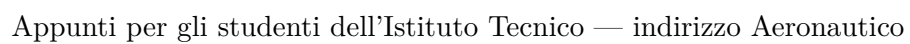


Monografia didattica di Aerodinamica e Meccanica del volo



21 giugno 2026

Questa monografia affronta in modo organico il problema della resistenza aerodinamica del velivolo completo e della sua rappresentazione sintetica per mezzo della *polare*. Si parte dalle origini fisiche della resistenza, si costruisce il modello di *polare parabolica*, si descrivono i metodi — analitico e statistico — per stimare i coefficienti che la definiscono, e si discute infine il concetto di *efficienza aerodinamica*, parametro che riassume in un solo numero la bontà aerodinamica complessiva di un aeromobile. Il testo è pensato per studenti che posseggano già nozioni di base di fisica, aerodinamica e meccanica del volo, e privilegia ovunque possibile l'interpretazione fisica delle formule e l'uso di esempi numerici concreti.

Indice

1	Le origini fisiche della resistenza	3
1.1	Il velivolo completo come somma di contributi	3
1.2	Forze di pressione e forze d'attrito	3
1.3	Le quattro forme fondamentali di resistenza	3
1.4	La resistenza parassita	4
2	La polare parabolica del velivolo	6
2.1	Il contributo dei singoli componenti	6
2.1.1	L'ala	6
2.1.2	La fusoliera	6
2.1.3	Le gondole motore	6
2.1.4	Il piano di coda orizzontale	7
2.1.5	Il piano di coda verticale e le altre appendici	7
2.2	L'espressione della polare parabolica	8
2.3	Allungamento e apertura efficaci	9
2.4	Il <i>count</i> : l'unità di misura della resistenza parassita	10
2.5	Polare parabolica e polare reale	10
3	Calcolo analitico dei contributi al C_{D0}	11
3.1	Il metodo del fattore di forma	11
3.2	Il contributo dell'ala	12
3.2.1	Superficie di riferimento, esposta e bagnata	12
3.3	Il contributo della fusoliera	13
3.4	Il bilancio dei contributi	14
4	L'area parassita equivalente e gli ordini di grandezza	14
4.1	Dal coefficiente alla forza: l'area parassita equivalente	14
4.2	Ordini di grandezza ed esempi	15
4.3	Il <i>breakdown</i> della resistenza: il caso di un business jet	17
5	Stima della polare con il metodo statistico	18
5.1	L'impostazione del metodo	18
5.2	Stima dell'area bagnata	18
5.3	Il coefficiente d'attrito equivalente	19
5.3.1	Metodo A — dal Reynolds di crociera	19
5.3.2	Metodo B — per categoria di velivolo	19
5.4	Stima del fattore di Oswald	20
5.5	Approfondimento: che cos'è davvero il fattore di Oswald	23

5.5.1	Origine e terminologia	23
5.5.2	Due fattori da non confondere	23
5.5.3	Validità della formula semi-empirica	23
5.5.4	La provenienza del dato: lo studio di <i>drag cleanup</i> sull'XP-41	24
6	L'efficienza aerodinamica	26
6.1	Definizione e significato	26
6.2	Efficienza massima e parametri della polare	26
6.3	L'allungamento bagnato (<i>wetted aspect ratio</i>)	28
6.4	Oltre la polare "pulita"	28
7	La polare a bassa velocità: ipersostentatori e configurazioni	28
7.1	Velocità di stallo e $C_{L,max}$	30
7.2	Tipologie di ipersostentatori	30
7.2.1	Ipersostentatori di bordo d'uscita (<i>trailing edge</i>)	30
7.2.2	Ipersostentatori di bordo d'attacco (<i>leading edge</i>)	31
7.3	Effetto sulla curva $C_L-\alpha$ e valori del CL_{max}	31
7.4	La polare di bassa velocità: correzioni di C_{D0} ed e	32
7.4.1	Un modello empirico per la resistenza del carrello	34
8	La polare ad alta velocità: comprimibilità e resistenza d'onda	36
8.1	Mach critico e Mach di divergenza	36
8.2	Le definizioni di Mach di divergenza: Boeing e Douglas	36
9	Esempi di polari reali	38
10	Sintesi	39

1 Le origini fisiche della resistenza

1.1 Il velivolo completo come somma di contributi

Le caratteristiche aerodinamiche di un velivolo completo non sono altro che la somma delle caratteristiche dei suoi singoli componenti — ala, fusoliera, gondole motore, impennaggi, carrelli e appendici varie — alla quale va aggiunto un termine di *interferenza*, che tiene conto del fatto che il campo aerodinamico attorno a un componente è modificato dalla presenza degli altri. L'esempio classico è la zona di raccordo ala-fusoliera: il flusso che lambisce la radice alare risente della curvatura della fusoliera, e viceversa, dando luogo a una resistenza aggiuntiva che non comparirebbe se i due corpi fossero isolati.

Quando ci si concentra, come faremo qui, sulle prestazioni del velivolo, le grandezze che interessano sono soprattutto la portanza e la resistenza. La portanza è generata in modo dominante dall'ala (tipicamente il 90 %–95 % del totale); la resistenza, al contrario, è distribuita in modo molto più democratico fra tutti i componenti, e proprio per questo il suo calcolo richiede un'analisi attenta di ciascuna parte. La tabella seguente fornisce un quadro qualitativo di quali componenti contribuiscano in modo significativo a portanza L , resistenza D e momento M .

Tabella 1 – Contributo qualitativo dei componenti alle azioni longitudinali
(*** contributo dominante, * contributo secondario).

Componente	Portanza L	Resistenza D	Momento M
Ala	*** (90–95%)	***	***
Fusoliera	quasi nullo	***	***
Piano di coda orizzontale	* (5–10%)	*	***
Piano di coda verticale	—	*	—
Gondole motore	quasi nullo	*	*
Carrelli	—	*	*
Altre appendici (antenne)	—	*	—

1.2 Forze di pressione e forze d'attrito

Dal punto di vista delle cause fisiche, la resistenza di un corpo immerso in una corrente nasce da due soli meccanismi:

- le **forze di pressione**, che agiscono normalmente alla superficie del corpo. La loro risultante in direzione della corrente costituisce la *resistenza di pressione*;
- le **forze d'attrito**, ossia gli sforzi tangenziali viscosi che la corrente esercita sulla parete. La loro risultante nella direzione del moto costituisce la *resistenza d'attrito*.

Questa distinzione, apparentemente elementare, è il punto di partenza di ogni classificazione coerente delle forme di resistenza. Conviene però affiancarle una seconda lettura, di natura più “ingegneristica”, che raggruppa i fenomeni in base al *modo* in cui si manifestano, perché è quella che il progettista usa quando deve stimare e ridurre la resistenza.

1.3 Le quattro forme fondamentali di resistenza

Le forme di resistenza che si è soliti considerare per un velivolo sono quattro.

Resistenza d'attrito (*friction drag*). È la quota dovuta direttamente agli sforzi tangenziali sulla superficie bagnata. Dipende dall'area bagnata del corpo e dal numero di Reynolds,

attraverso il coefficiente d'attrito C_f . È la componente che, su un velivolo da trasporto in crociera, pesa di più: il corpo è ben profilato, il flusso resta in larga misura attaccato, e quasi tutta la resistenza è di natura viscosa tangenziale.

Resistenza di scia (*form drag o wake drag*). È legata a quanto il corpo è “tozzo”: se la geometria, in relazione al Reynolds, non consente il completo recupero di pressione nella zona posteriore, il flusso si separa e si forma una scia. La depressione che ne deriva sul retro del corpo si traduce in una resistenza di pressione. È quindi una resistenza di pressione, ma di origine *viscosa*, perché senza viscosità non vi sarebbe separazione.

Resistenza indotta (*vortex drag*). È la resistenza associata al sistema vorticoso che si genera perché l'ala è finita: la differenza di pressione fra dorso e ventre richiama aria alle estremità, alimentando i vortici di estremità. Essa dipende dal quadrato del coefficiente di portanza, C_L^2 , dall'allungamento alare AR e dalla forma in pianta dell'ala (attraverso un fattore δ). È un punto cruciale: *la resistenza indotta esiste anche in flusso non viscoso*, ed è quindi una resistenza di pressione di natura puramente potenziale.

Resistenza d'onda (*wave drag*). Compare in campo comprimibile, tipicamente in regime transonico, quando la formazione di onde d'urto modifica il campo di pressione attorno al velivolo. È anch'essa, in ultima analisi, una resistenza di pressione.

Perché indotta e di scia restano distinte

Sia la resistenza indotta sia quella di scia sono, formalmente, resistenze di pressione. La differenza che giustifica il tenerle separate è di natura fisica: la resistenza di scia è legata alla *separazione viscosa* del flusso dalla superficie e scompare se si annulla la viscosità; la resistenza indotta è invece legata al carattere *tridimensionale* e *finito* dell'ala e sopravvive anche nel modello di fluido ideale. Confondere le due porta a errori concettuali ricorrenti, ad esempio nell'attribuire all'aumento di allungamento la riduzione della resistenza di scia, che con l'allungamento non ha nulla a che vedere.

1.4 La resistenza parassita

Per comodità di calcolo, la resistenza d'attrito e la resistenza di scia vengono abitualmente raggruppate in un unico termine, detto **resistenza parassita** (*profile drag o parasite drag*). Il motivo è semplice: entrambe, ai bassi assetti tipici della crociera, sono pressoché indipendenti dalla portanza, e dunque possono essere trattate insieme come la parte di resistenza che il velivolo “paga” solo per il fatto di muoversi nell'aria, anche quando non sta producendo portanza.

Lo schema concettuale è riassunto nei due diagrammi seguenti: il primo mostra l'albero genealogico completo delle forme di resistenza a partire dalla doppia origine (pressione e attrito); il secondo, più sintetico, evidenzia il raggruppamento operativo in resistenza parassita (attrito + scia) da un lato e resistenza indotta e d'onda dall'altro.

In definitiva la resistenza totale è la somma di quattro contributi

$$D_{\text{tot}} = D_{\text{attrito}} + D_{\text{scia}} + D_{\text{indotta}} + D_{\text{onda}}, \quad (1)$$

dei quali i primi due si fondono nella resistenza parassita. Ogni componente del velivolo contribuisce a più di una di queste forme: l'ala, per esempio, dà resistenza d'attrito (la sua superficie bagnata è circa il doppio della superficie alare di riferimento S), resistenza di scia crescente con l'assetto e resistenza indotta legata alla portanza che produce. Nelle sezioni seguenti vedremo come tradurre questa fenomenologia in un modello matematico maneggevole.

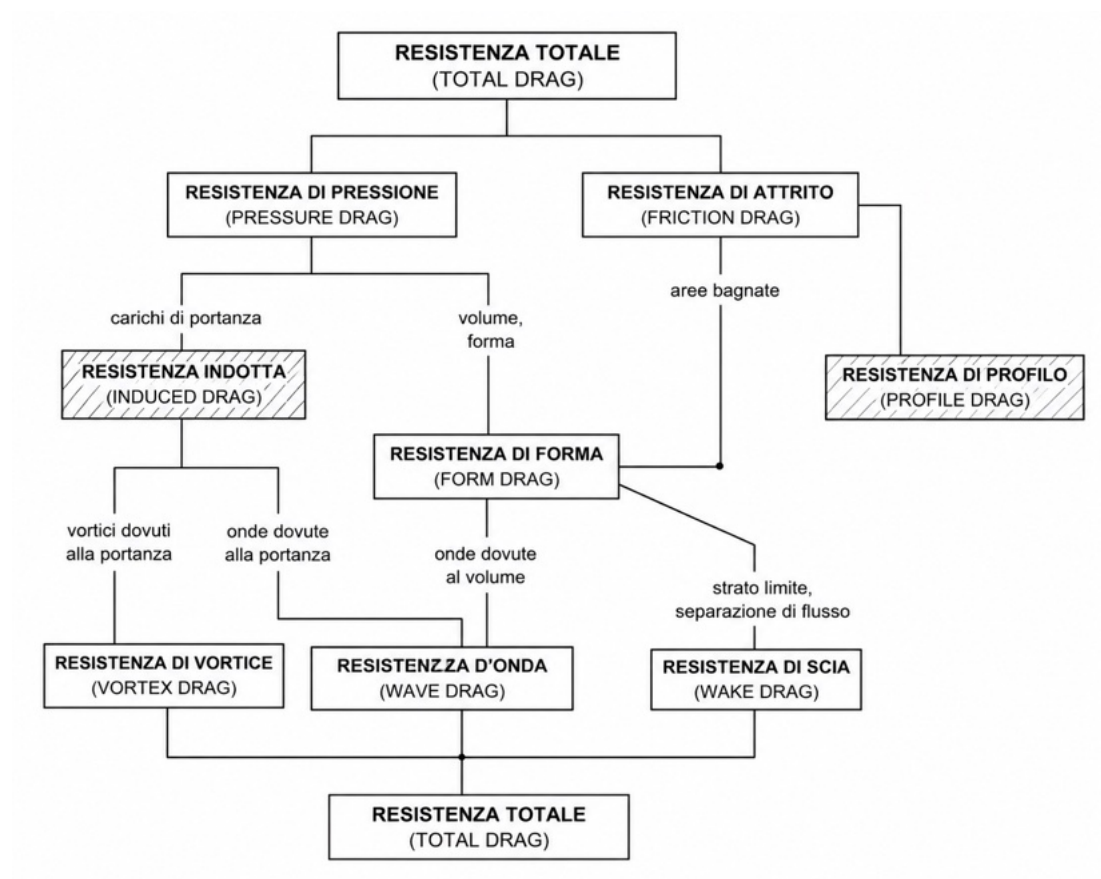


Figura 1 – Albero delle forme di resistenza: dalla doppia origine fisica (forze di pressione e forze d'attrito) alle quattro forme operative. La resistenza indotta esiste anche in flusso non viscoso, la resistenza di scia no.

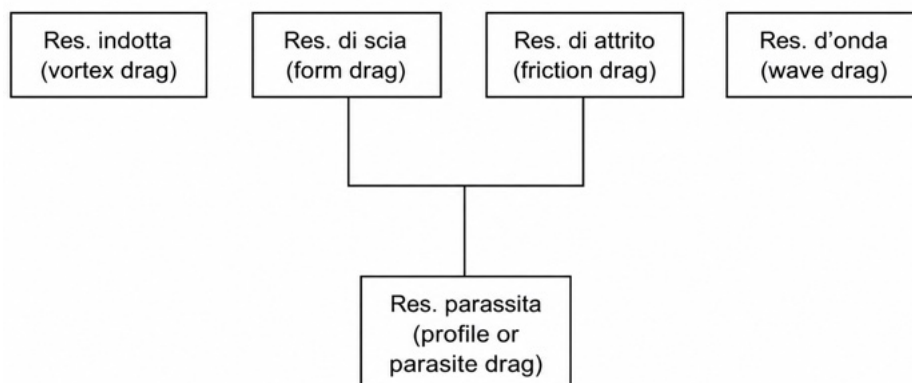


Figura 2 – Schema sintetico: la somma di resistenza di attrito e resistenza di scia costituisce la resistenza parassita; restano distinte la resistenza indotta e la resistenza d'onda.

2 La polare parabolica del velivolo

La *polare* di un velivolo è la curva che lega il coefficiente di resistenza C_D al coefficiente di portanza C_L . È la rappresentazione più compatta e potente del comportamento aerodinamico complessivo, perché racchiude in un'unica curva tutto ciò che serve per calcolare le prestazioni (autonomia, velocità di crociera, salita, planata). Il nostro obiettivo, in questa sezione, è costruire un *modello* matematico della polare a partire dai contributi dei singoli componenti, fino ad arrivare a una forma parabolica di grande semplicità ed elevato valore pratico.

2.1 Il contributo dei singoli componenti

2.1.1 L'ala

La resistenza dell'ala è la somma della sua resistenza parassita (attrito + scia del profilo) e della sua resistenza indotta:

$$C_{D,w} = C_{Dp,w} + C_{Di,w}. \quad (2)$$

In crociera (bassi C_L , incidenze dell'ordine di $1-2^\circ$, $C_L \approx 0,30-0,50$), la resistenza parassita dell'ala è quasi tutta resistenza d'attrito, con un piccolo contributo di scia che cresce con l'incidenza. È un fatto sperimentale, ben noto dalle polari dei profili, che la resistenza di un profilo al variare dell'angolo d'attacco segua con buona approssimazione una legge di tipo quadratico nel C_L . Possiamo quindi schematizzare la resistenza parassita dell'ala come un valore minimo (corrispondente al $c_{d,min}$ del profilo) più un termine proporzionale a C_L^2 . Esprimendo inoltre la resistenza indotta con la nota formula dell'ala finita, otteniamo

$$C_{D,w} = C_{D0,w} + K_{v,w} C_L^2 + \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta). \quad (3)$$

Il primo termine $C_{D0,w}$ è la resistenza parassita ad assetto nullo; il secondo, con coefficiente $K_{v,w}$, descrive la crescita parabolica della resistenza parassita con l'assetto; il terzo è la resistenza indotta vera e propria, in cui il fattore $(1 + \delta)$ misura lo scostamento della distribuzione di portanza reale da quella ellittica (per la quale $\delta = 0$). Il coefficiente $K_{v,w}$ dipende dal tipo di profilo (spessore percentuale, curvatura) e dalle caratteristiche dell'ala (freccia, allungamento), e assume valori tipici compresi tra 0,004 e 0,007.

