
COSTRUZIONI AERONAUTICHE
Struttura, costruzione, sistemi e impianti del mezzo aereo

Esame di Stato

Sessione suppletiva 2025

Soluzione commentata della prima parte

Il volo librato dell'aliante e il dimensionamento dell'albero del carrello

Una monografia didattica per le classi quinte dell'articolazione *Costruzione del mezzo aeronautico*: la prova è risolta passo passo, esplicitando e motivando tutte le ipotesi di lavoro — dalla scelta del fattore di Oswald al vincolo di stallo sull'assetto di minima discesa, dal triangolo delle velocità in presenza di vento alle ipotesi semplificative sul carrello. Tutti i valori numerici sono stati verificati in modo indipendente con uno script di calcolo.

Prof. Ing. Biagio Raucci
ITIS «E. Majorana» — Somma Vesuviana (NA)
Anno scolastico 2025/2026

Indice

1	La traccia in sintesi	2
2	Dati, conversioni e aria tipo	3
2.1	Dati e conversioni	3
2.2	Densità alla quota di volo (aria tipo ISA)	3
3	Il modello aerodinamico: la polare parabolica	3
3.1	Allungamento alare	3
3.2	L'ipotesi sul fattore di Oswald	3
4	Richiami: l'equilibrio del volo librato	4
5	Massima distanza: l'assetto di efficienza massima	5
5.1	Assetto caratteristico	5
5.2	Velocità e massima distanza	5
6	Massimo tempo: il vincolo di stallo	6
6.1	L'assetto teorico... che non esiste	6
6.2	Assetto di massima durata e massimo tempo	6
6.3	Quadro degli assetti caratteristici	7
7	Il volo in presenza di vento	7
7.1	Il triangolo delle velocità	7
7.2	Distanza e tempo di arrivo	7
8	Dimensionamento dell'albero del carrello anteriore	8
8.1	Le ipotesi semplificative	8
8.2	Carichi e sollecitazioni	9
8.3	Dimensionamento a flessione	9
8.4	Verifica del taglio	9
9	Quadro riassuntivo dei risultati	10
A	Schede di teoria	II
A.1	Aria tipo ISA (troposfera)	II
A.2	Assetti caratteristici del volo librato	II
A.3	Trave appoggiata con carico centrato	II
B	Varianti e analisi di sensibilità	II
B.1	Tempo di discesa con densità media	II
B.2	Sensibilità al fattore di Oswald	II
	Riferimenti	12

Pag. 1/2


 Sessione suppletiva 2025
 Seconda prova scritta

Ministero dell'istruzione e del merito
A061 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

 Indirizzo: ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA
 ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
 OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

Disciplina: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI DEL MEZZO AEREO

Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due soli quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

Un aliante ha le seguenti caratteristiche:

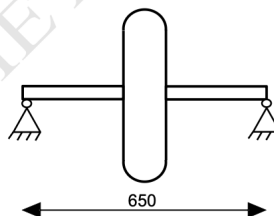
- Peso pari a 4,4 kN
- Superficie alare pari a 10 m²
- Apertura alare pari a 17 m
- Coefficiente di resistenza di profilo pari a 0,014
- Coefficiente di portanza massimo pari a 1,55.

Calcolare in queste condizioni e in assenza di vento, alla quota di 8000 ft, il massimo tempo per cui l'aliante può rimanere in volo e la massima distanza percorribile calcolando gli assetti caratteristici corrispondenti.

Successivamente, ad assetto $E_{\max}$, il velivolo si trova in presenza di un vento con $w = 0,3$ m/s (velocità verso l'alto), $u = 7,8$ m/s (vento contrario alla direzione di volo).

Determinare la nuova distanza massima raggiungibile e il relativo tempo di arrivo.

Eeguire, infine, facendo le dovute ipotesi semplificative e ipotizzando i dati mancanti, un dimensionamento di massima dell'albero del carrello anteriore (vedi schema disegno) ipotizzando in fase di atterraggio un fattore moltiplicativo del peso pari a 4,5 e un carico di rottura 350 Mpa.


1 La traccia in sintesi
Il tema ministeriale (sessione suppletiva 2025)

Un aliante ha le seguenti caratteristiche: peso $W = 4,4$ kN; superficie alare $S = 10$ m²; apertura alare $b = 17$ m; coefficiente di resistenza di profilo $C_{D0} = 0,014$; coefficiente di portanza massimo $C_{L,\max} = 1,55$.

