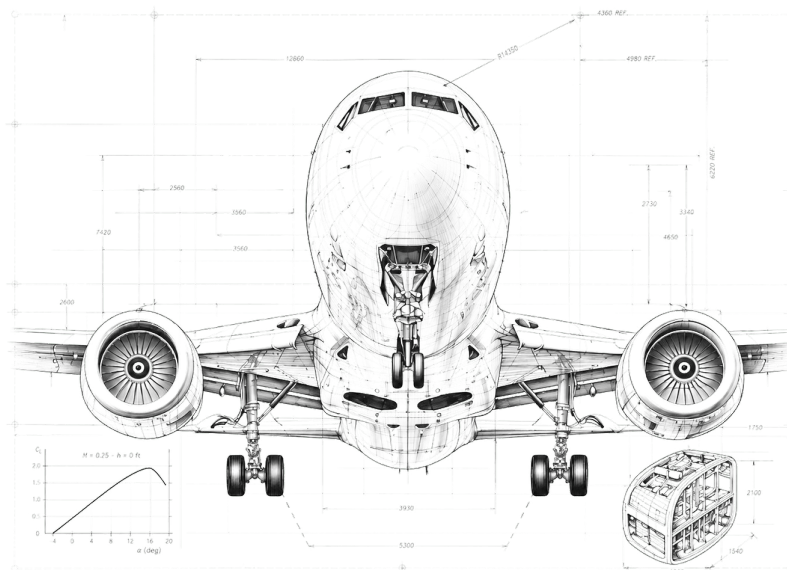


Esame di Stato 2026

Sessione suppletiva — Prima parte

A061 — Struttura, costruzione, sistemi e impianti del mezzo aereo

ITCT Trasporti e Logistica — Costruzione del mezzo — Costruzioni aeronautiche



Soluzione ragionata, commentata e verificata numericamente

Catena di comando dell'equilibratore · barra di torsione · richiamata

Indice

1	Il tema: lettura guidata e strategia risolutiva	2
2	Ipotesi aggiuntive e loro motivazione	3
2.1	Categoria del velivolo e fattore di carico	3
2.2	Forza del pilota	3
2.3	Geometria della catena di comando	3
2.4	Materiali	4
2.5	Aerodinamica (per il punto 4)	4
3	Punto 1 — Lo schema cinematico del comando	4
4	Punto 2 — Dimensionamento di massima della catena	5
4.1	Flusso delle forze: dalla mano del pilota alla barra	5
4.2	Aste orizzontali: carico di punta (Eulero)	5
4.3	Asta verticale	5
4.4	Perni delle squadrette	6
4.5	La barra di torsione	6
4.5.1	Sollecitazioni di calcolo	6
4.5.2	Dimensionamento a flessione-torsione (von Mises)	6
5	Punto 3 — Diagrammi di sollecitazione sulla barra	7
6	Punto 4 — La richiamata	8
6.1	Impostazione	8
6.2	Dati in unità coerenti	9
6.3	Raggio di richiamata	9
6.4	Spinta necessaria	9
7	Quadro riassuntivo dei risultati	10
8	Per esercitarsi: tre varianti sul tema	10
A	Richiami di teoria: la cassetta degli attrezzi	10
A.1	Leve e rapporti di trasmissione	10
A.2	Carico di punta: la trave di Eulero	11
A.3	Contingenza e robustezza	11
A.4	Diagrammi di sollecitazione di una trave appoggiata	11
A.5	Torsione dei tubi circolari e flessione-torsione	11
A.6	La richiamata e la polare parabolica	12
B	Soluzione completa delle varianti	12
	Nota metodologica	13

Pag. 1/2



Sessione suppletiva 2026
Seconda prova scritta



Ministero dell'Istruzione e del Merito

A061 - ESAME DI MATURITÀ

Indirizzo: ITCT – TRASPORTI E LOGISTICA
ARTICOLAZIONE COSTRUZIONE DEL MEZZO
OPZIONE COSTRUZIONI AERONAUTICHE

(Testo valevole anche per l'indirizzo quadriennale IT57)

Disciplina: STRUTTURA, COSTRUZIONE, SISTEMI E IMPIANTI DEL MEZZO AEREO

Il candidato svolga il tema indicato nella prima parte e risponda a due soli quesiti tra i quattro proposti nella seconda parte.

PRIMA PARTE

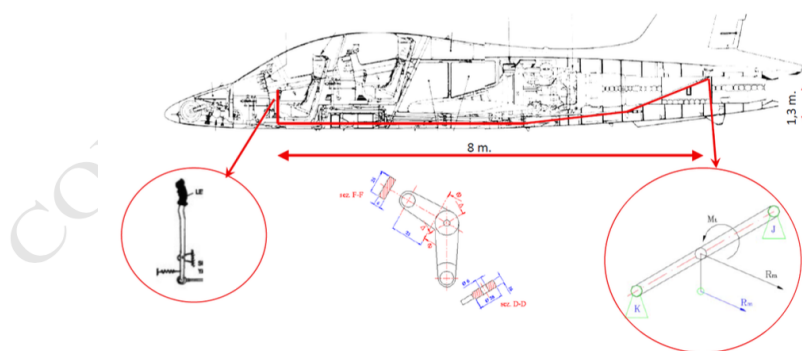
Sia dato un velivolo motoelica dalle seguenti caratteristiche:

- MTOW = 4000 Kg
- Superficie alare $S = 18,10 \text{ m}^2$
- apertura alare $b = 10,50 \text{ m}$
- $C_{D0} = 0,028$

Il candidato, assumendo ragionevoli ipotesi per gli ulteriori dati necessari e motivandone le scelte:

- esegua uno schema cinematico dal punto di applicazione della forza da parte del pilota sulla cloche alla barra di torsione del timone di profondità;
- esegua un dimensionamento di massima del sistema di trasmissione del comando dell'equilibratore compresa la barra di torsione finale, rappresentando i risultati con opportuni disegni schematici, ipotizzando una forza applicata al comando della cloche di 280 N;
- tracci i diagrammi del taglio, momento flettente e momento torcente che agiscono sulla barra di torsione.

