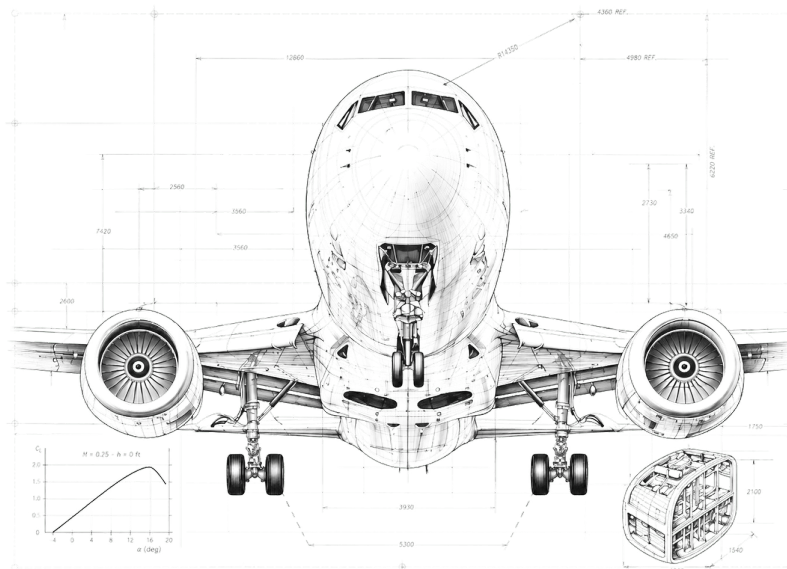


Dai profili alari all'ala finita

Portanza, resistenza e correzione per allungamento

Teoria essenziale e raccolta di esercizi svolti passo per passo



Articolazione *Costruzione del Mezzo Aeronautico*

Classi quarte e quinte

Notazione aeronautica internazionale (L , D , S , C_L , C_D , AR)

Sistema Internazionale di unit 

Indice

I	Teoria essenziale	2
	Dove stiamo andando	2
1.1	Le forze aerodinamiche e il corpo libero	2
1.2	I coefficienti aerodinamici	3
1.3	Il profilo alare: comportamento bidimensionale	3
1.4	L'ala finita: allungamento e downwash	4
1.5	La resistenza indotta	5
1.6	Numero di Reynolds, corda, viscosità	6
1.7	Atmosfera tipo e unità di misura	6
1.8	Il metodo dei cinque passi	7
2	Esercizi svolti	8
	Come leggere questi esercizi	8
2.1	Pendenza di portanza di un'ala (NACA 63 ₃ -618)	8
2.2	Coefficiente di portanza a incidenza assegnata (NACA 64-208)	9
2.3	Diagramma $C_L = f(\alpha)$ (NACA 64 ₂ -215)	9
2.4	Portanza di un'ala in quota (NACA 65-210)	10
2.5	Resistenza di profilo (NACA 66 ₂ -415)	11
3	Esercizi proposti, risolti passo per passo	13
	Nota metodologica	13
3.1	Incidenza per un dato C_L (NACA 64 ₁ -212)	13
3.2	C_L per ala rettangolare (NACA 64-110)	14
3.3	Effetto dell'allungamento (NACA 64 ₁ -212)	14
3.4	Portanza in quota (NACA 64 ₁ -212)	15
3.5	Resistenza completa di un'ala (NACA 64 ₂ -215)	16
A	Formulario e conversioni	18
A.1	Formulario essenziale	18
A.2	Conversioni ricorrenti	18
A.3	Angoli degli esercizi (gradi decimali e radianti)	18

Teoria essenziale

Dove stiamo andando

Questa monografia ha un obiettivo molto concreto: metterti in condizione di *risolvere da solo* qualunque esercizio elementare sui profili alari e sulle ali di apertura finita — calcolare una portanza, una resistenza, un coefficiente, l'incidenza necessaria a produrre una data portanza — capendo *perché* ogni passaggio si fa in quel modo e non in un altro.

Per farlo abbiamo bisogno di pochi mattoni, ma solidi: (i) la definizione delle forze aerodinamiche e il loro diagramma di corpo libero; (ii) la forma *adimensionale* in cui conviene esprimerle, cioè i coefficienti; (iii) la differenza cruciale fra il *profilo* (ala bidimensionale, di apertura infinita) e l'*ala reale* (tridimensionale, di apertura finita), con la correzione della pendenza della retta di portanza dovuta all'allungamento; (iv) il numero di Reynolds, che ci dice quale curva leggere sulle tabelle del profilo; (v) l'atmosfera tipo, da cui ricaviamo densità e viscosità alla quota di volo.

Costruiti questi mattoni, gli esercizi diventano quasi meccanici: cambiano i numeri, non il metodo. Alla fine del capitolo troverai lo schema dei *cinque passi* che useremo, identico, in tutti i problemi.

1.1 Le forze aerodinamiche e il corpo libero

Quando un'ala si muove in aria, l'aria esercita su di essa una distribuzione di pressioni e di sforzi tangenziali (attrito) che, integrata su tutta la superficie, dà un'unica forza risultante aerodinamica R (e in generale un momento). Per lo studio del volo conviene *decomporre* R non lungo la corda, ma rispetto alla direzione della velocità asintotica V_∞ , cioè la velocità con cui l'aria investe l'ala lontano da essa:

Portanza e resistenza

La **portanza** L (*lift*) è la componente della risultante aerodinamica **perpendicolare** alla velocità asintotica V_∞ .

La **resistenza** D (*drag*) è la componente **parallela** a V_∞ (e concorde con essa: si oppone al moto).

Le due componenti sono per definizione ortogonali, quindi il modulo della risultante è $R = \sqrt{L^2 + D^2}$. Nel diagramma di corpo libero dell'ala in volo, oltre a L e D compare il peso W (*weight*) diretto verso il basso e, nel caso propulso, la spinta T (*thrust*). L'**angolo di incidenza** α è l'angolo compreso fra la corda del profilo e la direzione di V_∞ .

Osservazione

È un errore frequente disegnare la portanza “verticale” e la resistenza “orizzontale” rispetto al *terreno*. Non è così: L e D sono definite rispetto a V_∞ , non rispetto all'orizzonte. Nel *volo livellato* rettilineo e uniforme le due cose coincidono (la traiettoria è orizzontale e V_∞ pure), ed è per questo che in quei casi si scrive direttamente

$$L = W \quad (\text{equilibrio verticale}), \quad T = D \quad (\text{equilibrio orizzontale}).$$

In salita, discesa o virata i due sistemi di riferimento non coincidono più.