Punto 1. Calcolare, in assenza di vento e alla quota di 8000 ft, il **massimo tempo** per cui l'aliante può rimanere in volo e la **massima distanza** percorribile, determinando gli **assetti caratteristici** corrispondenti.

Punto 2. Successivamente, ad assetto $E_{\max}$, il velivolo si trova in presenza di un vento con $w = 0,3$ m/s (verso l'alto) e $u = 7,8$ m/s (contrario alla direzione di volo). Determinare la nuova distanza massima raggiungibile e il relativo tempo di arrivo.

Punto 3. Eeguire, facendo le dovute ipotesi semplificative e ipotizzando i dati mancanti, un **dimensionamento di massima dell'albero del carrello anteriore** (interasse fra gli appoggi 650 mm), ipotizzando in atterraggio un fattore moltiplicativo del peso pari a 4,5 e un carico di rottura di 350 MPa.

La prova intreccia due anime della disciplina: la *meccanica del volo* (il volo librato, ossia il volo di discesa a motore spento, che per un alante è la condizione naturale) e le *costruzioni* (la verifica a flessione di un albero). Il filo conduttore, come sempre, è la capacità di *scegliere e dichiarare le ipotesi*: è proprio su questo che il tema insiste quando chiede di “fare le dovute ipotesi semplificative”.

Osservazione

Il tema nasconde un'insidia elegante, che scopriremo nella sezione 6: l'assetto *teorico* di minima velocità di discesa richiederebbe un coefficiente di portanza $C_L = 1,85$, superiore al $C_{L,\max} = 1,55$ dichiarato in traccia. Il dato del $C_{L,\max}$, dunque, non è decorativo: è un *vincolo attivo* che sposta l'assetto di massima durata sul limite di stallo. Chi applica le formule a memoria, senza controllare la fisica, cade nella trappola.

2 Dati, conversioni e aria tipo

2.1 Dati e conversioni

Raccogliamo i dati in unità SI. La quota va convertita da piedi a metri:

$$z = 8000 \text{ ft} \times 0,3048 \text{ m/ft} = 2438,4 \text{ m.} \quad (1)$$

Il peso è già espresso in newton: $W = 4400 \text{ N}$. Il carico alare, parametro che ritornerà in tutte le velocità, vale $W/S = 440 \text{ N/m}^2$: un valore molto basso, tipico proprio degli alanti, che consente di volare lenti e di “galleggiare” nelle correnti.

2.2 Densità alla quota di volo (aria tipo ISA)

Nella troposfera l'aria tipo prevede il gradiente termico $L = 0,0065 \text{ K/m}$; alla quota assegnata:

$$T = T_0 - Lz = 288,15 \text{ K} - 0,0065 \text{ K/m} \times 2438,4 \text{ m} = 272,30 \text{ K.} \quad (2)$$

La densità segue dalla legge dell'aria tipo,

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{RL} - 1} = 1,225 \text{ kg/m}^3 \times \left(\frac{272,30}{288,15} \right)^{4,256} = 0,963 \text{ kg/m}^3, \quad (3)$$

cui corrisponde una densità relativa $\delta = \rho/\rho_0 = 0,786$. A 8000 ft l'aria ha perso poco più di un quinto della sua densità: le velocità di volo, a parità di assetto, crescono del fattore $1/\sqrt{\delta} \simeq 1,13$ rispetto al livello del mare.

3 Il modello aerodinamico: la polare parabolica

3.1 Allungamento alare

L'allungamento si ricava da apertura e superficie:

$$\lambda = \frac{b^2}{S} = \frac{17^2}{10} = 28,9. \quad (4)$$

È un valore altissimo (un liner di linea si ferma a $\lambda \simeq 9 \div 10$), coerente con la missione dell'alante: ali lunghe e strette per abbattere la resistenza indotta, che è il prezzo aerodinamico della portanza.

3.2 L'ipotesi sul fattore di Oswald

La traccia fornisce il solo C_{D0} ; per chiudere la polare parabolica serve il fattore di Oswald e , che *non* è assegnato. È la prima ipotesi da dichiarare.

