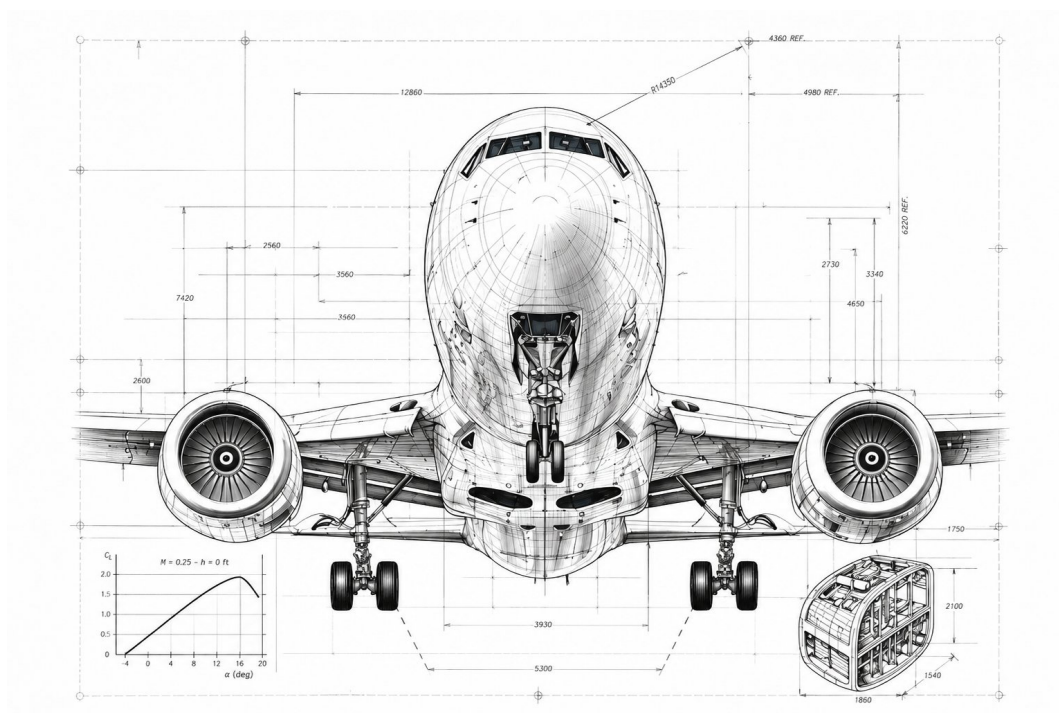

Principi del Volo

Portanza e Resistenza

Monografia didattica di Aerodinamica del velivolo



Prof. Ing. Biagio Raucci
*Istituto Tecnico — Indirizzo Trasporti e Logistica
Articolazione Costruzione del Mezzo (Aeronautico)*

Anno Scolastico 2026

Indice

Introduzione	1
1 Principi di aerodinamica di base	3
1.1 Linea di corrente e tubo di flusso	3
1.2 L'equazione di continuità	4
1.3 Il teorema di Bernoulli	5
1.4 I numeri caratteristici: Mach e Reynolds	6
1.5 La misura della velocità	6
2 La portanza	10
2.1 Come nasce la portanza	10
2.2 Dal downwash alla formula della portanza	11
2.3 Curva di portanza e stallo	13
2.4 Circolazione e teorema di Kutta–Joukowski	14
3 La resistenza aerodinamica	16
3.1 Il punto di partenza: il paradosso del fluido ideale	16
3.2 Le due nature della resistenza	16
3.3 Una terza resistenza: la resistenza indotta	17
3.4 Il quadro complessivo	17
3.5 La resistenza di scia	18
3.6 La resistenza di attrito e lo strato limite	21
3.7 Ritorno alla resistenza indotta e cenno alla polare	26

Introduzione

Questa monografia raccoglie e rielabora i principi di base che spiegano *perché* un velivolo vola: da un lato la **portanza**, la forza che lo sostiene; dall'altro la **resistenza**, la forza che si oppone al suo avanzamento e che il propulsore deve continuamente vincere. Sono i due lati della stessa medaglia: nascono entrambi dall'interazione fra il velivolo e l'aria in cui si muove, e capire l'una aiuta a capire l'altra.

L'impostazione è volutamente discorsiva. Ogni argomento è introdotto prima dal suo *significato fisico* — che cosa accade, e perché — poi dalla sua *formulazione matematica*, e infine dall'*interpretazione tecnica*, cioè da che cosa quel risultato comporta nella pratica progettuale e operativa. Dove è possibile, le formule non sono presentate come ricette da memorizzare, ma *ricavate* a partire da un ragionamento, perché un risultato che si sa dedurre è un risultato che non si dimentica. Numerosi esempi numerici, svolti per intero, mostrano gli ordini di grandezza in gioco e collegano i simboli alla realtà di un'ala, di una galleria del vento o di una gamba di carrello.

Il lettore ideale è uno studente che possiede già le basi di fisica (meccanica, dinamica, energia), di aerodinamica elementare e di meccanica del volo. Non serve nulla di più: tutto ciò che occorre viene richiamato al momento opportuno.

Una nota sulla notazione. In tutto il testo si adottano simboli coerenti, riassunti nella tabella seguente. Vale la pena fissare subito due punti che, se trascurati, generano confusione.

- La velocità di volo indisturbata (cioè la velocità dell'aria lontano dal velivolo, o equivalentemente la velocità del velivolo rispetto all'aria ferma) si indica con V_∞ ; in altri fascicoli del corso la stessa grandezza è scritta V_0 . Le due notazioni sono del tutto equivalenti.
- In questa trattazione la lettera T compare *solo* come temperatura (nella velocità del suono $a = \sqrt{\gamma RT}$). Nei fascicoli di Propulsione, invece, T indica la spinta: è una coincidenza di simbolo, non di significato. Il contesto e le unità di misura rendono sempre chiaro di quale grandezza si parli.

Tabella 1. Simbologia adottata nella monografia.

Simbolo	Grandezza	Unità SI
V_∞ ($= V_0$)	velocità di volo indisturbata	m/s
ρ	densità dell'aria	kg/m ³
p	pressione statica	Pa
q	pressione dinamica, $q = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$	Pa
p_{tot}	pressione totale (di ristagno)	Pa
$\dot{m}$	portata massica	kg/s
a	velocità del suono	m/s
M	numero di Mach, $M = V_\infty/a$	—
Re	numero di Reynolds	—
L	portanza	N
D	resistenza	N
R	forza aerodinamica totale	N
W	peso	N
S	superficie di riferimento	m ²
C_L	coefficiente di portanza	—
C_D	coefficiente di resistenza	—
C_f	coefficiente di attrito	—
α	angolo d'attacco	°
Γ	circolazione	m ² /s
AR	allungamento alare	—
δ	spessore dello strato limite	m

1 Principi di aerodinamica di base

Prima di parlare di portanza e di resistenza conviene mettere in fila alcuni strumenti di base. Sono pochi e li abbiamo già incontrati nei corsi di fisica: la conservazione della massa, la conservazione dell'energia per un fluido in movimento e l'idea che il comportamento di una corrente dipenda da pochi numeri adimensionali. Quello che faremo qui è riformularli nel linguaggio dell'aerodinamica e vedere come ci permettono, fra l'altro, di misurare la velocità di un aeroplano.

Per tutta questa sezione, salvo avviso contrario, considereremo l'aria come un fluido a *bassa velocità*: in pratica un velivolo che vola a livello del mare fino a circa da 250 km/h a 300 km/h. In queste condizioni il numero di Mach è piccolo ($M < 0,3$) e possiamo trascurare gli effetti di comprimibilità, cioè possiamo trattare la densità dell'aria come costante. È un'ipotesi che semplifica molto i conti e che, in quel campo di velocità, è del tutto ragionevole.

1.1 Linea di corrente e tubo di flusso

Immaginiamo di poter scattare una fotografia istantanea di una corrente d'aria e di disegnare, in ogni punto, una piccola freccia che indichi direzione e verso della velocità del fluido in quel punto. Se ora tracciamo delle curve che siano in ogni punto *tangenti* a queste frecce, otteniamo le *linee di corrente*.

Una **linea di corrente** è una curva tale che, in ogni suo punto, la tangente coincide con il vettore velocità del fluido in quel punto. In moto stazionario (cioè quando il campo di velocità non cambia nel tempo) le linee di corrente coincidono con le traiettorie effettivamente percorse dalle particelle fluide.

Un fascio di linee di corrente che si appoggiano su una curva chiusa delimita un *tubo di flusso* (fig. 1). Il nome è suggestivo e va preso quasi alla lettera: poiché la velocità è ovunque tangente alle linee di corrente, sulla superficie laterale del tubo non esiste alcuna componente di velocità diretta verso l'esterno. In altre parole, attraverso la parete laterale non transita massa: il tubo di flusso si comporta esattamente come un condotto a pareti impermeabili, con la particolarità che le sue "pareti" non sono solide, ma fatte di fluido in movimento.

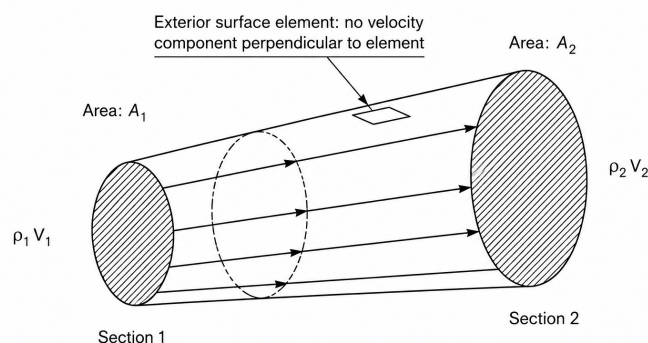


Figura 1. Tubo di flusso. Tutta la portata che entra dalla sezione 1 deve uscire dalla sezione 2, perché attraverso la superficie laterale non passa massa.

1.2 L'equazione di continuità

Questa osservazione, apparentemente innocua, ha una conseguenza forte. Se attraverso le pareti laterali del tubo non entra né esce massa, allora *tutta* la massa che nell'unità di tempo attraversa la sezione 1 deve ritrovarsi, nello stesso intervallo, ad attraversare la sezione 2. Non può sparire né accumularsi: è semplicemente la conservazione della massa applicata al nostro condotto di fluido.

