

Profili alari e ala finita

Dalla sezione bidimensionale all'ala reale: geometria, portanza, resistenza e momento

prof. ing. Biagio Raucci

ITIS «E. Majorana» — Costruzione del Mezzo Aeronautico



Che cosa faremo

Parte 2D — il profilo

- geometria e coefficienti di sezione
- curva di portanza, polare, efficienza
- momento, fuoco, centro di pressione
- distribuzione di pressione
- comprimibilità e strato limite
- le famiglie NACA; lo stallo

Dove stiamo andando

Partiamo dal profilo, ente *bidimensionale*. Poi taglieremo l'ala a lunghezza finita: nascono i vortici di estremità, e con essi una resistenza che nel caso 2D semplicemente non esiste.

Parte 3D — l'ala finita

- forma in pianta e parametri di progetto
- diedro, svergolamento, carico alare
- vortici, downwash, incidenza indotta
- pendenza ridotta e resistenza indotta
- corda media aerodinamica

La notazione che useremo

Una sola regola: **minuscolo** per il profilo, **maiuscolo** per l'ala.

Profilo (2D)

- c_ℓ , c_d , c_m — coefficienti di sezione
- c_{ℓ_∞} — pendenza della retta di portanza
- forze *per unità di apertura*

Se avete in mano la monografia

Là la pendenza del profilo è a_0 e quella dell'ala è a : sono le stesse grandezze. I simboli c_{ℓ_∞} e c_{ℓ_α} rendono esplicito che si tratta della derivata $dc_\ell/d\alpha$.

Ala finita (3D)

- C_L , C_D , C_M — coefficienti dell'ala
- c_{ℓ_α} — pendenza della retta di portanza
- forze *totali*

Parte 1

Il profilo alare: geometria e coefficienti

1

Che cos'è un profilo alare

Definizione

Il **profilo alare** è la sezione che si ottiene tagliando l'ala con un piano parallelo al piano di simmetria del velivolo, cioè ortogonale all'apertura.

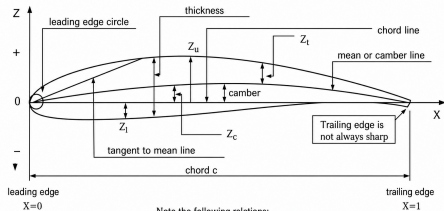
Studiarlo equivale a studiare un'ala di *apertura infinita*: tutte le sezioni sono identiche e la corrente non può deviare lungo l'apertura. È un'astrazione, ma preziosa: isola gli effetti della **forma** da quelli della **finitezza** dell'ala.

Osservazione

Le forze del profilo si riferiscono all'*unità di apertura*: l e d in N/m, il momento m in N (una forza per un braccio, entrambi divisi per l'apertura).

Gli elementi geometrici

- **Corda c** — unisce bordo d'attacco e bordo d'uscita; è la lunghezza di riferimento.
- **Linea media** — equidistante da dorso e ventre: descrive la *curvatura*.
- **Inarcamento** — massima distanza della linea media dalla corda; nullo nei profili simmetrici.
- **Spessore** — altezza normale alla corda: contano valore massimo e sua posizione.
- **Raggio del b.a.** — grande $\Rightarrow$ stallo ritardato e dolce; piccolo $\Rightarrow$ stallo brusco.



Note the following relations:

$$Z_c = (Z_u + Z_l)/2$$

$$Z_u = (Z_c + Z_t)$$

$$Z_l = (Z_u - Z_l)/2$$

$$Z_l = (Z_c - Z_t)$$

Elementi geometrici del profilo.

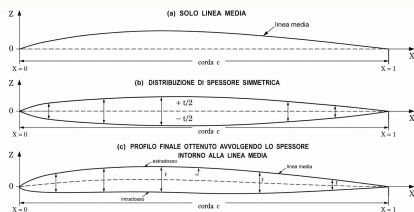
Come si costruisce un profilo

Si parte dalla **linea media**, che fissa la curvatura; vi si *monta* sopra la **distribuzione di spessore**, metà sul dorso e metà sul ventre.

Le due informazioni indipendenti

$$Z_c = \frac{Z_u + Z_l}{2}, \quad Z_t = \frac{Z_u - Z_l}{2}$$

$$Z_u = Z_c + Z_t, \quad Z_l = Z_c - Z_t$$



Linea media, spessore, profilo risultante.