2.1.2 La fusoliera

Anche la fusoliera presenta una resistenza parassita scomponibile in un termine ai bassi assetti (quasi tutto attrito) più un termine dipendente dall'incidenza. Quest'ultimo si può ricondurre alla resistenza di una sezione all'incirca cilindrica investita da una componente di velocità $V \sin \alpha$, e quindi legarlo nuovamente al quadrato del coefficiente di portanza:

$$C_{D,f} = C_{D0,f} + K_{v,f} C_L^2, \quad K_{v,f} = 0,004 \frac{S_{plf}}{S}, \quad (4)$$

dove S_{plf} è la superficie in pianta della fusoliera e S la superficie alare di riferimento.

2.1.3 Le gondole motore

Per un velivolo plurimotore con motori in gondola occorre tenere conto della resistenza delle gondole stesse. In analogia con la fusoliera si scrive

$$C_{D,N} = C_{D0,N} + K_{v,N} C_L^2, \quad (5)$$

dove il pedice N sta per *nacelle* e il coefficiente $K_{v,N}$ si ricava in linea di principio con la stessa relazione della fusoliera, usando però la superficie in pianta della gondola.

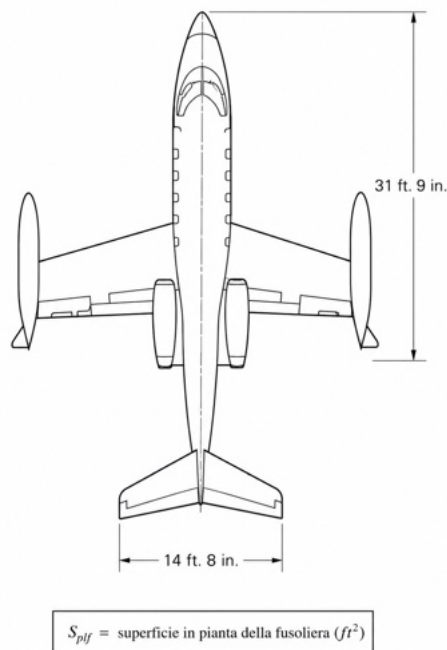
Figura – Superficie in pianta della fusoliera S_{plf}

Figura 3 – Superficie in pianta della fusoliera S_{plf} , grandezza che entra nella stima del coefficiente $K_{v,f}$.

2.1.4 Il piano di coda orizzontale

Il piano di coda orizzontale presenta una resistenza parassita in crociera, $C_{D0,H}$, e un contributo dipendente dalla portanza. Quest'ultimo nasce dal fatto che, al variare del C_L del velivolo, la portanza del piano di coda deve variare per garantire l'equilibrio alla rotazione ($M = 0$); ne consegue una resistenza indotta del piano di coda, detta *resistenza di equilibratura* o *trim drag*. Tale contributo è piccolo e, in prima approssimazione, può essere trascurato:

$$C_{D,H} \approx C_{D0,H}. \quad (6)$$

La trim drag, pur modesta, merita un'osservazione fisica importante perché viene abitualmente inglobata nella resistenza *indotta* (e non nella parassita). Per equilibrare i momenti attorno al baricentro, il piano di coda orizzontale deve generare un carico di bilanciamento L_T che, nella maggior parte dei velivoli convenzionali, è *deportante* (rivolto verso il basso). Imponendo l'equilibrio verticale,

$$L = L_W + L_T = W, \quad (7)$$

si vede che se $L_T < 0$ (deportante) l'ala deve generare un carico $L_W = W - L_T = W + |L_T| > W$: *maggiore del peso*. Poiché la resistenza indotta cresce con il quadrato del carico portante, l'ala finisce per produrre più resistenza indotta di quanta ne servirebbe per sostenere il solo peso. È questo il meccanismo attraverso cui l'esigenza di equilibratura “carica” la resistenza complessiva, e la ragione per cui la trim drag viene contabilizzata insieme alla resistenza indotta.

2.1.5 Il piano di coda verticale e le altre appendici

Il piano di coda verticale, che in volo simmetrico non produce portanza, dà solo un contributo parassita $C_{D,V} = C_{D0,V}$. A esso si aggiungono i contributi di carrelli, serbatoi di estremità, carichi esterni, antenne, protuberanze e dell'aria convogliata per il raffreddamento del motore. Questi termini, all'incirca indipendenti dall'assetto, vengono raccolti in un unico contributo

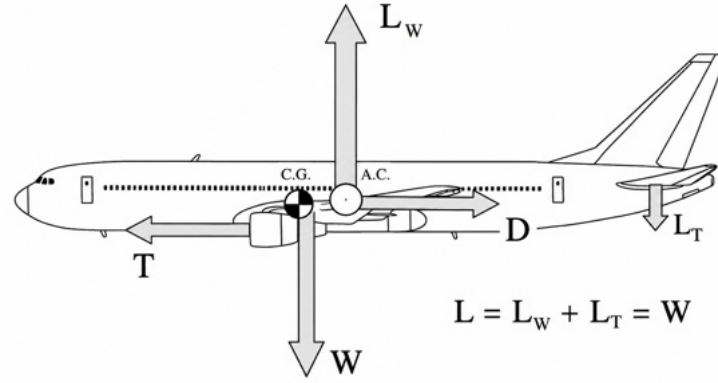


Figura 4 – Equilibrio del velivolo nel piano longitudinale: con coda de-portante ($L_T < 0$) l'equilibrio $L_W + L_T = W$ impone $L_W > W$, con conseguente incremento della resistenza indotta dell'ala (*trim drag*).

parassita aggiuntivo $C_{D0,agg}$. In questa categoria rientrano due termini che è bene nominare esplicitamente: la *resistenza di interferenza* (*interference drag*), dovuta all'interazione aerodinamica fra i vari componenti (per esempio nei raccordi ala-fusoliera o gondola-ala, tanto maggiore quanto più “intersecate” sono le superfici), e la *resistenza dovuta alle escrescenze* (*excrescence drag*), legata alla rugosità superficiale, alle rivettature, alle antenne e a ogni piccola protuberanza. Entrambe vengono inglobate nella resistenza parassita.

2.2 L'espressione della polare parabolica

Sommando i contributi di tutti i componenti possiamo separare nettamente la parte indipendente dalla portanza (sostanzialmente resistenza d'attrito) dalla parte che cresce con il quadrato del C_L . Si ottiene

$$C_D = C_{D0,tot} + [(1 + \delta) + \pi AR (K_{v,w} + K_{v,f} + K_{v,N})] \frac{C_L^2}{\pi AR}. \quad (8)$$

La parentesi quadra raccoglie due famiglie di effetti: il fattore $(1 + \delta)$, che descrive la resistenza indotta vera e propria (vortex drag, presente anche in campo non viscoso); e la somma dei K_v , che rappresenta l'aumento di resistenza parassita — principalmente di scia — dovuto all'incremento di incidenza dei vari componenti, soprattutto ala e fusoliera. Tipicamente la parentesi vale circa 1,20: ciò significa che il termine $C_L^2/(\pi AR)$, cioè la resistenza indotta di un'ala ellittica di pari allungamento, rappresenta da solo circa l'80–85% della resistenza dovuta alla portanza, mentre il restante 15–20% è dovuto allo scostamento dalla distribuzione ellittica e alla crescita parassita con l'assetto.

La (8) si riscrive nella forma compatta e celebre della **polare parabolica**:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e} \quad (9)$$

dove $C_{D0} \equiv C_{D0,tot}$ è il coefficiente di resistenza a portanza nulla (*zero-lift drag coefficient*) e dove abbiamo introdotto il **fattore di Oswald** e , definito implicitamente da

$$\frac{1}{e} = (1 + \delta) + \pi AR (K_{v,w} + K_{v,f} + K_{v,N}). \quad (10)$$

I due contributi della (9) prendono nomi specifici: C_{D0} è il *coefficiente di resistenza a portanza nulla*, mentre $C_L^2/(\pi AR e)$ è il *coefficiente di resistenza dipendente dalla portanza* (*lift-dependent drag*). Si usa spesso porre $K = 1/(\pi AR e)$, così che la polare assume la forma

ancora più asciutta $C_D = C_{D0} + K C_L^2$, oppure si indica il secondo termine con il simbolo C_{DL} , scrivendo

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e} = C_{D0} + C_{DL}. \quad (11)$$

È bene ricordare che C_{DL} *non* è la sola resistenza indotta: comprende la resistenza indotta vera e propria (di natura non viscosa) e la quota di resistenza parassita dipendente dalla portanza — a cui contribuisce soprattutto la resistenza di scia — che diventa rilevante agli assetti più elevati.

Che cosa “contiene” il fattore di Oswald

Il fattore di Oswald, introdotto negli anni Trenta dall'ingegnere della NACA da cui prende il nome, non descrive soltanto la non-ellitticità del carico alare (il fattore δ , ossia la vortex drag che esiste anche in campo non viscoso): in esso confluisce anche la resistenza parassita variabile con il C_L di tutti i componenti (i vari K_v). Per questo, pur essendo introdotto come un fattore puramente “indotto”, e è in realtà un parametro di sintesi dell'intero comportamento del velivolo alle incidenze diverse da quella di minima resistenza. Per la maggior parte dei velivoli e vale tra 0,70 e 0,90, scendendo fino a 0,65 per configurazioni aerodinamicamente poco curate.

2.3 Allungamento e apertura efficaci

È spesso comodo inglobare il fattore di Oswald nell'allungamento, definendo l'**allungamento alare efficace** (o equivalente)

$$AR_e = AR \cdot e = \frac{b^2}{S} e = \frac{b_e^2}{S}, \quad (12)$$

avendo introdotto l'**apertura alare efficace** $b_e = b\sqrt{e}$. Con questa posizione la resistenza dipendente dalla portanza del velivolo reale viene trattata *come se* fosse la resistenza indotta di un'ala ellittica di allungamento pari a AR_e , anziché a quello geometrico. È un modo elegante di nascondere tutte le imperfezioni reali (carico non ellittico, contributi parassiti variabili) dentro una geometria fittizia ma equivalente.

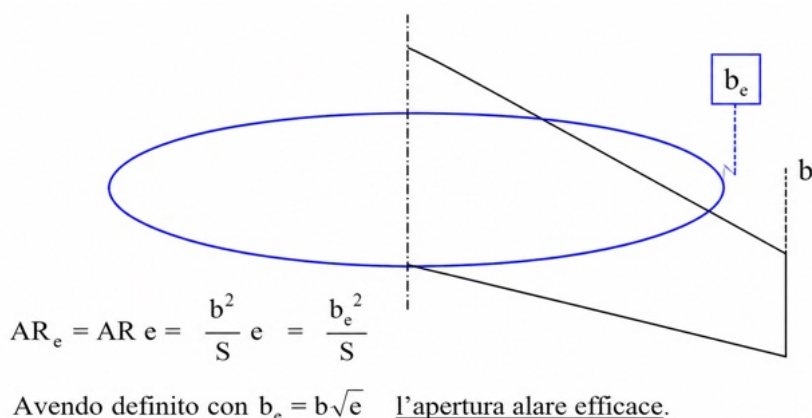


Figura 5 – Apertura alare efficace $b_e = b\sqrt{e}$: l'ala reale di apertura b è sostituita, ai fini della resistenza indotta, da un'ala ellittica equivalente di apertura b_e .

2.4 Il *count*: l'unità di misura della resistenza parassita

Per quantificare le piccole differenze di resistenza parassita fra configurazioni si usa una unità pratica, il *count*, pari a

$$1 \text{ count} = 0,0001. \quad (13)$$

Così, un velivolo con $C_{D0} = 0,0180$ ha una resistenza parassita di 180 counts. L'utilità di questa unità nasce dal fatto che, quando si interviene su un velivolo per ridurre la resistenza, i guadagni si misurano tipicamente in pochi counts: parlare di "3 counts di riduzione" è molto più espressivo che dire "riduzione di 0,0003 del coefficiente". Il C_{D0} di un velivolo varia mediamente tra 0,015 e 0,040: i velivoli da trasporto a getto si collocano attorno a 0,016–0,020, i velivoli leggeri attorno a 0,027–0,030. La differenza si spiega con il maggiore numero di Reynolds di volo dei grandi velivoli (che riduce il C_f) e con la loro maggiore "pulizia" aerodinamica.

2.5 Polare parabolica e polare reale

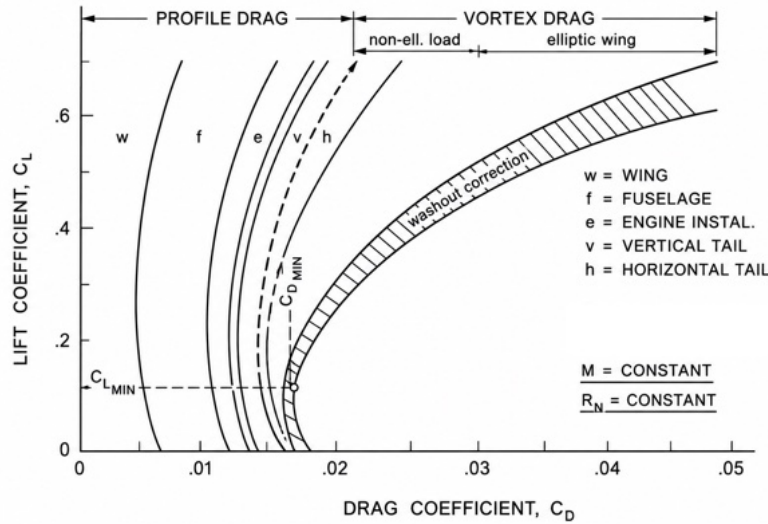


Figura 6 – Costruzione della polare del velivolo completo per addizione dei contributi dei vari componenti (ala w , fusoliera f , gondole/motori e , piano verticale v , piano orizzontale h); a destra la zona di resistenza indotta con la correzione per gli effetti di comprimibilità.

È essenziale ricordare che la (9) è un *modello*: essa approssima la polare reale, ma non vi coincide ovunque. I suoi limiti principali si possono riassumere in quattro punti:

- impone il minimo di resistenza ($C_{D,min}$) esattamente a $C_L = 0$, mentre la polare reale ha in genere il minimo a un C_L leggermente positivo, per via dell'asimmetria (curvatura) del profilo alare;
- assume C_{D0} *costante*, indipendente dall'assetto;
- agli assetti molto elevati, prossimi allo stallo, fornisce valori *sottostimati* della resistenza, perché la resistenza di scia cresce in modo più che quadratico (il termine $K_{v,w}$ non basta più a descriverla) e la curva reale si impenna rispetto alla parabola;
- non tiene conto dell'incremento di resistenza (parassita e indotta) alle alte velocità dovuto alla formazione di onde d'urto (resistenza d'onda), assente dal modello.

Nonostante questi limiti, la polare parabolica resta un eccellente modello di lavoro nella maggior parte delle condizioni di volo (salita, crociera, discesa); le sue carenze diventano signi-

ficative solo agli estremi dell'involuppo, cioè alle bassissime velocità (alti C_L , configurazioni di decollo/atterraggio) e alle altissime velocità (regime transonico), che tratteremo in sezioni dedicate.

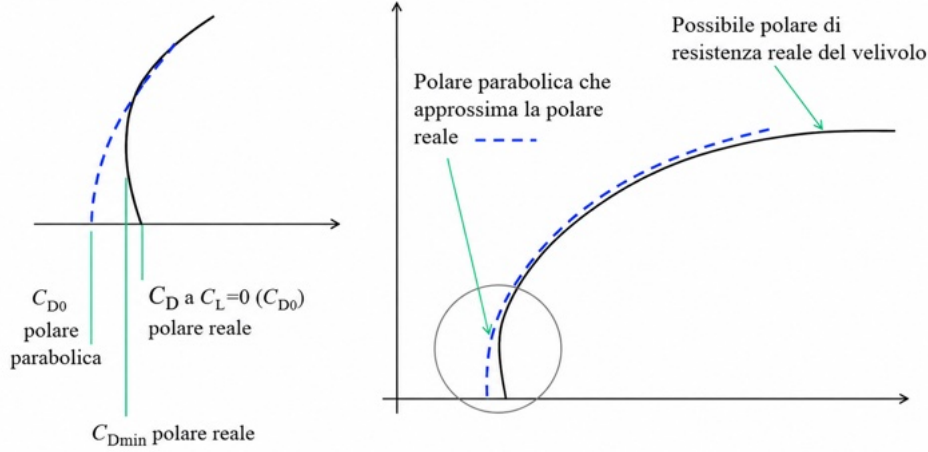


Figura 7 – Confronto tra la polare parabolica (modello, tratteggiata) e una possibile polare reale del velivolo. Il C_{D0} del modello è contemporaneamente il valore a $C_L = 0$ e il valore minimo della parabola, ma può non coincidere né con il C_D a $C_L = 0$ né con il $C_{D,min}$ della polare reale.