Mettiamola in formule. Indichiamo con A_1 e V_1 l'area e la velocità nella sezione 1, e con A_2 e V_2 gli analoghi valori nella sezione 2. La massa che nell'unità di tempo attraversa una sezione — cioè la *portata massica* $\dot{m}$ — è il prodotto della densità, dell'area e della velocità:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \text{cost.} \quad (1)$$

La relazione (1) è l'**equazione di continuità** nella sua forma generale, valida anche per flussi comprimibili. Si legge così: la portata massica è la stessa in ogni sezione del tubo di flusso.

Se il flusso è *incomprimibile*, la densità è costante ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) e si semplifica via dalla (1). Resta allora costante la sola *portata volumetrica*:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = \text{cost.} \quad (2)$$

Da qui si legge il fatto, intuitivo ma importante, che dove il condotto si *restringe* la velocità *aumenta*, e viceversa. È lo stesso motivo per cui, stringendo l'imboccatura di una canna dell'acqua col pollice, il getto schizza più lontano.

Esempio — la camera di prova di una galleria del vento

Una galleria del vento sfrutta proprio questo principio (fig. 2). La corrente d'aria viene fatta passare in un condotto che si restringe fino alla *camera di prova*, dove si colloca il modello da studiare: nel restringimento la velocità sale al valore voluto.

Supponiamo che la camera di prova abbia sezione $A_2 = 2 \text{ m}^2$ e che, in una sezione più a monte di area $A_1 = 8 \text{ m}^2$, si misuri una velocità $V_1 = 25 \text{ km/h}$. Trattando l'aria come incomprimibile (siamo ben sotto i 300 km/h), la (2) fornisce

$$V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} = 25 \cdot \frac{8}{2} = 100 \text{ km/h.}$$

La sezione si è ridotta di quattro volte e la velocità è quadruplicata. Il verso del ragionamento è quello tipico del progettista di gallerie: si *decide* la velocità di prova e si *dimensiona* di conseguenza il rapporto di contrazione delle sezioni.

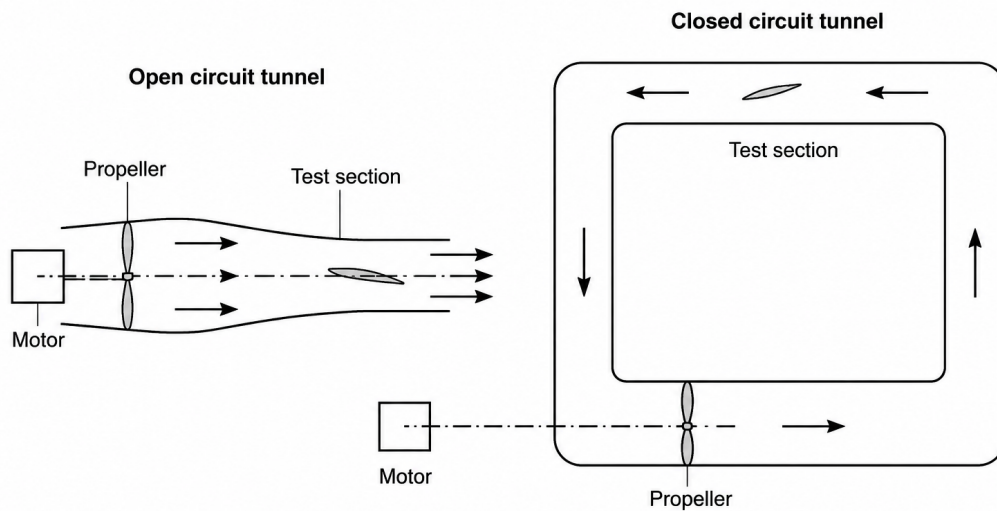


Figura 2. Schemi di gallerie del vento a bassa velocità: a circuito aperto e a circuito chiuso. In entrambe la corrente accelera nel tratto convergente che precede la camera di prova.

1.3 Il teorema di Bernoulli

La continuità ci dice come cambia la velocità lungo un tubo di flusso, ma non dice nulla sulla pressione. A colmare questa lacuna provvede il **teorema di Bernoulli**, che è in fondo la conservazione dell'energia scritta per un fluido. Nella sua forma incompressibile recita:

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{cost} = p_{\text{tot}}. \quad (3)$$

I due addendi a primo membro hanno nomi e significati precisi. Il termine p è la *pressione statica*, quella che misurerebbe un sensore in quiete rispetto al fluido. Il termine $\frac{1}{2}\rho V^2$ è la *pressione dinamica*, che indicheremo con q e che rappresenta l'“energia cinetica per unità di volume” della corrente. La loro somma è costante lungo una linea di corrente e prende il nome di *pressione totale* o *pressione di ristagno* p_{tot} : è la pressione che si otterrebbe arrestando idealmente il fluido fino a velocità nulla.

L'interpretazione energetica è la chiave per non sbagliare. Lungo una linea di corrente il lavoro compiuto dalle forze di pressione eguaglia la variazione di energia cinetica della massa d'aria in movimento. Dove la corrente accelera (la velocità aumenta) la pressione statica deve diminuire, e dove rallenta la pressione statica deve aumentare: è uno scambio continuo fra le due forme, a somma costante.

Proprio perché la (3) è un bilancio di sola energia meccanica, essa vale solo se al fluido non viene fornita (o sottratta) energia dall'esterno lungo il tratto considerato. Non è quindi applicabile attraverso un'elica o all'interno di un motore a getto, dove un organo meccanico immette energia nella corrente. In quei casi la pressione totale *aumenta* attraversando la macchina, e il semplice “ $p + q = \text{cost}$ ” non regge più. Lo ricordiamo fin d'ora perché è un

errore classico.

1.4 I numeri caratteristici: Mach e Reynolds

Lo stato di una corrente non dipende dai singoli valori di velocità, densità o dimensione presi uno per uno, ma da alcune loro *combinazioni adimensionali*. Due sono fondamentali per noi.

Il numero di Mach

La *comprimibilità* di una corrente — cioè quanto la densità cambia al passaggio del corpo — è misurata dal **numero di Mach**, definito come rapporto fra la velocità del flusso e la velocità del suono:

$$M = \frac{V}{a}, \quad a = \sqrt{\gamma RT}. \quad (4)$$

La velocità del suono a dipende dalla temperatura assoluta T del gas (qui, e solo qui, T è la temperatura). Per l'aria $\gamma \approx 1,4$ e $R \approx 287 \text{ J/(kg K)}$; a livello del mare, in atmosfera standard, $a \approx 340 \text{ m/s}$, cioè circa 1225 km/h . Finché $M < 0,3$ (all'incirca sotto i 400 km/h a quote basse) gli effetti di comprimibilità sono piccoli e l'ipotesi di densità costante è giustificata.

Il numero di Reynolds

Gli effetti della *viscosità* del fluido — che, come vedremo, influenzano tanto la portanza quanto la resistenza — sono misurati dal **numero di Reynolds**:

$$Re = \frac{\rho V \ell}{\mu}, \quad (5)$$

dove μ è la viscosità dinamica del fluido ed ℓ è una *dimensione caratteristica* del corpo investito (per un'ala, la corda). Il numero di Reynolds confronta l'importanza delle forze d'inerzia con quella delle forze viscosi: quando è grande, le forze viscosi contano poco se non in un sottile strato a ridosso del corpo (ci torneremo parlando di strato limite); quando è piccolo, la viscosità domina ovunque.

Esempio — l'ordine di grandezza per un'ala

Per un velivolo leggero con corda alare $\ell = 1,5 \text{ m}$ in volo a $V = 200 \text{ km/h} = 55,6 \text{ m/s}$ a livello del mare ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,789 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$) si ha

$$Re = \frac{1,225 \cdot 55,6 \cdot 1,5}{1,789 \times 10^{-5}} \approx 5,7 \times 10^6.$$

Qualche milione: è il valore tipico per le ali degli aeroplani, e ci dice che gli effetti viscosi saranno confinati in uno strato sottilissimo attorno al profilo.

1.5 La misura della velocità

Mettiamo ora al lavoro Bernoulli per risolvere un problema molto concreto: *come fa un aeroplano a sapere quanto va veloce?* Non esiste un “tachimetro” che misuri direttamente la velocità rispetto all'aria; quello che si può fare è misurare una pressione e risalire alla velocità.

Il tubo di Pitot

Consideriamo il tubo di Pitot di figura 3. Una presa è disposta in modo che il fluido vi si arresti (presa *totale*): lì la velocità è nulla e la pressione vale p_{tot} . Un'altra presa è disposta parallelamente alla corrente, così da “leggere” la sola pressione statica p del flusso indisturbato. Applicando Bernoulli fra la corrente indisturbata (velocità V_∞ , pressione p) e il punto di ristagno (velocità nulla, pressione p_{tot}):

$$p + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 = p_{\text{tot}} \quad \Rightarrow \quad p_{\text{tot}} - p = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 = q. \quad (6)$$

La differenza fra pressione totale e pressione statica è dunque proprio la pressione dinamica q . Misurarla — ad esempio con un tubo a U riempito d'acqua, in cui il dislivello del liquido è una misura diretta di $p_{\text{tot}} - p$, come in figura 4 — equivale a misurare q , e da q si può tentare di ricavare la velocità.

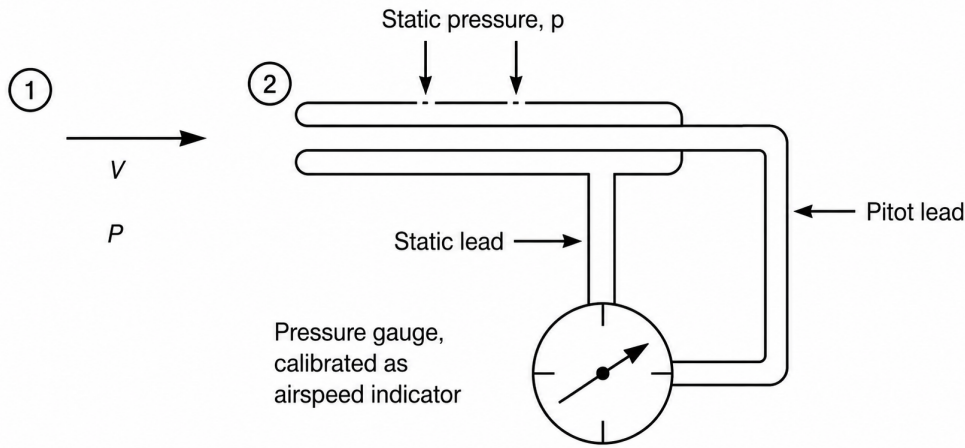


Figura 3. Tubo di Pitot–statico. La presa totale rileva p_{tot} , la presa statica rileva p ; la loro differenza è la pressione dinamica q .