Ipotesi n. 1 — fattore di Oswald

Assumiamo $e = 0,9$, valore consueto nelle soluzioni delle prove d'esame e ben rappresentativo di un'ala ad alto allungamento, rastremata e priva di appendici, in configurazione pulita. In Appendice B.2 mostreremo che l'incertezza su e sposta i risultati finali di pochi punti percentuali: l'ipotesi è dichiarata, ragionevole e robusta.

La polare del velivolo è dunque

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda e} = 0,014 + \frac{C_L^2}{81,71}, \quad (5)$$

avendo calcolato $\pi \lambda e = \pi \times 28,9 \times 0,9 = 81,71$. Si noti quanto è “piccolo” il denominatore del termine indotto rispetto a un velivolo convenzionale: è l'alto allungamento che rende l'aliante così efficiente.

4 Richiami: l'equilibrio del volo librato

Un aliante in aria calma percorre una traiettoria rettilinea discendente, inclinata dell'angolo di rampa β rispetto all'orizzonte. Le forze in gioco sono tre: peso W , portanza L (ortogonale alla traiettoria) e resistenza D (parallela e opposta al moto). L'equilibrio lungo la traiettoria e ortogonalmente ad essa fornisce

$$L = W \cos \beta, \quad D = W \sin \beta. \quad (6)$$

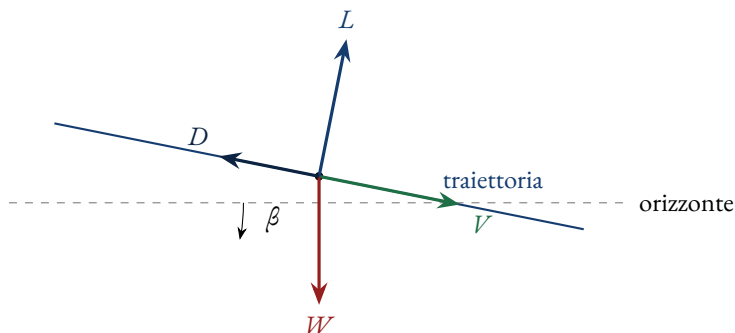


Figura 1. Equilibrio del volo librato: la portanza è ortogonale alla traiettoria, la resistenza le è opposta, il peso è verticale. L'angolo di rampa β è volutamente esagerato nel disegno: per un aliante efficiente vale poco più di un grado.

Dividendo membro a membro le (6) si ottiene il risultato più importante di tutto il volo librato:

$$\tan \beta = \frac{D}{L} = \frac{C_D}{C_L} = \frac{1}{E}. \quad (7)$$

Formula chiave

La pendenza della traiettoria di discesa dipende *solo* dall'efficienza aerodinamica: $\tan \beta = 1/E$. Ne discendono le due grandezze chieste dal tema. Partendo dalla quota z :

$$s = zE \quad (\text{distanza percorsa al suolo}), \quad t = \frac{z}{V_z} \quad (\text{durata della discesa}), \quad (8)$$

dove $V_z = V \sin \beta$ è la velocità discensionale. **Massima distanza** $\Rightarrow$ volare a $E_{\max}$. **Massimo tempo** $\Rightarrow$ volare all'assetto di minima V_z .

Poiché per i nostri numeri β risulterà dell'ordine di $1,5^\circ$, è pienamente lecita l'approssimazione dei piccoli angoli, $\cos \beta \simeq 1$: la portanza equilibra in pratica tutto il peso, $L \simeq W$, e la velocità sulla traiettoria coincide di

fatto con la sua componente orizzontale. Con questa approssimazione la velocità di volo a un generico assetto C_L si ricava dall'equazione di sostentamento:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}, \quad V_z = V \sin \beta \simeq V \frac{C_D}{C_L} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \frac{C_D}{C_L^{3/2}}. \quad (9)$$

Osservazione

L'ultima espressione della (9) è il cuore concettuale del problema: la velocità discensionale è minima quando è *massimo* il rapporto $C_L^{3/2}/C_D$, cioè il fattore $E\sqrt{C_L}$ (l'indice di quota, o fattore di potenza). Non è lo stesso assetto di $E_{\max}$: per scendere piano conviene volare *più lenti* e a C_L *più alto* di quanto convenga per andare lontano. Ogni pilota di aliante conosce questa distinzione: “velocità di minimo sink” contro “velocità di massima efficienza”.

