_c = W \tan \Phi = W \sqrt{n^2 - 1},$$

allora tutte le masse a bordo subiscono un'accelerazione pari a n volte g , il peso apparente $W' = nW$ è contenuto nel piano di simmetria del velivolo (verticale apparente) e la pallina del virobandometro resta *al centro*. Se in più vale $T_d = T_{nv}$, la manovra avviene a quota costante ed è, appunto, **corretta**. Quando l'equilibrio orizzontale si rompe si hanno due casi.

Virata derapata (*skid*).

Prevale la forza centrifuga, $L \sin \Phi < F_c$: il velivolo tende a scivolare verso l'*esterno* della traiettoria e percorre una spirale con raggio crescente. La pallina del virobandometro si sposta verso l'esterno della virata. Tipicamente si corregge con più timone (o meno inclinazione).

Virata scivolata (*slip*).

Prevale la componente orizzontale della portanza, $L \sin \Phi > F_c$: il velivolo scivola verso l'*interno* e percorre una spirale con raggio decrescente. La pallina si sposta verso l'interno della virata. Si corregge con meno timone (o più inclinazione).

Una regola mnemonica onesta

La pallina indica “dove va il di più di forza”: in derapata la centrifuga vince e ti butta fuori, la pallina va fuori; in scivolata la portanza vince e ti tira dentro, la pallina va dentro. Il pilota “centra la pallina” agendo sui pedali (timone): step on the ball, come si dice in gergo — spingi il pedale dal lato della pallina.

4.2 La virata standard

Virata standard

Si dice **virata standard** (*standard rate turn*) la virata corretta eseguita con un rateo di 3° al secondo, tale cioè da percorrere l'intera circonferenza (360°) in 2 minuti.



Figura 4.1. Il virosbandometro (*turn coordinator*). La lancetta indica il verso e il rateo di virata; la pallina in bolla indica la qualità della virata: al centro (corretta), spostata verso l'esterno (derapata) o verso l'interno (scivolata).

Imponendo $\dot{\psi} = 3^\circ/\text{s} = 2\pi/120 \text{ rad/s}$ e ricordando $V_v = \omega R$ si ricava il raggio della virata standard, $R = \frac{120}{2\pi} V_v$ (con V_v in m/s), e l'angolo di inclinazione corrispondente da $\tan \Phi = V_v^2/(gR) = \frac{2\pi}{g \cdot 120} V_v$. Al crescere della velocità occorre dunque inclinarsi di più per mantenere lo stesso rateo.

Regola pratica dell'angolo di bank

Per una virata standard vale la comoda stima $\Phi \approx \frac{V [\text{kt}]}{10} + 7$. A 100 kt dà $\approx 17^\circ$: un promemoria utile in cabina, che l'esercizio 6 confronta col valore esatto.

Il senso di tutto questo

La qualità di una virata — corretta, derapata o scivolata — non è un dettaglio da manuale: è ciò che il pilota controlla continuamente con la pallina, ed è la differenza fra una traiettoria pulita e una spirale che perde o guadagna raggio. La virata standard, infine, traduce tutta la teoria in un numero facile da usare: 3° al secondo, due minuti per il giro. Con questo chiudiamo la virata e passiamo alla sua “sorella verticale”: la richiamata.

La richiamata

Dove stiamo andando

La richiamata è la curva nel *piano verticale*: il velivolo, partito da una fase di discesa, incurva la traiettoria verso l'alto. È la manovra di “ripresa” dopo una picchiata, ed è il caso in cui il fattore di carico può salire ai valori più critici per la struttura. Studieremo le sue due equazioni di equilibrio, ricaveremo il fattore di carico e il raggio, e ritroveremo — in una veste appena diversa — gli stessi limiti aerodinamico e strutturale della virata, con la stessa velocità di manovra V_A a fare da spartiacque.