1.2 I coefficienti aerodinamici

L'esperienza (e l'analisi dimensionale) mostrano che, a parità di forma e di assetto, le forze aerodinamiche crescono con la densità del fluido ρ , con il quadrato della velocità V_∞ e con la superficie di riferimento S . È naturale allora raccogliere questi fattori in una grandezza sola, la **pressione dinamica**

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2,$$

e definire i coefficienti come rapporto fra la forza e $q_\infty S$:

Forze e coefficienti aerodinamici

$$L = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S C_L, \quad D = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S C_D.$$

C_L e C_D sono, rispettivamente, il *coefficiente di portanza* e il *coefficiente di resistenza* dell'ala; S è la superficie alare in pianta; ρ la densità dell'aria alla quota di volo.

I coefficienti sono numeri *adimensionali*: catturano tutto ciò che dipende dalla *forma* e dall'*assetto* (profilo, incidenza, numero di Reynolds, numero di Mach), separandolo da ciò che dipende dalle *condizioni di volo* (ρ , V_∞ , S). È questa separazione a rendere possibili le tabelle: un coefficiente misurato in galleria su un modellino vale anche per l'aereo vero, purché siano uguali forma e assetto.

Attenzione

Convenzioni di simbolo. In questa monografia adottiamo la notazione aeronautica internazionale. Attenzione a non confonderla con quella dei vecchi testi italiani:

portanza (forza)	L	(già: P)
resistenza (forza)	D	(già: R)
coeff. di portanza	C_L	(già: c_p)
coeff. di resistenza	C_D	(già: c_r)
allungamento	AR	(già: λ)

Useremo la minuscola c_ℓ , c_d per i coefficienti del *profilo* bidimensionale, e la maiuscola C_L , C_D per l'*ala* finita.

Esempio

Un'ala di $S = 20 \text{ m}^2$ vola a 60 m/s al livello del mare ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$) con $C_L = 0,4$. La pressione dinamica è $q_\infty = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 60^2 = 2205 \text{ Pa}$, e la portanza $L = q_\infty S C_L = 2205 \cdot 20 \cdot 0,4 \approx 17,6 \text{ kN}$ (circa 1800 kg-forza). Raddoppiando la velocità la portanza quadruplica: è la dipendenza da V_∞^2 .

1.3 Il profilo alare: comportamento bidimensionale

Immaginiamo un'ala talmente lunga (apertura infinita) da poter trascurare qualunque effetto di estremità: ogni sezione si comporta come tutte le altre e il flusso è *bidimensionale*. Ciò che studiamo è allora il **profilo** — la sezione dell'ala — caratterizzato dai coefficienti c_ℓ e c_d .

1.3.1 La retta di portanza del profilo

Per incidenze non troppo elevate (prima dello stallo) il coefficiente di portanza del profilo cresce *linearmente* con l'incidenza:

$$c_\ell = c_{\ell_\infty} (\alpha - \alpha_{L0}), \quad (1.1)$$

dove α_{L0} è l'**incidenza di portanza nulla** (l'angolo a cui $c_\ell = 0$; per profili con curvatura positiva è leggermente negativa) e

$$c_{\ell\infty} = \frac{dc_\ell}{d\alpha}$$

è la **pendenza della retta di portanza del profilo** (in inglese *lift-curve slope*). La teoria del profilo sottile fornisce il valore ideale $c_{\ell\infty} = 2\pi$ per radiante; i profili reali stanno poco sotto, tipicamente $c_{\ell\infty} \approx 0,10-0,11$ per grado.

Misurare $c_{\ell\infty}$ dalle tabelle

Sulle Tabelle Dati di Aerotecnica il profilo è descritto dalla curva $c_\ell = f(\alpha)$. Poiché nel tratto lineare è una retta, per ricavarne la pendenza è sufficiente leggere *due* punti $(\alpha_1, c_{\ell 1})$ e $(\alpha_2, c_{\ell 2})$ e calcolare

$$c_{\ell\infty} = \frac{c_{\ell 2} - c_{\ell 1}}{\alpha_2 - \alpha_1}.$$

È esattamente ciò che faremo in ogni esercizio.

1.3.2 La polare del profilo

La resistenza del solo profilo (resistenza di *profilo*: attrito viscoso + resistenza di forma) si legge invece sulla **polare**, cioè la curva $c_\ell = f(c_d)$. Per i profili laminari della serie NACA a 6 cifre la polare presenta la caratteristica *sacca di bassa resistenza (drag bucket)*: in un intervallo di c_ℓ attorno al c_ℓ di progetto la resistenza si mantiene molto bassa (l'estensione della laminarità); fuori da quell'intervallo c_d risale rapidamente.

1.3.3 Perché contano numero di Reynolds e rugosità

Le curve $c_\ell = f(\alpha)$ e $c_\ell = f(c_d)$ non sono uniche: dipendono dal **numero di Reynolds** e dallo stato della superficie (liscia oppure con *rugosità standard*). È per questo che gli esercizi specificano sempre un valore di Re : serve a scegliere *quale* curva leggere. Torneremo su Re nel paragrafo 1.6.

1.4 L'ala finita: allungamento e downwash

L'ala reale ha apertura *finita*: alle estremità l'aria in sovrappressione sotto l'ala scavalca verso il dorso in depressione, generando i **vortici d'estremità**. Questi inducono, in corrispondenza dell'ala, una piccola componente di velocità verso il basso, il **downwash** w . La geometria che governa la severità di questo effetto è l'**allungamento**:

Allungamento (aspect ratio)

$$AR = \frac{b^2}{S},$$

con b apertura alare e S superficie in pianta. Per ala rettangolare di corda c si ha $S = bc$ e quindi $AR = b/c$. Un allungamento *alto* significa ala lunga e stretta (alante); *basso* significa ala corta e tozza (caccia, ala a delta).

1.4.1 L'angolo indotto e la correzione della pendenza

Il downwash inclina localmente la corrente verso il basso di un piccolo angolo, l'**angolo indotto** α_i : la sezione "sente" quindi non l'intera incidenza geometrica α , ma un'incidenza *efficace* $\alpha_{\text{eff}} = \alpha - \alpha_i$ (Figura 1.1).