Velocità equivalente (EAS) e velocità vera (TAS)

Invertendo la (6) per ricavare la velocità ci si imbatte subito in un'insidia: nella formula compare la densità ρ , che cambia con la quota. Se nel calcolo usiamo per convenzione la densità al livello del mare in atmosfera standard, $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$, otteniamo non la velocità vera, ma la cosiddetta **velocità equivalente** (EAS, *Equivalent Air Speed*):

$$V_e = \sqrt{\frac{2(p_{\text{tot}} - p)}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}}. \quad (7)$$

È la velocità che, al livello del mare, produrrebbe quella stessa pressione dinamica. La **velocità vera** (TAS, *True Air Speed*), cioè quella effettiva rispetto all'aria, si ottiene tenendo conto della densità reale ρ alla quota di volo. Dette $\sigma = \rho/\rho_0$ il rapporto di densità, dalla $q = \frac{1}{2}\rho_0 V_e^2 = \frac{1}{2}\rho V^2$ segue

$$V = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{V_e}{\sqrt{\sigma}}. \quad (8)$$

Poiché in quota $\rho < \rho_0$, cioè $\sigma < 1$, la velocità vera è sempre *maggiore* di quella equivalente: a parità di pressione dinamica percepita, più si sale e più si va davvero forte.

La catena delle velocità

L'anemometro di bordo è un manometro di pressione dinamica: misura la *velocità indicata* (IAS). Corretta degli errori di installazione della presa statica e, ad alta velocità ($M > 0,4$), degli effetti di comprimibilità, la IAS diventa la velocità equivalente EAS. Tenendo poi conto della densità reale, dalla EAS si passa alla velocità vera TAS:

$$\text{IAS} \xrightarrow{\text{correzioni}} \text{EAS} \xrightarrow{1/\sqrt{\sigma}} \text{TAS}.$$

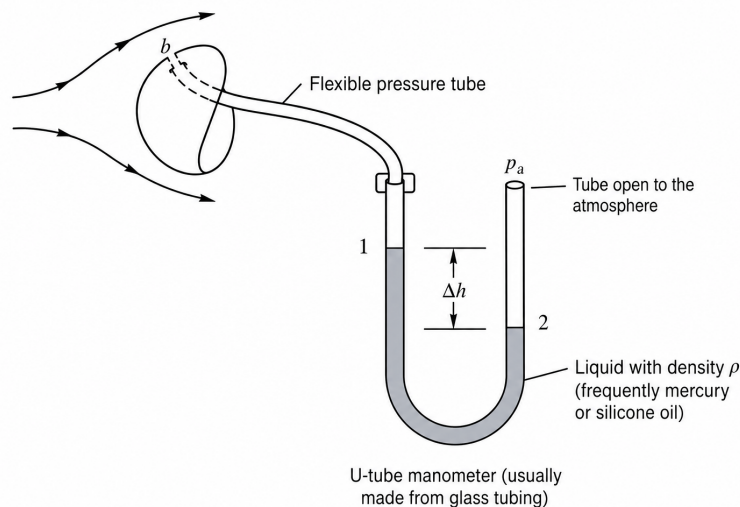


Figura 4. Manometro a tubo a U: il dislivello del liquido misura la differenza $p_{\text{tot}} - p$, cioè la pressione dinamica q .

Esempio — dalla pressione dinamica alla velocità

Un velivolo leggero vola a livello del mare in atmosfera standard ($t = 15^\circ\text{C}$) e il suo tubo a U segna un dislivello d'acqua di 50 mm. Quanto vale la velocità?

Pressione dinamica. Ogni millimetro di colonna d'acqua corrisponde a circa 1 kgf/m^2 ; quindi 50 mm d'acqua valgono $q = 50 \text{ kgf/m}^2$. Convertendo in pascal ($1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$):

$$q = 50 \cdot 9,81 = 490,5 \text{ Pa}.$$

Velocità equivalente. Dalla (7), con $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$:

$$V_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 490,5}{1,225}} = \sqrt{800,8} \approx 28,3 \text{ m/s} \approx 101,9 \text{ km/h}.$$

Poiché siamo al livello del mare, $\rho = \rho_0$, e la velocità vera coincide con quella equivalente: $V \approx 101,9 \text{ km/h}$.

Stessa misura, ma in quota. Se lo stesso velivolo legge la stessa pressione dinamica a 5000 m (dove, da tabella d'atmosfera standard, $\rho = 0,736 \text{ kg/m}^3$, dunque $\sigma \approx 0,60$), la

velocità equivalente è ancora $V_e \approx 101,9 \text{ km/h}$, ma la velocità vera, dalla (8), diventa

$$V = \frac{V_e}{\sqrt{\sigma}} = \frac{101,9}{\sqrt{0,60}} \approx 131,5 \text{ km/h}.$$

Lo strumento segna sempre “101,9 km/h”, ma il velivolo sta in realtà attraversando l’aria a oltre 131 km/h: ecco perché, in quota, conviene sempre distinguere ciò che lo strumento indica da ciò che accade davvero.

2 La portanza

Veniamo ora alla forza che tiene in aria l'aeroplano. Un corpo — pensiamo a un profilo alare — immerso in una corrente fluida a una certa velocità è soggetto a una forza aerodinamica. È comodo scomporla in due componenti (fig. 5): una perpendicolare alla direzione della corrente, che chiamiamo *portanza* L , e una parallela a essa, che chiamiamo *resistenza* D . La loro somma vettoriale è la forza aerodinamica totale R . In questa sezione ci concentriamo sulla portanza; alla resistenza è dedicata la sezione successiva.

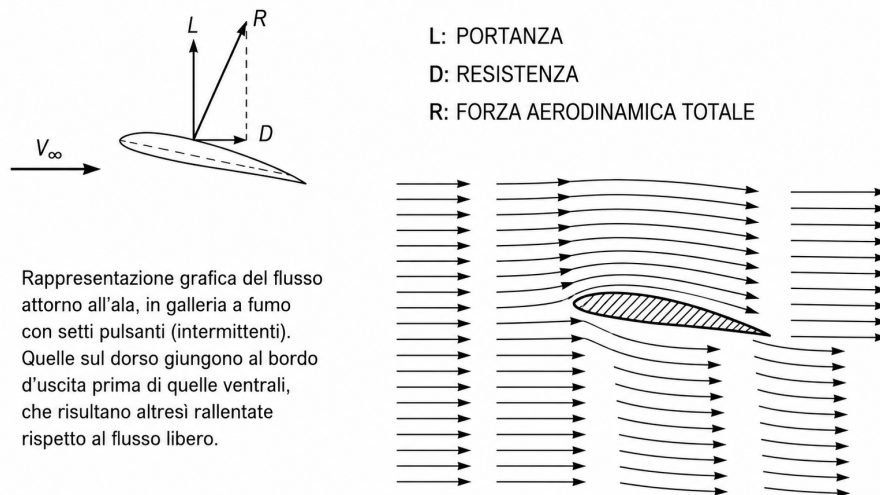


Figura 5. La forza aerodinamica totale R si scompone in portanza L (perpendicolare alla corrente) e resistenza D (parallela alla corrente).

2.1 Come nasce la portanza

La domanda “perché un’ala porta?” sembra semplice e invece è sorprendentemente facile da sbagliare. La risposta corretta, e anche la più profonda, è la più antica: il **terzo principio di Newton**. Un’ala genera portanza perché *devia verso il basso* una massa d’aria; per reazione, l’aria spinge l’ala verso l’alto. Azione e reazione: tanta quantità di moto verticale l’ala imprime all’aria verso il basso, tanta ne riceve verso l’alto sotto forma di portanza.

Questo è il punto di vista che terremo come guida, perché è quello che permette di *ricavare* la formula della portanza invece di impararla a memoria.

Una spiegazione sbagliata, e perché è sbagliata

Conviene sgombrare il campo da un equivoco molto diffuso. Si sente spesso dire che l’aria che scorre sul dorso del profilo, dovendo percorrere un cammino più lungo di quella che scorre sul ventre, sarebbe “costretta” ad andare più veloce per ricongiungersi al bordo di uscita con la sua compagna passata sotto; da qui, per Bernoulli, la minore pressione sul dorso e dunque la portanza. È la cosiddetta teoria dei “tempi di transito uguali”, e non funziona.

Le particelle che scorrono sul dorso *sono* effettivamente più veloci, ma *non* arrivano al bordo di uscita nello stesso istante di quelle del ventre: in realtà arrivano prima. Non esiste alcuna legge che imponga loro di “rincontrarsi”. Se il flusso fosse davvero come nella

figura 6 (in alto), con le particelle che si ricongiungono ordinatamente, *non* ci sarebbe portanza, perché non ci sarebbe alcuna deviazione netta della corrente e quindi alcuna variazione di quantità di moto.

Il flusso reale attorno a un profilo portante è quello rappresentato in basso nella figura 6. Osservandolo si nota un fatto decisivo: la corrente subisce una deviazione verso l'alto (*upwash*) a monte del profilo e, soprattutto, una deviazione netta verso il basso (*downwash*) a valle. È proprio questo *downwash* la traccia visibile della quantità di moto verticale ceduta all'aria, e dunque della portanza.

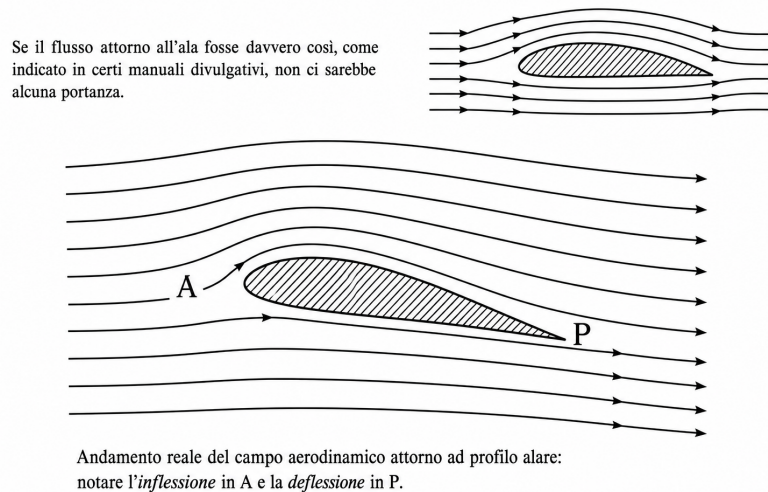
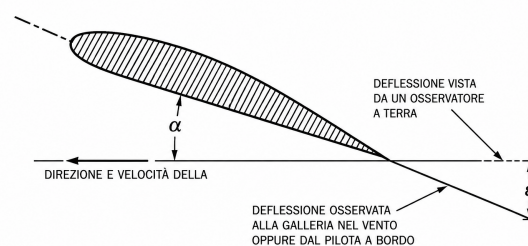


Figura 6. In alto: rappresentazione *errata* (le particelle si ricongiungono al bordo di uscita: nessuna deviazione netta, nessuna portanza). In basso: flusso reale attorno a un profilo portante, con *upwash* a monte e *downwash* a valle.