5.1 Definizione ed equazioni

Richiamata

Si chiama **richiamata** l'evoluzione descritta dal baricentro di un velivolo che percorre, a partire da una fase di volo in discesa, una traiettoria *circolare* in un *piano verticale*.

Il pilota richiama la barra verso di sé: l'equilibratore genera un momento cabrante che aumenta l'incidenza e, quindi, la portanza. La portanza in eccesso rispetto al peso incurva la traiettoria verso l'alto. Scrivendo l'equilibrio nel piano verticale, con γ angolo di rampa (inclinazione della traiettoria sull'orizzonte) e V_r velocità di ripresa, si ha:

(1) Direzione normale alla traiettoria (Z_w). La portanza equilibra la componente del peso normale alla traiettoria *più* la forza centripeta:

$$L = W \cos \gamma + \frac{W}{g} \frac{V_r^2}{R} = W \cos \gamma + \frac{W}{g} V_r \dot{\gamma}. \quad (5.1)$$

(2) Direzione del moto (X_w). Consentendo che il moto lungo la traiettoria sia vario (con termine d'inerzia):

$$T - D + W \sin \gamma = \frac{W}{g} \frac{dV_r}{dt}. \quad (5.2)$$

5.2 Fattore di carico e raggio di richiamata

Dalla (5.1), dividendo per W , si ottiene il fattore di carico normale in richiamata:

$$n = \frac{L}{W} = \cos \gamma + \frac{V_r^2}{g R}. \quad (5.3)$$

A differenza della virata, qui n dipende dalla *posizione* del velivolo lungo la traiettoria, attraverso γ . Il suo valore *massimo* si ha nel punto *più basso* della traiettoria, dove $\gamma = 0$ e $\cos \gamma = 1$:

$$n = \frac{L}{W} = 1 + \frac{V_r^2}{g R} \quad (5.4)$$

da cui l'espressione del **raggio di richiamata**:

$$R = \frac{V_r^2}{g(n-1)} \quad (5.5)$$

Virata contro richiamata: il “+1”

Confrontiamo il fattore di carico nei due casi al punto di massimo carico:

$$\text{virata: } n = \sqrt{1 + \tan^2 \Phi} \left(= \frac{1}{\cos \Phi} \right), \quad \text{richiamata: } n = 1 + \frac{V_r^2}{gR}.$$

Nella virata il peso è *tutto* sostenuto dalla componente verticale della portanza e la centripeta è orizzontale: portanza e peso stanno “ad angolo”. Nella richiamata, al punto più basso, portanza, peso e centripeta sono *allineati* in verticale, e la portanza deve fare *due* lavori sommati — sostenere il peso (+1) e curvare (V_r^2/gR): ecco perché compare il termine additivo +1. È la stessa differenza che c'è fra girare in piano e uscire dal fondo di una conca.