La teoria della linea portante di Prandtl, per la distribuzione di carico *ellittica* (la più efficiente, e quella cui ci si riferisce come caso ideale), fornisce $\alpha_i = C_L/(\pi AR)$, con α_i e C_L in radianti. Imponendo che ogni sezione

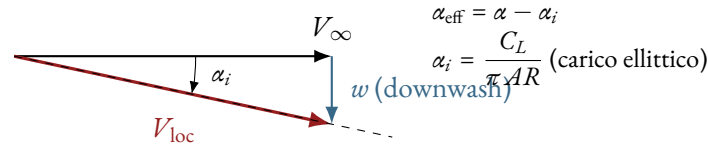


Figura 1.1. Il downwash w inclina la corrente locale verso il basso di α_i : la sezione lavora all'incidenza efficace α_{eff} , minore di quella geometrica.

risponda con la legge bidimensionale (1.1) valutata all'incidenza *efficace*,

$$C_L = c_{\ell_\infty} (\alpha_{\text{eff}} - \alpha_{L0}) = c_{\ell_\infty} \left(\alpha - \alpha_{L0} - \frac{C_L}{\pi AR} \right),$$

e risolvendo rispetto a C_L :

$$C_L \left(1 + \frac{c_{\ell_\infty}}{\pi AR} \right) = c_{\ell_\infty} (\alpha - \alpha_{L0}) \Rightarrow C_L = \underbrace{\frac{c_{\ell_\infty}}{1 + \frac{c_{\ell_\infty}}{\pi AR}}}_{c_{\ell_\alpha}} (\alpha - \alpha_{L0}).$$

La pendenza della retta di portanza dell'*ala* è dunque $c_{\ell_\alpha} < c_{\ell_\infty}$: a parità di incidenza l'ala finita porta meno del profilo.

Pendenza di portanza dell'ala finita

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{c_{\ell_\infty}}{1 + \frac{c_{\ell_\infty}}{\pi AR}}$$

(carico ellittico, ovvero fattore di efficienza $e = 1$).

c_{ℓ_∞} e c_{ℓ_α} vanno intese **per radiante** nella formula. Al diminuire di AR , c_{ℓ_α} diminuisce; per $AR \rightarrow \infty$ si ha $c_{\ell_\alpha} \rightarrow c_{\ell_\infty}$ (si ritrova il profilo).

Gradi o radianti?

La formula della correzione contiene π e nasce da α_i *in radianti*: va quindi applicata con c_{ℓ_∞} *per radiante*. In pratica dalle tabelle si legge c_{ℓ_∞} per grado (comodo), lo si converte in per radiante moltiplicando per $180/\pi = 57,29578$, si applica la correzione, e infine — se l'incidenza è data in gradi — si riconverte c_{ℓ_α} in per grado. È la sequenza che seguiremo sempre.

1.5 La resistenza indotta

Lo stesso meccanismo che riduce la portanza genera anche una resistenza aggiuntiva, la **resistenza indotta**: inclinando la portanza locale all'indietro di α_i , ne nasce una componente lungo V_∞ . Per carico ellittico la teoria di Prandtl dà

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR e}, \quad (1.2)$$

con e **fattore di efficienza di Oswald** ($e = 1$ nel caso ideale ellittico, $e < 1$ nelle ali reali). La resistenza totale dell'ala è allora

$$C_D = c_{d0} + C_{D_i} = c_{d0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}, \quad (1.3)$$

somma della resistenza di profilo c_{d0} (letta sulla polare del profilo) e di quella indotta.

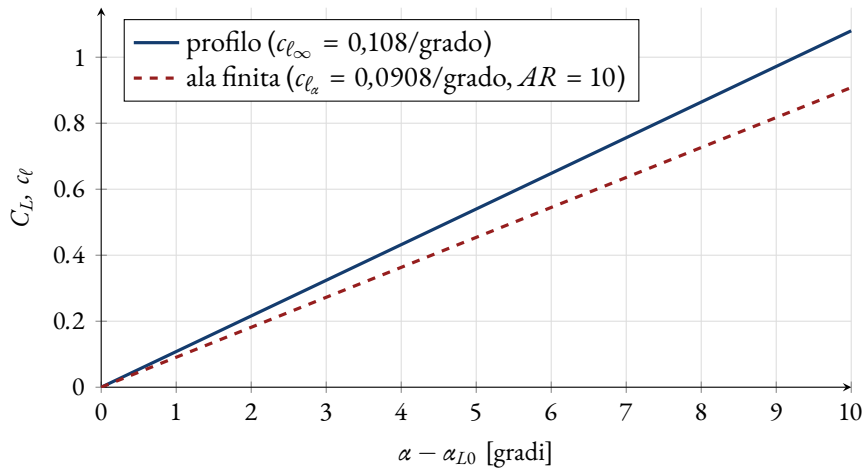


Figura 1.2. Effetto dell'allungamento: la retta di portanza dell'ala finita (tratteggiata) è meno ripida di quella del profilo. Entrambe passano per l'incidenza di portanza nulla.

Osservazione

La resistenza indotta cresce col *quadrato* della portanza e diminuisce con l'allungamento: è alta a bassa velocità (dove serve C_L elevato) e per ali tozze. È la ragione fisica per cui gli alianti, che devono minimizzare la resistenza a C_L elevato, hanno ali lunghissime (allungamenti anche > 30). Molti testi elementari, quando calcolano “la resistenza di un'ala”, includono solo c_{d0} ; qui, dove serve, aggiungeremo esplicitamente il termine indotto.

1.6 Numero di Reynolds, corda, viscosità

Il **numero di Reynolds** misura il rapporto fra forze d'inerzia e forze viscosi nel flusso:

$$Re = \frac{V_\infty c}{\nu}, \quad (1.4)$$

dove c è la corda (lunghezza di riferimento del profilo) e ν la **viscosità cinematica** dell'aria alla quota di volo. Nei problemi Re serve a un unico scopo pratico: individuare, fra le tante curve tabulate per un profilo, quella corretta. Per un'ala rettangolare la corda si ricava da $S = b c$, cioè $c = S/b$.