Calcoli, infine, il raggio e la spinta necessaria se esegue una richiamata alla velocità di 380 kts, alla quota di 3500 m, con fattore di carico 4.



1 Il tema: lettura guidata e strategia risolutiva

La prova propone un velivolo motoelica di cui sono note quattro grandezze:

Grandezza	Simbolo	Valore	Note
Massa massima al decollo	MTOW	4000 kg	$Q = \text{MTOW} \cdot g = 39\,240 \text{ N}$
Superficie alare	S	$18,10 \text{ m}^2$	
Apertura alare	b	$10,50 \text{ m}$	$AR = b^2/S = 6,09$
Coeff. di resistenza parassita	C_{D0}	0,028	polare parabolica

Il candidato deve poi svolgere quattro compiti tra loro concatenati:

1. tracciare lo *schema cinematico* della catena di comando che va dalla cloche alla barra di torsione dell'equilibratore;
2. eseguire il *dimensionamento di massima* di tale catena (aste, rinvii e barra di torsione) con una forza sulla cloche di 280 N;
3. tracciare i *diagrammi di taglio, momento flettente e momento torcente* sulla barra di torsione;
4. calcolare *raggio e spinta necessaria* in una richiamata a 380 kt e 3500 m con fattore di carico $n = 4$.

Come è costruito il tema

I primi tre punti formano un unico filo logico di *costruzioni*: la forza del pilota si propaga lungo la catena di comando, si amplifica nei rapporti di leva, e finisce per sollecitare la barra di torsione a taglio, flessione e torsione. Il quarto punto è invece un classico di *meccanica del volo* (moti curvi nel piano verticale). La figura allegata al tema — la fiancata di un addestratore con il percorso del comando evidenziato, lungo circa 8 m in fusoliera più un tratto verticale di circa 1,3 m in deriva — non è decorativa: ci fornisce le *lunghezze* delle aste, che sono i dati geometrici mancanti.

Il tema chiede esplicitamente di «assumere ragionevoli ipotesi per gli ulteriori dati necessari, motivandone le scelte»: è la parte più delicata e più formativa della prova. Dedichiamole una sezione intera.

2 Ipotesi aggiuntive e loro motivazione

Tutte le scelte che seguono vanno dichiarate *prima* dei calcoli, come si fa in un vero documento di progetto preliminare.

2.1 Categoria del velivolo e fattore di carico

Con MTOW = 4000 kg < 5670 kg il velivolo ricade nel campo di applicabilità della CS-23. Poiché il tema impone una manovra con $n = 4$, superiore al limite $n_{\text{lim}} = 3.8$ della categoria *normale*, assumiamo un velivolo certificato in categoria *utility* ($n_{\text{lim}} = 4.4$): la richiamata richiesta risulta così interna all'involuppo di manovra. Il coefficiente di sicurezza è quello canonico delle norme, $\nu = 1.5$, per cui distingueremo sempre i *carichi di contingenza* (quelli reali massimi) dai *carichi di robustezza* (contingenza $\times 1.5$).

2.2 Forza del pilota

Il valore assegnato, $F = 280$ N, è coerente con la CS 23.397, che per il comando di beccheggio a barra prescrive forze limite comprese tra circa 298 N e 743 N: il tema ci pone quindi in una condizione realistica, appena al di sotto della forza limite minima di norma. La assumiamo applicata all'impugnatura, diretta verso il petto del pilota (richiamata: equilibratore a cabrare), a velivolo non trimmato.

2.3 Geometria della catena di comando

Dalla figura del tema e dalla consuetudine costruttiva degli addestratori:

- cloche incernierata in basso: braccio dell'impugnatura $b_s = 700$ mm, braccio inferiore di attacco dell'asta $b_i = 100$ mm (rapporto di leva 7, tipico per contenere le corse della mano entro ± 15 cm);
- percorso orizzontale in fusoliera di 8 m, realizzato con *due aste rigide da 4 m* collegate da una squadretta intermedia (rompitratta) a bracci uguali;
- squadretta di rinvio a 90° alla base della deriva, a bracci uguali, che devia il moto verso l'alto;
- asta verticale di 1,3 m che sale lungo la deriva;
- leva calettata sulla barra di torsione con braccio $r = 100$ mm;

- barra di torsione orizzontale di lunghezza $\ell = 1200$ mm tra i due supporti di estremità K e J (cuscinetti sulle ordinate di coda), ai quali sono collegati i due semi-equilibratori.

2.4 Materiali

Per aste, squadrette e barra di torsione adottiamo il classico acciaio aeronautico AISI 4130 (cromo-molibdeno) allo stato normalizzato:

$$E = 210\,000 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_{sn} = 460 \text{ N/mm}^2, \quad \sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2,$$

con tensione tangenziale di snervamento stimata con la relazione empirica $\tau_{sn} = 0.58 \sigma_{sn} \simeq 267 \text{ N/mm}^2$.

2.5 Aerodinamica (per il punto 4)

Polare parabolica $C_D = C_{D0} + k C_L^2$ con $k = 1/(\pi e AR)$ e fattore di Oswald $e = 0.8$ (monomotore ad ala dritta): con $AR = 6.09$ si ottiene $k = 0.0653$. Atmosfera standard ISA.