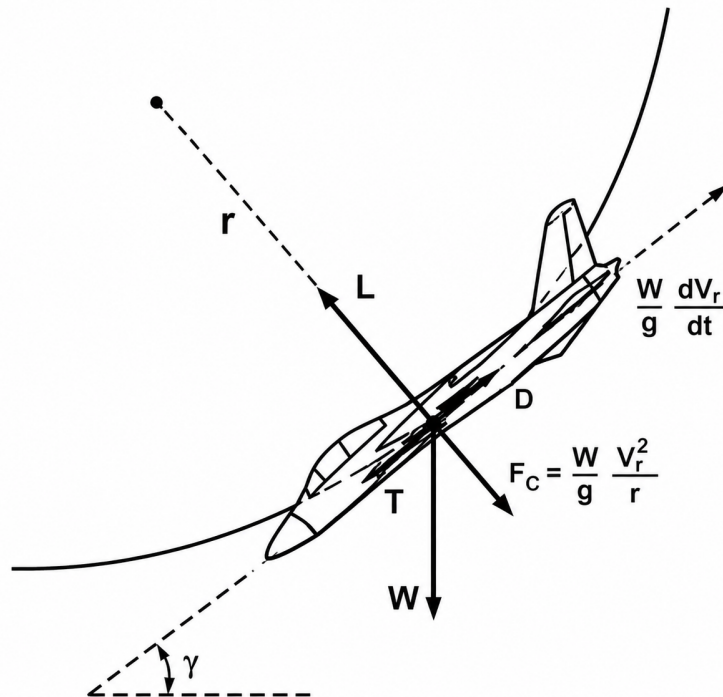


Figura 5.1. Schema delle forze nella richiamata. Al generico punto della traiettoria la portanza L equilibra la componente normale del peso $W \cos \gamma$ e la forza centripeta $\frac{W}{g} \frac{V_r^2}{R}$; nel punto più basso ($\gamma = 0$) il fattore di carico è massimo.

5.3 Il raggio minimo di richiamata e i suoi limiti

Come per la virata, il raggio minimo di richiamata è governato da due limiti che agiscono su versanti opposti della velocità.

Limite aerodinamico (*g-stallo*).

Per non superare $C_{L_{\max}}$ la portanza è limitata; il raggio minimo consentito dallo stallo, alla velocità in cui

$C_L = C_{L_{\max}}$, vale

$$R''_{\min} = \frac{2(W/S)}{\rho g C_{L_{\max}}} = \frac{V_{\min}^2}{g}. \quad (5.6)$$

Se, tirando troppo la barra, si pretende un raggio più piccolo di questo, il velivolo entra in “*g*-stallo” *prima* di raggiungere il fattore di carico limite.

Limite strutturale ($n_{\max}$).

A parità di V_r , il raggio più piccolo compatibile con la struttura si ottiene ponendo $n = n_{\max}$:

$$R'_{\min} = \frac{V_r^2}{g(n_{\max} - 1)}. \quad (5.7)$$

La velocità di manovra come spartiacque

La velocità alla quale i due limiti coincidono è ancora la **velocità di manovra**

$$V_A = V_{s1g} \sqrt{n_{\max}},$$

in corrispondenza della quale si toccano *simultaneamente* il limite aerodinamico e quello strutturale. Vale la regola:

$V_r < V_A \Rightarrow$ comanda il limite aerodinamico (*g*-stallo);

$V_r > V_A \Rightarrow$ comanda il limite strutturale ($n_{\max}$).

Tirare piano o tirare forte: due esiti opposti

Se si esegue la richiamata a velocità $V_r < V_A$ e il pilota tira troppo la barra, l'aereo va in *g*-stallo *senza* che il fattore di carico raggiunga il limite: la struttura è salva, ma si perde il controllo. Se invece $V_r > V_A$ e il pilota esegue una brusca “tirata”, l'aereo *non* stalla ma supera il coefficiente di contingenza, con possibili deformazioni permanenti o rotture. La corner speed V_A è letteralmente il confine fra questi due modi di “rompere” la manovra.

Il senso di tutto questo

La richiamata è la virata “ruotata di 90°”: cambiano il piano della curva e la geometria dell'equilibrio (compare il termine +1 al punto più basso), ma il principio è identico e identici sono i limiti — aerodinamico e strutturale — con la stessa velocità di manovra a separarli. Chi ha capito la virata ha già capito la richiamata. Non resta che mettere i numeri: gli esercizi che seguono ripercorrono, in casi concreti, tutto ciò che abbiamo costruito.

Esercizi svolti

Dove stiamo andando

Gli esercizi che seguono sono calati in contesti realistici e risolti passo passo, con la consueta impostazione: *dati* $\rightarrow$ *modello fisico* $\rightarrow$ *equazione* $\rightarrow$ *incognita*. Tutti i valori numerici sono stati verificati indipendentemente. Le unità sono nel Sistema Internazionale; dove utile si riportano le conversioni in nodi.