Osservazione

$\nu = \mu/\rho$ ha le dimensioni di m^2/s ed è la stessa in qualunque sistema di unità. Con la quota ν *aumenta* (l'aria si rarefa): ecco perché, a parità di velocità e corda, Re diminuisce salendo.

1.7 Atmosfera tipo e unità di misura

Densità ρ e viscosità ν alla quota di volo si leggono sull'**atmosfera tipo** (International Standard Atmosphere, ISA). La Tabella 1.1 riporta i valori alle quote usate negli esercizi.

Unità tecniche e Sistema Internazionale

I testi storici italiani lavorano nel *sistema tecnico*: la forza è in chilogrammi-forza (kg-forza, o kgf) e la densità in $kg\ s^2/m^4$. Noi useremo il **Sistema Internazionale**: forze in newton (N), densità in kg/m^3 . La conversione è

$$1\text{ kg-forza} = g_0 \cdot 1\text{ kg} = 9,806\ 65\text{ N}, \quad \rho_{SI} = g_0 \rho_{tec}.$$

Tabella 1.1. Atmosfera tipo ISA alle quote di interesse (valori usati negli esercizi). L'ultima colonna dà la densità nelle vecchie unità tecniche, per confronto con i testi storici.

z [m]	T [K]	ρ [kg/m ³]	ν [m ² /s]	ρ [kg s ² /m ⁴]
2700	270,60	0,9375	$18,17 \times 10^{-6}$	0,0956
3400	266,05	0,8723	$19,27 \times 10^{-6}$	0,0889
4000	262,15	0,8191	$20,28 \times 10^{-6}$	0,0835
4500	258,90	0,7768	$21,17 \times 10^{-6}$	0,0792

Comodo ricordare che $1 \text{ daN} \approx 1,02 \text{ kg-forza}$: in aeronautica il *decanewton* è quasi il vecchio chilogrammo-forza. Nei risultati riporteremo il valore in newton e, fra parentesi, l'equivalente in kgf per confronto con la fonte.

1.8 Il metodo dei cinque passi

Tutti gli esercizi che seguono si affrontano con lo stesso schema. Vale la pena impararlo a memoria.

Schema risolutivo

1. **Dati e obiettivo.** Elenca i dati, converti subito le unità (velocità in m/s, angoli in gradi decimali e poi in radianti). Individua l'incognita.
2. **Modello fisico.** Disegna il corpo libero. Decidi se serve la portanza, la resistenza, o entrambe, e a quale livello (profilo o ala finita).
3. **Geometria e Reynolds.** Calcola $c = S/b$ (se serve), $AR = b^2/S$, e $Re = V_\infty c/\nu$ per scegliere la curva del profilo.
4. **Coefficienti.** Leggi c_{ℓ_∞} (o c_{d0}) dalle tabelle; correggi per allungamento (c_{ℓ_α} , (1.2) se serve); ricava C_L e/o C_D .
5. **Forza.** Applica $L = q_\infty S C_L$ oppure $D = q_\infty S C_D$ con la ρ della quota; converti in kgf se richiesto il confronto.

Il senso di tutto questo

Il filo conduttore è uno solo: *l'aria non sa se sei un modellino o un airbus*; conosce solo forma e assetto, che riassumiamo nei coefficienti. Tutto il lavoro consiste nel procurarsi il coefficiente giusto (dalle tabelle, corretto per l'allungamento) e nel moltiplicarlo per $q_\infty S$. Se tieni ferma questa idea, non sbaglierai un esercizio.

Esercizi svolti

Come leggere questi esercizi

Ogni esercizio segue lo schema dei cinque passi. Il diagramma di corpo libero accanto alla traccia serve a fissare *quale* forza stiamo cercando e rispetto a quale direzione è definita. I valori numerici sono stati tutti verificati in modo indipendente; dove la fonte storica lavora in unità tecniche, riportiamo il confronto in kgf.

2.1 Pendenza di portanza di un'ala (NACA 633-618)

Esercizio N.21 — traccia

Calcolare la pendenza della retta di portanza (coefficiente angolare c_{ℓ_α}) per un'ala di allungamento $AR = 9,3$ e profilo NACA 633-618, con numero di Reynolds $Re = 6 \times 10^6$ e rugosità normale.

Passo 1 — Dati e obiettivo. $AR = 9,3$; profilo assegnato; $Re = 6 \times 10^6$. Incognita: la pendenza c_{ℓ_α} della retta di portanza dell'ala. Non ci sono forze da calcolare: è un esercizio sulla *sola* correzione per allungamento.

Passo 2 — Modello. L'allungamento è finito, quindi la pendenza dell'ala c_{ℓ_α} sarà minore di quella del profilo c_{ℓ_∞} . Ci serve prima c_{ℓ_∞} dal profilo, poi la correzione di Prandtl.

Passo 3 — Pendenza del profilo c_{ℓ_∞} . Sul diagramma $c_\ell = f(\alpha)$ del profilo, alla curva $Re = 6 \times 10^6$ rugosità normale, leggiamo due punti nel tratto lineare:

$$\alpha_1 = 0^\circ \Rightarrow c_{\ell 1} = 0,45, \quad \alpha_2 = 6^\circ \Rightarrow c_{\ell 2} = 1,10.$$

La pendenza per grado è

$$c_{\ell_\infty} = \frac{c_{\ell 2} - c_{\ell 1}}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{1,10 - 0,45}{6 - 0} = 0,10833 \text{ /grado.}$$

Poiché la formula di correzione lavora in radianti, convertiamo:

$$c_{\ell_\infty} = 0,10833 \cdot 57,29578 = 6,2070 \text{ /rad.}$$

Passo 4 — Correzione per allungamento.

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{c_{\ell_\infty}}{1 + \frac{c_{\ell_\infty}}{\pi AR}} = \frac{6,2070}{1 + \frac{6,2070}{\pi \cdot 9,3}} = \frac{6,2070}{1 + 0,21245} = 5,1194 \text{ /rad.}$$

Risultato N.21

$$c_{\ell_\alpha} = 5,1194 \text{ /rad } (\approx 0,08935 \text{ /grado}).$$

Osservazione

La pendenza è scesa da 6,21 (profilo) a 5,12 (ala): circa il 18% in meno, proprio per effetto del downwash. Con $AR = 9,3$ siamo su valori tipici di un velivolo da trasporto.