Nota

Ogni ipotesi qui dichiarata è *difendibile*: ha un riferimento normativo (CS-23), una motivazione costruttiva (le lunghezze lette in figura, il rapporto di leva) o una consuetudine progettuale (AISI 4130, $e = 0.8$). In sede d'esame è esattamente questo che la commissione vuole leggere: non il numero in sé, ma il *perché* del numero.

3 Punto 1 — Lo schema cinematico del comando

Il comando dell'equilibratore qui adottato è di tipo *rigido* (ad aste e squadrette), preferito ai cavi flessibili sugli addestratori moderni per l'assenza di allungamenti elastici e di attriti sulle pulegge, a prezzo di un modesto aggravio di peso. La catena è illustrata in figura 1.

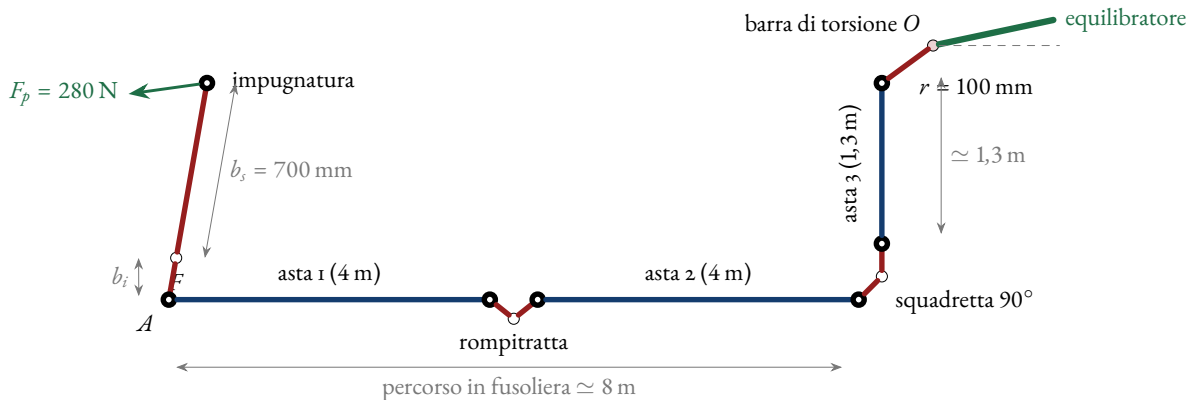


Figura 1. Schema cinematico del comando di beccheggio: cloche, aste rigide con rompitratto intermedio, squadretta di rinvio a 90° , asta verticale e leva calettata sulla barra di torsione dell'equilibratore. In verde la forza del pilota e la superficie mobile.

Il funzionamento, seguendo il moto «a cabrare»:

1. il pilota *tira* la cloche: l'impugnatura arretra e, per la rotazione attorno al fulcro F , l'attacco inferiore A avanza;
2. l'asta 1 viene spinta in avanti... ma il rompitratto intermedio, a bracci uguali, inverte il verso: l'asta 2 risulta *compressa* verso poppa (o viceversa, secondo il montaggio; ai fini del dimensionamento considereremo comunque per ogni asta la condizione di compressione, che è quella critica);

3. la squadretta di coda devia il moto di 90° e l'asta 3 verticale trasmette la forza alla leva di braccio r ;
4. la leva mette in rotazione la barra di torsione, che comanda *entrambi* i semi-equilibratori garantendone la perfetta sincronia: è questo il pregio funzionale della soluzione a barra di torsione.

Perché il rompitratta?

Un'asta di comando lunga 8 m sarebbe un disastro a carico di punta: il carico critico euleriano scala con $1/l^2$, quindi spezzare la luce in due tratti da 4 m *quadruplica* il carico critico a parità di sezione. Il rompitratta, inoltre, sostiene il peso proprio delle aste ed evita le vibrazioni per risonanza. È un bell'esempio di come un componente da pochi etti risolva un problema strutturale serio.

4 Punto 2 — Dimensionamento di massima della catena

4.1 Flusso delle forze: dalla mano del pilota alla barra

La cloche è una leva: l'equilibrio alla rotazione attorno al fulcro F dà la forza nell'asta 1,

$$F_a = F_p \frac{b_s}{b_i} = 280 \cdot \frac{700}{100} = 1960 \text{ N.} \quad (1)$$

Poiché rompitratta e squadretta hanno bracci uguali, questa forza si trasmette *invariata* lungo tutta la catena: $F_a = 1960 \text{ N}$ è il carico di contingenza di aste 1, 2 e 3. Il corrispondente carico di robustezza vale

$$F_a^{(r)} = \nu F_a = 1.5 \cdot 1960 = 2940 \text{ N.} \quad (2)$$

Attenzione

L'instabilità euleriana è un fenomeno di *rottura*: il collasso è istantaneo, senza una plasticizzazione progressiva che possa fare da preavviso. Per norma, dunque, essa va verificata con i carichi di robustezza e non con quelli di contingenza: è lo stesso criterio adottato nelle soluzioni ministeriali degli anni passati.