2.2 Dal downwash alla formula della portanza

Trasformiamo ora il ragionamento qualitativo in una formula. Adottiamo un modello volutamente semplice ma istruttivo, illustrato nelle figure 7 e 8.



La deflessione (intensità e direzione) come appare nella galleria del vento e ad un osservatore a terra: in linea generale ϵ (epsilon) $\neq$ α (alpha).

Figura 7. La corrente, inizialmente orizzontale e di modulo V_∞ , viene deviata verso il basso di un angolo pari (in questo modello) all'angolo d'attacco α : ne nasce una componente verticale di velocità w .

Supponiamo che il profilo, posto a un piccolo angolo d'attacco α , devii la corrente verso il basso di un angolo pari proprio ad α , e che il modulo della velocità a valle resti circa uguale a

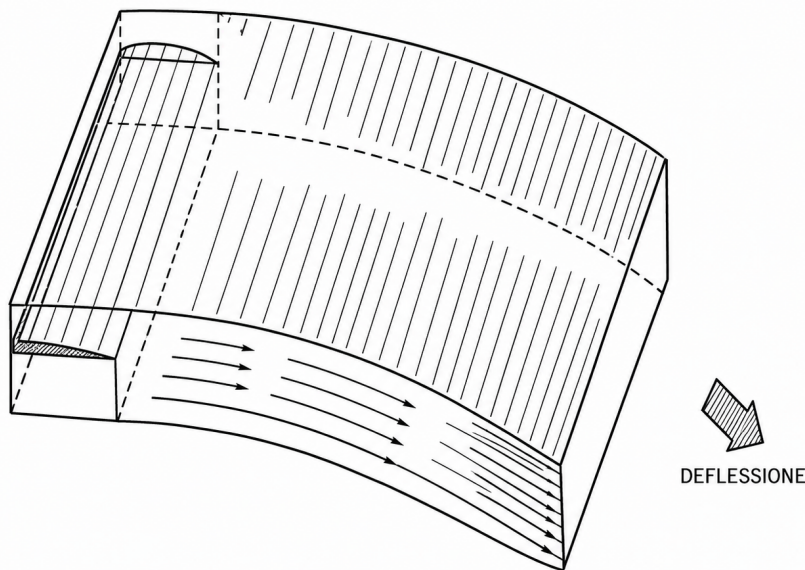
quello a monte, V_∞ . La corrente acquista allora una componente verticale (diretta verso il basso)

$$w = V_\infty \sin \alpha \approx V_\infty \alpha, \quad (9)$$

dove l'ultima approssimazione vale per piccoli angoli, con α espresso in radianti.

Ora il passo centrale. La portanza è la variazione di quantità di moto verticale dell'aria nell'unità di tempo (è una forza: quantità di moto diviso tempo, cioè un *impulso* per unità di tempo). Immaginiamo che il profilo “intercetti” e devii una certa area A di corrente (fig. 8): la massa che nell'unità di tempo attraversa quell'area è la portata massica $\dot{m} = \rho V_\infty A$. A ciascuna unità di questa massa il profilo imprime la velocità verticale w . Dunque

$$L = \dot{m} w = (\rho V_\infty A) (V_\infty \alpha) = \rho V_\infty^2 A \alpha. \quad (10)$$



Si può mentalmente immaginare l'ala come un grande condotto, che convoglia verso il basso grandi quantità d'aria, proporzionali al peso dell'aerodina in volo.

Figura 8. L'ala si può pensare come un “condotto” che intercetta una portata massica $\dot{m} = \rho V_\infty A$ e le imprime una velocità verso il basso: alla deviazione della corrente corrisponde, per reazione, la portanza.

La relazione (10), pur grezza, ci consegna già le tre dipendenze fondamentali della portanza, ognuna con un significato fisico limpido:

- **lineare con la densità ρ :** più l'aria è densa, più massa viene deviata nell'unità di tempo, più portanza si genera (ed ecco perché in quota, dove ρ cala, occorre volare più veloci);
- **quadratica con la velocità V_∞ :** la velocità entra *due* volte, una nella portata massica e una nella velocità impressa — per questo raddoppiare la velocità quadruplica la portanza;
- **lineare con l'angolo d'attacco α :** maggiore è la deviazione imposta alla corrente, maggiore è la portanza.

Nella pratica si riscrive la portanza nella forma standard, raccogliendo le costanti e la

superficie alare S in un unico coefficiente adimensionale:

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 S C_L = q S C_L \quad (11)$$

dove $q = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2$ è la pressione dinamica e C_L è il *coefficiente di portanza*. Confrontando la (11) con la (10) si vede che C_L è essenzialmente una misura della capacità del profilo di deviare la corrente: a sua volta, come la $C_L \propto \alpha$ lascia prevedere, esso cresce in modo proporzionale all'angolo d'attacco — finché le cose si mantengono “ordinate”.

Esempio — la portanza di un piccolo aereo

Un velivolo ha superficie alare $S = 16 \text{ m}^2$ e vola a $V_{\infty} = 50 \text{ m/s}$ a livello del mare ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$) con un coefficiente di portanza $C_L = 0,40$. La portanza vale

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 50^2 \cdot 16 \cdot 0,40 = 9800 \text{ N} \approx 1000 \text{ kgf}.$$

In volo livellato e uniforme la portanza eguaglia il peso, $L = W$: questo velivolo pesa dunque circa una tonnellata. Si noti l'ordine di grandezza delle pressioni in gioco: la pressione dinamica è $q = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 50^2 \approx 1531 \text{ Pa}$, cioè appena l'1,5% della pressione atmosferica, eppure distribuita su 16 m^2 basta a sollevare una tonnellata.

2.3 Curva di portanza e stallo

Abbiamo detto che il coefficiente di portanza cresce in modo proporzionale all'angolo d'attacco. Riportando C_L in funzione di α si ottiene infatti, per buona parte del campo utile, una retta: è la *curva di portanza*. La sua pendenza, per un profilo bidimensionale ideale, vale circa

$$\frac{dC_L}{d\alpha} \approx 2\pi \text{ per radiante} \approx 0,11 \text{ per grado}.$$

In parole: ogni grado d'incidenza in più aggiunge all'incirca 0,11 al coefficiente di portanza.

Questa proporzionalità, però, non dura per sempre. Al crescere dell'angolo d'attacco la corrente fatica sempre di più a seguire il dorso del profilo, finché a un certo punto se ne *stacca*: si ha la *separazione* del flusso. La curva di portanza si incurva, raggiunge un massimo $C_{L,\max}$ e poi cala bruscamente. È il fenomeno dello **stallo**, strettamente legato alla viscosità e quindi al numero di Reynolds, di cui parleremo nella sezione sulla resistenza.

Lo stallo ha una conseguenza operativa di prima importanza: fissa la *minima velocità di volo*. Imponendo in volo livellato $L = W$ con la portanza scritta al suo massimo coefficiente $C_{L,\max}$, dalla $W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L,\max}$ si ricava la velocità di stallo

$$V_{\infty,\min} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,\max}}}. \quad (12)$$

Al di sotto di questa velocità l'ala, per quanto la si inclini, non riesce più a generare una portanza pari al peso: è il motivo per cui ogni manovra a bassa velocità — in particolare l'atterraggio — va trattata con grande rispetto.

In sintesi

La portanza è proporzionale alla pressione dinamica q , alla superficie alare S e al coefficiente C_L . Quest'ultimo cresce in modo proporzionale all'angolo d'attacco fino allo stallo, dove la

corrente si separa dal dorso, C_L tocca il massimo $C_{L,\max}$ e poi crolla. Lo stallo determina la minima velocità sostenibile in volo.

2.4 Circolazione e teorema di Kutta–Joukowski

Esiste un secondo modo, del tutto equivalente, di guardare alla portanza: quello basato sul concetto di **vortice**. Un vortice è un campo di moto con linee di corrente circolari, in cui la velocità “indotta” risulta inversamente proporzionale alla distanza dal centro e proporzionale all’intensità del vortice stesso.

L’idea, illustrata in figura 9, è che il campo di moto attorno a un profilo portante si possa ottenere come *sovrapposizione* di due campi: la corrente uniforme indisturbata e il campo di un vortice “ideale” centrato sul profilo. Attenzione: questo vortice non è qualcosa di fisicamente visibile, ma i suoi effetti sono misurabili. In particolare lo è la sua *circolazione* Γ , definita come l’integrale della velocità lungo una linea chiusa che racchiude il profilo:

$$\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{\ell}.$$

Per una corrente puramente uniforme, senza profilo, tale integrale è nullo; la presenza del profilo portante lo rende diverso da zero.

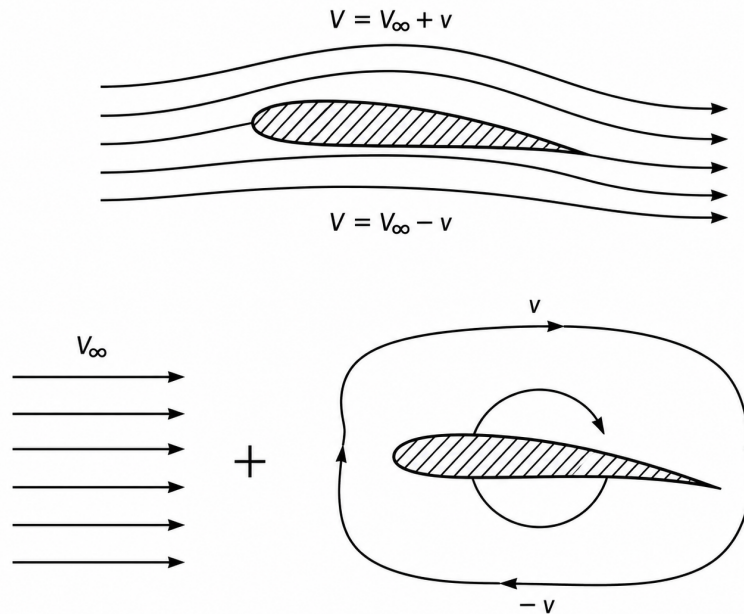


Figura 9. Il campo attorno al profilo portante come sovrapposizione di corrente uniforme e vortice: sul dorso le due velocità si sommano (flusso più veloce), sul ventre si sottraggono (flusso più lento).