Esercizio 1 — Virata corretta: le grandezze di base

Un velivolo da turismo ha peso $W = 12\,000\text{ N}$, superficie alare $S = 16\text{ m}^2$ e coefficiente di portanza massimo $C_{L_{\max}} = 1,4$. A livello del mare ($\rho = 1,225\text{ kg/m}^3$) esegue una virata corretta con angolo di inclinazione $\Phi = 45^\circ$ alla velocità $V_v = 55\text{ m/s}$. Determinare il fattore di carico n , la portanza L , il raggio R e il rateo $\dot{\psi}$ di virata. Verificare che il velivolo non sia in stallo.

Modello e soluzione.

1. *Fattore di carico* (dalla 2.4):

$$n = \frac{1}{\cos \Phi} = \frac{1}{\cos 45^\circ} = 1,414.$$

2. *Portanza*: $L = nW = 1,414 \cdot 12\,000\text{ N} = 16\,971\text{ N}$.

3. *Raggio* (dalla 2.8):

$$R = \frac{V_v^2}{g \tan \Phi} = \frac{55^2}{9,81 \cdot \tan 45^\circ} = 308,4\text{ m}.$$

4. *Rateo*: $\dot{\psi} = \frac{V_v}{R} = \frac{55}{308,4} = 0,178\text{ rad/s} = 10,2^\circ/\text{s}$.

5. *Verifica di stallo*. Il C_L effettivamente richiesto è

$$C_L = \frac{2L}{\rho V_v^2 S} = \frac{2 \cdot 16971}{1,225 \cdot 55^2 \cdot 16} = 0,573 < C_{L_{\max}},$$

quindi il velivolo è ben lontano dallo stallo. In alternativa, la velocità di stallo a $1g$ è $V_{s1g} = \sqrt{2W/(\rho S C_{L_{\max}})} = 29,6\text{ m/s}$, e in virata sale a $V_{s1g} \sqrt{n} = 35,2\text{ m/s} < V_v$: coerente.

Osservazione

Con una inclinazione di 45° — già “decisa” per gli standard del trasporto — il velivolo curva con un raggio di circa 300 m e impiega poco più di 35 s per invertire la rotta (180°). Il fattore di carico 1,41 è del tutto tollerabile.

Esercizio 2 — Corner speed e virata più stretta

Per lo stesso velivolo dell'esercizio 6, il diagramma di manovra fissa un fattore di carico limite $n_{\max} = 3,8$ (categoria normale). Determinare la velocità di manovra V_A , il corrispondente angolo di inclinazione, il raggio minimo assoluto di virata e il rateo massimo. Quanto tempo occorre, in queste condizioni, per un giro completo?

Soluzione.

1. *Velocità di manovra:*

$$V_A = V_{slg} \sqrt{n_{\max}} = 29,6 \cdot \sqrt{3,8} = 57,7 \text{ m/s } (\approx 112 \text{ kt}).$$

2. *Inclinazione:* $\Phi = \arccos(1/n_{\max}) = \arccos(1/3,8) = 74,7^\circ$.

3. *Raggio minimo* (dalla 2.10, con $n = n_{\max}$):

$$R_{\min} = \frac{V_A^2}{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}} = \frac{57,7^2}{9,81 \cdot \sqrt{3,8^2 - 1}} = 92,4 \text{ m}.$$

4. *Rateo massimo:*

$$\dot{\psi}_{\max} = \frac{g \sqrt{n_{\max}^2 - 1}}{V_A} = 0,624 \text{ rad/s} = 35,7^\circ/\text{s}.$$

5. *Tempo per 360° :* $t = 360^\circ / 35,7^\circ/\text{s} \approx 10,1 \text{ s}$.

Osservazione

Alla corner speed il velivolo è simultaneamente al limite dello stallo e al limite strutturale: è il punto di massima manovrabilità. Rispetto all'esercizio precedente, il raggio è crollato da 308 m a 92 m e il giro completo si esegue in 10 s anziché in oltre mezzo minuto. Tirare di più (oltre $n_{\max}$) romperebbe la struttura; volare più piano di V_A manderebbe in stallo prima di raggiungere $n_{\max}$.