4.2 Aste orizzontali: carico di punta (Eulero)

Ogni asta è vincolata alle estremità con terminali sferici (uniball): il modello euleriano è *cerniera-cerniera*, $l_0 = l = 4000 \text{ mm}$. Imponendo $P_{cr} \geq F_a^{(r)}$,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{l_0^2} \geq F_a^{(r)} \quad \Rightarrow \quad J \geq \frac{F_a^{(r)} l_0^2}{\pi^2 E} = \frac{2940 \cdot 4000^2}{\pi^2 \cdot 210000} \simeq 22\,700 \text{ mm}^4. \quad (3)$$

Scegliamo un tubo tondo commerciale $D = 50 \text{ mm}$, $s = 1 \text{ mm}$:

$$J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64} (50^4 - 48^4) \simeq 46\,220 \text{ mm}^4, \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 46220}{4000^2} \simeq 5990 \text{ N,} \quad (4)$$

con margine $P_{cr}/F_a^{(r)} \simeq 2.0$: adeguato per un dimensionamento di massima, che deve coprire anche le tolleranze di rettilineità e i piccoli disassamenti di montaggio.

Nota

Verifica di validità del modello: la snellezza dell'asta è $\lambda = l_0/\rho_{\min} \simeq 231$, ben oltre la snellezza limite dell'AISI 4130 ($\lambda_{\lim} = \pi\sqrt{E/\sigma_{sn}} \simeq 67$): siamo in pieno campo euleriano e la formula è legittima. La tensione al collasso, $\sigma_{cr} = P_{cr}/A \simeq 39 \text{ N/mm}^2$, è lontanissima dallo snervamento: come sempre nelle aste di comando, comanda la geometria, non il materiale.

4.3 Asta verticale

Stesso modello, $l_0 = 1300$ mm:

$$J \geq \frac{2940 \cdot 1300^2}{\pi^2 \cdot 210000} \simeq 2400 \text{ mm}^4. \quad (5)$$

Basta un tubo $D = 20$ mm, $s = 1$ mm: $J \simeq 2700 \text{ mm}^4$, $P_{cr} \simeq 3310 \text{ N} > 2940 \text{ N}$ (margine 1.13, accettabile essendo l'asta corta e ben guidata).

4.4 Perni delle squadrette

I perni lavorano a taglio su *due* sezioni resistenti. Con $\tau_{amm} = \tau_{sn} = 267 \text{ N/mm}^2$ e il carico di robustezza,

$$d \geq \sqrt{\frac{8 F_a^{(r)}}{3\pi \tau_{amm}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 2940}{3\pi \cdot 267}} \simeq 3,1 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad d = 6 \text{ mm}. \quad (6)$$

Si adotta cioè il perno AN4, valore commerciale minimo di buona pratica. Le successive verifiche a rifollamento e a strappo delle piastre delle squadrette seguono la trattazione consueta dei terminali a forcina e non risultano mai dimensionanti con questi carichi.

4.5 La barra di torsione

È l'elemento nuovo del tema. Modelliamola come in figura 2: una trave tubolare di luce $\ell = 1200$ mm appoggiata ai supporti di estremità K e J ; in mezzzeria la leva di braccio $r = 100$ mm riceve dall'asta 3 la forza F_a , che si traduce in

- una **forza trasversale** $F_a = 1960 \text{ N}$ applicata in mezzzeria (flette la barra);
- una **coppia torcente** $M_t = F_a r = 1960 \cdot 0.100 = 196 \text{ N m}$ applicata in mezzzeria (torce la barra).

In manovra simmetrica i due semi-equilibratori oppongono momenti aerodinamici uguali: la coppia M_t si ripartisce quindi a metà, $M_t/2 = 98 \text{ N m}$ per ciascun ramo.

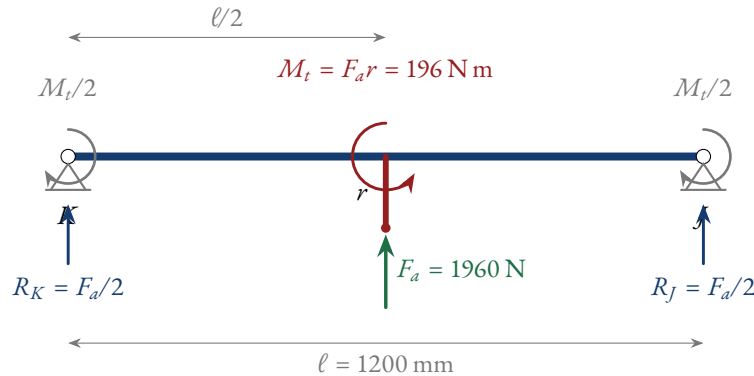


Figura 2. Schema statico della barra di torsione: appoggi K e J (cuscini di supporto ai quali fanno capo i semi-equilibratori), leva centrale che introduce la forza F_a e la coppia $M_t = F_a r$.

4.5.1 Sollecitazioni di calcolo

Per simmetria le reazioni valgono $R_K = R_J = F_a/2 = 980 \text{ N}$. Le sollecitazioni massime (in mezzzeria) a contingenza sono

$$T_{\max} = \frac{F_a}{2} = 980 \text{ N}, \quad M_t = \frac{196}{2} = 98 \text{ N m per ramo}, \quad (7)$$

$$M_{f,\max} = \frac{F_a \ell}{4} = \frac{1960 \cdot 1.2}{4} = 588 \text{ N m}. \quad (8)$$

4.5.2 Dimensionamento a flessione-torsione (von Mises)

La sezione più sollecitata è quella di mezzzeria, dove convivono flessione massima e torsione. Con il criterio di von Mises il momento flettente ideale è

$$M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4}M_t^2}. \quad (9)$$

Eseguiamo il doppio controllo canonico:

- **contingenza contro snervamento:** $M_{f,id} = \sqrt{588^2 + 0.75 \cdot 98^2} \simeq 594,1 \text{ N m}$, da cui

$$W_f \geq \frac{M_{f,id}}{\sigma_{sn}} = \frac{594100}{460} \simeq 1292 \text{ mm}^3;$$