Il legame fra portanza e circolazione è dato dal **teorema di Kutta–Joukowski**, che per unità di apertura alare (ℓ' è la portanza per metro) si scrive

$$\ell' = \rho V_{\infty} \Gamma. \quad (13)$$

È un risultato elegante: la portanza è direttamente proporzionale alla circolazione attorno al profilo. Si chiude così il cerchio con quanto detto prima. La dissimmetria fra dorso e ventre — più veloce sopra, più lento sotto — non è la *causa* della portanza ma la sua manifestazione,

e si traduce in una circolazione non nulla; la circolazione, a sua volta, non è che un altro modo di contabilizzare la stessa deviazione della corrente che, nel quadro newtoniano, avevamo chiamato downwash.

3 La resistenza aerodinamica

Se la portanza è la forza che ci interessa avere, la resistenza è la forza che dobbiamo continuamente combattere: è la componente della forza aerodinamica parallela alla corrente, quella che si oppone all'avanzamento e che il propulsore deve vincere bruciando carburante. Capire da dove nasce la resistenza, e in quante forme si presenta, è il primo passo per imparare a ridurla.

3.1 Il punto di partenza: il paradosso del fluido ideale

Cominciamo da un risultato che, a prima vista, sembra assurdo. Se trattiamo l'aria come un fluido *ideale*, cioè privo di viscosità, e calcoliamo la resistenza di un corpo bidimensionale immerso nella corrente, troviamo che essa è *nulla*. Il flusso scorre attorno al corpo, accelera, rallenta, si richiude ordinatamente a valle, e la distribuzione di pressione risulta perfettamente simmetrica fra parte anteriore e posteriore: le spinte si annullano e non resta alcuna forza nella direzione del moto. È il cosiddetto *paradosso di d'Alembert*.

Il paradosso ci dice una cosa importantissima: **senza viscosità non c'è resistenza** (di scia o di attrito). Ma l'aria, come ogni gas o liquido reale, una viscosità ce l'ha, per quanto piccola. È proprio quella piccola viscosità — misurata, lo ricordiamo, dal numero di Reynolds — a spezzare la simmetria del flusso ideale e a far comparire la resistenza. La resistenza, insomma, è figlia della viscosità.

3.2 Le due nature della resistenza

Per cogliere intuitivamente i due modi in cui la viscosità genera resistenza, basta un esperimento mentale con una lastra piana esposta al vento in due modi diversi (fig. 10).

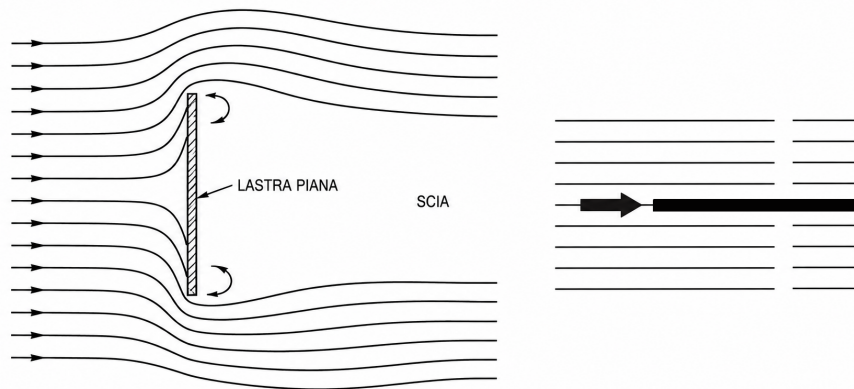
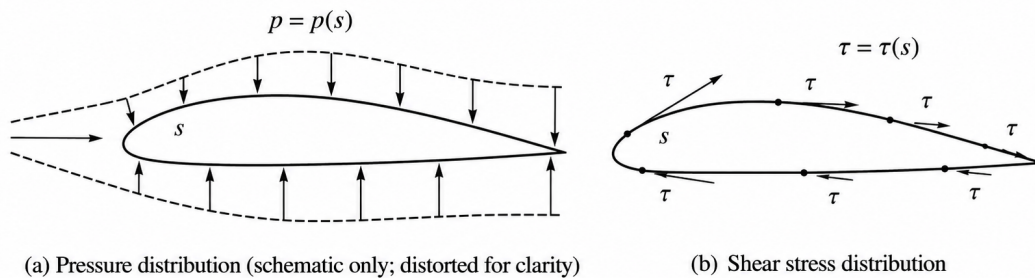


Figura 10. La stessa lastra piana esposta alla corrente in due modi: perpendicolare (a sinistra: domina la resistenza di scia) e parallela (a destra: domina la resistenza di attrito).

Lastra perpendicolare alla corrente. La corrente impatta sulla faccia anteriore, dove rallenta fino quasi ad arrestarsi: lì la pressione sale fino a un valore prossimo alla pressione totale p_{tot} . Ma sul retro il flusso non riesce a richiudersi ordinatamente: *separa*, lasciando dietro di sé una vasta zona di flusso disordinato a bassa pressione — la *scia*. La faccia posteriore si ritrova così a una pressione prossima a quella statica p . La differenza di pressione fra le due facce, agendo sull'area della lastra, produce una forza nella direzione del moto: è la **resistenza di forma**, o **resistenza di scia**.

Lastra parallela alla corrente. Ora la lastra “taglia” la corrente di profilo. Non c’è più alcuna differenza di pressione apprezzabile fra davanti e dietro (lo spessore è trascurabile); la resistenza nasce esclusivamente dall’*attrito* fra il fluido e le due superfici, sopra e sotto. È la **resistenza di attrito**.

In generale, su un velivolo reale, le forze aerodinamiche si possono sempre ricondurre a queste due famiglie: le forze dovute alle *pressioni* che agiscono perpendicolarmente alla superficie, e le forze dovute alle *tensioni tangenziali* di attrito che agiscono parallelamente a essa (fig. 11). La portanza e il momento aerodinamico sono praticamente tutta “faccenda di pressioni”; la resistenza, invece, attinge a entrambe le sorgenti.



(c) Schematic of the pressure distribution over an airfoil.

Note: The relative magnitudes of the pressure, signified by the length of each arrow, are distorted in this sketch for the sake of clarity. In reality, for low speed subsonic flight, the minimum pressure is usually only a few percent below the freestream pressure.

(b) Shear stress distribution.

Figura 11. Su ogni elemento di superficie agiscono una pressione $p(s)$, normale alla parete, e una tensione tangenziale $\tau(s)$, dovuta all’attrito. La prima è all’origine della resistenza di scia, la seconda della resistenza di attrito.

3.3 Una terza resistenza: la resistenza indotta

Prima di organizzare il quadro complessivo, dobbiamo introdurre una terza sorgente di resistenza, che riguarda specificamente i velivoli e che ha un’origine completamente diversa: la **resistenza indotta**. Essa è il prezzo che si paga per generare portanza con un’ala di apertura *finita*.

La cosa notevole — e per questo va tenuta separata dalle altre — è che la resistenza indotta *non* è dovuta alla viscosità né al numero di Reynolds: comparirebbe anche in un fluido ideale. Nasce dal fatto che un’ala finita, generando portanza, produce alle estremità dei vortici che deviano la corrente verso il basso, e questa deviazione “inclina” la portanza all’indietro facendone comparire una componente nella direzione del moto. Ci torneremo con la dovuta calma più avanti; per ora ci basta collocarla nello schema.

3.4 Il quadro complessivo

Possiamo allora riassumere così la resistenza totale di un velivolo. La somma della resistenza di scia e della resistenza di attrito — entrambe legate alla viscosità e al numero di Reynolds — prende il nome di *resistenza parassita*. A essa si aggiunge la resistenza indotta, legata invece alla generazione di portanza:

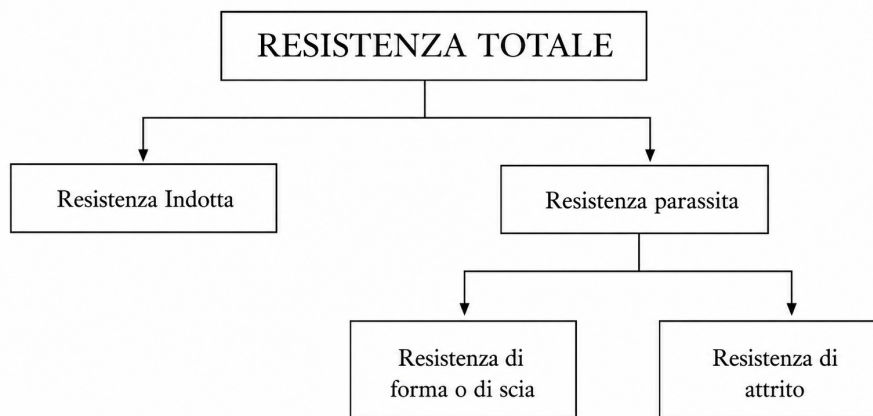


Figura 12. Classificazione della resistenza aerodinamica di un velivolo: la resistenza totale come somma di resistenza indotta e resistenza parassita; quest'ultima a sua volta somma di resistenza di scia e resistenza di attrito.

Nelle prossime pagine analizziamo in dettaglio le due componenti della resistenza parassita, la scia e l'attrito, che sono il cuore di questa sezione. La resistenza indotta sarà ripresa al termine.

3.5 La resistenza di scia

La resistenza di scia, come abbiamo detto, è legata alla *separazione* del flusso dalla superficie nella zona posteriore del corpo. Il caso più istruttivo per capirla è quello del cilindro.