Da ricordare

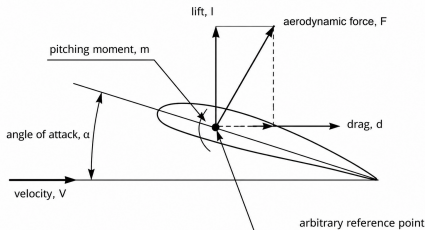
La *curvatura* governa la portanza a incidenza nulla; lo *spessore* governa robustezza e alte velocità.

Le forze sul profilo e il segno del momento

Pressioni e sforzi viscosi si compongono in una **risultante aerodinamica** F più un **momento di beccheggio** m . Scomponendo F rispetto alla corrente si ottengono portanza l e resistenza d .

Convenzione di segno

Momento **positivo** se *cabrante* (alza il muso);
negativo se *picchiante*.



Portanza, resistenza, risultante e momento.

I coefficienti aerodinamici di sezione

Introdotta la **pressione dinamica** $q = \frac{1}{2}\rho V^2$:

Forze e momento per unità di apertura

$$l = c_l q c, \quad d = c_d q c, \quad m = c_m q c^2 \quad \Longleftrightarrow \quad c_l = \frac{l}{q c}, \quad c_d = \frac{d}{q c}, \quad c_m = \frac{m}{q c^2}$$

Perché c^2 nel momento?

Perché è una forza *per un braccio*: serve una seconda corda per adimensionalizzare anche il braccio.

Da ricordare

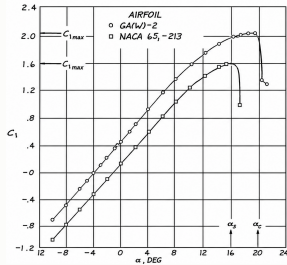
Sono *numeri puri*: dipendono solo da forma, α , Re e M . Per questo una misura in galleria vale per l'aereo vero.

Parte 2

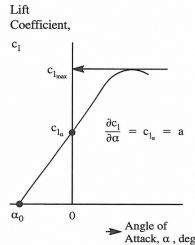
La curva di portanza

2

La curva $c_l-\alpha$



La curva di portanza del profilo.



Tre zone, sempre le stesse:

1. un lungo tratto **rettilineo**: la zona di funzionamento normale, che copre quasi tutto il volo;
2. un **ginocchio**, dove lo strato limite comincia a separarsi sul dorso;
3. un **massimo** e poi la caduta: lo stallo.

Il tratto lineare: due soli parametri

Retta di portanza del profilo

$$c_\ell = c_{\ell_\infty} (\alpha - \alpha_0)$$

α_0 — portanza nulla

c_{ℓ_∞} — pendenza

- nullo per i profili simmetrici;
- *negativo* per gli inarcati;
- un profilo curvo porta già a incidenza nulla: per annullare la portanza va inclinato a picchiare.

- $c_{\ell_\infty} \approx 0,11/^\circ$;
- in radianti $\approx 6,30 \text{ 1/rad}$;
- quasi *costante* da un profilo all'altro.

Un confronto che dice molto

Teoria del profilo sottile

La teoria prevede una pendenza ideale di $2\pi \approx 6,28$ 1/rad. Il valore sperimentale è 6,30: lo scarto è dello 0,3 %.

Il senso di tutto questo

La *pendenza* non dipende quasi per nulla dalla forma del profilo: è una proprietà quasi universale, vicinissima anche a quella della lastra piana. La forma decide tutto il resto — il $c_{\ell\max}$, la resistenza, il momento — ma non la pendenza.

Nota

Conseguenza pratica: se in un esercizio non vi danno $c_{\ell\infty}$, potete assumere $0,11/^\circ$ con ottima approssimazione. Non potete fare altrettanto con α_0 o con $c_{\ell\max}$.

Oltre la linearità: massimo e stallo

Salendo di incidenza la depressione sul dorso si concentra verso il bordo d'attacco; lo strato limite risale un gradiente avverso sempre più severo e finisce per **separarsi**. È la separazione la causa fisica della non-linearità.

$$\alpha^*$$

Fine linearità:
tipicamente 8–10 gradi.

$$c_{\ell \max}$$

1,2 – –1,3 nei simmetrici;
fino a 1,6 – –1,7 negli
inarcati.

$$\alpha_{c_{\ell \max}}$$

L'incidenza a cui si tocca
il massimo.