- **robustezza contro rottura:** $M_{f,id}^{(r)} = \sqrt{882^2 + 0.75 \cdot 147^2} \simeq 891,1 \text{ N m}$, da cui

$$W_f \geq \frac{891100}{700} \simeq 1273 \text{ mm}^3.$$

Le due condizioni sono quasi coincidenti (accade quando $\sigma_R/\sigma_{sn} \simeq \nu$); governa la prima. Scegliamo un tubo $D = 40 \text{ mm}$, $s = 2 \text{ mm}$:

$$W_f = \frac{\pi(40^4 - 36^4)}{32 \cdot 40} \simeq 2161 \text{ mm}^3 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{id} = \frac{594100}{2161} \simeq 275 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{sn}, \quad (10)$$

con margine $\simeq 1.67$ su entrambe le verifiche.

Formula chiave

Barra di torsione dell'equilibratore: tubo AISI 4130, $\varnothing 40 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$, luce 1200 mm, leva centrale con braccio 100 mm. Sollecitazioni di contingenza: $T_{\max} = 980 \text{ N}$, $M_{f,\max} = 588 \text{ N m}$, $M_t = 98 \text{ N m}$ per ramo; $\sigma_{id} = 275 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{sn}$.

Rigidezza, non solo resistenza

Un comando di volo deve anche essere *rigido*: una barra che si torce troppo introduce elasticità nel comando e ritardi di risposta. Verifichiamo: con $G = 80\,000 \text{ N/mm}^2$ e $J_p = \frac{\pi}{32}(40^4 - 36^4) \simeq 86\,400 \text{ mm}^4$, l'angolo di torsione di un ramo è

$$\vartheta = \frac{(M_t/2)(\ell/2)}{GJ_p} = \frac{98000 \cdot 600}{80000 \cdot 86400} \simeq 0,0085 \text{ rad} \simeq 0,5^\circ :$$

del tutto trascurabile rispetto alle escursioni tipiche dell'equilibratore ($\pm 25^\circ - 30^\circ$). Il tubo scelto è dunque adeguato anche per rigidezza.

5 Punto 3 — Diagrammi di sollecitazione sulla barra

Con l'ascissa x misurata da K (figura 2), le leggi di variazione a contingenza sono:

$$T(x) = \begin{cases} +\frac{F_a}{2} = +980 \text{ N} & 0 \leq x < \ell/2, \\ -\frac{F_a}{2} = -980 \text{ N} & \ell/2 < x \leq \ell, \end{cases} \quad M_f(x) = \begin{cases} \frac{F_a}{2} x & 0 \leq x \leq \ell/2, \\ \frac{F_a}{2} (\ell - x) & \ell/2 \leq x \leq \ell, \end{cases} \quad (11)$$

con massimo $M_f(\ell/2) = 588 \text{ N m}$, e

$$M_t(x) = \begin{cases} -98 \text{ N m} & 0 \leq x < \ell/2, \\ +98 \text{ N m} & \ell/2 < x \leq \ell, \end{cases} \quad (12)$$

con salto di 196 N m in mezzeria, dove la leva introduce la coppia concentrata. I diagrammi sono riportati in figura 3.

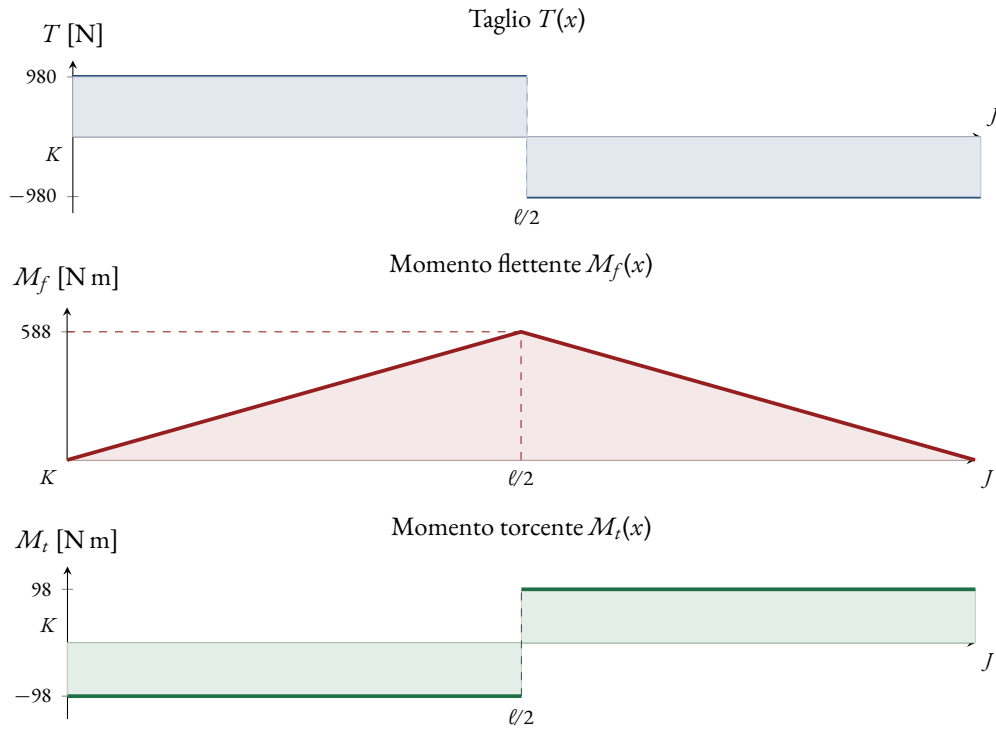


Figura 3. Diagrammi di sollecitazione sulla barra di torsione (carichi di contingenza). Il taglio è costante a tratti con salto F_a in mezzeria; il momento flettente è bilineare con vertice $M_{f,\max} = 588 \text{ N m}$; il momento torcente è costante a tratti con salto $M_t = 196 \text{ N m}$ in corrispondenza della leva.