Un'osservazione che genera spesso confusione

Nell'approssimazione parabolica, il C_{D0} è al tempo stesso il valore di C_D a $C_L = 0$ e il valore minimo della curva. Sulla polare reale, invece, questi due valori possono non coincidere fra loro né con il C_{D0} del modello: la polare reale ha in genere il minimo a un C_L leggermente positivo (a causa della curvatura del profilo) e un valore a $C_L = 0$ diverso dal minimo. Il C_{D0} del modello è dunque un parametro di *fitting*, non una misura diretta di un punto particolare della curva reale.

3 Calcolo analitico dei contributi al C_{D0}

Avendo stabilito che il termine C_{D0} è di natura sostanzialmente viscosa, è naturale calcolarlo componente per componente come una resistenza d'attrito opportunamente corretta. È l'approccio *analitico* (o *per componenti*), che contrapporremo più avanti al metodo statistico.

3.1 Il metodo del fattore di forma

Il contributo al C_{D0} del generico componente i -esimo si valuta con la relazione

$$C_{D0,i} = C_{f,i} \cdot FF_i \cdot \frac{S_{wet,i}}{S}, \quad (14)$$

in cui compaiono tre grandezze dal preciso significato fisico:

$C_{f,i}$ è il coefficiente d'attrito turbolento, calcolato al numero di Reynolds e al Mach caratteristici del componente. Come lunghezza di riferimento per il Reynolds si assume la corda media per ala e impennaggi, la lunghezza per fusoliera e gondole, valutate alla velocità e quota tipiche di crociera.

FF_i è il *fattore di forma* del componente (*form factor*), generalmente maggiore di 1. Tiene conto di due fatti: sul componente reale la distribuzione di velocità non è quella della lastra piana (la curvatura accelera localmente la corrente, aumentando l'attrito); e una piccola parte di resistenza è di pressione/scia, non di attrito. Il fattore di forma “carica” quindi la resistenza d'attrito di base per restituire la resistenza parassita complessiva.

$S_{\text{wet},i}$ è l'area bagnata del componente. Per l'ala, per esempio, è all'incirca pari al doppio della superficie esposta.

3.2 Il contributo dell'ala

Per l'ala la (14) si specializza nella forma

$$C_{D0,w} = R_{wf} R_{LS} C_{f,w} \left[1 + 1,2 (t/c) + 100 (t/c)^4 \right] \frac{S_{\text{wet},w}}{S}, \quad (15)$$

dove la parentesi quadra è il fattore di forma del profilo, funzione del solo spessore percentuale (t/c), mentre R_{wf} e R_{LS} sono due coefficienti correttivi: R_{wf} tiene conto dell'interferenza ala-fusoliera, R_{LS} (*lifting-surface correction*) dell'effetto di freccia e Mach sulla superficie portante. $C_{f,w}$ è il coefficiente d'attrito turbolento letto sul diagramma C_f-Re entrando con il Reynolds basato sulla corda media.

3.2.1 Superficie di riferimento, esposta e bagnata

Occorre distinguere con cura tre superfici, perché un errore qui si propaga a tutto il calcolo:

- la **superficie di riferimento** S è la superficie alare in pianta, *comprensiva* della parte immersa nella fusoliera. È la superficie usata per tutte le adimensionalizzazioni;
- la **superficie esposta** S_{exp} è quella che si ottiene da S togliendo la parte in fusoliera; è la superficie effettivamente lambita dal flusso esterno;
- la **superficie bagnata** $S_{\text{wet},w}$ è la somma di dorso e ventre della parte esposta, ed è quindi circa il doppio di S_{exp} .

Per un calcolo realistico, valido per la quasi totalità dei velivoli da trasporto, si può assumere

$$S_{\text{wet},w} = 2 \cdot (1,02) \cdot (0,83) \cdot S, \quad (16)$$

in cui il 2 tiene conto di dorso e ventre, il fattore 1,02 corregge per il fatto che lo spessore dell'ala non è nullo (la superficie bagnata è leggermente maggiore di quella in pianta), e il fattore 0,83 esprime che la parte esposta è in genere circa l'83% di quella in pianta.

Contributo dell'ala di un bimotore ad elica

Si consideri un bimotore ad elica con superficie alare $S = 18 \text{ m}^2$, superficie esposta $S_{\text{exp}} = 16 \text{ m}^2$ e spessore percentuale del profilo $(t/c) = 0,15$. In crociera a 300 km/h e quota di 12 000 ft ($\approx 3600 \text{ m}$), con corda media $c = 1,55 \text{ m}$, il numero di Reynolds dell'ala risulta $Re \approx 6,6 \cdot 10^6$ e il Mach $M \approx 0,25$; a tale Reynolds il coefficiente d'attrito turbolento di lastra piana vale $C_{f,w} = 0,0032$. Assumendo i fattori correttivi $R_{wf} = 0,98$ e $R_{LS} = 1,07$ (freccia nulla) e una superficie bagnata pari a $2 S_{\text{exp}} = 32 \text{ m}^2$, dalla (15) si ricava

$$C_{D0,w} = 0,98 \cdot 1,07 \cdot 0,0032 \cdot [1 + 0,18 + 0,050] \cdot \frac{32}{18} = 0,00733.$$

Si noti come $1,2 \cdot 0,15 = 0,18$ e $100 \cdot 0,15^4 \approx 0,050$.

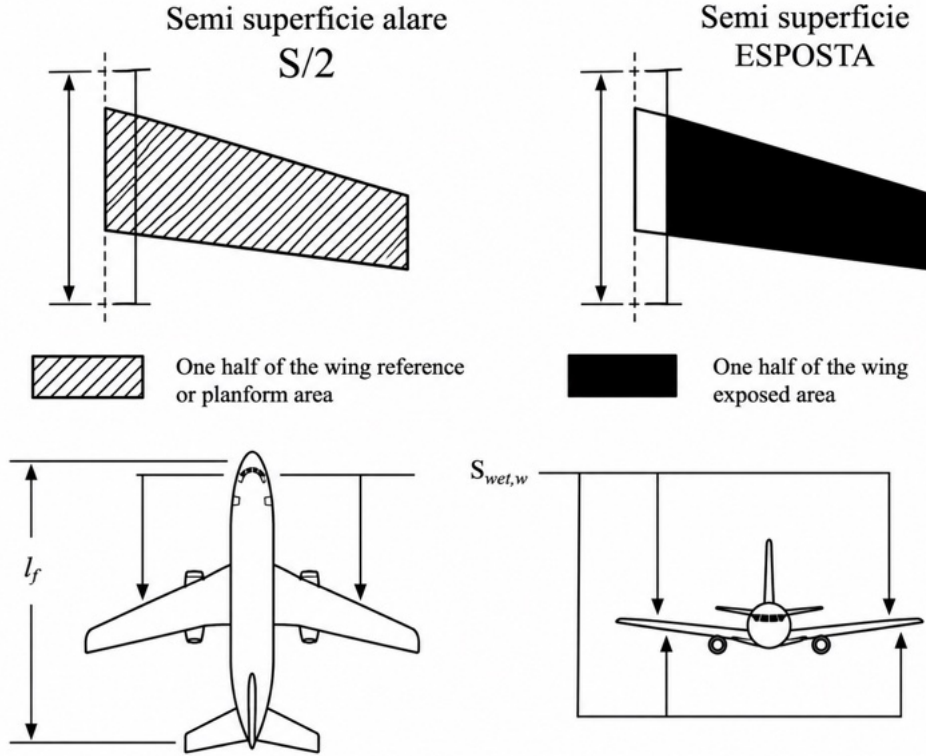


Figura 8 – Superficie alare di riferimento S (comprensiva della parte in fusoliera), superficie esposta S_{exp} e superficie bagnata $S_{wet,w} \approx 2 S_{exp}$.

3.3 Il contributo della fusoliera

Con lo stesso principio si calcola il contributo della fusoliera:

$$C_{D0,f} = C_{f,f} \cdot FF_f \cdot \frac{S_{wet,f}}{S}, \quad FF_f = 1 + \frac{60}{(l_f/d_f)^3} + 0,0025 (l_f/d_f), \quad (17)$$

dove il fattore di forma della fusoliera dipende dal suo *rapporto di snellezza* (l_f/d_f) (*fineness ratio*). Le grandezze in gioco sono:

- $C_{f,f}$, coefficiente d'attrito turbolento valutato con il Reynolds basato sulla *lunghezza* di fusoliera l_f (non sulla corda media). Poiché l_f è tipicamente diversi volte la corda media, questo Reynolds è molto maggiore di quello dell'ala: per un velivolo da trasporto a getto può raggiungere i 200–300 milioni;
- l_f , lunghezza della fusoliera; d_f , diametro del cerchio di area pari alla sezione frontale massima;
- $S_{wet,f}$, area bagnata della fusoliera. Se nota la geometria si calcola direttamente; altrimenti si stima dal rapporto $S_{wet,f}/S$, che vale circa 2 per velivoli leggeri e arriva a circa 3 per i grandi jet da trasporto.

Contributo della fusoliera dello stesso bimotore

Per il velivolo dell'esempio precedente, con lunghezza di fusoliera $l_f = 10$ m e diametro equivalente $d_f \approx 1,5$ m, la snellezza vale $l_f/d_f \approx 6,6$. Al Reynolds corrispondente, il coefficiente d'attrito turbolento risulta $C_{f,f} = 0,00245$. Assumendo $S_{wet,f}/S \approx 2,2$ (da

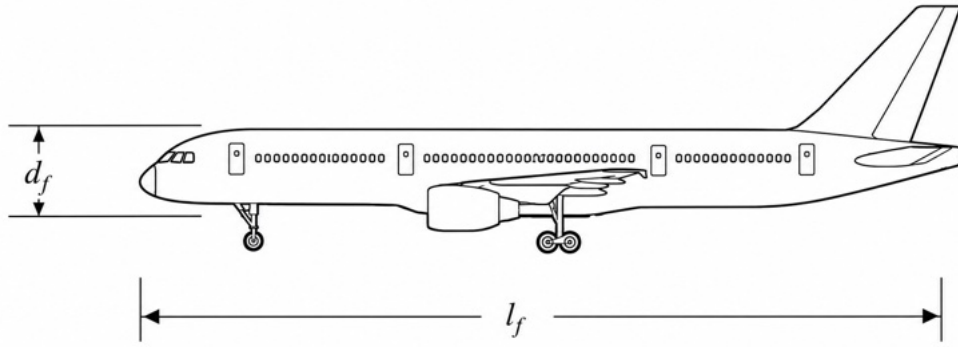


Figura 9 – Rapporto di snellezza l_f/d_f e rapporto $S_{\text{wet},f}/S$ per una serie di velivoli: cresce passando dai velivoli leggeri ai grandi velivoli da trasporto.

velivoli simili), si ottiene

$$C_{D0,f} = 0,00245 \cdot \left[1 + \frac{60}{6,6^3} + 0,0025 \cdot 6,6 \right] \cdot 2,2 \approx 0,00656.$$

3.4 Il bilancio dei contributi

Confrontando i due esempi si nota un fatto generale e istruttivo: il contributo della fusoliera è dello stesso ordine di quello dell'ala. Se per questo velivolo il C_{D0} complessivo è circa 0,026, allora l'ala pesa per $0,0073/0,026 \approx 28\%$ e la fusoliera per circa il 25%: insieme, ala e fusoliera coprono oltre la metà della resistenza parassita totale. Questo spiega perché, nei calcoli rapidi, ci si concentri proprio su questi due componenti, i quali costituiscono tipicamente il 60–70% del C_{D0} .

4 L'area parassita equivalente e gli ordini di grandezza

4.1 Dal coefficiente alla forza: l'area parassita equivalente

La resistenza di un velivolo è data, per definizione di coefficiente, da

$$D = C_D q S, \quad q = \frac{1}{2} \rho V^2, \quad (18)$$

e quindi la sola resistenza parassita vale $D_0 = C_{D0} q S$. Conviene allora definire l'**area parassita equivalente**

$$f = C_{D0} \cdot S \quad (19)$$

che ha le dimensioni di una superficie. Il suo significato fisico è suggestivo: poiché il coefficiente di resistenza di una lastra piana posta perpendicolarmente alla corrente vale circa 1 (più precisamente $\approx 1,20$, perché la scia è leggermente più ampia della lastra), f rappresenta l'area di una lastra piana che, messa di traverso al moto, offrirebbe la *stessa* resistenza del velivolo intero. È un modo molto concreto di “vedere” quanta aria il velivolo deve spostare per il solo fatto di esistere.

Poiché f è additiva, anziché calcolare il contributo al C_{D0} di ogni componente si può equivalentemente valutare il contributo in f di ciascuno e poi sommare.

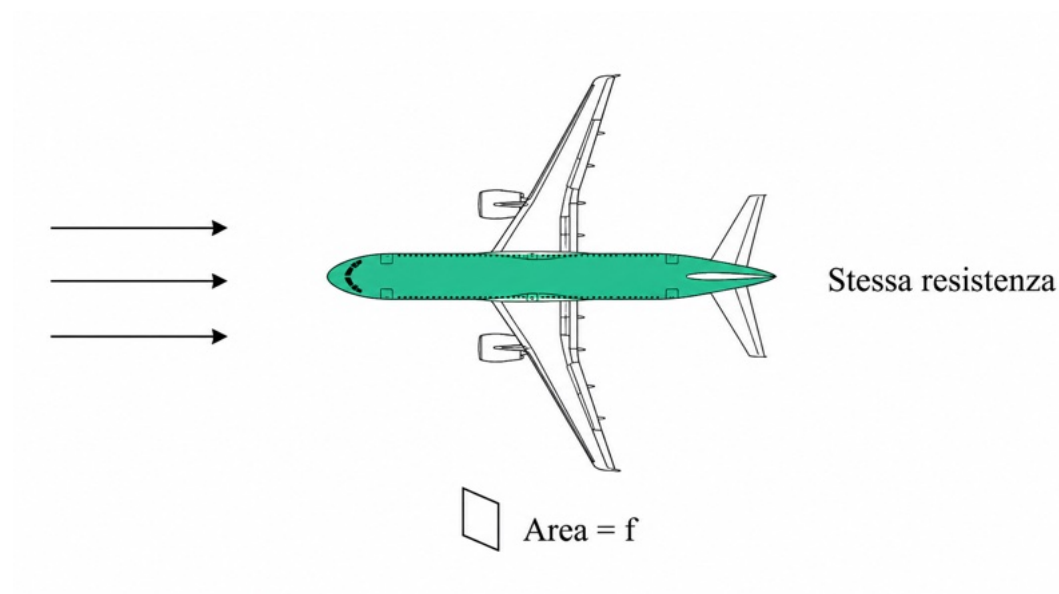


Figura 10 – Significato fisico dell’area parassita equivalente f : la lastra piana di area f posta perpendicolarmente alla corrente genera la stessa resistenza del velivolo.

Il C_{D0} non è una misura della resistenza

È fondamentale distinguere il coefficiente dalla forza. Il C_{D0} è un *coefficiente* e, di per sé, non misura la resistenza: dipende dalla superficie di riferimento scelta. Due velivoli con la *stessa* resistenza, ma uno con superficie alare inferiore del 10%, avranno C_{D0} diversi (il secondo del 10% più alto) pur avendo identica resistenza. È invece l’area parassita equivalente $f = C_{D0} S$ a costituire una vera misura della “capacità resistiva” del velivolo per unità di pressione dinamica. Quando si confrontano velivoli diversi, è f — non il C_{D0} — la grandezza da guardare.

4.2 Ordini di grandezza ed esempi

I grandi velivoli hanno, in valore assoluto, un’area parassita equivalente maggiore (resistenza maggiore), ma *in proporzione* alle loro dimensioni essa è più piccola: il loro C_{D0} è infatti più basso. Ciò dipende dal maggiore Reynolds di volo (che riduce C_f) e dalla maggiore cura aerodinamica (rivettature più curate, peso relativo delle escrescenze minore). La tabella seguente raccoglie alcuni ordini di grandezza tipici.

Tabella 2 – Area parassita equivalente di alcune classi di velivoli (valori indicativi). Il “lato equivalente” è il lato del quadrato di area f .