5 Massima distanza: l'assetto di efficienza massima

5.1 Assetto caratteristico

Per la polare parabolica l'efficienza $E = C_L/C_D$ è massima quando la resistenza di profilo eguaglia quella indotta ($C_{D0} = C_L^2/\pi\lambda e$), da cui l'assetto caratteristico:

$$C_L^* = \sqrt{C_{D0} \pi\lambda e} = \sqrt{0,014 \times 81,71} = 1,070, \quad (10)$$

$$C_D^* = 2 C_{D0} = 0,028, \quad (11)$$

$$E_{\max} = \frac{C_L^*}{C_D^*} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi\lambda e}{C_{D0}}} = 38,2. \quad (12)$$

Verifichiamo subito la compatibilità fisica dell'assetto: $C_L^* = 1,070 < C_{L,\max} = 1,55$, dunque l'assetto di massima efficienza è raggiungibile senza stallare. L'angolo di rampa minimo vale $\beta_{\min} = \arctan(1/38,2) = 1,5^\circ$: una discesa dolcissima, quasi un volo orizzontale.

5.2 Velocità e massima distanza

La velocità corrispondente, alla quota di 8000 ft:

$$V^* = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L^*}} = \sqrt{\frac{2 \times 4400}{0,963 \times 10 \times 1,070}} = 29,2 \text{ m/s} \simeq 105 \text{ km/h}, \quad (13)$$

con velocità discensionale $V_z^* = V^*/E_{\max} = 29,2/38,2 = 0,765 \text{ m/s}$.

La massima distanza percorribile in aria calma non dipende né dalla densità né dal peso, ma solo dalla geometria della traiettoria:

$$s_{\max} = z E_{\max} = 2438,4 \text{ m} \times 38,2 = 93,1 \text{ km}. \quad (14)$$

Osservazione

Che $s_{\max}$ non dipenda dalla quota *attraverso la densità* è un fatto notevole: scendendo, l'aria più densa riduce la velocità di volo ma nella stessa proporzione riduce la velocità di discesa, e la pendenza $1/E$ resta identica. Il tempo di discesa, invece, dalla densità dipende eccome: lo vedremo tra un attimo.

6 Massimo tempo: il vincolo di stallo

6.1 L'assetto teorico... che non esiste

Massimizzare la durata significa minimizzare V_z , cioè massimizzare $E\sqrt{C_L}$. Per la polare parabolica l'ottimo *analitico* si ha quando la resistenza indotta è tripla di quella di profilo:

$$C_L^{(w)} = \sqrt{3 C_{D0} \pi \lambda e} = \sqrt{3} C_L^* = 1,853. \quad (15)$$

Il vincolo di stallo è attivo

Il valore richiesto $C_L^{(w)} = 1,853$ è **superiore** al massimo coefficiente di portanza del velivolo, $C_{L,\max} = 1,55$. L'assetto teorico di minima discesa *non è fisicamente raggiungibile*: prima di arrivarci, l'ala stalla. Il dato del $C_{L,\max}$ fornito in traccia serve esattamente a questo.

Come si risolve, allora, il problema di ottimo? Con un ragionamento di monotonia. Dalla (9), $V_z(C_L)$ è una funzione che decresce per $C_L < C_L^{(w)}$ e cresce oltre: il suo minimo libero cadrebbe in $C_L^{(w)}$. Se il dominio ammissibile è limitato a $C_L \leq C_{L,\max} < C_L^{(w)}$, ci troviamo interamente nel tratto decrescente: il minimo *vincolato* si trova quindi sul bordo del dominio, cioè esattamente a $C_L = C_{L,\max}$. In altre parole: per scendere il più piano possibile, questo aliante deve volare al limite dello stallo.

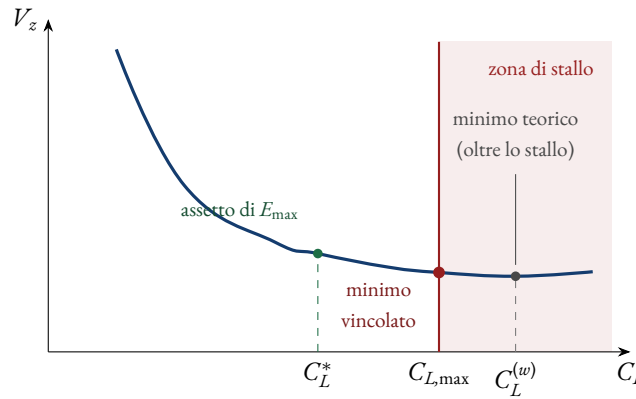


Figura 2. Velocità discensionale in funzione del coefficiente di portanza. L'ottimo libero cadrebbe a $C_L^{(w)} = \sqrt{3} C_L^* = 1,853$, oltre il limite di stallo (zona rossa): il minimo raggiungibile si trova quindi sul bordo, a $C_L = C_{L,\max} = 1,55$.