Nota

Controllo di coerenza (da fare sempre): il salto del diagramma del taglio in mezzeria è pari alla forza concentrata ($2 \times 980 = 1960 \text{ N} = F_a \checkmark$); la pendenza di M_f è pari a T ($588/0.6 = 980 \text{ N} \checkmark$); il salto di M_t è pari alla coppia concentrata ($2 \times 98 = 196 \text{ N m} = F_a r \checkmark$). Se questi tre controlli tornano, i diagrammi sono giusti.

6 Punto 4 — La richiamata

6.1 Impostazione

Nel punto più basso della richiamata la traiettoria è un arco di circonferenza percorso a velocità V costante. L'equilibrio in direzione radiale (verticale) e tangenziale (orizzontale) dà

$$L = nQ = Q + \frac{Q}{g} \frac{V^2}{R_c}, \quad T = R \quad (\text{resistenza aerodinamica}), \quad (13)$$

da cui la formula chiave del raggio:

Formula chiave

$$R_c = \frac{V^2}{(n-1)g}. \quad (14)$$

Nel punto più basso della richiamata il peso *sottrae* un g alla portanza disponibile per curvare: per questo al denominatore compare $(n-1)$ e non n .

6.2 Dati in unità coerenti

- $V = 380 \text{ kt} = 380 \cdot \frac{1852}{3600} = 195,5 \text{ m/s}$;
- quota 3500 m ISA: $T_a = 288.15 - 0.0065 \cdot 3500 = 265,4 \text{ K}$,

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T_a}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0,863 \text{ kg/m}^3;$$

- $n = 4$; $Q = 39\,240 \text{ N}$.

6.3 Raggio di richiamata

$$R_c = \frac{V^2}{(n-1)g} = \frac{195,5^2}{3 \cdot 9.81} \simeq 1299 \text{ m} \simeq 1,3 \text{ km}. \quad (15)$$

6.4 Spinta necessaria

Nel punto più basso la spinta deve pareggiare la resistenza calcolata *all'assetto di manovra*, cioè con la portanza $L = nQ$. Procediamo per passi.

1. Pressione dinamica: $q = \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.863 \cdot 195,5^2 \simeq 16\,490 \text{ Pa}$.
2. Coefficiente di portanza richiesto:

$$C_L = \frac{nQ}{qS} = \frac{4 \cdot 39240}{16490 \cdot 18.10} \simeq 0.526.$$

Ben lontano dal $C_{L\max}$ ($\simeq 1.4$): la manovra non è limitata dallo stallo ma dalla struttura, come dev'essere a velocità elevata.

3. Coefficiente di resistenza (polare parabolica, $k = 0.0653$):

$$C_D = C_{D_0} + k C_L^2 = 0.028 + 0.0653 \cdot 0.526^2 \simeq 0.0461.$$

4. Spinta necessaria:

$$T = R = q S C_D = 16490 \cdot 18.10 \cdot 0.0461 \simeq 13,75 \text{ kN}. \quad (16)$$

Formula chiave

Risultati del punto 4: $R_c \simeq 1299 \text{ m}$, $T \simeq 13,7 \text{ kN}$ (con $C_L = 0.526$, $C_D = 0.0461$, $E = C_L/C_D \simeq 11.4$).

Attenzione

Un buon candidato non si limita al numero: lo commenta. Alla velocità assegnata la potenza corrispondente sarebbe $\Pi = T V \simeq 2,7 \text{ MW}$, cioè circa 3650 CV: un valore del tutto fuori portata per qualunque motoelica da 4000 kg. Inoltre a 380 kt e 3500 m il Mach di volo vale $M = V/a \simeq 0.60$, sicché la polare parabolica incomprimibile è ormai al limite della sua validità. Il dato del tema va quindi preso per quello che è — un esercizio di calcolo — ma in sede di colloquio conviene osservare che la manovra sarebbe *sostenibile solo in transitorio*, spendendo energia cinetica o quota, e che il velivolo rallenterebbe durante la richiamata. Un'osservazione critica di questo tipo, lungi dal penalizzare il candidato, mostra padronanza piena della materia.

7 Quadro riassuntivo dei risultati

Elemento / grandezza	Modello di calcolo	Scelta / risultato	Margine
Forza pilota → asta	leva cloche $b_j/b_i = 7$	$F_a = 1960 \text{ N}$ (cont.)	—
Aste orizzontali ($2 \times 4 \text{ m}$)	Eulero, $l_0 = l$, robustezza	tubo $\varnothing 50 \times 1$	2.0
Asta verticale (1,3 m)	Eulero, $l_0 = l$, robustezza	tubo $\varnothing 20 \times 1$	1.13
Perni squadrette	taglio, 2 sezioni	$d = 6 \text{ mm}$ (AN4)	$\gg 1$
Barra di torsione (1,2 m)	flesso-torsione von Mises	tubo $\varnothing 40 \times 2$	1.67
Taglio max barra	—	$\pm 980 \text{ N}$	—
M_f max barra	—	588 N m	—
M_t per ramo	—	98 N m	—
Raggio di richiamata	$R_c = V^2/[(n-1)g]$	1299 m	—
Spinta necessaria	$T = qS(C_{D_0} + kC_L^2)$	$13,7 \text{ kN}$	—

8 Per esercitarsi: tre varianti sul tema**Variante A**

Come cambierebbe la barra di torsione se la leva avesse braccio $r = 150 \text{ mm}$? E se, in aggiunta, i supporti si avvicinassero fino a $\ell = 600 \text{ mm}$? (Suggerimento: osservare come si sposta il peso relativo di flessione e torsione nel momento ideale.)