2.2 Coefficiente di portanza a incidenza assegnata (NACA 64–208)**Esercizio N.22 — traccia**

Calcolare il coefficiente di portanza C_L corrispondente all'incidenza $\alpha = 5^\circ 27' 0''$ per un'ala di profilo NACA 64–208 e allungamento $AR = 7,5$, con $Re = 6 \times 10^6$ e rugosità normale.

Passo 1 — Dati. $\alpha = 5^\circ 27' 0'' = 5,45^\circ$; $AR = 7,5$; $Re = 6 \times 10^6$. Incognita: C_L .

Passo 2 — Modello. Vale $C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha$ (misurando α dalla retta di portanza nulla). Serve la pendenza dell'ala c_{ℓ_α} ; quindi prima c_{ℓ_∞} , poi la correzione.

Passo 3 — Pendenza del profilo. Due punti sulla curva del profilo:

$$0^\circ \rightarrow 0,15, \quad 8^\circ \rightarrow 0,93 \Rightarrow c_{\ell_\infty} = \frac{0,93 - 0,15}{8} = 0,0975 \text{ /grado} = 5,5863 \text{ /rad.}$$

Passo 4 — Correzione e coefficiente.

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{5,5863}{1 + \frac{5,5863}{\pi \cdot 7,5}} = \frac{5,5863}{1,23709} = 4,5157 \text{ /rad} = 0,078814 \text{ /grado.}$$

Con α in gradi:

$$C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha = 0,078814 \cdot 5,45 = 0,4295.$$

Risultato N.22

$$C_L = 0,4295.$$

Attenzione

Coerenza delle unità: se usi c_{ℓ_α} per grado, α va in gradi; se usi c_{ℓ_α} per radiante, α va in radianti. Qui, avendo α in gradi, abbiamo riconvertito c_{ℓ_α} in “per grado”. Mescolare i due sistemi è l'errore più comune in questi esercizi.

2.3 Diagramma $C_L = f(\alpha)$ (NACA 64₂–215)**Esercizio N.23 — traccia**

Calcolare e tracciare il diagramma del coefficiente di portanza in funzione dell'incidenza per un'ala di profilo NACA 64₂–215, con $Re = 3 \times 10^6$ e allungamento $AR = 11$. (Per tracciare la retta bastano due punti.)

Passo 1–2 — Dati e modello. $AR = 11$; $Re = 3 \times 10^6$. La retta $C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha$ passa per l'origine (incidenza misurata dalla portanza nulla): bastano due punti, ad esempio $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 10^\circ$.

Passo 3 — Pendenza del profilo.

$$0^\circ \rightarrow 0,18, \quad 8^\circ \rightarrow 1,00 \Rightarrow c_{\ell_\infty} = \frac{1,00 - 0,18}{8} = 0,1025 \text{ /grado} = 5,8728 \text{ /rad.}$$

Passo 4 — Correzione.

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{5,8728}{1 + \frac{5,8728}{\pi \cdot 11}} = \frac{5,8728}{1,16995} = 5,0197 \text{ /rad} = 0,087619 \text{ /grado.}$$

Passo 5 — Due punti e grafico.

$$\alpha = 0^\circ \Rightarrow C_L = 0, \quad \alpha = 10^\circ \Rightarrow C_L = 0,087619 \cdot 10 = 0,8761.$$

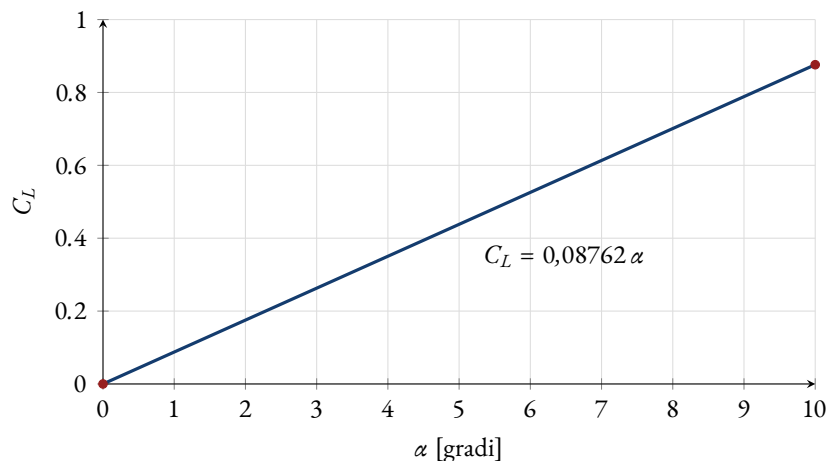


Figura 2.1. N.23 — Retta di portanza dell'ala (NACA 64₂-215, $AR = 11$, $Re = 3 \times 10^6$).

Risultato N.23

$$C_L = 0,08762 \alpha [\alpha \text{ in gradi}]; \quad C_L(10^\circ) = 0,8761.$$

2.4 Portanza di un'ala in quota (NACA 65-210)**Esercizio N.24 — traccia**

Calcolare la portanza fornita da un'ala di superficie $S = 21,3 \text{ m}^2$ e apertura $b = 14,2 \text{ m}$, che vola alla quota $z = 3400 \text{ m}$ a velocità $V = 414 \text{ km/h}$ con incidenza $\alpha = 3^\circ 18' 0''$. Profilo dell'ala: NACA 65-210.

Passo 1 — Dati e conversioni. $S = 21,3 \text{ m}^2$, $b = 14,2 \text{ m}$, $z = 3400 \text{ m}$, $V = 414/3,6 = 115 \text{ m/s}$, $\alpha = 3^\circ 18' 0'' = 3,3^\circ = 0,057596 \text{ rad}$. Dalla Tabella 1.1: $\rho = 0,8723 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 19,27 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Incognita: L .

Passo 2 — Modello. Volo livellato; ci serve C_L e poi $L = q_\infty S C_L$.

Passo 3 — Geometria e Reynolds. Corda: $c = S/b = 21,3/14,2 = 1,5 \text{ m}$.

$$Re = \frac{V c}{\nu} = \frac{115 \cdot 1,5}{19,27 \times 10^{-6}} = 8,95 \times 10^6 \approx 9 \times 10^6.$$

Allungamento: $AR = b^2/S = 14,2^2/21,3 = 9,4667$.