Esercizio 3 — Virata sostenuta di un turbogetto

Un business-jet ha massa $m = 9000 \text{ kg}$ (dunque $W = 88\,290 \text{ N}$), superficie $S = 30 \text{ m}^2$, polare $C_{D_0} = 0,020$, allungamento $AR = 8$, fattore di Oswald $e = 0,85$. A 8000 m di quota ($\rho = 0,525 \text{ kg/m}^3$) dispone di una spinta $T_d = 10\,000 \text{ N}$. Determinare il massimo fattore di carico sostenibile a quota costante, la velocità a cui lo si ottiene e il corrispondente raggio di virata. Confrontare con la virata a rateo massimo.

Soluzione. Calcoliamo prima i coefficienti A e B della (3.1) e l'efficienza massima:

$$A = \frac{1}{2} \rho S C_{D_0} = \frac{1}{2} \cdot 0,525 \cdot 30 \cdot 0,020 = 0,1575,$$

$$B = \frac{2}{\rho} \frac{W^2}{S} \frac{1}{\pi AR e} = \frac{2}{0,525} \cdot \frac{88290^2}{30} \cdot \frac{1}{\pi \cdot 8 \cdot 0,85} = 4,63 \times 10^7,$$

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi AR e}{C_{D_0}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \cdot 8 \cdot 0,85}{0,020}} = 16,3.$$

1. *Velocità dell'ottimo* (dalla 3.3):

$$V_{v,n_{\max}} = \sqrt{\frac{T_d}{2A}} = \sqrt{\frac{10000}{2 \cdot 0,1575}} = 178 \text{ m/s } (\approx 346 \text{ kt}).$$

2. *Fattore di carico massimo sostenibile* (dalla 3.4):

$$n_{\max,ST} = \frac{T_d}{W} E_{\max} = \frac{10000}{88290} \cdot 16,3 = 1,85,$$

equivalente a $\Phi = \arccos(1/1,85) = 57,3^\circ$.

3. *Raggio e rateo* a questa condizione:

$$R = \frac{V_{v,n_{\max}}^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{178^2}{9,81\sqrt{1,85^2 - 1}} = 2078 \text{ m}, \quad \dot{\psi} = 4,9^\circ/\text{s}.$$

4. *Virata a rateo massimo* (dalle 3.5–3.6):

$$V_{v,FT} = (B/A)^{1/4} = 131 \text{ m/s}, \quad n_{FT} = \sqrt{2 \cdot 1,85^2 - 1} = 2,42, \quad \dot{\psi}_{FT} = 9,5^\circ/\text{s}.$$

Osservazione

Emerge con chiarezza che le due prestazioni ottime *non* coincidono: il fattore di carico massimo sostenibile (1,85) si ottiene a 178 m/s, ma il *rateo* massimo si ha a velocità più bassa (131 m/s), con fattore di carico più alto (2,42) e rateo quasi doppio. È il motivo per cui, in combattimento, la velocità di “migliore virata” è più bassa di quella di crociera. Si noti anche che $n_{\max,ST} \approx 1,85$ è coerente col noto risultato “ $n \approx 2$ ” dei manuali per velivoli di questa classe.

Esercizio 4 — Virata standard

Un velivolo vola a $V_v = 50 \text{ m/s}$ (TAS, $\approx 97 \text{ kt}$) ed esegue una virata standard ($3^\circ/\text{s}$). Determinare il raggio, l'angolo di inclinazione e il fattore di carico. Confrontare l'inclinazione con la regola pratica.

Soluzione.