3.5.1 Il cilindro: ideale contro reale

In campo ideale (fluido non viscoso) il flusso attorno a un cilindro è perfettamente simmetrico: le pressioni sulla parte frontale e su quella posteriore si equivalgono e la resistenza è nulla — è il paradosso di d'Alembert applicato al cilindro. In presenza di viscosità, invece, il flusso non riesce a percorrere tutto il contorno posteriore e *separa*: sul retro si forma una scia a bassa pressione e la distribuzione delle pressioni diventa nettamente asimmetrica (fig. 13). Quella asimmetria è la resistenza di scia.

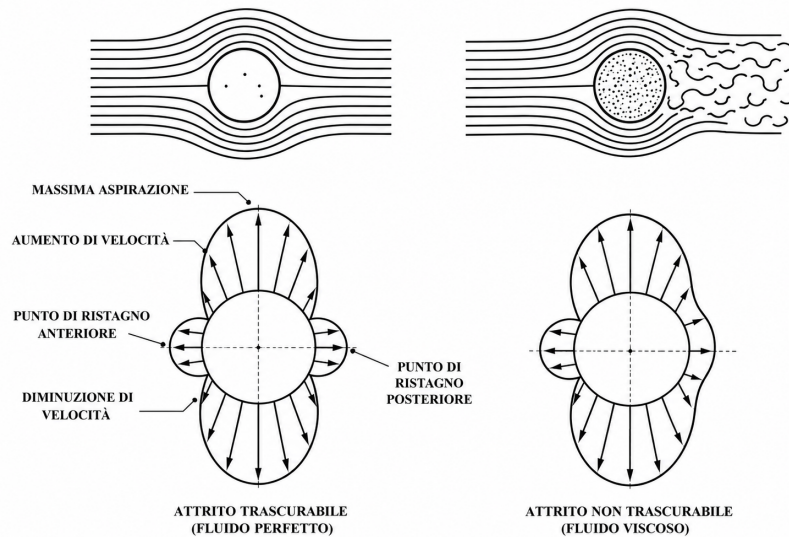


Figura 13. Distribuzione di pressione attorno a un cilindro. In campo ideale (fluido perfetto, attrito trascurabile) è simmetrica e la resistenza è nulla; in campo reale (fluido viscoso) il flusso separa, la simmetria si rompe e nasce la resistenza di scia.

3.5.2 Corpi tozzi e corpi aerodinamici

La resistenza di scia è la firma dei cosiddetti *corpi tozzi* (in inglese *bluff bodies*): un'automobile, un palo, una lastra di traverso. In questi corpi la separazione è ampia e la scia è grande. Un velivolo, invece, soprattutto agli assetti di crociera, è un corpo molto "aerodinamico": il flusso resta attaccato quasi ovunque e non ci sono vistose separazioni. Per questo, in crociera, la resistenza parassita di un velivolo è per circa il 90% resistenza di *attrito*, e solo per la parte restante resistenza di scia.

Un dato da ricordare

In crociera, la resistenza parassita di un velivolo (esclusa quella indotta) è per circa il **90%** dovuta all'attrito. È il motivo per cui la cura delle superfici — rivetti a filo, vernici lisce, assenza di asperità — ha un peso così grande sui consumi.

3.5.3 Quando un profilo diventa un corpo tozzo

C'è un caso in cui anche un corpo sottile e ben profilato, come un'ala, si comporta da corpo tozzo: gli *alti angoli d'attacco*. Finché il profilo lavora agli angoli tipici della crociera, la sua resistenza è quasi tutta attrito. Ma quando l'angolo d'attacco cresce, la corrente si stacca dal dorso: il profilo entra in stallo (lo abbiamo visto parlando della portanza) e si comporta a tutti gli effetti come un corpo tozzo, con un'ampia scia dorsale. Superati i 10° circa, la resistenza di scia diventa molto grande e può arrivare a valere 2-3 volte quella di crociera. È un altro buon motivo per non avvicinarsi allo stallo se non quando serve davvero.

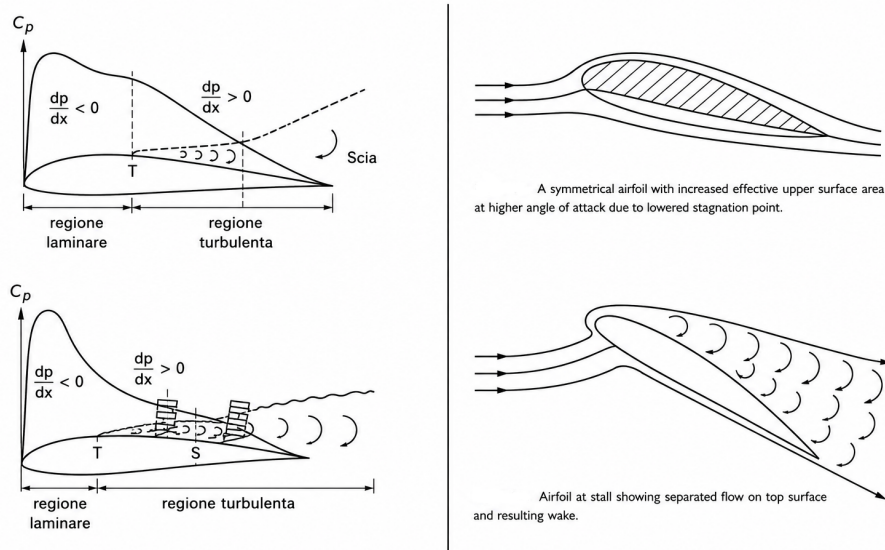


Figura 14. A bassi angoli d'attacco il flusso resta attaccato e la resistenza è quasi tutta d'attrito (regione “laminare/attaccata”); ad alti angoli la corrente si separa dal dorso e nasce un'ampia resistenza di scia (regione “separata”).

3.5.4 Il coefficiente di resistenza

Anche per la resistenza conviene introdurre un coefficiente adimensionale. In analogia con la portanza si definisce il **coefficiente di resistenza**

$$C_D = \frac{D}{qS}, \quad (14)$$

dove S è una superficie di riferimento. Attenzione, qui c'è una scelta da fare: per i corpi tozzi, a differenza che per le ali, come S si prende l'*area frontale* del corpo (la sua “ombra” vista da davanti).

Con questa definizione possiamo stimare, quasi a mente, il coefficiente di resistenza di una lastra piana posta perpendicolarmente alla corrente. La resistenza è all'incirca la differenza di pressione fra le due facce moltiplicata per l'area: davanti la pressione vale circa p_{tot} , dietro circa p , e la loro differenza è proprio la pressione dinamica, $p_{\text{tot}} - p = q$. Dunque $D \approx qS$, da cui

$$C_D = \frac{D}{qS} \approx 1,0.$$

Una stima grezza, ma che coglie l'ordine di grandezza: i corpi tozzi hanno coefficienti di resistenza dell'ordine dell'unità, contro i pochi centesimi di un profilo alare ben disegnato.

3.5.5 Una tabella di valori tipici

La tabella 2 raccoglie i valori di riferimento del coefficiente di resistenza per alcune forme tipiche, con l'avvertenza che ogni valore vale entro un certo intervallo di numeri di Reynolds. Si notino due fatti: le forme bidimensionali (di allungamento infinito) hanno resistenza maggiore delle corrispondenti forme tridimensionali, e la forma “a goccia” del profilo aerodinamico ha un coefficiente di un paio di ordini di grandezza più piccolo di quello dei corpi tozzi.

Tabella 2. Valori tipici del coefficiente di resistenza C_D (riferito all'area frontale per i corpi tozzi).

Corpo	C_D	Intervallo di Re
Lastra piana perpendicolare (2D, $b/c \rightarrow \infty$)	$\approx 1,9$	$> 10^3$
Disco circolare (3D)	$\approx 1,17$	$> 10^3$
Cilindro circolare 2D ($b/c \rightarrow \infty$)	$\approx 1,2$	$10^3 - 2 \times 10^5$
Cilindro circolare, $b/c = 10$	$\approx 0,83$	$10^3 - 3 \times 10^5$
Cilindro circolare, $b/c = 1$	$\approx 0,63$	$10^3 - 3 \times 10^5$
Sfera (regime sotto-critico)	$\approx 0,47$	$10^3 - 2 \times 10^5$
Sfera (regime super-critico)	$\approx 0,20$	$> 3 \times 10^5$
Profilo alare (basso α)	$\approx 0,05$	$\sim 10^6$

Esempio — la resistenza di una gamba di carrello

Schematizziamo la gamba di un carrello d'atterraggio come un cilindro di diametro $c = 0,1$ m e lunghezza $b = 1$ m (quindi $b/c = 10$), investito da aria a $V = 100$ km/h $= 27,78$ m/s a livello del mare.

Numero di Reynolds (dimensione caratteristica: il diametro):

$$Re = \frac{\rho V c}{\mu} = \frac{1,225 \cdot 27,78 \cdot 0,1}{1,789 \times 10^{-5}} \approx 1,9 \times 10^5.$$

Questo valore ricade nell'intervallo di validità del dato di tabella, che per $b/c = 10$ dà $C_D \approx 0,83$.

Pressione dinamica e area frontale:

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 27,78^2 \approx 472,6 \text{ Pa}, \quad S = b c = 1 \cdot 0,1 = 0,1 \text{ m}^2.$$

Resistenza:

$$D = C_D q S = 0,83 \cdot 472,6 \cdot 0,1 \approx 39 \text{ N} \approx 4 \text{ kgf}.$$

Quattro chilogrammi-forza per una sola gambetta di carrello, a una velocità modesta: ecco perché i carrelli si retraggono, e perché su un velivolo veloce restare con il carrello esteso costa carissimo.

3.6 La resistenza di attrito e lo strato limite

Passiamo all'altra metà della resistenza parassita, quella di attrito. Per capirla dobbiamo guardare molto da vicino ciò che accade a ridosso della superficie del corpo.

3.6.1 Lo strato limite

Se osserviamo un qualunque corpo investito da una corrente, troviamo a ridosso della sua superficie un sottile strato di fluido — lo **strato limite** — all'interno del quale la velocità passa *rapidamente* dal valore nullo (sulla parete) al valore della corrente esterna. Il valore nullo a parete non è un'ipotesi arbitraria: è la condizione di *aderenza* (in inglese *no-slip*), il fatto sperimentale che le particelle fluide a immediato contatto con la superficie hanno velocità relativa nulla rispetto a essa. È in questo strato sottile che si concentrano tutti gli effetti viscosi, e dunque tutto l'attrito.

Lo **strato limite** è la sottile regione di fluido adiacente alla parete entro cui la velocità varia dal valore nullo (aderenza alla parete) fino a circa il valore della corrente esterna. Il suo spessore δ , per le ali degli aeroplani, è dell'ordine dei millimetri.