Variante B

Ricalcolare raggio e spinta della richiamata a quota zero, a parità di ogni altro dato. (Suggerimento: R_c non dipende dalla quota; la spinta sì, attraverso ρ , che compare sia nella pressione dinamica q sia — al denominatore — nel C_L richiesto: le due dipendenze giocano in versi opposti.)

Variante C

Il pilota, in una richiamata brusca, applica alla cloche una forza doppia (560 N). Verificare se le aste scelte restano stabili a carico di punta e, in caso contrario, proporre il nuovo tubo commerciale. C'è un anello debole nella catena: quale?

Le soluzioni complete, passo passo, sono nell'appendice B.

A Richiami di teoria: la cassetta degli attrezzi

Raccogliamo qui, in forma compatta ma completa, gli strumenti teorici usati nella soluzione. Lo studente che sappia padroneggiare queste sei schede può affrontare l'intera prima parte del tema — e buona parte delle prove degli anni passati.

A.1 Leve e rapporti di trasmissione

Una leva in equilibrio attorno al fulcro soddisfa l'equazione dei momenti $F_1 b_1 = F_2 b_2$: le forze stanno tra loro in ragione *inversa* dei bracci. In una catena di comando ogni squadretta è una leva: con bracci uguali trasmette la forza invariata (cambiandone la direzione), con bracci diversi la amplifica o la riduce. Il lavoro, però, si conserva: ciò che si guadagna in forza si paga in corsa ($F_1 s_1 = F_2 s_2$). Per la cloche del nostro tema il rapporto 7 trasforma 280 N di sforzo di barra in 1960 N sull'asta, al prezzo di corse della mano sette volte più ampie di quelle dell'attacco.

A.2 Carico di punta: la trave di Eulero

Un'asta snella compressa non cede per schiacciamento ma per *sbandamento laterale* quando il carico raggiunge il valore critico

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l_0^2}, \quad (17)$$

dove $l_0 = k l$ è la lunghezza libera di inflessione ($k = 1$ per cerniera–cerniera, il caso dei terminali uniball; $k = 2$ per la mensola; $k = 0.7$ e $k = 0.5$ per vincoli via via più rigidi). La formula vale solo in campo elastico, cioè per snellezze $\lambda = l_0/\rho_{\min} > \lambda_{\lim} = \pi\sqrt{E/\sigma_{sn}}$ (con $\rho_{\min} = \sqrt{J_{\min}/A}$ raggio giratore): per l'AISI 4130 $\lambda_{\lim} \simeq 67$, e le aste di comando, lunghe e sottili, la superano sempre abbondantemente. Due conseguenze pratiche: il carico critico cresce con J (per questo si usano *tubi*, che massimizzano l'inerzia a parità di peso) e crolla con l_0^2 (per questo si spezzano le luci con i rompitratte).

A.3 Contingenza e robustezza

Le norme distinguono i *carichi di contingenza* (limit loads: i massimi attesi in esercizio, che la struttura deve sopportare senza deformazioni permanenti) dai *carichi di robustezza* (ultimate loads: contingenza moltiplicata per $\nu = 1.5$, che la struttura deve sopportare per almeno tre secondi senza crollare). Regola operativa: le verifiche contro lo *snervamento* si fanno a contingenza; quelle contro fenomeni di *rottura* — l'instabilità euleriana, il tranciamento, lo strappo — si fanno a robustezza contro le tensioni di rottura.

A.4 Diagrammi di sollecitazione di una trave appoggiata

Lungo una trave valgono le relazioni differenziali $dT/dx = -p(x)$ e $dM_f/dx = T(x)$: dove il carico distribuito è nullo il taglio è costante e il momento è lineare. In corrispondenza di azioni *concentrate* i diagrammi presentano salti: una forza F produce un salto F nel taglio (e un punto angoloso in M_f); una coppia flettente concentrata produce un salto in M_f ; una coppia *torcente* concentrata produce un salto nel momento torcente M_t . La barra del nostro tema riassume tutto: forza e coppia torcente concentrate in mezzzeria, taglio costante a tratti, momento flettente bilineare, torcente costante a tratti.

A.5 Torsione dei tubi circolari e flesso-torsione

Per una sezione circolare (piena o tubolare) soggetta a M_t la tensione tangenziale massima e la rotazione relativa valgono

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t}, \quad \vartheta = \frac{M_t l}{G J_p}, \quad W_t = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16 D}, \quad J_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4). \quad (18)$$

Quando flessione e torsione convivono, il criterio di von Mises ($\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{amm}$) si traduce, per le sezioni circolari, nel comodo *momento flettente ideale*

$$M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2}, \quad \sigma_{id} = \frac{M_{f,id}}{W_f} \leq \sigma_{amm}, \quad W_f = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}, \quad (19)$$

che permette di dimensionare a flesso-torsione con la sola formula della flessione. Si noti che $W_t = 2 W_f$: a parità di momento, la torsione «costa» la metà della flessione.