Classe	S [m ²]	C_{D0}	f [m ²]	lato eq. [m]
Velivolo leggero (tipo Cessna)	20	0,027	0,54	0,73
Turboelica regionale (tipo ATR)	60	0,025	1,50	1,22
Jet da trasporto (tipo B737)	100	0,022	2,20	1,48
Grande jet da trasporto (tipo B747)	500	0,018	9,00	3,00

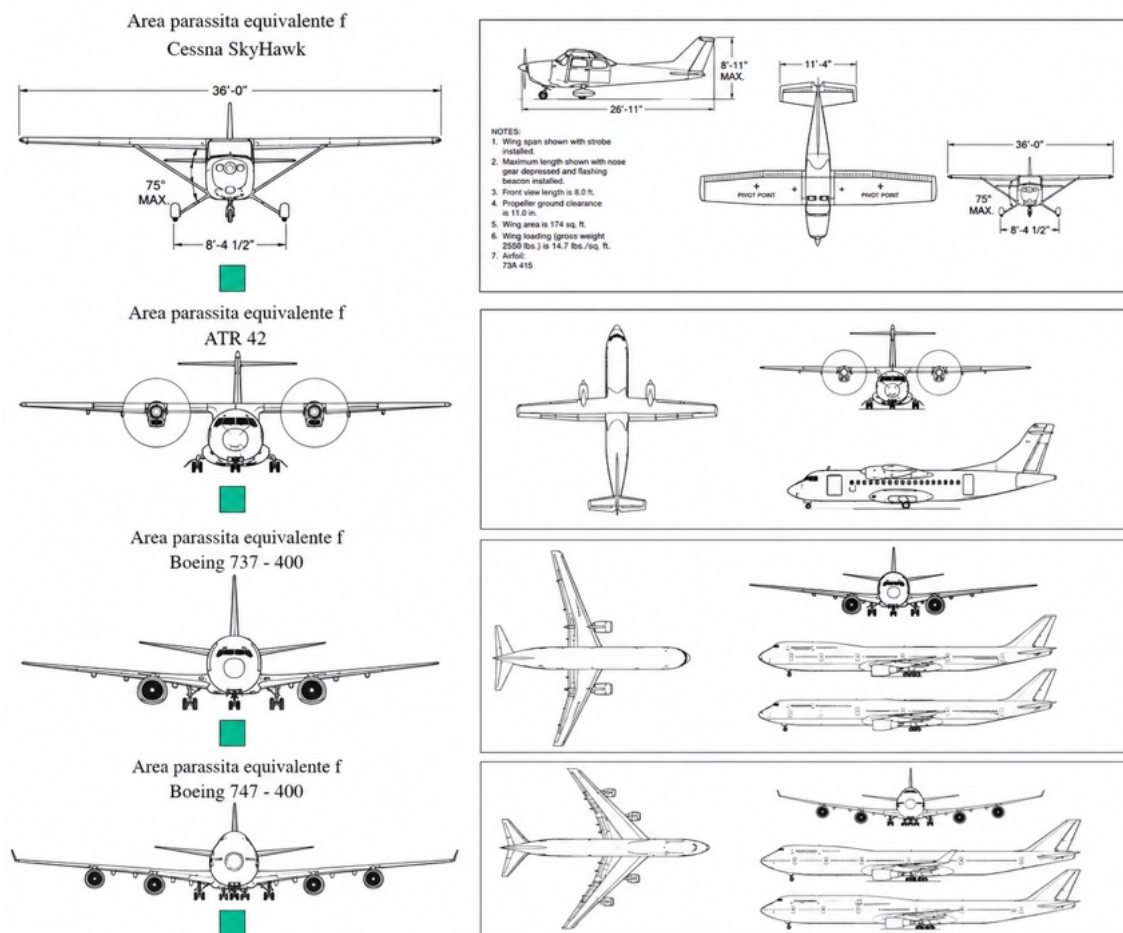


Figura 11 – Confronto visivo delle aree parassite equivalenti f per velivoli di taglia crescente (dal velivolo leggero al grande jet da trasporto): in assoluto f cresce con le dimensioni, ma il C_{D0} diminuisce.

4.3 Il *breakdown* della resistenza: il caso di un business jet

Per capire da dove provenga, nel concreto, la resistenza di un velivolo, è illuminante analizzarne la scomposizione (*breakdown*). Si possono adottare due punti di vista complementari: una scomposizione *causale* (per tipo di fenomeno fisico) e una scomposizione *per componenti* (per parte del velivolo). Le due tabelle seguenti riportano, a titolo di esempio, i dati di crociera di un business jet a $M = 0,75$, $C_L = 0,336$, $C_D = 0,0338$.

Tabella 3 – Scomposizione *causale* della resistenza di un business jet in crociera.

Causa	ΔC_D	% del totale
Resistenza di profilo (attrito)	0,0180	53,25
Variazione di profilo con la portanza	0,0007	2,07
Resistenza di interferenza	0,0031	9,17
Rugosità e fessure (<i>gap drag</i>)	0,0015	4,44
Resistenza indotta	0,0072	21,30
Resistenza di comprimibilità	0,0028	8,28
Resistenza di equilibratura (<i>trim</i>)	0,0005	1,48
Totale	0,0338	100,00

Tabella 4 – Scomposizione *per componenti* della sola resistenza di attrito (profile drag) dello stesso business jet.

Componente	$\Delta C_{D,\text{attrito}}$	% del totale
Ala	0,0053	29,57
Fusoliera	0,0063	34,95
Serbatoi di estremità	0,0021	11,83
Derive dei serbatoi	0,0001	0,54
Gondole motore	0,0012	6,45
Piloni	0,0003	1,61
Piano orizzontale	0,0016	9,14
Piano verticale	0,0011	5,91
Totale (attrito)	0,0180	100,00

Dalla scomposizione causale emerge che, in crociera, oltre la metà della resistenza è attrito puro, la resistenza indotta pesa circa un quinto, e il resto si distribuisce fra interferenza, comprimibilità, rugosità e trim. Dalla scomposizione per componenti si conferma il ruolo dominante di ala e fusoliera, che insieme superano il 60% della resistenza d'attrito.

Crociera contro decollo

La ripartizione fra resistenza parassita e resistenza dipendente dalla portanza non è fissa, ma dipende dall'assetto. In crociera, ad alta velocità e basso C_L , la resistenza indotta è una frazione modesta del totale; al decollo, dove il C_L è elevato, la resistenza dipendente dalla portanza può salire oltre il 50%. È una ragione in più per non pensare alla polare come a una proprietà "puntuale": ciò che conta è sempre la *coppia* (C_L, C_D) alla condizione di volo considerata.

5 Stima della polare con il metodo statistico

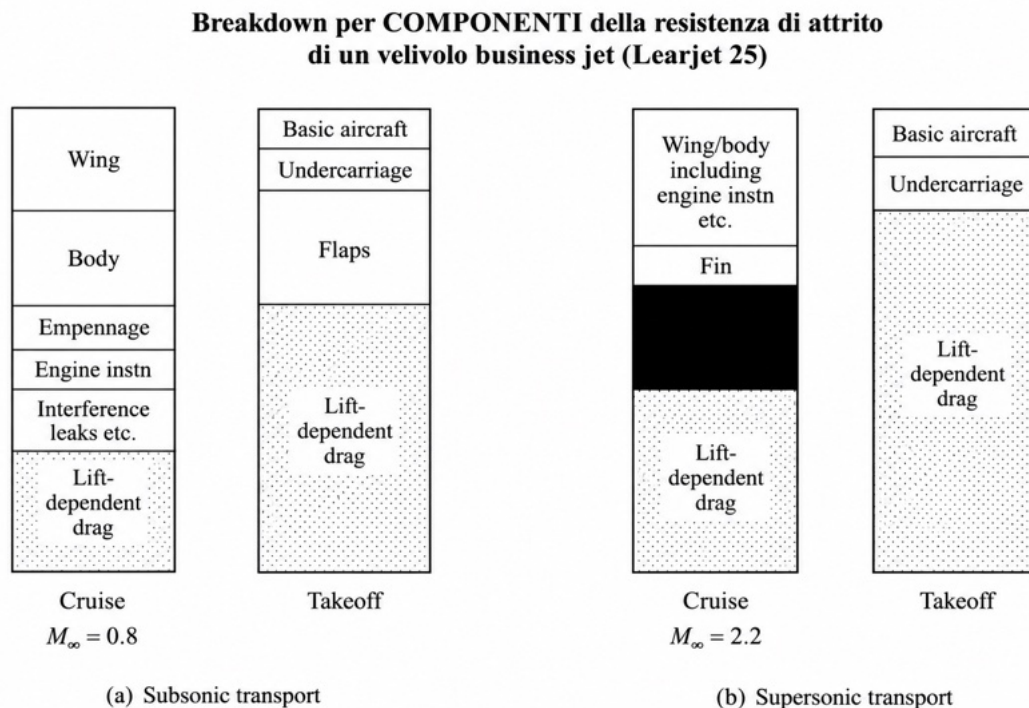


Figura 12 – Confronto fra le scomposizioni di resistenza in crociera e al decollo per un velivolo subsonico e per uno supersonico: in crociera la quota dipendente dalla portanza è piccola, al decollo (alto C_L) supera il 50%.

Il metodo analitico della Sezione precedente è accurato ma richiede di conoscere la geometria di ogni componente. Nelle fasi iniziali di progetto, quando la geometria non è ancora definita, conviene un approccio più rapido e di carattere *statistico*, basato su poche grandezze globali.

5.1 L'impostazione del metodo

L'idea è valutare l'area parassita equivalente come una resistenza d'attrito "equivalente" estesa a tutta la superficie bagnata del velivolo:

$$f = C_{fe} \cdot S_{wet}, \quad (20)$$

dove C_{fe} è un coefficiente d'attrito *equivalente* che, oltre all'attrito vero e proprio, ingloba forfettariamente tutti gli altri contributi parassiti (scia, interferenza, escrescenze, fessure, raffreddamento motore). Per questo C_{fe} è sicuramente maggiore del C_f di lastra piana. Nota la superficie di riferimento S , da f si ricava immediatamente il coefficiente:

$$C_{D0} = \frac{f}{S} = C_{fe} \cdot \frac{S_{wet}}{S}. \quad (21)$$

Restano da stimare due soli ingredienti: l'area bagnata S_{wet} e il coefficiente C_{fe} .

5.2 Stima dell'area bagnata

Nota la geometria, l'area bagnata si ricava dai disegni o dai modelli CAD. In assenza di geometria dettagliata, si stima per via approssimata schematizzando i componenti con forme geometriche semplici:

- **ala:** circa 2 volte la superficie esposta;

- **fusoliera**: superficie laterale del cilindro + muso (semisfera) + coda (superficie laterale del cono);
- **gondole**: superficie laterale del cilindro;
- **piani di coda**: come l'ala.

Come ordine di grandezza, la superficie bagnata totale di un velivolo da trasporto a getto è circa 5–6 volte la superficie di riferimento S (ala $\approx 1,8 S$, fusoliera $\approx 2-3 S$, piani $\approx 0,5-0,8 S$); per un velivolo leggero tipo Cessna è invece circa $4 S$.

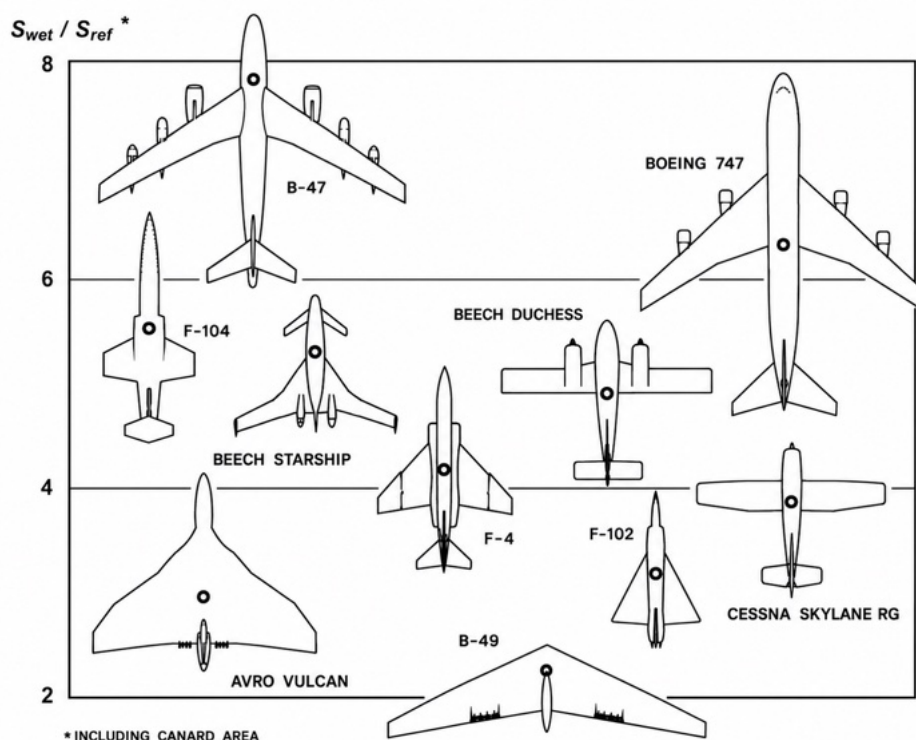


Figura 13 – Rapporto fra superficie bagnata S_{wet} e superficie di riferimento S per diverse configurazioni: dal piccolo monomotore (rapporto ≈ 4) ai grandi velivoli plurimotore (rapporto ≈ 6).

5.3 Il coefficiente d'attrito equivalente

Per stimare C_{fe} si possono seguire due strade.

5.3.1 Metodo A — dal Reynolds di crociera

La prima consiste nel ricavare C_{fe} dal Reynolds caratteristico di crociera (basato sulla corda media). I dati sperimentali di numerosi velivoli mostrano che il C_{fe} si dispone con buona regolarità attorno a una linea pari a circa 1,5 volte il C_f di lastra piana:

$$C_{fe} \approx 1,5 C_{f, \text{lastra piana}}(Re). \quad (22)$$

5.3.2 Metodo B — per categoria di velivolo

La seconda strada è scegliere C_{fe} su base statistica, in funzione della tipologia di velivolo, lasciando alla sensibilità del progettista la regolazione fine: un velivolo aerodinamicamente più

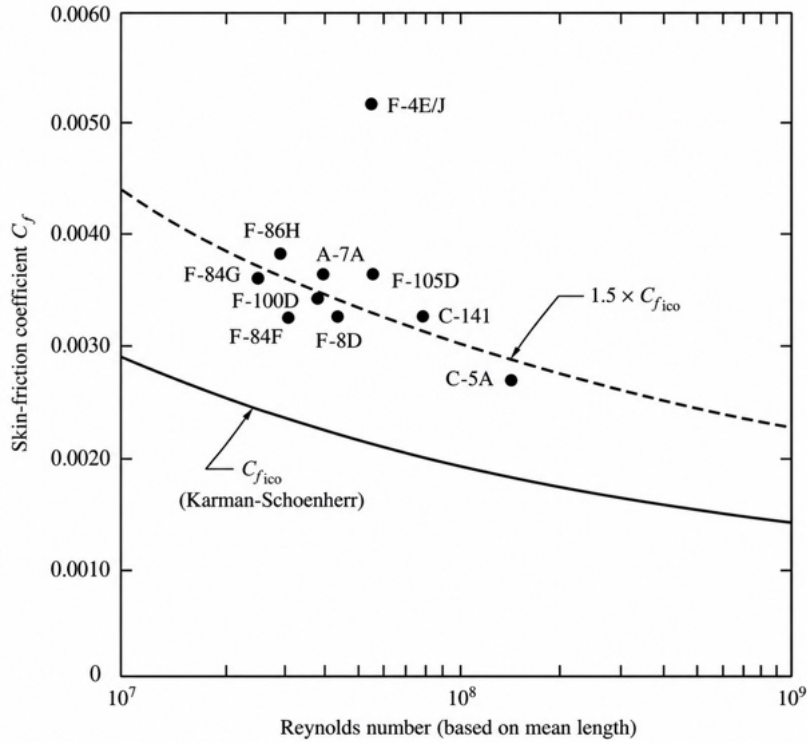


Figura 14 – Coefficiente d’attrito equivalente C_{fe} in funzione del numero di Reynolds (basato sulla lunghezza media) per una serie di velivoli: i punti si addensano attorno alla curva $1,5 \times C_f$ di lastra piana.

“sporco” richiede un C_{fe} più alto. Per il bimotore ad elica degli esempi precedenti, ad esempio, si sceglierebbe $C_{fe} \approx 0,0050-0,0055$, valore superiore a quello che si otterrebbe dalla regola $1,5 \times C_f$.

L’evoluzione storica del C_{fe}

Il C_{fe} si è ridotto sensibilmente nel corso del Novecento, passando dai velivoli poco aerodinamici dei primordi ai jet moderni. Le cause sono molteplici e si rinforzano a vicenda: l’eliminazione di cavi e montanti (riduzione della resistenza di scia), l’aumento delle dimensioni e delle velocità (e quindi del Reynolds, che abbassa il C_f di base) e il miglioramento delle finiture superficiali (rivetti annegati, pannelli levigati).

5.4 Stima del fattore di Oswald

Il fattore di Oswald si potrebbe in teoria ricavare dalla (10), noti δ e i vari K_v ; in pratica questa via non è accurata, perché i K_v dipendono fortemente dalla geometria e non tiene conto degli effetti di freccia e allungamento. Si preferiscono allora formule semi-empiriche. Per velivoli con freccia molto bassa:

$$e = 1,78 (1 - 0,045 AR^{0,68}) - 0,64. \quad (23)$$

Per velivoli con freccia non nulla (formula valida propriamente per $\Lambda_{LE} > 30^\circ$, e da interpolare con la precedente alle frecce intermedie):

$$e = 4,61 (1 - 0,045 AR^{0,68}) (\cos \Lambda_{LE})^{0,15} - 3,1, \quad (24)$$

dove Λ_{LE} è l’angolo di freccia del bordo d’attacco. La (23) è rappresentata graficamente in funzione dell’allungamento nella figura seguente.