6.2 Assetto di massima durata e massimo tempo

Valutiamo dunque tutte le grandezze a $C_L = C_{L,\max} = 1,55$:

$$C_D = 0,014 + \frac{1,55^2}{81,71} = 0,0434, \quad E = \frac{1,55}{0,0434} = 35,7, \quad (16)$$

$$V = \sqrt{\frac{2 \times 4400}{0,963 \times 10 \times 1,55}} = 24,3 \text{ m/s} \simeq 87 \text{ km/h}, \quad (17)$$

$$V_z^{\min} = V \frac{C_D}{C_L} = 24,3 \times \frac{0,0434}{1,55} = 0,680 \text{ m/s}. \quad (18)$$

Coerenza: $V_z^{\min} = 0,680 \text{ m/s} < V_z^* = 0,765 \text{ m/s}$, come deve essere. Il massimo tempo di volo, mantenendo per semplicità la densità della quota iniziale (ipotesi dichiarata e discussa subito sotto), vale

$$t_{\max} = \frac{z}{V_z^{\min}} = \frac{2438,4}{0,680} = 3586 \text{ s} \simeq 60 \text{ min}. \quad (19)$$

Osservazione — sulla densità “congelata”

Durante la discesa l'aria si infittisce e, a parità di assetto, la velocità discensionale diminuisce come $1/\sqrt{\rho}$: usare la densità di quota per tutta la planata *sottostima* il tempo, ed è quindi una scelta conservativa, oltre che coerente con la lettera della traccia (“in queste condizioni... alla quota di 8000 ft”). Un raffinamento con la densità media del tratto di discesa porta $t_{\max}$ a circa 64 min: il conto è svolto in Appendice B.1.

6.3 Quadro degli assetti caratteristici

	Massima distanza (assetto di $E_{\max}$)	Massimo tempo (assetto vincolato a $C_{L,\max}$)
C_L	1,070	1,55
C_D	0,028	0,0434
E	38,2	35,7
V [m/s]	29,2	24,3
V_z [m/s]	0,765	0,680
Risultato	$s_{\max} = 93,1$ km	$t_{\max} \simeq 60$ min

Tabella 1. Assetti caratteristici del volo librato in aria calma alla quota di 8000 ft.

7 Il volo in presenza di vento**7.1 Il triangolo delle velocità**

La traccia impone ora l'assetto di $E_{\max}$ e introduce un vento con componente ascensionale $w = 0,3$ m/s e componente orizzontale $u = 7,8$ m/s contraria al moto. Il punto concettuale è questo: *l'aerodinamica vive nell'aria, la navigazione vive al suolo*. L'assetto, le forze, l'efficienza e quindi le componenti della velocità *rispetto all'aria* non cambiano affatto; ciò che cambia è la velocità rispetto al terreno, che si ottiene sommando vettorialmente al moto nell'aria la velocità dell'aria stessa.

Rispetto all'aria, all'assetto di $E_{\max}$ e a 8000 ft (sezione 5):

$$V_x^{\text{aria}} = V^* \cos \beta_{\min} = 29,2 \text{ m/s}, \quad V_z^{\text{aria}} = \frac{V^*}{E_{\max}} = 0,765 \text{ m/s}. \quad (20)$$

Rispetto al suolo, il vento contrario sottrae u alla componente orizzontale e l'ascendenza sottrae w alla discesa:

$$V_x^{\text{suolo}} = V_x^{\text{aria}} - u = 29,2 - 7,8 = 21,4 \text{ m/s}, \quad (21)$$

$$V_z^{\text{suolo}} = V_z^{\text{aria}} - w = 0,765 - 0,3 = 0,465 \text{ m/s}. \quad (22)$$