3.6.2 Strato limite laminare e turbolento

Lo strato limite può presentarsi in due regimi profondamente diversi (fig. 15).

Lo strato limite **laminare** è associato a un flusso “ordinato”, a lamine che scorrono l'una sull'altra senza mescolarsi. Ha spessore piccolo, attrito basso e una variazione di velocità graduale a partire dalla parete.

Lo strato limite **turbolento**, al contrario, è caratterizzato da un mescolamento vorticoso. Ha spessore maggiore, una variazione di velocità molto più rapida vicino alla parete (le particelle veloci dell'esterno vengono “trascinate” fin quasi a contatto) e, di conseguenza, un attrito superficiale più alto.

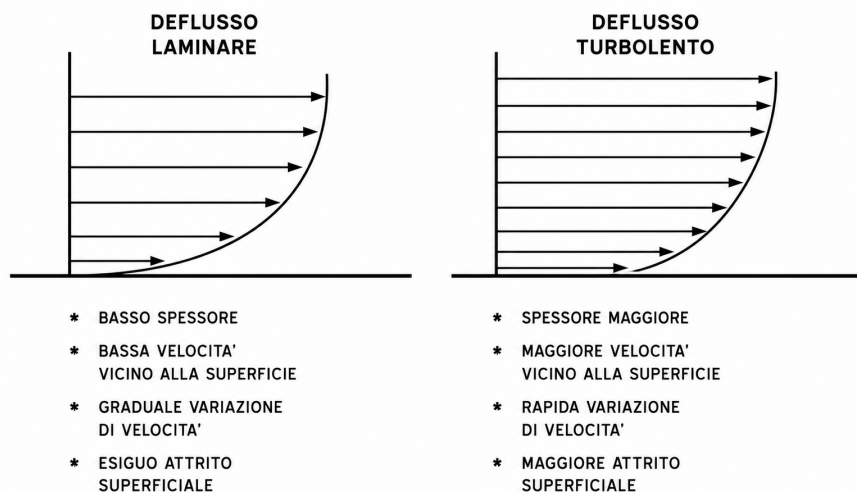


Figura 15. Confronto fra strato limite laminare (basso spessore, bassa velocità vicino alla parete, variazione graduale, attrito ridotto) e turbolento (spessore maggiore, velocità più alta vicino alla parete, variazione rapida, attrito maggiore).

3.6.3 L'evoluzione su una lastra piana

Su una lastra piana parallela alla corrente i due regimi si succedono uno dopo l'altro (fig. 16). A partire dal bordo d'attacco lo strato limite è dapprima laminare; più a valle, raggiunto un certo numero di Reynolds (riferito alla distanza percorsa) e a seconda della turbolenza intrinseca della corrente, attraversa una *regione di transizione* e diventa turbolento. Anche nello strato turbolento, a immediato contatto con la parete, sopravvive un sottilissimo *sottostrato laminare*.

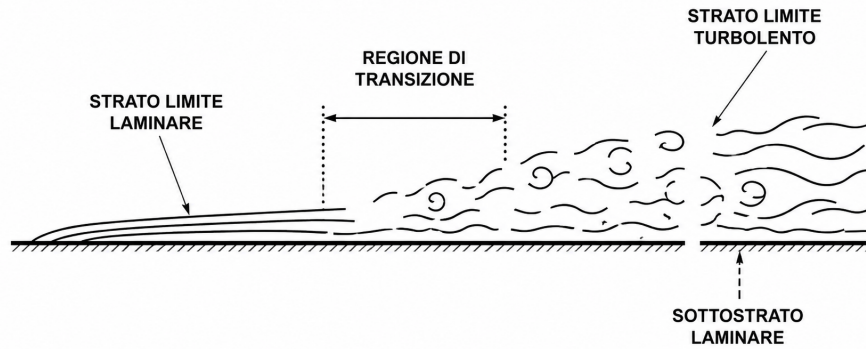


Figura 16. Evoluzione dello strato limite su una lastra piana: tratto laminare, regione di transizione, tratto turbolento. A parete persiste il sottostrato laminare.

3.6.4 Spessore dello strato limite

Lo spessore δ cresce con la distanza x dal bordo d'attacco, ma con leggi diverse nei due regimi. Detto $Re_x = \rho V x / \mu$ il numero di Reynolds riferito alla distanza x , valgono le relazioni

$$\delta_{\text{lam}} = \frac{5,2 x}{\sqrt{Re_x}}, \quad (15)$$

$$\delta_{\text{turb}} = \frac{0,37 x}{Re_x^{1/5}}. \quad (16)$$

Si noti che lo strato turbolento, oltre a partire più spesso, cresce anche più in fretta (l'esponente di x è $4/5$ contro $1/2$).

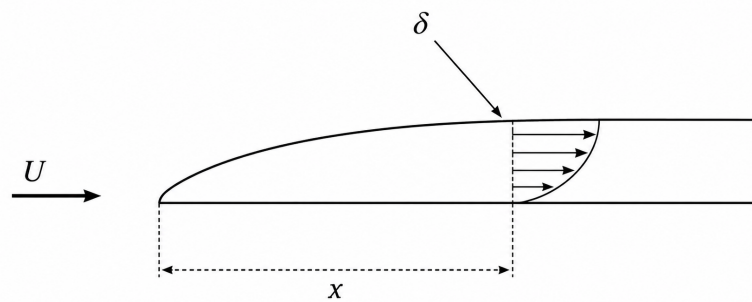


Figura 17. Crescita dello spessore δ dello strato limite con la distanza x dal bordo d'attacco, nei regimi laminare e turbolento.

3.6.5 Il coefficiente di attrito

L'attrito del flusso su una faccia della lastra fornisce una forza, la *resistenza di attrito* D_f (l'indice f sta per *friction*). La si esprime, come sempre, attraverso un coefficiente adimensionale,

il **coefficiente di attrito** C_f , riferito a una sola faccia della lastra:

$$C_f = \frac{D_f}{qS}. \quad (17)$$

Il suo valore dipende dal regime e dal numero di Reynolds Re_L riferito alla lunghezza totale L della lastra. Per i due regimi si hanno le relazioni

$$\text{laminare: } C_f = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}}, \quad (18)$$

$$\text{turbolento: } C_f = \frac{0,455}{(\log_{10} Re_L)^{2,58}}. \quad (19)$$

Una forma alternativa per il regime turbolento, valida per $5 \times 10^5 < Re_L < 10^7$, è $C_f = 0,074 Re_L^{-1/5}$. Entrambe le relazioni sono rappresentate, in funzione del numero di Reynolds, nel grafico di figura 18.

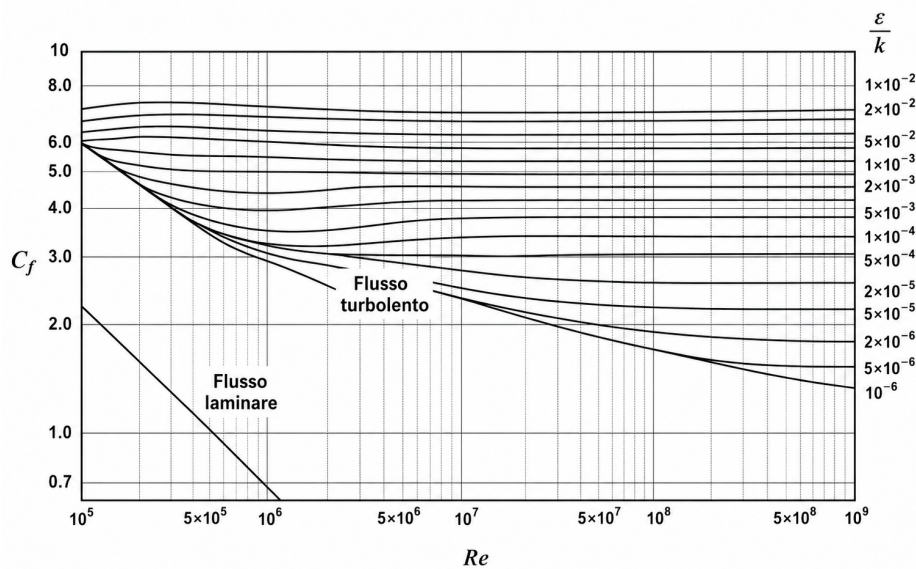


Figura 18. Coefficiente di attrito C_f in funzione del numero di Reynolds, per strato limite laminare e turbolento. Per il regime turbolento si riportano anche curve a diversa rugosità superficiale.

Dal grafico (o dalle relazioni) si leggono due fatti importanti. Primo: ad alti numeri di Reynolds — diciamo da 8 a 9 milioni — il regime laminare non può più sussistere, e il flusso è necessariamente turbolento. Secondo, e più sottile:

All'aumentare della velocità, per una data lastra in un dato fluido, il numero di Reynolds cresce e quindi il coefficiente di attrito C_f *diminuisce* (in entrambi i regimi). Ma sarebbe un grave errore concluderne che la resistenza diminuisce! La resistenza è $D_f = C_f q S$ e la pressione dinamica q cresce con il *quadrato* della velocità: l'aumento di q batte di gran lunga la riduzione di C_f , e la resistenza di attrito, in valore, *aumenta*. Coefficiente e forza raccontano storie diverse: non vanno mai confusi.

Infine, esiste un intervallo di numeri di Reynolds — all'incirca fra 350 000 e 1 000 000 —

entro il quale il regime può essere sia laminare sia turbolento: è la regione di *transizione*, la cui posizione dipende anche dalla rugosità della superficie e dalla turbolenza della corrente.

3.6.6 Esempi di calcolo della resistenza di attrito

Vediamo ora come usare in pratica le relazioni (o il grafico). In tutti i casi: si calcola il numero di Reynolds, si legge il coefficiente C_f , lo si moltiplica per la pressione dinamica e per la superficie bagnata. Il fattore 2 che comparirà serve a contare *entrambe* le facce della lastra.

Esempio 1 — lastra in regime laminare

Lastra piana di corda $c = 0,5$ m e apertura 2 m ($S = 1,0$ m²), in aria standard al livello del mare, a $V = 60$ km/h = $16,67$ m/s, in regime laminare.