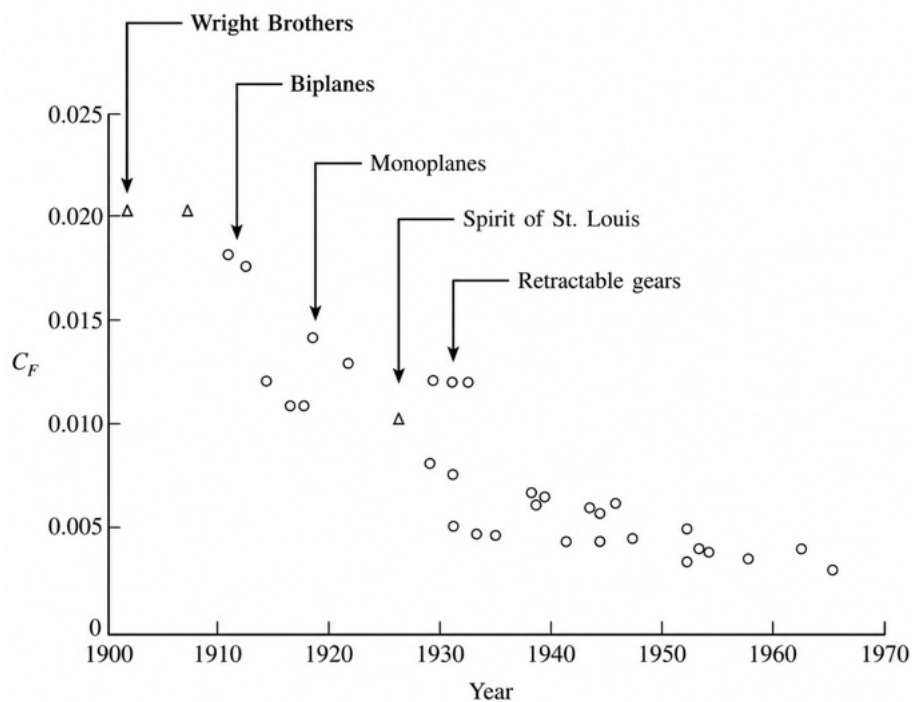


Figura 15 – Riduzione storica del coefficiente d'attrito equivalente, dai primi velivoli ai jet moderni, con l'indicazione delle principali tappe tecnologiche.

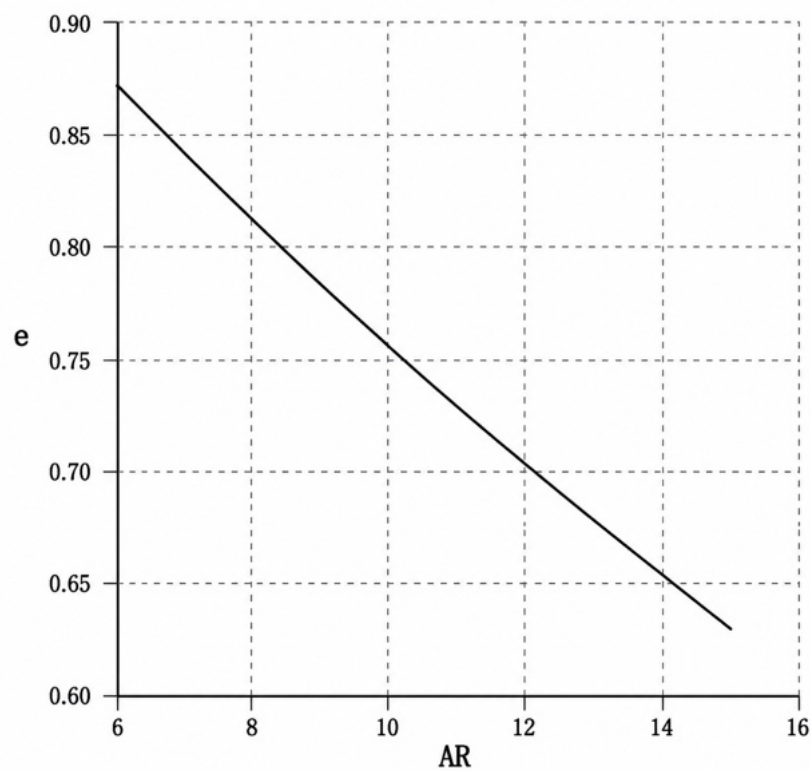


Figura 16 – Fattore di Oswald e in funzione dell'allungamento alare AR secondo la relazione semi-empirica per ali a freccia bassa: e diminuisce al crescere di AR .

Su base statistica, e varia tra 0,70 e 0,90; con sistemi di riduzione della resistenza indotta (*winglet*) o forme in pianta particolari può avvicinarsi o superare l'unità. Per primi calcoli di prestazioni, assumere $e \approx 0,80$ – $0,85$ non comporta un errore grave; un jet da trasporto dotato di winglet può raggiungere $e \approx 0,85$ – $0,90$.

Stima completa della polare di un Boeing 737

Si voglia stimare la polare di un velivolo da trasporto a getto con $S = 105 \text{ m}^2$, apertura $b = 28,9 \text{ m}$, in crociera a $M = 0,80$ e quota $h = 10\,000 \text{ m}$.

Velocità e Reynolds. Dalla tabella ISA, alla quota assegnata la velocità del suono è $a = 299,5 \text{ m/s}$, quindi $V = Ma = 240 \text{ m/s}$ ($\approx 862 \text{ km/h}$). La corda media geometrica vale $c = S/b = 105/28,9 = 3,63 \text{ m}$. Con densità $\rho = 0,41 \text{ kg/m}^3$ e viscosità $\mu = 1,46 \cdot 10^{-5}$ (unità SI), il Reynolds di crociera è

$$Re = \frac{\rho V c}{\mu} = \frac{0,41 \cdot 240 \cdot 3,63}{1,46 \cdot 10^{-5}} \approx 24,5 \cdot 10^6.$$

Coefficiente d'attrito equivalente. A tale Reynolds il C_f di lastra piana vale $\approx 0,00260$; trattandosi di un moderno jet da trasporto si adotta un fattore amplificativo 1,4, da cui $C_{fe} = 1,4 \cdot 0,00260 = 0,00364$.

Area bagnata e C_{D0} . La configurazione è prossima a quella di un quadrimotore, ma il velivolo è bimotore: si assume $S_{\text{wet}} \approx 6S = 630 \text{ m}^2$. Quindi

$$f = C_{fe} S_{\text{wet}} = 0,00364 \cdot 630 = 2,29 \text{ m}^2, \quad C_{D0} = \frac{f}{S} = \frac{2,29}{105} = 0,0218 \text{ (218 counts)}.$$

Equivalentemente, $C_{D0} = C_{fe} (S_{\text{wet}}/S) = 0,00364 \cdot 6 = 0,0218$.

Fattore di Oswald. Con $AR = b^2/S = 28,9^2/105 \approx 7,9$ e freccia al bordo d'attacco $\Lambda_{LE} = 27^\circ$, dalla (23) (o dal relativo diagramma) si ottiene $e \approx 0,81$. La modesta freccia ne riduce il valore di qualche punto percentuale.

Polare risultante: $C_D = 0,0218 + \frac{C_L^2}{\pi \cdot 7,9 \cdot 0,81} = 0,0218 + 0,0498 C_L^2$.



Figura 17 – Velivolo da trasporto a getto dell'esempio applicativo (tre viste) e individuazione del punto rappresentativo sul diagramma del rapporto S_{wet}/S .

5.5 Approfondimento: che cos'è davvero il fattore di Oswald

Il fattore di Oswald merita un esame più attento, perché viene spesso confuso con un'altra grandezza simile nella forma ma diversa nel significato: il *fattore di efficienza di apertura* dell'ala finita. Chiarire la distinzione è importante tanto dal punto di vista concettuale quanto da quello numerico.

5.5.1 Origine e terminologia

Il fattore prende nome da W. Bailey Oswald, che ne stabilì la definizione nel rapporto NACA n. 408 del 1932; da allora il simbolo e per questo coefficiente è divenuto uno standard di letteratura. È bene tenere presente, però, che con la stessa lettera e si indicano abitualmente *due* numeri distinti.

5.5.2 Due fattori da non confondere

Fattore di efficienza di apertura e_0 (*span efficiency factor*). Riguarda la sola **ala finita** e ha natura puramente non viscosa. Compare nella resistenza indotta dell'ala,

$$C_{D,i} = \frac{C_L^2}{\pi AR e_0}, \quad e_0 = \frac{1}{1 + \delta} \leq 1,$$

ed è funzione dell'allungamento e del rapporto di rastremazione. Misura quanto la distribuzione di portanza si discosta da quella ellittica (per la quale $\delta = 0$ ed $e_0 = 1$). Per le ali reali vale tipicamente tra 0,9 e, al più, 1,0.

Fattore di Oswald e . Riguarda il **velivolo completo** e compare nella polare $C_D = C_{D0} + C_L^2/(\pi AR e)$. Oltre alla non-ellitticità del carico alare, esso ingloba anche la resistenza *parassita dipendente dalla portanza* di tutti i componenti (i termini K_v visti in precedenza). Proprio per questo motivo il fattore di Oswald di un velivolo completo è sistematicamente più piccolo del fattore di efficienza di apertura della sola ala, e vale tipicamente tra 0,7 e 0,85.

La relazione tra i due fattori discende direttamente dalla (10). Ricordando che $1 + \delta = 1/e_0$, essa si riscrive infatti come

$$\boxed{\frac{1}{e} = \frac{1}{e_0} + \pi AR (K_{v,w} + K_{v,f} + K_{v,N})} \quad (25)$$

Poiché i coefficienti K_v sono tutti positivi, il secondo addendo è positivo e dunque $1/e > 1/e_0$, cioè $e < e_0$: il fattore di Oswald del velivolo è *sempre* inferiore al fattore di efficienza di apertura della sola ala, e la differenza misura quanto pesa la resistenza parassita indotta dall'assetto sull'intero velivolo. È questa, in sintesi, la ragione fisica per cui un'ala isolata può avere $e_0 \approx 0,95$ mentre il velivolo che la monta presenta $e \approx 0,80$.

5.5.3 Validità della formula semi-empirica

La relazione (23) per i velivoli ad ala dritta, dovuta a Raymer e calibrata su dati di velivoli reali, va usata per allungamenti *convenzionali*: non è attendibile per gli allungamenti molto elevati (dell'ordine di 25 o più) tipici degli alianti, per i quali occorrono stime dedicate.

Estrazione del coefficiente a portanza nulla: il caccia Seversky P-35

Un'applicazione istruttiva consiste nell'*invertire* la polare: noti un punto di funzionamento (C_L, C_D) misurato sul velivolo completo e stimato il fattore di Oswald, si ricava il coeffi-

ciente di resistenza a portanza nulla. Consideriamo il caccia degli anni Trenta Seversky P-35, con superficie alare $S = 220 \text{ ft}^2$ e apertura $b = 36 \text{ ft}$. Il suo allungamento è

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{36^2}{220} \approx 5,89.$$

Dalla (23) il fattore di Oswald risulta

$$e = 1,78 (1 - 0,045 \cdot 5,89^{0,68}) - 0,64 = 1,78 [1 - 0,045 \cdot 3,339] - 0,64 \approx 0,873.$$

Da una scomposizione di resistenza del velivolo completo si conosce un punto della polare: $C_D = 0,0275$ in corrispondenza di $C_L = 0,15$. Invertendo la (9) si ottiene allora il coefficiente di resistenza a portanza nulla:

$$C_{D0} = C_D - \frac{C_L^2}{\pi e AR} = 0,0275 - \frac{(0,15)^2}{\pi \cdot 0,873 \cdot 5,89} \approx 0,026.$$

Il valore tabulato da L. Loftin (*Quest for Performance*), ricavato da dati reali di prova in volo, è $C_{D0} = 0,0251$: la stima concorda entro il 3,6%, un'ottima conferma della bontà del modello parabolico e della formula semi-empirica per e .

5.5.4 La provenienza del dato: lo studio di *drag cleanup* sull'XP-41

Il valore $C_D = 0,0275$ usato nell'esempio precedente non è arbitrario: proviene da uno studio sperimentale celebre, condotto nella galleria del vento a piena scala di Langley sul Seversky XP-41 (il velivolo gemello del P-35), i cui risultati furono in seguito raccolti da P. J. Coe (NASA TN-D-8206, 1976). Si tratta di un classico esercizio di *drag cleanup*, cioè di “ripulitura aerodinamica”: si parte da una configurazione completamente carenata e idealizzata — l'aeroplano nella sua veste aerodinamicamente più “pulita” possibile, con $C_{D0} \approx 0,0166$ — e si aggiungono, uno alla volta, tutti i dettagli reali di cui il velivolo ha effettivamente bisogno per volare (la cappottatura con il flusso d'aria di raffreddamento, il radiatore dell'olio, la presa del carburatore, i collettori di scarico, l'intercooler, le uscite d'aria, l'antenna, e così via), misurando volta per volta l'incremento di resistenza che ciascuno comporta.

La tabella seguente riporta, per le diciotto configurazioni, il coefficiente di resistenza (misurato a $C_L = 0,15$), l'incremento ΔC_D dovuto a ciascun intervento e la sua incidenza percentuale rispetto alla configurazione completamente carenata.

La lettura della tabella è ricca di insegnamenti. Il velivolo passa da un C_{D0} ideale di 0,0166 a un C_{D0} operativo di 0,0275: un aumento di 0,0109, cioè 109 *counts*, pari a circa il 66% in più rispetto alla configurazione pulita. È la quantificazione concreta di quanto “costa” rendere volabile un aeroplano, e mostra come la resistenza di escrescenza e di raffreddamento — discussa in via qualitativa nelle prime sezioni — pesi in modo tutt'altro che trascurabile.

I contributi maggiori provengono dall'installazione motore e dal suo raffreddamento: la sola cappottatura aggiunge 20 counts (il 12%) e il radiatore dell'olio altri 17 counts (il 10,2%). È un risultato generale: su un velivolo a elica la gestione dell'aria di raffreddamento è una delle voci di resistenza parassita più rilevanti. Si noti anche il caso istruttivo della configurazione 6: la rimozione della carenatura del tettuccio *riduce* la resistenza di 2 counts ($\Delta C_D < 0$), segno che una carenatura mal sagomata può fare più male che bene. Infine, la configurazione 18 — velivolo completo di antenna — è proprio quella “operativa” da cui è stato tratto il valore $C_D = 0,0275$ usato nell'esempio del P-35: la coerenza fra i due dati chiude il cerchio fra il modello parabolico e la realtà sperimentale.

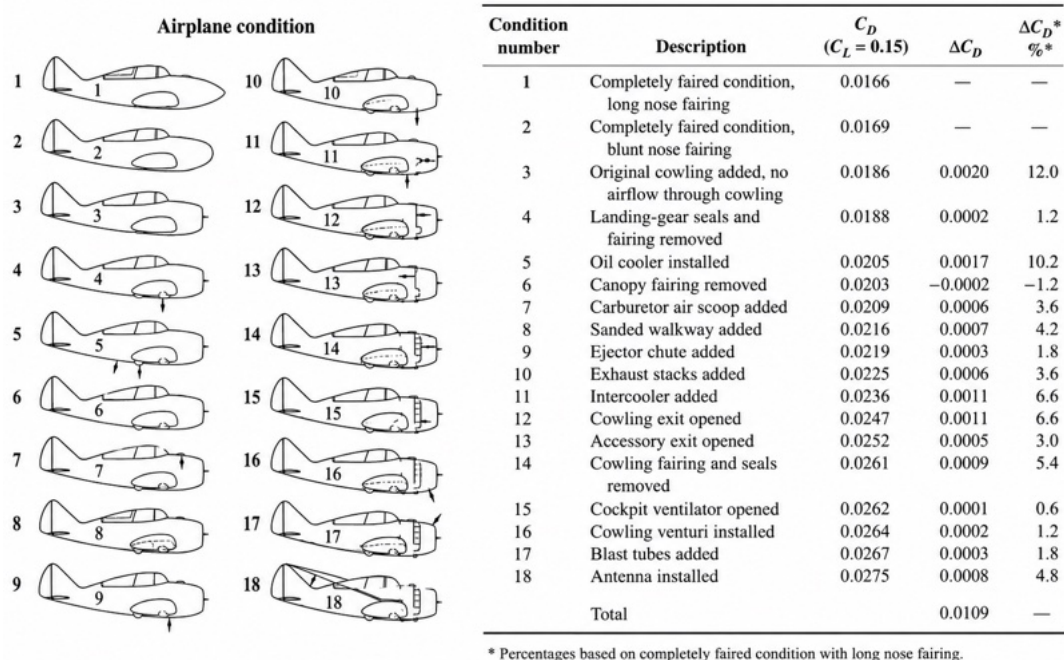


Figura 18 – Configurazioni successive dello studio di *drag cleanup* sul Seversky XP-41: dalla configurazione completamente carenata (1) al velivolo operativo completo (18). A ogni passo corrisponde l'aggiunta (o la rimozione) di un elemento reale, di cui si misura l'incremento di resistenza (dati sperimentali: Coe, NASA TN-D-8206, 1976).