7.2 Distanza e tempo di arrivo

L'efficienza *equivalente rispetto al suolo* diventa

$$E' = \frac{V_x^{\text{suolo}}}{V_z^{\text{suolo}}} = \frac{21,4}{0,465} = 46,0, \quad (23)$$

e le due grandezze richieste seguono come nel caso in aria calma:

$$t' = \frac{z}{V_z^{\text{suolo}}} = \frac{2438,4}{0,465} = 5241 \text{ s} \simeq 87,4 \text{ min}; \quad s' = z E' = V_x^{\text{suolo}} t' \simeq 112,3 \text{ km}. \quad (24)$$

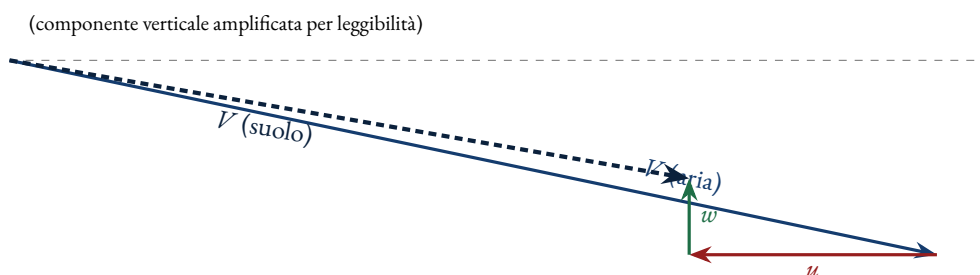


Figura 3. Triangolo delle velocità: alla velocità rispetto all'aria (assetto di $E_{\max}$, invariato) si sommano vettorialmente le componenti del vento. Il vento contrario riduce l'avanzamento, ma l'ascendenza riduce la discesa: il rapporto fra i due effetti decide il segno del bilancio.

Osservazione — un risultato controintuitivo

Nonostante un vento contrario tutt'altro che trascurabile ($7,8 \text{ m/s} \simeq 28 \text{ km/h}$), la distanza raggiungibile *aumenta*: da 93 a 112 km. Il motivo è nei numeri: il vento contrario taglia l'avanzamento del 27%, ma la debole ascendenza di appena $0,3 \text{ m/s}$ taglia la discesa netta del 39% (da $0,765$ a $0,465 \text{ m/s}$). In un velivolo così efficiente, che scende pianissimo, la componente verticale del vento “pesa” molto più di quella orizzontale. È la fisica su cui è costruito l'intero volo a vela.

Approfondimento — e se l'assetto fosse libero?

La traccia *impone* l'assetto di $E_{\max}$. In generale, con vento contrario, l'assetto che massimizza la distanza al suolo non è $E_{\max}$ ma un assetto leggermente più veloce: graficamente, sulla odografa del moto, la tangente va condotta non dall'origine ma dal punto rappresentativo del vento. È il principio della *speed-to-fly* (teoria di MacCready) che i piloti di aliante applicano con l'anello calcolatore sul variometro. Un ottimo spunto per la discussione orale.

8 Dimensionamento dell'albero del carrello anteriore

8.1 Le ipotesi semplificative

La traccia chiede esplicitamente di dichiarare le ipotesi e di stimare i dati mancanti. Ecco le nostre scelte, motivate una per una.

Ipotesi n. 2 — schema statico e ripartizione del carico

1. Dal disegno della traccia, l'albero (l'asse della ruota) si schematizza come **trave appoggiata–appoggiata** su un interasse $\ell = 650 \text{ mm}$, con la ruota — e quindi la reazione del suolo — in mezzzeria: è la condizione di momento flettente massimo.
2. L'aliante ha il classico **carrello monotraccia**: in atterraggio l'intero peso si scarica sulla ruota principale. Cautelativamente attribuiamo all'albero *tutto* il carico, senza ripartizioni con pattini o ruotini.
3. Il carico di atterraggio è il peso amplificato dal fattore assegnato: $P = n W$ con $n = 4,5$. Trattandosi di un fattore d'urto già amplificato e di un *carico di rottura* (non di snervamento), eseguiamo la verifica **a robustezza** confrontando direttamente la tensione massima con $\sigma_r = 350 \text{ MPa}$, tipica di un acciaio da costruzione bonificato di media resistenza.
4. Sezione dell'albero **circolare piena** di diametro d , costante lungo la campata; si trascurano gli intagli e i cambi di sezione ai cuscinetti (dimensionamento di massima).