Da ricordare

Il $c_{\ell \max}$ fissa la *minima velocità* a cui l'ala sostiene il velivolo: ogni decimo guadagnato è pista risparmiata.

Esercizio 1 — Due profili alla stessa incidenza

Esercizio 1 — quanto conta l'inarcamento

Due profili lavorano a $\alpha = 4^\circ$ con la stessa pendenza $c_{\ell\infty} = 0,11/^\circ$. Il primo è simmetrico ($\alpha_0 = 0^\circ$), il secondo inarcato ($\alpha_0 = -2^\circ$).

1) Dati $\alpha = 4^\circ$; $c_{\ell\infty} = 0,11/^\circ$; $\alpha_0^{(1)} = 0^\circ$; $\alpha_0^{(2)} = -2^\circ$.

2) Modello 4° è ben dentro il tratto rettilineo: vale $c_\ell = c_{\ell\infty} (\alpha - \alpha_0)$.

3) Calcolo

$$c_\ell^{(1)} = 0,11 (4 - 0) = \mathbf{0,44}, \quad c_\ell^{(2)} = 0,11 (4 - (-2)) = \mathbf{0,66}.$$

4) Incognita incremento relativo $\frac{0,66 - 0,44}{0,44} = +50\%$.

5) Verifica il profilo inarcato lavora di fatto a 6° dalla portanza nulla contro 4° : $6/4 = 1,5$. Torna.

Che cosa ci ha insegnato l'Esercizio 1

Il senso di tutto questo

A parità di incidenza geometrica il profilo inarcato produce il 50% di portanza in più — non perché sia «più efficiente», ma perché il suo α_0 è negativo. La curvatura *trasla* la retta a sinistra, non la ruota.

Conseguenza progettuale

I profili per il volo lento sono marcatamente curvi. È la ragione per cui l'ala di un aereo da turismo «sembra» diversa da quella di un caccia.

Il rovescio della medaglia

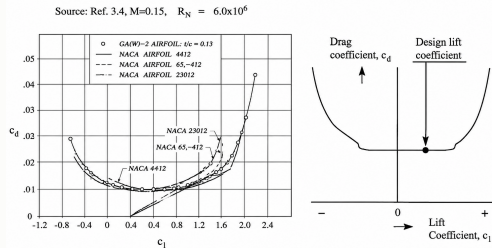
L'inarcamento porta un momento picchiante a portanza nulla ($c_{m0} < 0$) che il piano di coda dovrà equilibrare. Nulla è gratis.

Parte 3

La polare e l'efficienza

3

La polare del profilo



La polare $c_\ell - c_d$.

La **polare** riporta c_ℓ in funzione di c_d : mette in relazione diretta la portanza con la resistenza che essa costa.

La curva è all'incirca *parabolica*: esiste sempre un'incidenza a cui la resistenza è minima, $c_{d\min}$.

Conteggi di resistenza

Un *drag count* vale 0,0001: $c_{d\min} = 0,008$ sono 80 conteggi.

Ordini di grandezza e profili laminari

Valori tipici di c_{dmin}

- convenzionale: $\approx 0,008$ (80 conteggi)
- laminare: $0,005 - -0,006$
- spesso o «sporco»: $0,010$ e oltre

Sacca laminare (*laminar bucket*)

Intervallo di c_ℓ in cui i picchi di depressione restano arretrati, la transizione avviene tardi e il flusso laminare resta esteso: sulla polare è un tratto quasi piatto a bassa resistenza.

Attenzione

Uscendo dalla sacca la transizione anticipa e la resistenza cresce in fretta. Il profilo laminare guadagna molto in crociera, ma è sensibile alle escursioni di incidenza e alle imperfezioni superficiali.

L'efficienza aerodinamica

Efficienza del profilo

$$E = \frac{c_\ell}{c_d}, \quad \left(\frac{c_\ell}{c_d} \right)_{\max} \text{ dal punto di tangenza della retta uscente dall'origine}$$

Perché la tangente

c_ℓ/c_d è il coefficiente angolare della retta origine-punto: il massimo si ha per la retta *più ripida* che ancora tocca la curva.