Passo 4 — Coefficienti. Sul diagramma del NACA 65-210 a $Re = 9 \times 10^6$:

$$0^\circ \rightarrow 0,15, \quad 8^\circ \rightarrow 1,02 \Rightarrow c_{\ell_\infty} = \frac{1,02 - 0,15}{8} = 0,10875 / \text{grado} = 6,2309 / \text{rad}.$$

Correzione:

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{6,2309}{1 + \frac{6,2309}{\pi \cdot 9,4667}} = \frac{6,2309}{1,20951} = 5,1516 / \text{rad},$$

$$C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha = 5,1516 \cdot 0,057596 = 0,2967.$$

Passo 5 — Portanza.

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = \frac{1}{2} \cdot 0,8723 \cdot 115^2 \cdot 21,3 \cdot 0,2967 = 36\,452 \text{ N}.$$

Risultato N.24

$$L \approx 36,5 \text{ kN} \quad (\approx 3717 \text{ kg-forza}).$$

Nota

La fonte storica, in unità tecniche, riporta $P = 3719,23 \text{ kg-forza}$. La differenza (meno dello 0,1%) nasce solo dal fatto che noi usiamo i valori ISA di ρ mentre il testo usa una vecchia tabella dell'aria tipo leggermente diversa.

2.5 Resistenza di profilo (NACA 662-415)

Esercizio N.25 — traccia

Calcolare la resistenza di un'ala che vola alla quota $z = 2700 \text{ m}$ con un coefficiente di portanza $C_L = 0,9$ alla velocità $V = 450 \text{ km/h}$, sapendo che ha profilo NACA 662-415, apertura $b = 11,5 \text{ m}$ e corda media $c_m = 1,3 \text{ m}$.

Passo 1 — Dati e conversioni. $z = 2700 \text{ m}$, $C_L = 0,9$, $V = 450/3,6 = 125 \text{ m/s}$, $b = 11,5 \text{ m}$, $c_m = 1,3 \text{ m}$. Dalla Tabella 1.1: $\rho = 0,9375 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 18,17 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Incognita: D .

Passo 2 — Modello. Il testo fornisce già C_L e chiede la resistenza di profilo: ci serve c_{d_0} dalla polare, poi $D = q_\infty S c_{d_0}$. (La resistenza indotta è trattata a parte; vedi p.31.)

Passo 3 — Reynolds e superficie.

$$Re = \frac{V c_m}{\nu} = \frac{125 \cdot 1,3}{18,17 \times 10^{-6}} = 8,94 \times 10^6 \approx 9 \times 10^6, \quad S = b c_m = 11,5 \cdot 1,3 = 14,95 \text{ m}^2.$$

Passo 4 — Coefficiente di resistenza. Sulla polare del NACA 662-415 a $Re = 9 \times 10^6$, in corrispondenza di $C_L = 0,9$, si legge $c_{d_0} = 0,01$.

Passo 5 — Resistenza.

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S c_{d_0} = \frac{1}{2} \cdot 0,9375 \cdot 125^2 \cdot 14,95 \cdot 0,01 = 1095 \text{ N}.$$

Risultato N.25

$$D \approx 1095 \text{ N } (\approx 111,7 \text{ kg-forza}).$$

Osservazione

Il valore coincide con quello della fonte (111,66 kg-forza). Attenzione però: questa è la sola resistenza di profilo. A $C_L = 0,9$ e con un allungamento moderato la resistenza *indotta* non è affatto trascurabile — è il punto che svilupperemo con rigore nell'esercizio p.31.

Esercizi proposti, risolti passo per passo

Nota metodologica

Di questi esercizi la fonte fornisce solo il *risultato* finale. Li risolviamo per intero con lo stesso metodo dei precedenti. Dove serve leggere la pendenza c_{ℓ_∞} del profilo, ricostruiamo una lettura del diagramma $c_\ell = f(\alpha)$ coerente con il risultato ufficiale: i due punti indicati sono quindi una lettura *rappresentativa* della curva del profilo, non l'unica possibile.

3.1 Incidenza per un dato C_L (NACA 64₁-212)

Esercizio p.27 — traccia

Determinare a quale incidenza deve volare un'ala di allungamento $AR = 6,2$ e profilo NACA 64₁-212 per ottenere un coefficiente di portanza $C_L = 0,6$ ($Re = 6,1 \times 10^6$, rugosità normale).

Passo 1-2 — Dati e modello. $AR = 6,2$; $C_L = 0,6$. Incognita: α . Da $C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha$ ricaviamo $\alpha = C_L / c_{\ell_\alpha}$; serve la pendenza c_{ℓ_α} .

Passo 3 — Pendenza del profilo. Sul diagramma del NACA 64₁-212 a $Re = 6,1 \times 10^6$:

$$0^\circ \rightarrow 0,15, \quad 5^\circ \rightarrow 0,69 \Rightarrow c_{\ell_\infty} = \frac{0,69 - 0,15}{5} = 0,1080 \text{ /grado} = 6,1879 \text{ /rad.}$$

Passo 4 — Correzione.

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{6,1879}{1 + \frac{6,1879}{\pi \cdot 6,2}} = \frac{6,1879}{1,31770} = 4,6961 \text{ /rad} = 0,081961 \text{ /grado.}$$

Passo 5 — Inversione.

$$\alpha = \frac{C_L}{c_{\ell_\alpha}} = \frac{0,6}{0,081961} = 7,3205^\circ.$$

Convertendo la parte decimale in primi e secondi ($0,3205 \cdot 60 = 19,23'$; $0,23 \cdot 60 \approx 14''$):

Risultato p.27

$$\alpha = 7,32^\circ = 7^\circ 19' 14''.$$

3.2 C_L per ala rettangolare (NACA 64-110)

Esercizio p.28 — traccia

Calcolare il coefficiente di portanza corrispondente all'incidenza $\alpha = 8^\circ 16' 12''$ per un'ala a pianta rettangolare di profilo NACA 64-110 ($Re = 9 \times 10^6$), corda $c = 1,5$ m e apertura $b = 15$ m. (Ricorda: $AR = b^2/S$ con $S = bc$.)

Passo 1 — Dati. $\alpha = 8^\circ 16' 12'' = 8,27^\circ$; $c = 1,5$ m; $b = 15$ m; $Re = 9 \times 10^6$.