8.2 Carichi e sollecitazioni

Il carico concentrato in mezzzeria vale

$$P = n W = 4,5 \times 4400 \text{ N} = 19,8 \text{ kN.} \quad (25)$$

Per la trave appoggiata con carico centrato, le reazioni valgono $P/2$ e il momento flettente massimo, in mezzzeria:

$$M_{f,\max} = \frac{P \ell}{4} = \frac{19\,800 \times 0,650}{4} = 3218 \text{ N m.} \quad (26)$$

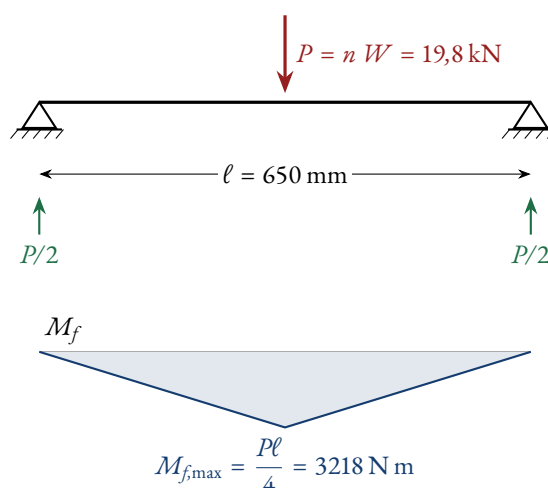


Figura 4. Schema statico dell'albero del carrello: trave su due appoggi con la reazione della ruota in mezzzeria, e relativo diagramma del momento flettente.

8.3 Dimensionamento a flessione

Per la sezione circolare piena il modulo di resistenza a flessione è $W_f = \pi d^3/32$; imponendo $\sigma = M_{f,\max}/W_f \leq \sigma_r$ e risolvendo per il diametro:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{f,\max}}{\pi \sigma_r}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 3218}{\pi \times 350 \times 10^6}} = 45,4 \text{ mm.} \quad (27)$$

Formula chiave

Si adotta il diametro commerciale

$$d = 46 \text{ mm,} \quad (28)$$

cui corrisponde $W_f = 9,56 \text{ cm}^3$, una tensione massima $\sigma = 337 \text{ MPa}$ e quindi un margine di sicurezza $MS = \sigma_r/\sigma - 1 \simeq 0,04$ rispetto alla rottura, in aggiunta al fattore d'urto $n = 4,5$ già inglobato nei carichi.

8.4 Verifica del taglio

Completiamo con scrupolo professionale: il taglio massimo vale $T = P/2 = 9,9 \text{ kN}$ (attenzione: qui T indica il taglio, secondo la convenzione italiana, non la trazione) e per la sezione circolare la tensione tangenziale massima è

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{T}{A} = \frac{4}{3} \times \frac{9900}{\pi \times 0,046^2/4} \simeq 7,9 \text{ MPa,} \quad (29)$$

pari ad appena il 2,4% della tensione normale di flessione: come sempre nelle travi snelle, il taglio non governa il dimensionamento, ma *va verificato*, non ignorato a priori.

9 Quadro riassuntivo dei risultati

Richiesta	Assetto / ipotesi	Risultato
Massimo tempo (aria calma)	$C_L = C_{L,\max} = 1,55$ (vincolo di stallo)	$t_{\max} \simeq 60$ min
Massima distanza (aria calma)	$E_{\max} = 38,2$ a $C_L^* = 1,070$	$s_{\max} = 93,1$ km
Distanza con vento	assetto $E_{\max}$; $u = 7,8$; $w = 0,3$ m/s	$s' = 112,3$ km
Tempo di arrivo con vento	$V_z^{\text{suolo}} = 0,465$ m/s	$t' \simeq 87,4$ min
Albero carrello	$n = 4,5$; $\sigma_r = 350$ MPa; $\ell = 650$ mm	$d = 46$ mm

Tabella 2. Sintesi dei risultati della prima parte.

Per lo studio individuale

Rifate l'intera prova cambiando una sola ipotesi per volta: $e = 0,85$ oppure $0,95$ (Appendice B.2); densità media nella discesa (Appendice B.1); vento solo orizzontale ($w = 0$). Osservare *come* e *quanto* si spostano i risultati è il modo migliore per capire quali ipotesi sono davvero critiche e quali no: esattamente ciò che la commissione vuole sentire al colloquio.