Tabella 5 – Scomposizione progressiva della resistenza (*drag cleanup*) del Seversky XP-41, da configurazione completamente carenata a velivolo operativo (dati sperimentali: Coe, NASA TN-D-8206, 1976).

N.	Configurazione / intervento	C_D ($C_L=0,15$)	ΔC_D	ΔC_D [%] ^a
1	Completamente carenato, muso lungo	0,0166	—	—
2	Completamente carenato, muso tozzo	0,0169	—	—
3	Aggiunta cappottatura (senza flusso interno)	0,0186	0,0020	12,0
4	Rimozione guarnizioni/carenatura del carrello	0,0188	0,0002	1,2
5	Installazione radiatore dell'olio	0,0205	0,0017	10,2
6	Rimozione carenatura del tettuccio	0,0203	-0,0002	-1,2
7	Aggiunta presa d'aria del carburatore	0,0209	0,0006	3,6
8	Aggiunta passerella (superficie irruvidita)	0,0216	0,0007	4,2
9	Aggiunta scivolo di espulsione	0,0219	0,0003	1,8
10	Aggiunta collettori di scarico	0,0225	0,0006	3,6
11	Aggiunta intercooler	0,0236	0,0011	6,6
12	Apertura uscita aria della cappottatura	0,0247	0,0011	6,6
13	Apertura uscita del vano accessori	0,0252	0,0005	3,0
14	Rimozione carenatura/guarnizioni cappottatura	0,0261	0,0009	5,4
15	Apertura ventilazione abitacolo	0,0262	0,0001	0,6
16	Installazione venturi sulla cappottatura	0,0264	0,0002	1,2
17	Aggiunta tubi delle armi (<i>blast tubes</i>)	0,0267	0,0003	1,8
18	Installazione antenna	0,0275	0,0008	4,8
Totale (dalla config. 1 alla 18)		—	0,0109	—

^a percentuali riferite alla configurazione completamente carenata (muso lungo).

Il *drag cleanup* come metodo di progetto

Lo studio dell'XP-41 illustra una pratica ancora attuale: stimare il C_{D0} di un velivolo sommando, a partire da una configurazione di riferimento “pulita”, gli incrementi (*drag build-up*) o, viceversa, individuando dove intervenire per ridurli (*drag cleanup*). Ragionare in *counts* su singoli dettagli — una presa d'aria meglio sagomata, un'antenna più piccola, un raccordo più curato — è esattamente il modo in cui, nella pratica, si guadagnano i pochi counts che migliorano le prestazioni di un velivolo.

6 L'efficienza aerodinamica

6.1 Definizione e significato

L'**efficienza aerodinamica** è il rapporto fra portanza e resistenza,

$$E = \frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D}. \quad (26)$$

È il parametro che sintetizza meglio di ogni altro la “bontà” aerodinamica del velivolo: indica quanti chilogrammi di peso si riescono a sostenere per ogni chilogrammo di resistenza da vincere, e governa direttamente prestazioni cruciali come l'angolo di planata ($\tan \gamma = 1/E$) e, in larga misura, l'autonomia. Sulla polare, l'efficienza a un dato assetto si legge come la tangente dell'angolo che la retta congiungente l'origine con il punto di funzionamento forma con l'asse delle resistenze: maggiore è la pendenza di tale retta, maggiore è l'efficienza.

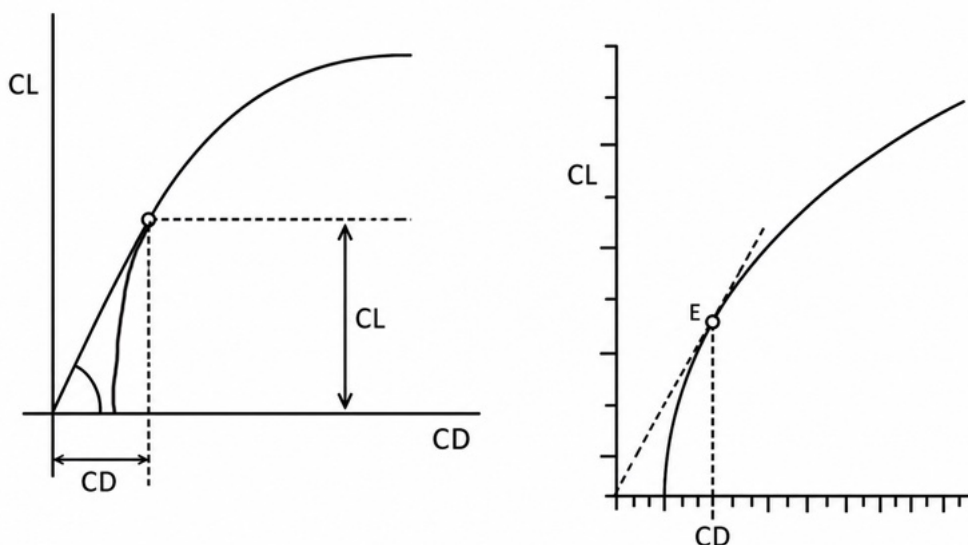


Figura 19 – Lettura grafica dell'efficienza sulla polare: $E = C_L/C_D$ è la pendenza della retta dall'origine al punto di funzionamento. Il punto E di tangenza individua l'assetto di massima efficienza.

6.2 Efficienza massima e parametri della polare

Esiste un assetto, cioè un particolare valore di C_L , per il quale l'efficienza è massima. Lo si ricava analiticamente imponendo $dE/dC_L = 0$ sulla polare parabolica $C_D = C_{D0} + K C_L^2$, con

$K = 1/(\pi AR e)$. Poiché

$$E(C_L) = \frac{C_L}{C_{D0} + K C_L^2}, \quad \frac{dE}{dC_L} = \frac{C_{D0} - K C_L^2}{(C_{D0} + K C_L^2)^2}, \quad (27)$$

la derivata si annulla quando il numeratore è nullo, cioè quando

$$\boxed{C_{D0} = K C_L^2} \quad (28)$$

La massima efficienza si ha quando la resistenza parassita eguaglia quella indotta. È un risultato fisicamente trasparente: spostandosi dall'assetto ottimo verso C_L minori domina la resistenza parassita, verso C_L maggiori domina l'indotta; il punto di equilibrio fra le due è il punto di massimo rendimento. Da $C_{D0} = K C_{L,opt}^2$ seguono il coefficiente di portanza ottimo e l'efficienza massima:

$$C_{L,opt} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}, \quad \boxed{E_{max} = \frac{1}{2\sqrt{K C_{D0}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi AR e}{C_{D0}}}} \quad (29)$$

La (29) mostra con chiarezza che l'efficienza massima cresce sia riducendo la resistenza parassita C_{D0} , sia aumentando il prodotto $AR e$ (cioè riducendo la resistenza indotta tramite alti allungamenti e buoni fattori di Oswald).

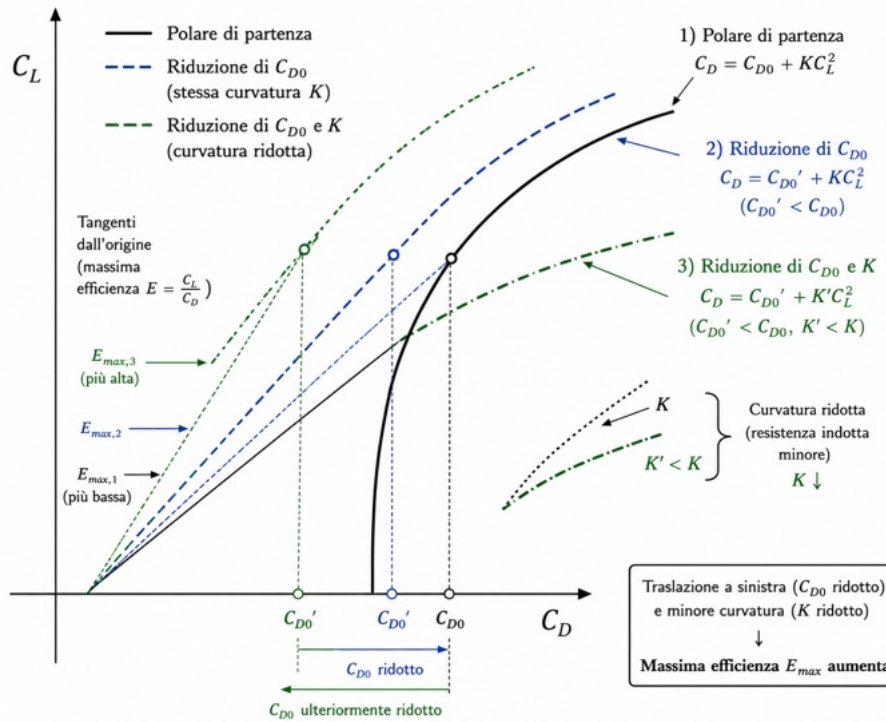


Figura 20 – Effetto sulla polare: la traslazione a sinistra (riduzione del C_{D0}) e la riduzione della curvatura parabolica (termine K) aumentano entrambe la massima efficienza rispetto alla polare di partenza.

Due strade verso l'efficienza

La (29) indica due leve indipendenti. Si può migliorare l'efficienza *traslando* la polare verso sinistra (riducendo C_{D0} : per esempio un aliante, con sola ala e fusoliera affusolata, non paga la resistenza di gondole e impennaggi ingombranti), oppure *riducendo la curvatura* parabolica della polare (riducendo K , cioè aumentando l'allungamento). Entrambe spostano verso l'alto la retta tangente dall'origine e quindi aumentano $E_{\max}$.

6.3 L'allungamento bagnato (*wetted aspect ratio*)

C'è un modo molto efficace di rileggere la (29) che collega l'efficienza alla sola geometria globale del velivolo. Ricordando che, con il metodo statistico, $C_{D0} = C_{fe} (S_{\text{wet}}/S)$ e che $AR = b^2/S$, sostituendo nella (29) si ottiene

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi e}{C_{fe}} \cdot \frac{b^2}{S_{\text{wet}}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi e}{C_{fe}}} \sqrt{AR_{\text{wet}}}, \quad (30)$$

dove compare il cosiddetto **allungamento bagnato**

$$AR_{\text{wet}} = \frac{b^2}{S_{\text{wet}}} = \frac{b^2}{S} \cdot \frac{S}{S_{\text{wet}}} = AR \cdot \frac{S}{S_{\text{wet}}} \quad (31)$$

Poiché $S_{\text{wet}}/S \approx 5-6$, l'allungamento bagnato è circa 5-6 volte più piccolo di quello geometrico. Il risultato notevole è che la massima efficienza dipende quasi soltanto da AR_{wet} : due velivoli con lo stesso allungamento bagnato hanno all'incirca la stessa efficienza massima, anche se le loro geometrie sono profondamente diverse.

Stessa efficienza, geometrie opposte: B-47 e Avro Vulcan

Un bombardiere ad ala dritta e alto allungamento (geometrico $AR \approx 9,4$) e un bombardiere ad ala a delta e basso allungamento ($AR \approx 3,0$) possono avere efficienze massime quasi identiche ($L/D_{\max} \approx 17$). Il motivo è che il primo ha una superficie bagnata molto grande rispetto a S ($S_{\text{wet}}/S \approx 7,9$), il secondo molto piccola ($S_{\text{wet}}/S \approx 2,8$): i loro allungamenti *bagnati* risultano prossimi ($\approx 1,2$ e $\approx 1,1$), e con essi le efficienze. È la dimostrazione più eloquente che, ai fini dell'efficienza, conta l'apertura rapportata alla superficie *bagnata*, non a quella di riferimento.

6.4 Oltre la polare “pulita”

I parametri C_{D0} ed e ricavati finora descrivono la polare in configurazione *pulita* (*clean*), quella tipica della crociera, della salita e della discesa. La polare reale, però, cambia con la configurazione di volo e con il regime di velocità: l'estrazione del carrello e degli ipersostentatori la trasla verso destra e ne modifica la curvatura, mentre alle alte velocità la comprimibilità vi aggiunge la resistenza d'onda. Questi due ampliamenti del modello — la polare di *bassa velocità* e quella di *alta velocità* — sono l'oggetto delle due sezioni seguenti, mentre la sezione conclusiva metterà a confronto alcune polari reali con il modello parabolico.

7 La polare a bassa velocità: ipersostentatori e configurazioni

Tutto quanto detto finora riguarda la polare *pulita*, valida in crociera, salita e discesa. Al decollo e all'atterraggio, però, il velivolo vola a bassa velocità e ad alti coefficienti di portanza, in configurazioni che modificano profondamente sia il $C_{L,\max}$ sia la polare. Per dimensionare

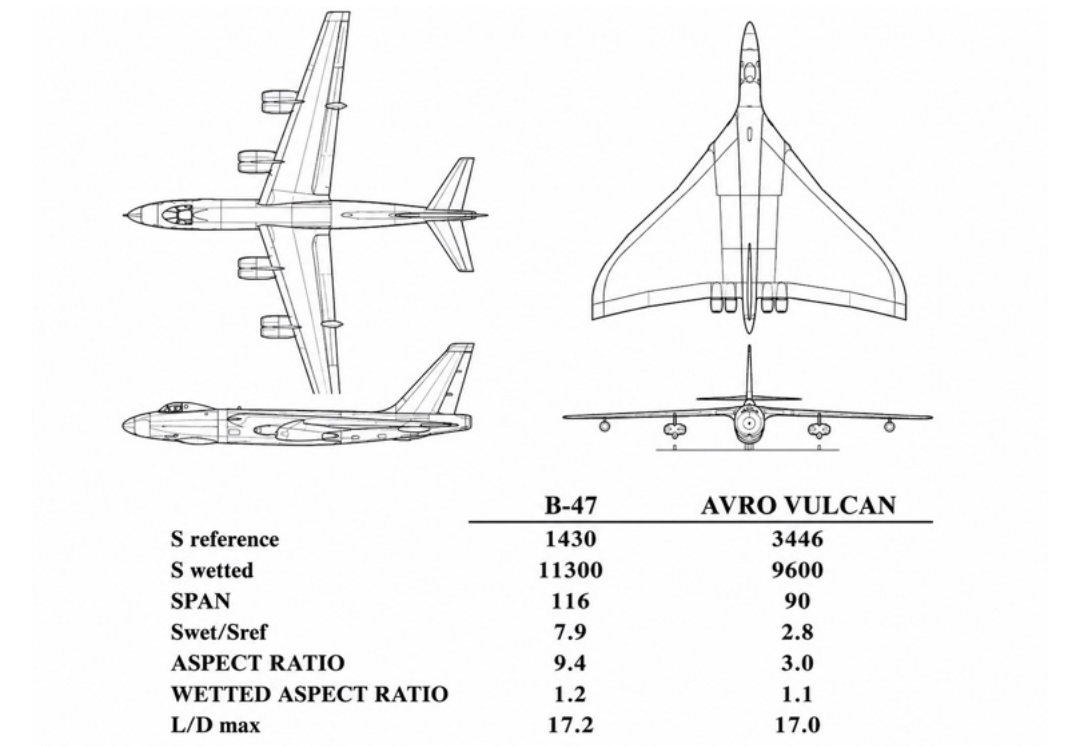


Figura 21 – Due configurazioni molto diverse — ala dritta ad alto allungamento e ala a delta a basso allungamento — con efficienze massime praticamente uguali, perché caratterizzate dallo stesso allungamento bagnato.

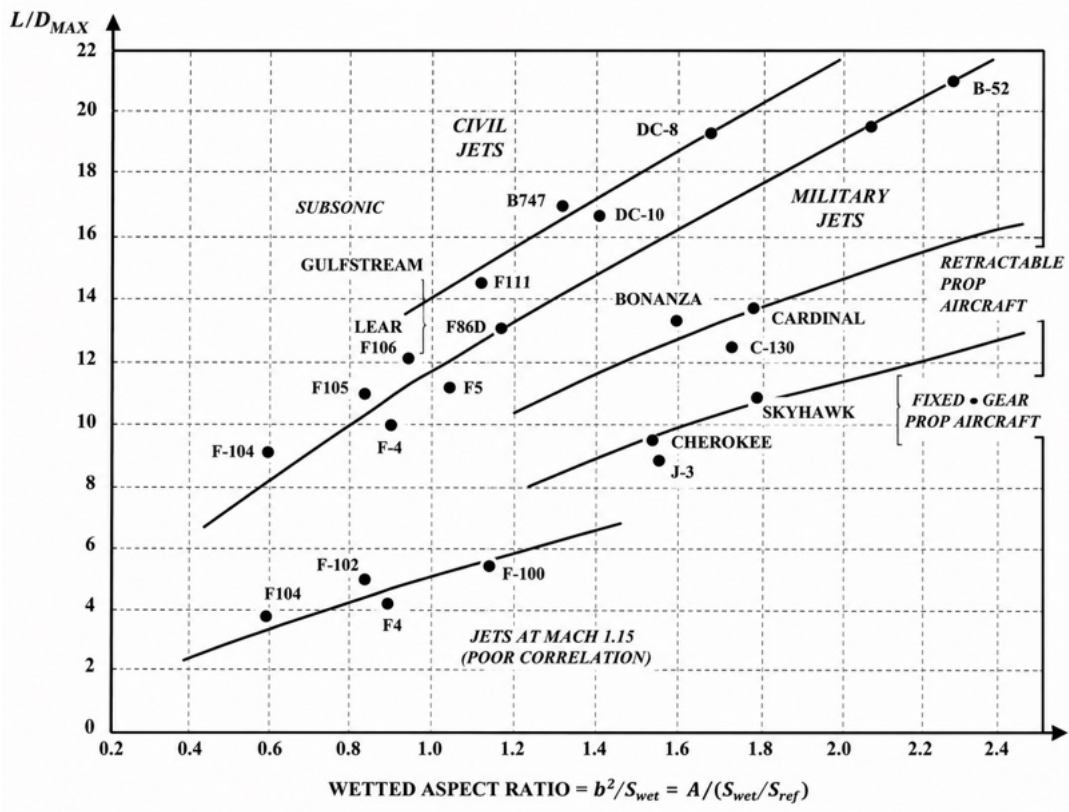


Figura 22 – Andamento dell'efficienza massima L/D_{max} in funzione dell'allungamento bagnato $AR_{wet} = b^2/S_{wet}$ per diverse famiglie di velivoli.