Passo 3 — Geometria. Per l'ala rettangolare $S = bc$ e quindi

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{b^2}{bc} = \frac{b}{c} = \frac{15}{1,5} = 10.$$

Passo 4 — Coefficienti. Sul NACA 64-110 a $Re = 9 \times 10^6$:

$$0^\circ \rightarrow 0,10, \quad 8^\circ \rightarrow 0,97 \Rightarrow c_{\ell_\infty} = \frac{0,97 - 0,10}{8} = 0,10875 \text{ /grado} = 6,2309 \text{ /rad.}$$

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{6,2309}{1 + \frac{6,2309}{\pi \cdot 10}} = \frac{6,2309}{1,19834} = 5,1996 \text{ /rad} = 0,090748 \text{ /grado.}$$

Passo 5 — Coefficiente di portanza.

$$C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha = 0,090748 \cdot 8,27 = 0,7505.$$

Risultato p.28

$$C_L = 0,7505.$$

3.3 Effetto dell'allungamento (NACA 641-212)

Esercizio p.29 — traccia

Tracciare i diagrammi del coefficiente di portanza in funzione dell'incidenza per ali di profilo NACA 641-212 ($Re = 3 \times 10^6$) e allungamenti $AR_1 = 5$, $AR_2 = 15$, $AR_3 = 25$.

Passo 1-2 — Dati e modello. Stesso profilo, tre allungamenti. Ci aspettiamo tre rette per l'origine, tanto più ripide quanto più alto è AR (meno downwash). Bastano due punti per retta (0° e 10°).

Passo 3 — Pendenza del profilo. A $Re = 3 \times 10^6$ (più basso che negli esercizi precedenti, quindi pendenza leggermente minore) leggiamo:

$$0^\circ \rightarrow 0,15, \quad 8^\circ \rightarrow 0,949 \Rightarrow c_{\ell_\infty} \approx 0,0999 \text{ /grado} = 5,7239 \text{ /rad.}$$

Passo 4 — Tre correzioni.

$$AR = 5 : c_{\ell_\alpha} = \frac{5,7239}{1 + \frac{5,7239}{\pi \cdot 5}} = 4,1952 / \text{rad} = 0,073235 / \text{grado},$$

$$AR = 15 : c_{\ell_\alpha} = \frac{5,7239}{1 + \frac{5,7239}{\pi \cdot 15}} = 5,1040 / \text{rad} = 0,089085 / \text{grado},$$

$$AR = 25 : c_{\ell_\alpha} = \frac{5,7239}{1 + \frac{5,7239}{\pi \cdot 25}} = 5,3351 / \text{rad} = 0,093121 / \text{grado}.$$

Passo 5 — Punti e grafico.

$$C_L(10^\circ) = 0,7322 (AR=5), \quad 0,8908 (AR=15), \quad 0,9311 (AR=25).$$

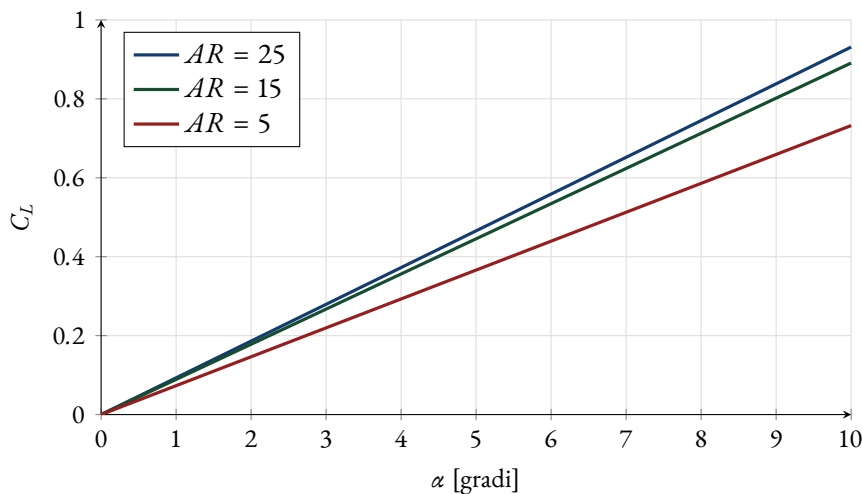


Figura 3.1. p.29 — A parità di profilo, l'allungamento maggiore dà la retta di portanza più ripida. Le tre rette convergono all'origine (portanza nulla).

Osservazione

Passando da $AR = 5$ a $AR = 25$ la pendenza cresce da 0,0732 a 0,0931 per grado, avvicinandosi al valore del profilo (0,0999): all'aumentare dell'allungamento l'ala "ritrova" il comportamento bidimensionale.

3.4 Portanza in quota (NACA 64₁-212)**Esercizio p.30 — traccia**

Calcolare la portanza fornita da un'ala con: profilo NACA 64₁-212; apertura $b = 16$ m; corda $c = 1,2$ m; velocità $V = 369$ km/h; quota $z = 4000$ m; incidenza $\alpha = 4^\circ 26' 0''$.

Passo 1 — Dati e conversioni. $b = 16$ m, $c = 1,2$ m, $V = 369/3,6 = 102,5$ m/s, $z = 4000$ m, $\alpha = 4^\circ 26' 0'' = 4,4333^\circ = 0,077376$ rad. Da Tabella 1.1: $\rho = 0,8191$ kg/m³, $\nu = 20,28 \times 10^{-6}$ m²/s.

Passo 3 — Geometria e Reynolds.

$$S = b c = 16 \cdot 1,2 = 19,2 \text{ m}^2, \quad AR = \frac{b^2}{S} = \frac{16^2}{19,2} = 13,333,$$

$$Re = \frac{Vc}{\nu} = \frac{102,5 \cdot 1,2}{20,28 \times 10^{-6}} = 6,1 \times 10^6 \quad (\text{rugosità standard}).$$

Passo 4 — Coefficienti. Come in p.27 (stesso profilo, stesso $Re \approx 6 \times 10^6$), $c_{\ell_\infty} = 0,108$ /grado = 6,1879 /rad; quindi

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{6,1879}{1 + \frac{6,1879}{\pi \cdot 13,333}} = 5,3915 \text{ /rad}, \quad C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha = 5,3915 \cdot 0,077376 = 0,4172.$$

Passo 5 — Portanza.