1. *Rateo in radianti*: $\dot{\psi} = 3^\circ/\text{s} = 0,0524 \text{ rad/s}$.
2. *Raggio*: $R = V_v/\dot{\psi} = 50/0,0524 = 955 \text{ m}$ (coincide con $R = \frac{120}{2\pi} V_v$).
3. *Inclinazione*: da $\tan \Phi = V_v \dot{\psi}/g = 50 \cdot 0,0524/9,81 = 0,267$ segue $\Phi = 14,9^\circ$.
4. *Fattore di carico*: $n = 1/\cos \Phi = 1,035$.
5. *Regola pratica*: $\Phi \approx V[\text{kt}]/10 + 7 = 97/10 + 7 = 16,7^\circ$, in buon accordo col valore esatto $14,9^\circ$.

Osservazione

La virata standard è deliberatamente “dolce”: con $n = 1,03$ il carico addizionale è del tutto trascurabile. Al crescere della velocità, però, mantenere i $3^\circ/\text{s}$ richiede inclinazioni crescenti: sopra una certa velocità (tipicamente in jet) si preferisce allora una virata a inclinazione limitata (per esempio 25°) piuttosto che a rateo costante.

Esercizio 5 — Richiamata e g-stallo

Il velivolo dell'esercizio 6 (con $W = 12\,000 \text{ N}$, $S = 16 \text{ m}^2$, $C_{L_{\max}} = 1,4$, $n_{\max} = 3,8$, a livello del mare) esce da una picchiata alla velocità $V_r = 120 \text{ m/s}$. Il pilota imposta, nel punto più basso, un raggio di richiamata $R = 500 \text{ m}$. Verificare se la manovra è ammissibile; in caso contrario, determinare il raggio minimo consentito.

Soluzione.

1. *Fattore di carico al punto più basso* (dalla 5.4):

$$n = 1 + \frac{V_r^2}{gR} = 1 + \frac{120^2}{9,81 \cdot 500} = 3,94.$$

Poiché $n = 3,94 > n_{\max} = 3,8$, la manovra **non è ammissibile**: la struttura verrebbe caricata oltre il limite.

2. *Quale limite comanda?* La velocità di manovra è $V_A = V_{slg} \sqrt{n_{\max}} = 29,6 \cdot \sqrt{3,8} = 57,7 \text{ m/s}$. Essendo $V_r = 120 > V_A$, comanda il *limite strutturale*.

3. *Raggio minimo strutturale* (dalla 5.7):

$$R'_{\min} = \frac{V_r^2}{g(n_{\max} - 1)} = \frac{120^2}{9,81 \cdot (3,8 - 1)} = 524 \text{ m}.$$

A questo raggio si verifica infatti

$$n = 1 + \frac{120^2}{9,81 \cdot 524} = 3,80 = n_{\max}.$$

4. *Confronto col limite aerodinamico*: il raggio minimo “aerodinamico” (floor) sarebbe

$$R''_{\min} = \frac{2(W/S)}{\rho g C_{L_{\max}}} = 89,2 \text{ m}.$$

È molto più piccolo: a $V_r = 120 > V_A$ non è lui a comandare, come atteso.

Attenzione

La conclusione operativa è netta: a 120 m/s il pilota *non* deve stringere la richiamata sotto i 524 m di raggio, pena il superamento del fattore di carico limite. Il velivolo non entra in stallo (siamo sopra V_A): “romperebbe” per eccesso di g , non per difetto di velocità. È l'esatto rovescio di ciò che accadrebbe richiamando a bassa velocità.

Riferimenti

- [1] V. Losito, *Fondamenti di Aeronautica Generale*, Accademia Aeronautica, Napoli, 1994.
- [2] J. D. Anderson, *Introduction to Flight*, McGraw-Hill, New York, ultima ed.
- [3] J. D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*, McGraw-Hill, New York, 1999.

Serie Raucchi — monografia sui moti curvi — bozza di lavoro.
Le figure contrassegnate come “segnaposto” vanno inserite nella cartella immagini / con i nomi indicati.