Reynolds riferito alla corda:

$$Re_L = \frac{1,225 \cdot 16,67 \cdot 0,5}{1,789 \times 10^{-5}} \approx 5,7 \times 10^5.$$

A questo valore il flusso può ancora essere laminare; dalla relazione (18) (o dal grafico) $C_f \approx 0,0018$. La pressione dinamica è $q = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 16,67^2 \approx 170,1$ Pa. La resistenza (due facce) vale

$$D_f = 2 C_f q S = 2 \cdot 0,0018 \cdot 170,1 \cdot 1,0 \approx 0,61 \text{ N} \approx 60 \text{ g-forza}.$$

Esempio 2 — la stessa lastra in regime turbolento

Stessa lastra (superficie liscia), ma a $V = 200$ km/h = $55,56$ m/s in regime turbolento.

Reynolds: $Re_L \approx 1,9 \times 10^6$. Dal grafico (regime turbolento) $C_f \approx 0,0039$. La pressione dinamica sale a $q \approx 1890$ Pa, e la resistenza diventa

$$D_f = 2 C_f q S = 2 \cdot 0,0039 \cdot 1890 \cdot 1,0 \approx 14,7 \text{ N} \approx 1,5 \text{ kgf}.$$

Si confronti con l'esempio precedente: il coefficiente è *sceso* da $0,0018$ a... be', è salito perché il regime è turbolento; ma anche restando turbolenti, al crescere di V il C_f cala mentre la forza esplode, come avevamo anticipato.

Esempio 3 — lastra in parte laminare e in parte turbolenta

Lastra di 1 m di corda e 1 m di apertura ($S = 1$ m²), a $V = 100$ km/h = $27,78$ m/s, con transizione fissata a $Re_{tr} = 10^6$. La pressione dinamica è $q \approx 472,6$ Pa.

Posizione della transizione. Dalla definizione di Reynolds risolta in x :

$$x_{tr} = \frac{Re_{tr} \mu}{\rho V} = \frac{10^6 \cdot 1,789 \times 10^{-5}}{1,225 \cdot 27,78} \approx 0,52 \text{ m}.$$

La lastra è dunque laminare per i primi $0,52$ m (poco più della metà) e turbolenta nel tratto restante.

Parte laminare (da 0 a $0,52$ m, $Re = 10^6$, $C_f \approx 0,00135$ dal grafico; superficie $S_1 = 0,52 \cdot 1 = 0,52$ m²):

$$D_{f,\text{lam}} = 2 \cdot 0,00135 \cdot 472,6 \cdot 0,52 \approx 0,66 \text{ N}.$$

Parte turbolenta. Si procede per differenza: si calcola la resistenza che la lastra avrebbe se fosse *tutta* turbolenta, poi si sottrae la resistenza turbolenta del solo tratto iniziale.

- Lastra intera in turbolento ($Re_L \approx 1,9 \times 10^6$, $C_f \approx 0,0039$, $S = 1 \text{ m}^2$):

$$D_{f,\text{turb,tot}} = 2 \cdot 0,0039 \cdot 472,6 \cdot 1,0 \approx 3,69 \text{ N.}$$

- Tratto iniziale in turbolento ($Re = 10^6$, $C_f \approx 0,0045$, $S_1 = 0,52 \text{ m}^2$):

$$D_{f,\text{turb,iniz}} = 2 \cdot 0,0045 \cdot 472,6 \cdot 0,52 \approx 2,21 \text{ N.}$$

- Tratto posteriore (turbolento, per differenza):

$$D_{f,\text{turb,post}} = 3,69 - 2,21 = 1,48 \text{ N.}$$

Resistenza totale (parte anteriore laminare + parte posteriore turbolenta):

$$D_f = D_{f,\text{lam}} + D_{f,\text{turb,post}} = 0,66 + 1,48 = 2,14 \text{ N} \approx 218 \text{ g-forza.}$$

Il metodo “per differenza” è il trucco da ricordare ogni volta che una superficie lavora in parte laminare e in parte turbolenta.

3.7 Ritorno alla resistenza indotta e cenno alla polare

Chiudiamo riprendendo la resistenza indotta, che avevamo lasciato in sospeso. Essa cresce con il quadrato del coefficiente di portanza e diminuisce all’aumentare dell’allungamento alare AR , secondo la relazione

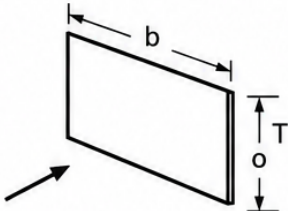
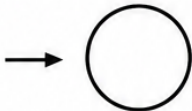
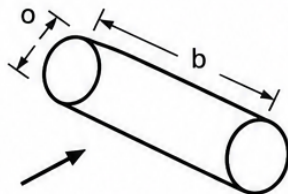
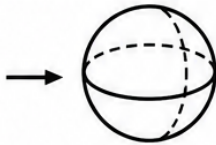
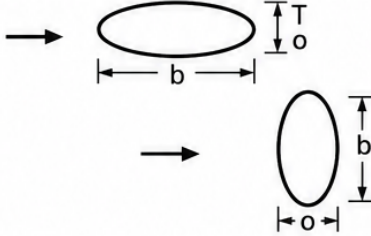
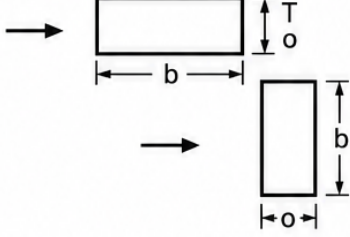
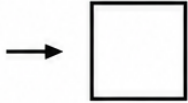
$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR e}, \quad (20)$$

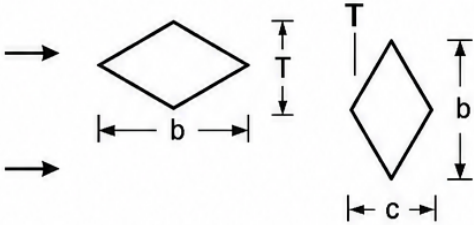
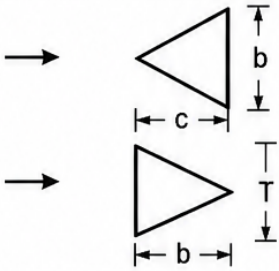
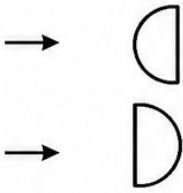
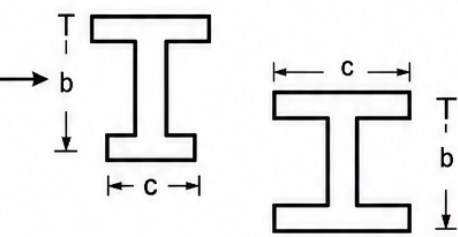
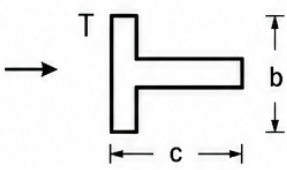
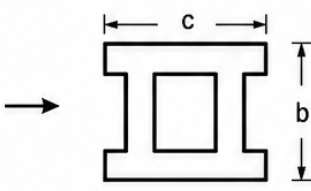
dove e è il fattore di Oswald, un coefficiente (minore di uno) che tiene conto di quanto la distribuzione di portanza si discosta da quella ideale ellittica. La (20) spiega perché gli alianti, che devono spremere ogni grammo di portanza al minimo costo, hanno ali lunghe e sottili (alto AR).

Sommando la resistenza parassita (qui rappresentata, a meno di dettagli, dal suo valore a portanza nulla C_{D_0}) e la resistenza indotta si ottiene la celebre **polare parabolica** del velivolo:

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}. \quad (21)$$

È la relazione che lega, per un dato velivolo, il coefficiente di resistenza a quello di portanza, e costituisce il punto di partenza per tutto lo studio delle prestazioni: dalla velocità di massima autonomia a quella di massima distanza percorribile. Ma questo, come si suol dire, è un altro capitolo — o meglio, un’altra sezione.

GEOMETRIA	Numero di REYNOLDS	C _D														
	Re > 10 ³	<table><tr><td>b/o</td><td>C_D</td></tr><tr><td>∞</td><td>1.65</td></tr><tr><td>30</td><td>1.6</td></tr><tr><td>20</td><td>1.5</td></tr><tr><td>10</td><td>1.3</td></tr><tr><td>5</td><td>1.2</td></tr><tr><td>1</td><td>1.18</td></tr></table>	b/o	C _D	∞	1.65	30	1.6	20	1.5	10	1.3	5	1.2	1	1.18
b/o	C _D															
∞	1.65															
30	1.6															
20	1.5															
10	1.3															
5	1.2															
1	1.18															
	Re > 10 ³	1.17														
	10 ³ < Re < 10 ⁵	<table><tr><td>b/c</td><td>C_D</td></tr><tr><td>∞</td><td>1.2</td></tr><tr><td>30</td><td>1.0</td></tr><tr><td>20</td><td>0.93</td></tr><tr><td>10</td><td>0.83</td></tr><tr><td>5</td><td>0.82</td></tr><tr><td>1</td><td>0.8</td></tr></table>	b/c	C _D	∞	1.2	30	1.0	20	0.93	10	0.83	5	0.82	1	0.8
b/c	C _D															
∞	1.2															
30	1.0															
20	0.93															
10	0.83															
5	0.82															
1	0.8															
	Re < 1	24 (Re) ^{1/2}														
	10 ³ < Re < 10 ⁵	0.47														
	Re > 3 × 10 ⁵	0.2														
	Re = 10 ⁵	<table><tr><td>b/c = 2</td><td>0.8</td></tr><tr><td>b/c = 2</td><td>1.6</td></tr></table>	b/c = 2	0.8	b/c = 2	1.6										
b/c = 2	0.8															
b/c = 2	1.6															
	Re = 10 ⁵	<table><tr><td>b/c = 2</td><td>1.4</td></tr><tr><td>b/c = 2</td><td>2.2</td></tr></table>	b/c = 2	1.4	b/c = 2	2.2										
b/c = 2	1.4															
b/c = 2	2.2															
	Re < 3.5 × 10 ⁵	.2														

GEOMETRIA	Numero di REYNOLDS	C_D
	$Re = 10^5$	1.1 2 $b/c = 2$
	$Re < 3 \times 10^5$	1.2 2 $b/c = 1$
	$10^4 < Re < 10^6$	1.17 0.42
	$10^3 < Re < 10^6$	b/c 2 2.05 1 1.6
	$10^3 < Re < 10^6$	2 $b/c = 1$
	$10^3 < Re < 10^6$	1.4 $b/c = 0.1$