Tabella 6 – Dati riassuntivi di resistenza per alcuni velivoli: allungamento, polare parabolica, fattore di Oswald ed efficienza massima.

Velivolo	AR	S_{wet}/S	Polare $C_{D0} + KC_L^2$	e	E_{max}
Cessna 150	7,0	—	$0,0327 + 0,0592 C_L^2$	0,77	11,3
Cessna 172	7,5	3,7	$0,0281 + 0,0552 C_L^2$	0,77	12,7
Cessna 182	7,5	4,0	$0,0293 + 0,0506 C_L^2$	0,84	13,0
Cessna 310	7,3	4,6	$0,0263 + 0,0596 C_L^2$	0,73	12,6
Saab 340	11,0	—	$0,0285 + 0,0362 C_L^2$	0,80	15,6
DC 9-30	6,8	6,5	$0,0211 + 0,0450 C_L^2$	0,81	16,7
B 707-320	7,1	5,0	$0,0131 + 0,0650 C_L^2$	0,70	19,6
B 767	8,0	—	$0,0135 + 0,0592 C_L^2$	0,67	17,2
Learjet 25	5,0	5,6	$0,0260 + 0,0078 C_L^2$	0,82	10,9

le piste di decollo e di atterraggio occorre quindi definire le *caratteristiche aerodinamiche di bassa velocità*, e in particolare due elementi: la velocità di stallo (cioè il $C_{L,\text{max}}$ disponibile) e la polare di resistenza nella configurazione di interesse.

7.1 Velocità di stallo e $C_{L,\text{max}}$

In volo livellato la portanza eguaglia il peso, $L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L = W$. La minima velocità di volo si ottiene quando il velivolo sfrutta il massimo coefficiente di portanza disponibile, $C_{L,\text{max}}$, e prende il nome di *velocità di stallo*:

$$V_S = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L,\text{max}}}}. \quad (32)$$

La (32) mostra con immediatezza il ruolo cruciale del $C_{L,\text{max}}$: a parità di peso, superficie e quota, *aumentare* il $C_{L,\text{max}}$ *abbassa* la velocità di stallo (e quindi le velocità di decollo e di atterraggio, che a essa sono proporzionali), con benefici diretti sulla lunghezza delle piste. Poiché il $C_{L,\text{max}}$ del solo profilo “pulito” è limitato (tipicamente 1,3–1,6), per ottenere i valori elevati necessari alle basse velocità si ricorre agli *ipersostentatori* (*high-lift devices*), dispositivi mobili che incrementano temporaneamente la portanza massima dell’ala.

7.2 Tipologie di ipersostentatori

Gli ipersostentatori si dividono in due grandi famiglie a seconda del bordo dell’ala su cui agiscono, e operano secondo principi fisici differenti.

7.2.1 Ipersostentatori di bordo d’uscita (*trailing edge*)

Agiscono aumentando la curvatura (e in alcuni casi la superficie) dell’ala, traslando verso l’alto l’intera curva $C_L-\alpha$. I principali tipi, in ordine di crescente efficacia e complessità, sono:

Plain flap. Una porzione del bordo d’uscita ruota verso il basso, aumentando la curvatura del profilo. Semplice ma di efficacia limitata, perché la forte deflessione provoca presto la separazione del flusso sul dorso del flap.

Split flap. Solo la parte inferiore (ventrale) del bordo d’uscita si abbassa. Genera un incremento di portanza simile al plain flap ma con maggiore resistenza, utile soprattutto in atterraggio.

Slotted flap. Tra ala e flap deflesso si apre una fessura (*slot*) che convoglia aria ad alta energia dal ventre verso il dorso del flap, rienergizzando lo strato limite e ritardandone la separazione: il flap può così essere deflesso di più, con incrementi di portanza maggiori.

Fowler flap. Il flap, oltre a ruotare, *trasla* all'indietro su guide, aumentando sia la curvatura sia la *superficie alare*. È il più efficace, e nelle versioni *double-* e *triple-slotted Fowler* combina la traslazione con una o più fessure, raggiungendo i massimi incrementi di portanza.

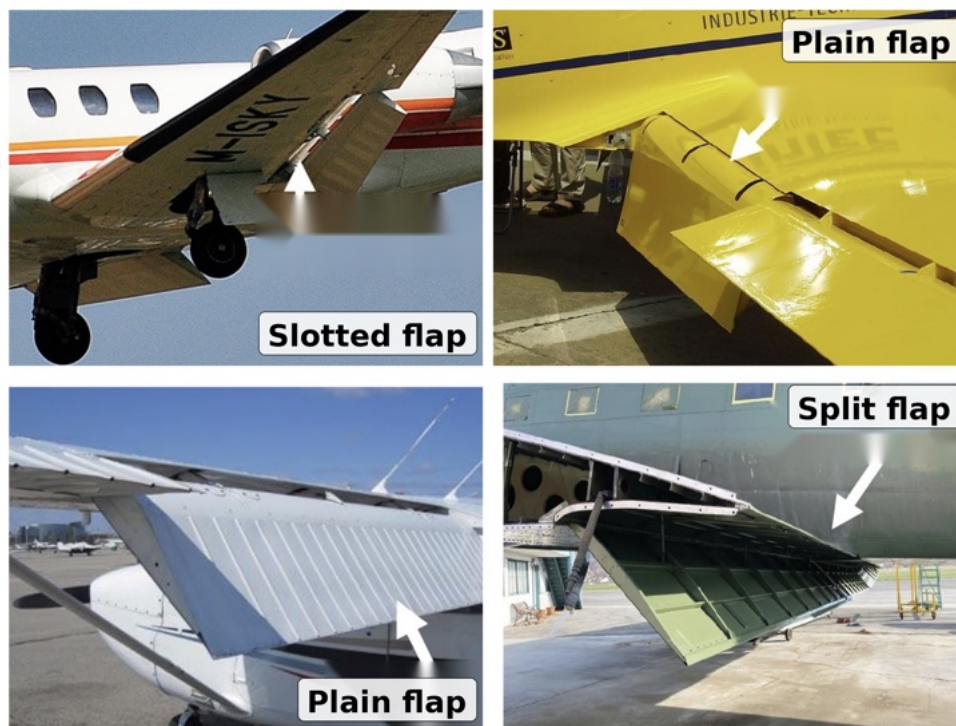


Figura 23 – Ipsosostentatori di bordo d’uscita (*trailing edge high-lift devices*): plain flap, split flap, slotted flap, Fowler flap e double-slotted Fowler flap. Le frecce indicano il flusso che attraversa le fessure.

7.2.2 Ipsosostentatori di bordo d’attacco (*leading edge*)

Agiscono sul bordo d’attacco e hanno lo scopo di *ritardare la separazione* al bordo d’attacco agli alti angoli d’incidenza, aumentando così l’angolo di stallo e il $C_{L,max}$ senza spostare sensibilmente verso l’alto la curva $C_L-\alpha$. I principali tipi sono:

Krueger flap. Una superficie alloggiata sul ventre del bordo d’attacco si estende in avanti e verso il basso, aumentando la curvatura nella regione anteriore.

Leading edge droop. L’intero bordo d’attacco si abbassa (“becco”), modificando dolcemente la curvatura locale.

Handley-Page slot. Una fessura fissa al bordo d’attacco convoglia aria dal ventre al dorso, rienergizzando lo strato limite anteriore.

Slat. È l’equivalente mobile dello *slot*: un’aletta che si stacca dal bordo d’attacco creando una fessura. Quando l’aletta è fissa si parla di *slot*, quando è mobile di *slat*.

7.3 Effetto sulla curva $C_L-\alpha$ e valori del CL_{max}

I due tipi di dispositivo agiscono in modo complementare sulla curva $C_L-\alpha$. I flap di bordo d’uscita aumentano la curvatura e *traslano verso l’alto* la curva (più portanza a parità di incidenza), ma tendono ad *anticipare* lo stallo, riducendo l’angolo di incidenza massimo. I

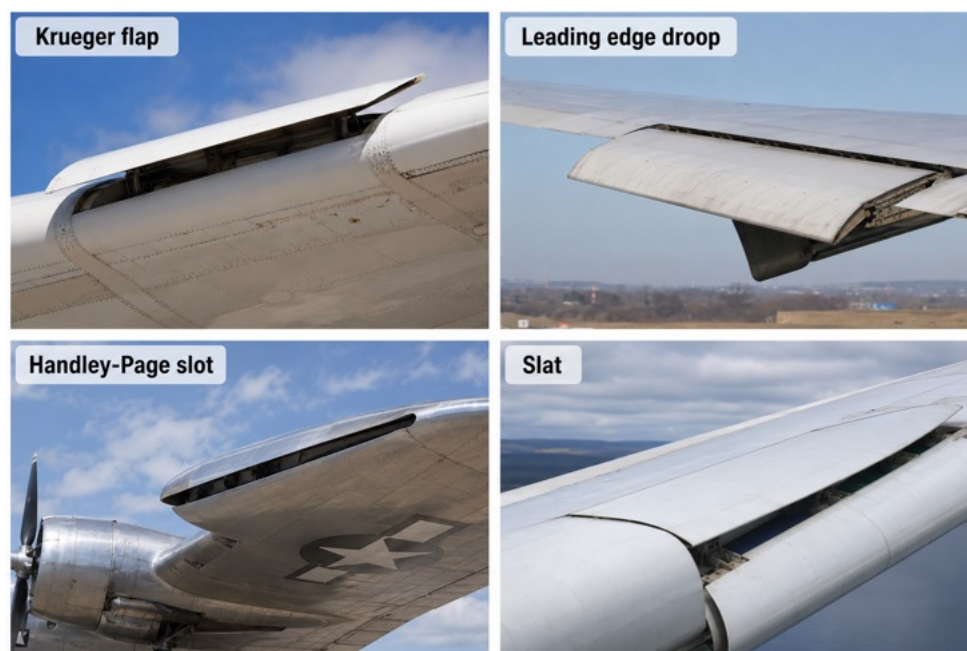


Figura 24 – Ipsosostentatori di bordo d’attacco (*leading edge high-lift devices*): Krueger flap, leading edge droop, Handley-Page slot e slat. Lo slat è l’equivalente mobile dello slot fisso.

dispositivi di bordo d’attacco, al contrario, *estendono* la parte lineare della curva verso angoli più elevati, ritardando lo stallo e quindi innalzando il $C_{L,max}$. La combinazione dei due — come negli aerei da trasporto moderni, che usano slat al bordo d’attacco e Fowler multi-fessura al bordo d’uscita — consente di raggiungere i valori di $C_{L,max}$ più alti.

La tabella seguente riporta valori tipici del $C_{L,max}$ (riferiti all’ala finita, 3D) per diverse combinazioni di ipsosostentatori e per le deflessioni tipiche di decollo e atterraggio. Si nota come il $C_{L,max}$ passi da circa 1,4–1,6 del semplice plain flap fino a oltre 3 delle configurazioni Fowler multi-fessura con slat.

Tabella 7 – Valori tipici del $C_{L,max}$ (3D) per diverse tipologie di ipsosostentatori e deflessioni di flap (rielaborata da Torenbeek, *Synthesis of Subsonic Airplane Design*, 1982).

High-lift device		Deflessione flap		$C_{L,max}$	
Trailing edge	Leading edge	Decollo	Atterr.	Decollo	Atterr.
Plain flap	—	20°	60°	1,40–1,60	1,70–2,00
Single-slotted flap	—	20°	40°	1,50–1,70	1,80–2,20
Fowler single-slotted flap	—	15°	40°	2,00–2,20	2,50–2,90
Fowler double-slotted flap	—	20°	50°	1,70–1,95	2,30–2,70
Fowler double-slotted flap	Slat	20°	50°	2,30–2,60	2,80–3,20
Fowler triple-slotted flap	Slat	20°	40°	2,40–2,70	3,20–3,50

7.4 La polare di bassa velocità: correzioni di C_{D0} ed e

In prima approssimazione si continua ad adottare il modello di polare parabolica anche per le configurazioni di bassa velocità, ma correggendone i parametri. La deflessione degli ipsosostentatori e l’estensione del carrello aumentano la resistenza parassita (un incremento ΔC_{D0}) e modificano il fattore di Oswald, perché alterano la distribuzione di portanza e la “pulizia”

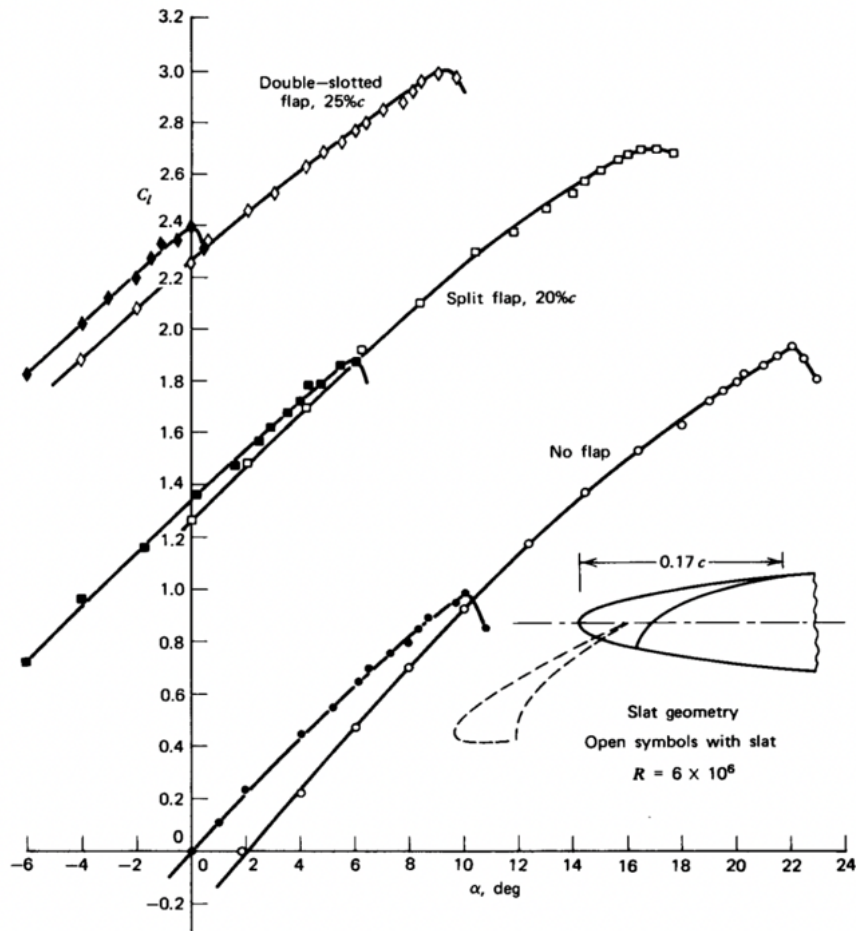


Figura 25 – Effetto della deflessione degli ipersostentatori sulla curva $C_L - \alpha$: i flap di bordo d'uscita traslano la curva verso l'alto; i dispositivi di bordo d'attacco (simboli aperti) ne estendono la parte lineare ad angoli maggiori, aumentando l'angolo di stallo.

aerodinamica. La polare corretta si scrive

$$C_D = (C_{D0} + \Delta C_{D0}) + \frac{C_L^2}{\pi AR e'}, \quad (33)$$

dove ΔC_{D0} raccoglie i contributi di flap e carrello ed e' è il fattore di Oswald della configurazione, ridotto rispetto a quello della polare pulita. La tabella seguente fornisce ordini di grandezza tipici per i velivoli da trasporto.

Tabella 8 – Incrementi del coefficiente di resistenza parassita e valori del fattore di Oswald per diverse configurazioni (rielaborata da Roskam, *Airplane Design, Part I*, 1997).