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = \frac{1}{2} \cdot 0,8191 \cdot 102,5^2 \cdot 19,2 \cdot 0,4172 = 34\,465 \text{ N}.$$

Risultato p.30

$$L \approx 34,5 \text{ kN} \quad (\approx 3514 \text{ kg-forza}).$$

Nota

Fonte storica: $P = 3503,47$ kg-forza. Lo scarto ($\approx 0,3\%$) è dovuto ai diversi valori tabulati di ρ alla quota (ISA contro vecchia tabella dell'aria tipo); il metodo e i coefficienti sono identici.

3.5 Resistenza completa di un'ala (NACA 64₂-215)

Esercizio p.31 — traccia

Calcolare la resistenza che incontra un'ala alla quota $z = 4500$ m con incidenza $\alpha = 4^\circ$, allungamento $AR = 12$, apertura $b = 15$ m e profilo NACA 64₂-215, supponendo $Re = 6 \times 10^6$ con rugosità standard.

Passo 1 — Dati. $z = 4500$ m, $\alpha = 4^\circ$, $AR = 12$, $b = 15$ m, $Re = 6 \times 10^6$. Da Tabella 1.1: $\rho = 0,7768$ kg/m³, $\nu = 21,17 \times 10^{-6}$ m²/s. Incognita: D . Osserva: la velocità non è data e va dedotta dal numero di Reynolds.

Passo 2 — Modello. Serve la resistenza *totale* dell'ala: $C_D = c_{d_0} + C_{D_i}$. Quindi ci occorrono la velocità (da Re), il C_L di funzionamento (per l'indotta), la c_{d_0} dalla polare, e infine $D = q_\infty S C_D$.

Passo 3 — Geometria e velocità. Da $AR = b^2/S$:

$$S = \frac{b^2}{AR} = \frac{15^2}{12} = 18,75 \text{ m}^2, \quad c = \frac{S}{b} = \frac{18,75}{15} = 1,25 \text{ m}.$$

Invertendo $Re = Vc/\nu$ ricaviamo la velocità:

$$V = \frac{Re \nu}{c} = \frac{6 \times 10^6 \cdot 21,17 \times 10^{-6}}{1,25} = 101,6 \text{ m/s}.$$

Passo 4 — Coefficienti. Pendenza del profilo a $Re = 6 \times 10^6$: $c_{\ell_\infty} = 0,106$ /grado = 6,0733 /rad; corretta:

$$c_{\ell_\alpha} = \frac{6,0733}{1 + \frac{6,0733}{\pi \cdot 12}} = 5,2307 \text{ /rad} = 0,091293 \text{ /grado}.$$

Coefficiente di portanza a $\alpha = 4^\circ$:

$$C_L = c_{\ell_\alpha} \alpha = 0,091293 \cdot 4 = 0,3652.$$

Resistenza *indotta* (carico ellittico, $e = 1$):

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR} = \frac{0,3652^2}{\pi \cdot 12} = 0,00354.$$

Resistenza di *profilo*: sulla polare del NACA 64₂-215, in corrispondenza di $C_L = 0,365$, si legge $c_{d_0} \approx 0,00635$ (siamo appena fuori dalla sacca di bassa resistenza). Totale:

$$C_D = c_{d_0} + C_{D_i} = 0,00635 + 0,00354 = 0,00989.$$

Passo 5 — Resistenza.

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,7768 \cdot 101,6^2 = 4011 \text{ Pa},$$

$$D = q_\infty S C_D = 4011 \cdot 18,75 \cdot 0,00989 = 744 \text{ N}.$$

Risultato p.31

$$D \approx 744 \text{ N} \quad (\approx 75,9 \text{ kg-forza}).$$

Perché qui l'indotta è indispensabile

Il risultato ufficiale (75,87 kg-forza) si riproduce *solo* sommando profilo e indotta. Se avessimo incluso la sola resistenza di profilo ($c_{d_0} \approx 0,00635$) avremmo ottenuto circa 478 N (≈ 49 kg-forza): un errore del 35%. La resistenza indotta qui vale il 36% del totale — perché C_L non è piccolo e l'allungamento è moderato. È la conferma quantitativa dell'osservazione fatta in N.25: quando la portanza conta, l'indotta va sempre inclusa.

Formulario e conversioni

A.1 Formulario essenziale

Grandezza	Relazione
Pressione dinamica	$q_{\infty} = \frac{1}{2}\rho V_{\infty}^2$
Portanza / Resistenza	$L = q_{\infty} S C_L; \quad D = q_{\infty} S C_D$
Retta di portanza (profilo)	$c_{\ell} = c_{\ell_{\infty}}(\alpha - \alpha_{L0})$
Allungamento	$AR = b^2/S \quad (= b/c \text{ per ala rettangolare})$
Pendenza ala finita	$c_{\ell_{\alpha}} = \frac{c_{\ell_{\infty}}}{1 + c_{\ell_{\infty}}/(\pi AR)}$
Angolo indotto	$\alpha_i = C_L/(\pi AR)$
Resistenza indotta	$C_{Di} = C_L^2/(\pi AR e)$
Resistenza totale	$C_D = c_{d0} + C_{Di}$
Numero di Reynolds	$Re = V_{\infty} c / \nu$

A.2 Conversioni ricorrenti

- Gradi $\leftrightarrow$ radianti: moltiplica per $\frac{\pi}{180}$ (gradi $\rightarrow$ rad) o per $\frac{180}{\pi}$ (rad $\rightarrow$ gradi).
- Primi e secondi: $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$, $1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^{\circ}$.
- Velocità: $1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$; esempi: $369 \text{ km/h} = 102,5 \text{ m/s}$, $414 \text{ km/h} = 115 \text{ m/s}$, $450 \text{ km/h} = 125 \text{ m/s}$.
- Forza: $1 \text{ kg-forza} = 9,806 65 \text{ N}$; $1 \text{ daN} \approx 1,02 \text{ kg-forza}$.

A.3 Angoli degli esercizi (gradi decimali e radianti)

DMS	gradi	radianti
$5^{\circ}27'0''$	5,45000	0,095120
$3^{\circ}18'0''$	3,30000	0,057596
$8^{\circ}16'12''$	8,27000	0,144339
$4^{\circ}26'0''$	4,43333	0,077376
$7^{\circ}19'14''$	7,32056	0,127768