Il c_ℓ a cui cade $c_{d\min}$ è il **coefficiente di portanza di progetto**: 0 per i simmetrici, 0,15 – –0,50 per gli inarcati.

Da ricordare

L'efficienza governa autonomia e distanza percorribile: un alante con $E = 45$ percorre 45 km scendendo di 1 km.

Esercizio 2 — Efficienza e ruvidità della superficie

Esercizio 2 — quanto costa una superficie rovinata

Un profilo lavora all'incidenza di progetto con $c_\ell = 0,50$ e $c_d = 0,007$. Che efficienza ha? E se la superficie divenuta ruvida porta la resistenza a $c_d = 0,010$?

1) **Dati** $c_\ell = 0,50$; $c_d^{\text{liscio}} = 0,007$; $c_d^{\text{ruvido}} = 0,010$.

2) **Modello** $E = c_\ell / c_d$. Si assume che la ruvidità alteri la *sola* resistenza: la transizione anticipata modifica l'attrito, non la portanza.

3) **Calcolo**

$$E^{\text{liscio}} = \frac{0,50}{0,007} \approx \mathbf{71}, \quad E^{\text{ruvido}} = \frac{0,50}{0,010} = \mathbf{50}.$$

4) **Incognita** perdita relativa $\frac{71,4 - 50}{71,4} = -30\%$.

5) **Verifica** poiché c_ℓ non cambia, la perdita vale $1 - 0,007/0,010 = 0,30$ *esattamente*: confermato per via indipendente.

Che cosa ci ha insegnato l'Esercizio 2

Il senso di tutto questo

Trenta conteggi di resistenza — un'inezia apparente — si mangiano quasi un terzo dell'efficienza. Il motivo è aritmetico: la resistenza sta al *denominatore*, e a denominatori piccoli anche incrementi piccoli pesano moltissimo.

Non è cura estetica

Insetti schiacciati, vernice scrostata, rivetti a testa tonda, ghiaccio: tutto anticipa la transizione e distrugge il vantaggio per cui il profilo laminare era stato scelto.

Da tenere a mente

Un profilo laminare mal mantenuto è *peggio* di un buon profilo convenzionale: ne paga la sensibilità senza incassarne il beneficio.

Parte 4

Momento, fuoco e centro di pressione

4

Da dove nasce il momento di beccheggio

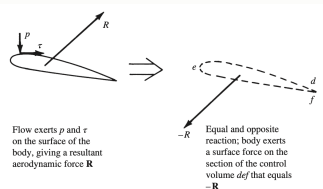
Le forze elementari di pressione non danno solo una risultante: danno anche un **momento**. In galleria è il momento che occorre equilibrare per tenere l'ala, incernierata al bordo d'entrata, alla sua incidenza.

Formula chiave

$$M_A = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{MA} l$$

Attenzione

Il valore di c_m **non ha senso** senza dichiarare il polo: si scrive sempre a pedice, $c_{m_c/4}$, $c_{m.b.a.}$, $c_{m_{ac}}$.



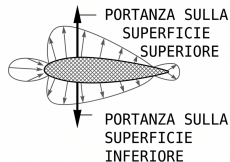
Risultante e momento di beccheggio.

Il momento a portanza nulla

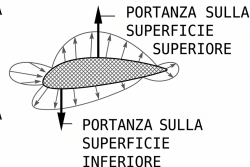
Anche quando la portanza *totale* è nulla, sul dorso agisce una semiportanza positiva e sul ventre una uguale e contraria — ma *non allineata* con essa.

Due forze uguali, opposte e sfalsate sono una **coppia**: ecco il momento a portanza nulla c_{m0} .

PROFILO SIMMETRICO
A PORTANZA NULLA



PROFILO NON SIMMETRICO
A PORTANZA NULLA

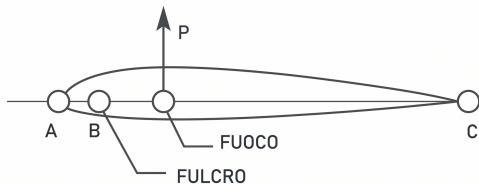


Le semiportanze sfalsate formano una coppia.

Da ricordare

c_{m0} non dipende né dalla portanza né dal polo: solo dalla *forma*. Simmetrico $\Rightarrow c_{m0} = 0$; inarcato $\Rightarrow c_{m0} < 0$, cioè picchiante.