A Schede di teoria

A.1 Aria tipo ISA (troposfera)

Scheda A.1 — Aria tipo

$$T = T_0 - Lz, \quad \rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{RL} - 1}, \quad \frac{g}{RL} - 1 = 4,256,$$

con $T_0 = 288,15 \text{ K}$, $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $L = 0,0065 \text{ K/m}$, $R = 287,05 \text{ J/(kg K)}$.

A.2 Assetti caratteristici del volo librato

Scheda A.2 — Polare parabolica e assetti

Polare: $C_D = C_{D0} + C_L^2/(\pi\lambda e)$, con $\lambda = b^2/S$.

Assetto	C_L	C_D	significato
$E_{\max}$	$\sqrt{C_{D0} \pi\lambda e}$	$2C_{D0}$	minima pendenza, massima distanza
$(E\sqrt{C_L})_{\max}$	$\sqrt{3C_{D0} \pi\lambda e}$	$4C_{D0}$	minima discesa, massima durata

Con $E_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi\lambda e/C_{D0}}$, $s = zE$, $t = z/V_z$, $V_z \simeq \sqrt{2W/(\rho S)} C_D/C_L^{3/2}$.

Regola pratica: prima di adottare un assetto teorico, verificare *sempre* che il suo C_L non superi $C_{L,\max}$; in caso contrario l'ottimo vincolato si trova a $C_L = C_{L,\max}$.

A.3 Trave appoggiata con carico centrato

Scheda A.3 — Flessione dell'albero

$$M_{f,\max} = \frac{P\ell}{4}, \quad W_f = \frac{\pi d^3}{32}, \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{f,\max}}{\pi \sigma_{\text{amm}}}}, \quad \tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{T}{A}.$$

B Varianti e analisi di sensibilità

B.1 Tempo di discesa con densità media

Un raffinamento naturale consiste nel valutare la velocità discensionale con la densità media del tratto di planata, $\rho_m = (\rho_0 + \rho_z)/2 = 1,094 \text{ kg/m}^3$. All'assetto vincolato $C_L = C_{L,\max}$:

$$V_z^{\min}(\rho_m) = \sqrt{\frac{2W}{\rho_m S C_{L,\max}}} \frac{C_D}{C_{L,\max}} = 0,638 \text{ m/s} \Rightarrow t_{\max} = \frac{2438,4}{0,638} = 3823 \text{ s} \simeq 64 \text{ min.} \quad (30)$$

La differenza rispetto al calcolo a densità “congelata” ($\simeq 60 \text{ min}$) è del 7% circa: entrambe le risposte sono pienamente accettabili in sede d'esame, purché — come sempre — l'ipotesi sia dichiarata.

B.2 Sensibilità al fattore di Oswald

L'unico dato realmente “inventato” della soluzione è $e = 0,9$. La tabella mostra come cambierebbero i risultati principali con le scelte alternative più comuni.

e	$E_{\max}$	$s_{\max}$ [km]	$V_z^{\min}$ [m/s]	$t_{\max}$ [min]
0,85	37,1	90,5	0,707	57,5
0,90	38,2	93,1	0,680	59,8
0,95	39,2	95,7	0,656	62,0

Tabella 3. Sensibilità dei risultati al fattore di Oswald (assetto di massimo tempo sempre vincolato a $C_{L,\max}$).

Una variazione di $\pm 0,05$ su e sposta distanza e tempo di circa il 3%: l'architettura della soluzione — e in particolare il vincolo di stallo, poiché $\sqrt{3C_{D0}}\pi\lambda e > C_{L,\max}$ per qualunque e della tabella — resta identica. È il segno che l'ipotesi era ben posta.

Riferimenti

- J. D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*, McGraw–Hill — volo librato e assetti caratteristici.
- T. H. G. Megson, *Aircraft Structures for Engineering Students*, 4^a ed. — flessione e taglio nelle travi.
- *Manuale di Aerotecnica, Strutture e Impianti*, ITIS «A. Volta», Alessandria, ed. 2024 — odografa del moto e volo librato in aria non immobile.
- Serie Raucci, monografie di *Meccanica del volo* e raccolte delle soluzioni delle prove d'Esame di Stato (sessioni 2015–2026).