A.6 La richiamata e la polare parabolica

Nel punto più basso di una richiamata circolare a velocità V l'equilibrio radiale dà $nQ = Q + QV^2/(gR_c)$, da cui $R_c = V^2/[(n-1)g]$; l'equilibrio tangenziale dà $T = R$. La resistenza si valuta con la polare parabolica

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR}, \quad C_L = \frac{nQ}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}, \quad (20)$$

dove il secondo addendo è la resistenza *indotta*, che in manovra cresce come n^2 : è il motivo fisico per cui tirare g costa spinta. La densità in quota si ricava dal modello ISA ($T_a = T_0 - L_r z, \rho = \rho_0 (T_a/T_0)^{g/(R_a L_r) - 1}$).

B Soluzione completa delle varianti

Variante A — leva con braccio maggiore, supporti ravvicinati

Caso 1: $r = 150$ mm, $\ell = 1200$ mm. La coppia sale a $M_t = 1960 \cdot 0.150 = 294$ N m (147 N m per ramo), mentre la flessione non cambia ($M_f = 588$ N m: dipende da F_a e ℓ , non da r). Il momento ideale diventa

$$M_{f,id} = \sqrt{588^2 + 0.75 \cdot 147^2} \simeq 601,6 \text{ N m},$$

appena l'1.3% in più del caso base: il tubo $\varnothing 40 \times 2$ resta ampiamente valido (W_f richiesto $\simeq 1308 \text{ mm}^3$ contro 2161 mm^3 disponibili). In questa configurazione la barra è *governata dalla flessione*: la torsione pesa, sotto radice, per pochi punti percentuali.

Caso 2: $r = 150$ mm, $\ell = 600$ mm. Avvicinando i supporti la flessione crolla, $M_f = F_a \ell/4 = 1960 \cdot 0.6/4 = 294$ N m, mentre la torsione resta 147 N m per ramo:

$$M_{f,id} = \sqrt{294^2 + 0.75 \cdot 147^2} \simeq 320,4 \text{ N m},$$

in cui la quota torsionale sotto radice vale ora circa il 16%: flessione e torsione hanno cominciato a competere davvero. Il W_f richiesto scende a $320400/460 \simeq 697 \text{ mm}^3$ e diventa conveniente un tubo più piccolo, $\varnothing 30 \times 2$: $W_f = \pi(30^4 - 26^4)/(32 \cdot 30) \simeq 1155 \text{ mm}^3$, con margine 1.66 a contingenza (e 1.68 a robustezza contro rottura).

Morale progettuale: avvicinare i supporti alla leva alleggerisce la barra — ed è esattamente ciò che si fa nelle installazioni reali, dove i cuscinetti sono piazzati a ridosso della squadretta di comando.

Variante B — richiamata a quota zero

Il raggio non cambia: $R_c = V^2/[(n-1)g] \simeq 1299$ m, perché nella sua formula la densità non compare. Per la spinta rifacciamo i quattro passi con $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$:

1. $q = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 195.5^2 \simeq 23\,410$ Pa (il 42% in più che a 3500 m);
2. $C_L = nQ/(qS) = 156960/(23410 \cdot 18.10) \simeq 0.370$ (più piccolo: l'aria densa «porta» di più);

$$3. C_D = 0.028 + 0.0653 \cdot 0.370^2 \simeq 0.0370;$$

$$4. T = q S C_D \simeq 23410 \cdot 18.10 \cdot 0.0370 \simeq 15,7 \text{ kN}.$$

La spinta *aumenta* rispetto ai 13,7 kN in quota, ma meno di quanto cresca q : scomponendo, la resistenza parassita sale da 8,4 kN a 11,9 kN (proporzionale a ρ), mentre quella indotta scende da 5,4 kN a 3,8 kN (inversamente proporzionale a ρ). Le due dipendenze giocano in versi opposti, come anticipato nel suggerimento: a questa velocità, molto maggiore di quella di massima efficienza, prevale la parassita e il bilancio è in salita.

Variante C — forza doppia sulla cloche

Con $F_p = 560 \text{ N}$ la forza nelle aste raddoppia: $F_a = 3920 \text{ N}$ di contingenza, $F_a^{(r)} = 5880 \text{ N}$ di robustezza. Verifichiamo la catena:

- **aste orizzontali** ($\varnothing 50 \times 1$, $P_{cr} = 5990 \text{ N}$): $5990 > 5880$, verificate — ma con margine 1.02, cioè *per un soffio*. Il margine 2.0 del caso base si è rivelato la riserva che serviva;
- **asta verticale** ($\varnothing 20 \times 1$, $P_{cr} = 3310 \text{ N}$): $3310 < 5880$, *non* verificata. È lei l'anello debole. Il nuovo momento d'inerzia richiesto è

$$J \geq \frac{5880 \cdot 1300^2}{\pi^2 \cdot 210000} \simeq 4790 \text{ mm}^4.$$

Si adotta il tubo $\varnothing 25 \times 1$: $J \simeq 5440 \text{ mm}^4$, $P_{cr} \simeq 6670 \text{ N}$, con margine 1.13, analogo a quello del caso base.

Osservazione conclusiva: anche la barra di torsione andrebbe ricontrollata — a carichi doppi la tensione ideale raddoppia, $\sigma_{id} \simeq 550 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{sn}$, e il tubo $\varnothing 40 \times 2$ non basterebbe più. In una catena di comando, come in ogni struttura, il carico dimensionante va propagato *fino in fondo*: fermarsi al primo elemento verificato è l'errore più comune in sede d'esame.

Nota

Le costanti ISA adottate sono $T_0 = 288,15 \text{ K}$, $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$, $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $L_r = 0,0065 \text{ K/m}$, $R_a = 287,05 \text{ J/(kg K)}$.