Configurazione	ΔC_{D0}	Fattore di Oswald e
Pulita (<i>clean</i>)	0	0,80–0,85
Flap di decollo	0,010–0,020	0,75–0,80
Flap di atterraggio	0,055–0,075	0,70–0,75
Carrello esteso	0,015–0,025	nessun effetto

7.4.1 Un modello empirico per la resistenza del carrello

In alternativa ai valori tabellati, l'incremento di resistenza parassita dovuto all'estensione del carrello può essere stimato, in via preliminare, con un modello empirico (Mair & Birdsall, *Aircraft Performance*, 1996):

$$\Delta C_{D0, \text{gear}} = \frac{W}{S} K_{uc} m_{\max}^{-0,215}, \quad (34)$$

dove W/S è il carico alare (in N/m²), $m_{\max}$ la massa massima del velivolo (in kg) e K_{uc} un fattore che dipende dalla deflessione degli ipersostentatori (e quindi dalla fase di volo). Trattandosi di una relazione empirica, il fattore K_{uc} “assorbe” le dimensioni residue necessarie a rendere adimensionale il risultato; i suoi valori sono:

Tabella 9 – Valori del fattore K_{uc} per la (34) (Mair & Birdsall, 1996).

K_{uc}	Deflessione flap	Fase di volo
$5,8 \cdot 10^{-5}$	nulla	rullaggio
$4,5 \cdot 10^{-5}$	intermedia*	decollo
$3,16 \cdot 10^{-5}$	piena	atterraggio

* valore interpolato tra quelli noti.

A titolo di riferimento, applicando la (34) a una serie di velivoli da trasporto commerciale si ottengono gli incrementi di resistenza parassita riportati nella tabella seguente: si osservi come, in proporzione, l'incremento dovuto al carrello diminuisca per i velivoli più grandi.

Tabella 10 – Incremento del coefficiente di resistenza parassita dovuto all'estensione del carrello, calcolato con la (34) per alcuni velivoli da trasporto.

Sigla	Modello	Rullaggio	Decollo	Atterr.
A319	Airbus A319	0,031	0,024	0,017
A320	Airbus A320	0,032	0,025	0,017
A321	Airbus A321	0,037	0,029	0,020
A332	Airbus A330-200	0,025	0,020	0,014
A333	Airbus A330-300	0,025	0,020	0,014
A359	Airbus A350-900	0,024	0,019	0,013
A388	Airbus A380-800	0,022	0,017	0,012
B734	Boeing 737-400	0,034	0,026	0,018
B737	Boeing 737-700	0,029	0,023	0,016
B738	Boeing 737-800	0,032	0,025	0,017
B739	Boeing 737-900	0,034	0,026	0,018
B744	Boeing 747-400	0,027	0,021	0,015
B748	Boeing 747-8	0,028	0,022	0,015
B772	Boeing 777-200ER	0,026	0,020	0,014
B77W	Boeing 777-300ER	0,029	0,023	0,016
B788	Boeing 787-8	0,024	0,019	0,013
B789	Boeing 787-9	0,026	0,020	0,014
E75L	Embraer E175 (LR)	0,031	0,024	0,017
E190	Embraer E190 (LR)	0,030	0,023	0,016
E195	Embraer E195 (LR)	0,030	0,024	0,017

8 La polare ad alta velocità: comprimibilità e resistenza d'onda

All'estremo opposto dell'involuppo di volo, alle alte velocità, il modello parabolico incontra il suo secondo limite. Trascurando la resistenza d'onda esso *sottostima* la resistenza alle velocità più elevate, con la conseguenza pratica di *sovrastimare* la velocità massima del velivolo. Per descrivere correttamente questo regime occorre introdurre gli effetti della comprimibilità.

8.1 Mach critico e Mach di divergenza

Anche quando il velivolo vola a Mach di volo subsonico ($M_\infty < 1$), l'accelerazione del flusso sul dorso dell'ala può portare localmente la corrente fino a velocità soniche e supersoniche. Si definiscono allora due Mach caratteristici:

Mach critico M_{cr} . È il Mach di volo a cui, per la prima volta, in un punto della superficie si raggiunge localmente $M = 1$. Al di sotto di M_{cr} il campo è ovunque subsonico e non vi è resistenza d'onda.

Mach di divergenza M_{DD} . Superato M_{cr} si forma sul dorso una “bolla” supersonica chiusa da un'onda d'urto; la resistenza, fino a quel punto pressoché costante, comincia a crescere rapidamente. Il M_{DD} individua l'inizio di questa crescita marcata e rappresenta l'effettivo limite aerodinamico operativo, assimilabile al Mach massimo operativo M_{mo} .

Vale sempre la catena di disuguaglianze

$$M_{cr} < M_{DD} < 1,0. \quad (35)$$

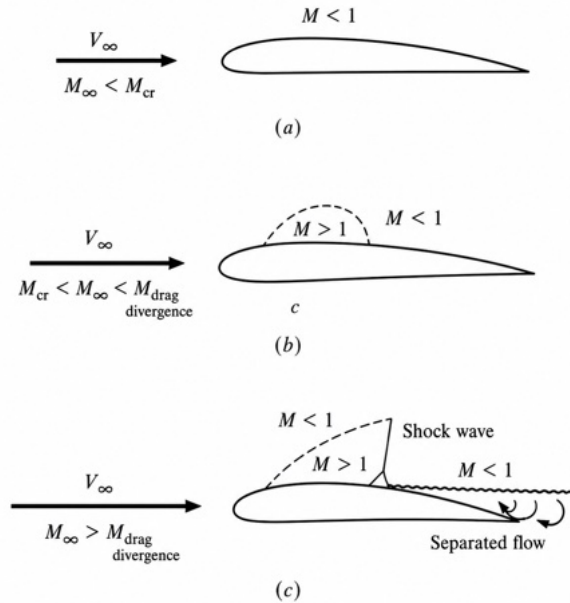


Figura 26 – Evoluzione del campo sul profilo al crescere del Mach di volo: (a) $M_\infty < M_{cr}$, flusso ovunque subsonico; (b) $M_{cr} < M_\infty < M_{DD}$, comparsa di una zona supersonica locale ($M > 1$); (c) $M_\infty > M_{DD}$, onda d'urto e separazione dello strato limite a valle.

8.2 Le definizioni di Mach di divergenza: Boeing e Douglas

La definizione operativa di M_{DD} non è univoca: due tra i maggiori costruttori adottano criteri diversi, basati rispettivamente sull'entità dell'incremento di resistenza e sulla sua pendenza. Conviene ricordare che il coefficiente di resistenza si esprime in *counts*, con 1 count = 0,0001.

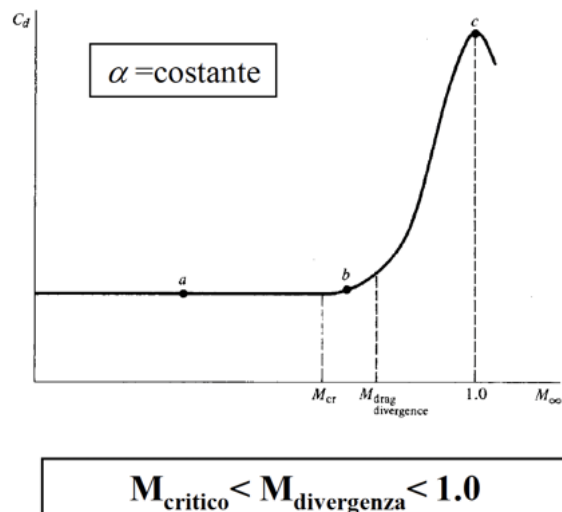


Figura 27 – Andamento del coefficiente di resistenza C_D in funzione del Mach di volo a incidenza costante: la resistenza resta quasi costante fino a M_{cr} , poi cresce; il punto di divergenza M_{DD} ne segna l'aumento marcato.

Criterio Boeing. M_{DD} è il Mach a cui la resistenza è cresciuta di $\Delta C_D = +20$ counts rispetto al livello incompressibile. Con questo criterio M_{DD} è generalmente prossimo al Mach di crociera.

Criterio Douglas. M_{DD} è il Mach a cui la pendenza della curva raggiunge $\partial C_D / \partial M = 0,10$; a quel punto l'incremento di resistenza è già di $\Delta C_D = +80 \div 100$ counts. Essendo un criterio più permissivo, individua un M_{DD} più elevato, generalmente prossimo al Mach massimo operativo M_{mo} .

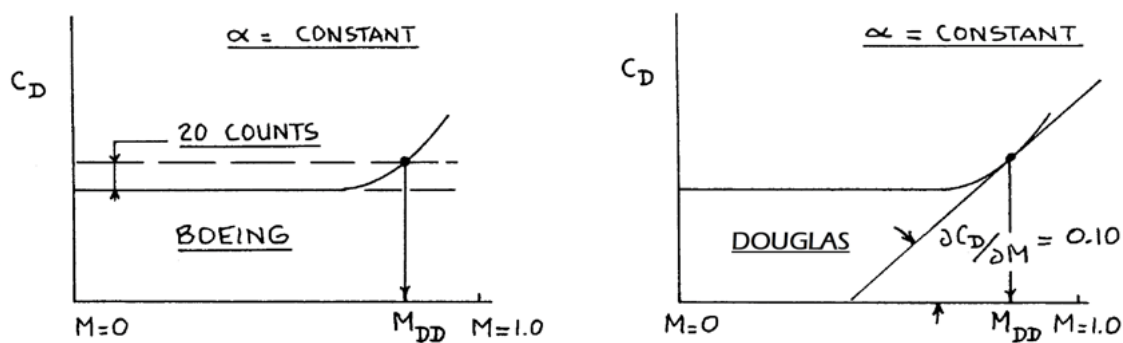


Figura 28 – Le due definizioni di Mach di divergenza: a sinistra il criterio Boeing ($\Delta C_D = +20$ counts), a destra il criterio Douglas ($\partial C_D / \partial M = 0,10$). Il criterio Douglas, più permissivo, individua un M_{DD} più elevato.

Dal Mach di crociera al Mach massimo operativo

Poiché il criterio Boeing colloca M_{DD} in prossimità del Mach di crociera e quello Douglas in prossimità del M_{mo} , la differenza fra i due Mach di divergenza coincide con il margine fra crociera e M_{mo} . In prima approssimazione si può assumere

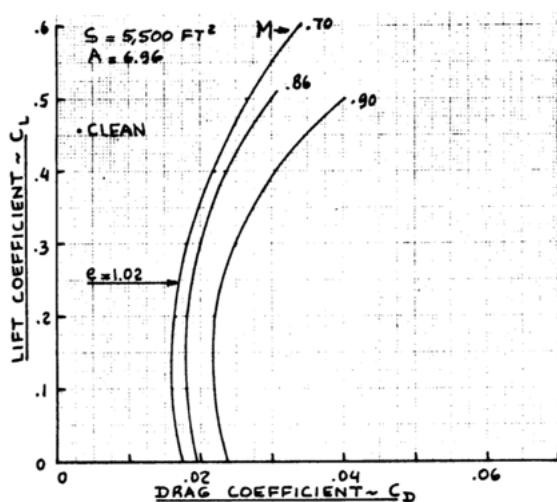
$$M_{mo} \approx M_{crociera} + 0,04 \div 0,06, \quad (36)$$

cioè un margine di qualche centesimo di Mach. (Si noti che l'incremento è espresso in unità di Mach: per un velivolo con $M_{crociera} \approx 0,80$ si ottiene $M_{mo} \approx 0,84-0,86$, in pieno accordo con i valori reali dei velivoli da trasporto.)

9 Esempi di polari reali

Per chiudere il cerchio, è istruttivo confrontare il modello parabolico con alcune polari *reali* di velivoli completi, ricavate da prove e dati di costruttore. Esse mostrano sia gli effetti della comprimibilità (famiglie di curve a Mach crescente) sia lo scostamento dal modello parabolico già discusso.

Un primo esempio è un grande velivolo da trasporto a getto in configurazione pulita ($S \approx 5500 \text{ ft}^2$, $AR \approx 6,96$, fattore di Oswald prossimo all'unità, $e \approx 1,02$): le polari, tracciate per Mach 0,70, 0,86 e 0,90, si “aprono” progressivamente verso destra al crescere del Mach, manifestazione diretta della resistenza d'onda crescente.



Boeing 747-200

Figura 29 – Polari reali di un grande velivolo da trasporto a getto in configurazione pulita ($S \approx 5500 \text{ ft}^2$, $AR \approx 6,96$, $e \approx 1,02$), tracciate a Mach 0,70, 0,86 e 0,90: l’apertura progressiva verso destra evidenzia la resistenza d’onda.

Un secondo esempio è un velivolo militare ad ala a freccia e basso allungamento ($S \approx 230 \text{ ft}^2$, $AR = 4,0$, freccia al bordo d’attacco $\Lambda_{LE} = 36^\circ$), anch’esso in configurazione pulita, con polari a Mach 0,5 e 0,9.

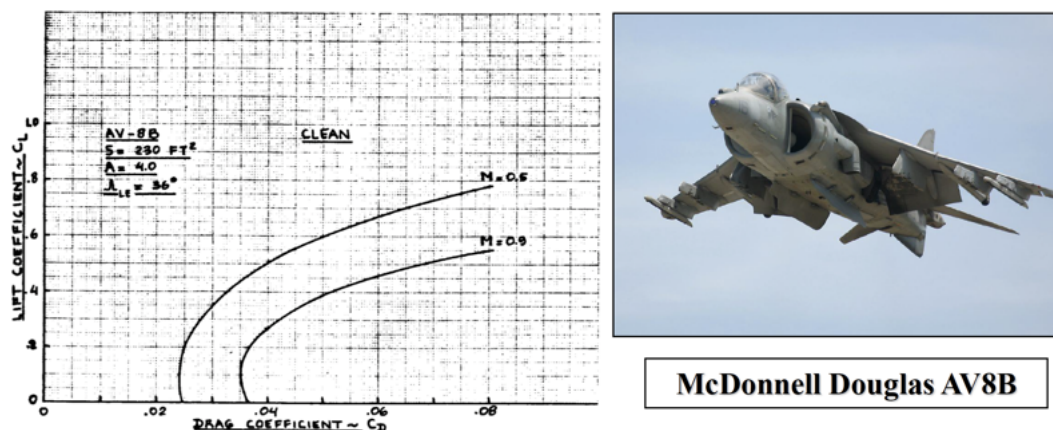


Figura 30 – Polari reali di un velivolo militare ad ala a freccia ($S \approx 230 \text{ ft}^2$, $AR = 4,0$, $\Lambda_{LE} = 36^\circ$) in configurazione pulita, a Mach 0,5 e 0,9.

Due promemoria da non dimenticare

Le polari reali confermano i due punti più importanti dell'intera trattazione. Primo: in generale il $C_{D,\min}$ non si raggiunge a $C_L = 0$, a differenza di quanto impone il modello parabolico. Secondo: il C_D non è una misura della resistenza, perché è un coefficiente adimensionale e non una forza; è invece il prodotto $C_D S$ a misurare la resistenza del velivolo (a quota e velocità fissate). Si ricordi infine che il coefficiente di resistenza si esprime in *counts* (1 count = 0,0001): esso è significativo fino alla quarta cifra decimale.

10 Sintesi

Il percorso compiuto può essere riassunto in pochi punti. La resistenza del velivolo nasce da forze di pressione e d'attrito e si organizza in quattro forme (attrito, scia, indotta, onda), le prime due raggruppate nella resistenza parassita. Sommando i contributi dei componenti — ai quali si aggiungono interferenza, escrescenze e la resistenza di equilibratura (*trim drag*), che la coda deportante scarica sull'ala costringendola a sostenere $L_W > W$ — si arriva alla polare parabolica $C_D = C_{D0} + C_L^2/(\pi AR e)$, definita da due soli parametri di sintesi: il coefficiente di resistenza a portanza nulla C_{D0} e il fattore di Oswald e . Questi parametri si stimano per via analitica (metodo del fattore di forma) o statistica (coefficiente d'attrito equivalente e area bagnata). L'area parassita equivalente $f = C_{D0} S$ fornisce una misura “assoluta” della resistenza, indipendente dalla scelta della superficie di riferimento, e l'efficienza massima $E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi AR e / C_{D0}}$ riassume in un numero la qualità aerodinamica complessiva, mostrando, attraverso l'allungamento bagnato, che ciò che conta è l'apertura rapportata alla superficie effettivamente bagnata.

Il modello parabolico, eccellente nella maggior parte dell'involuppo, va però corretto ai suoi estremi. Alle *basse velocità*, gli ipersostentatori di bordo d'uscita e d'attacco innalzano il $C_{L,\max}$ e abbassano la velocità di stallo, al prezzo di un incremento di resistenza parassita e di una riduzione del fattore di Oswald, di cui si tiene conto con opportune correzioni di C_{D0} ed e . Alle *alte velocità*, la comprimibilità introduce la resistenza d'onda: superato il Mach critico, la resistenza cresce fino al Mach di divergenza, vero limite aerodinamico operativo. Le polari reali, infine, ribadiscono che il minimo di resistenza non cade a $C_L = 0$ e che è il prodotto $C_D S$, non il solo C_D , a misurare davvero la resistenza del velivolo.