Che cosa succede se sposto il polo



Il fascio di rette impernato su c_{m0} .

Osservazione

Se fra quelle rette ce n'è una a pendenza *nulla*, esiste un polo rispetto al quale il momento non cambia mai. Quel polo ha un nome.

Riferendo il momento a un polo a distanza x dal bordo d'entrata:

$$c_m = c_{m0} + c_\ell \frac{x}{c}.$$

- spostando il polo cambia il *braccio*, e con esso la *pendenza* della retta;
- a portanza nulla tutte le rette passano per c_{m0} : la coppia è indipendente dal polo.

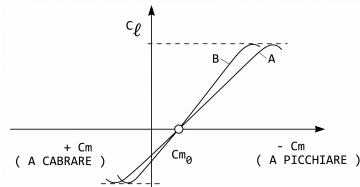
Il fuoco, ovvero il centro aerodinamico

Definizione

Il **fuoco** (o **centro aerodinamico**, a.c.) è il punto rispetto al quale c_m non varia al variare dell'angolo d'attacco.

Posizione del centro aerodinamico

$$\frac{x_{ac}}{c} = \frac{x}{c} - \frac{\partial c_{mx}}{\partial c_\ell}$$



Gli incrementi di forza passano per il fuoco.

Da ricordare

Ai bassi numeri di Mach il fuoco cade a $x_{ac}/c \approx 0,25$: *un quarto della corda*.

Esercizio 3 — Trovare il centro aerodinamico da una prova

Esercizio 3 — dal diagramma sperimentale alla posizione del fuoco

In galleria si misura il momento rispetto a un polo posto al 40 % della corda. Il diagramma $c_{m0,40}$ contro c_ℓ è rettilineo, con intercetta $-0,05$ e pendenza $+0,15$. Dove cade il centro aerodinamico? Quanto vale c_{mac} ?

- 1) Dati** $x/c = 0,40$; $\partial c_{m0,40}/\partial c_\ell = +0,15$; intercetta $= -0,05$.
- 2) Modello** tratto lineare; si trascura il contributo della resistenza al momento (c_d è due ordini di grandezza sotto c_ℓ).
- 3) Equazione** $\frac{x_{ac}}{c} = 0,40 - 0,15 = \mathbf{0,25}$.
- 4) Incognita** trasportando a $0,25c$ con $c_\ell = 0,30$: $c_{mac} = (-0,05 + 0,15 \cdot 0,30) - 0,30 \cdot 0,15 = \mathbf{-0,05}$.
- 5) Verifica** con $c_\ell = 0,60$: $(-0,05 + 0,09) - 0,60 \cdot 0,15 = -0,05$. *Identico*: il momento rispetto a $0,25c$ non dipende dall'incidenza e coincide con c_{m0} .

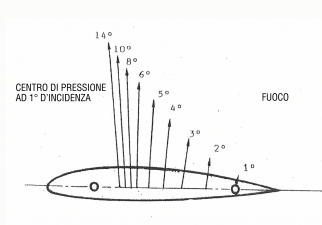
Fuoco e centro di pressione: non confonderli

Centro di pressione (CP)

Il punto in cui la risultante è *effettivamente* applicata, cioè quello rispetto al quale il momento è *nullo*.

Ma se la risultante passasse per il fuoco, lì il momento sarebbe nullo, mentre vale $c_{m0} \neq 0$: esiste dunque un braccio d , con

$$L \cdot d = \frac{1}{2} \rho V^2 S c_{m0} c = \text{cost.}$$



Il CP avanza col crescere di c_ℓ .

Osservazione

d è *inversamente proporzionale* alla portanza: crescendo α il CP **avanza** verso il fuoco. Il fuoco è *fisso*, il CP *migra*.

Il modello che porteremo avanti

La rappresentazione definitiva del profilo

Ai fini del momento di beccheggio la risultante si può considerare applicata **nel fuoco**, purché si tenga conto della coppia costante c_{m0} : *una forza nel fuoco più una coppia costante.*

Perché è comodo

Il punto di applicazione non si muove più con l'incidenza: nelle equazioni di equilibrio i bracci diventano costanti geometriche, non funzioni di α . Il problema resta lineare.

Dove lo ritroverete

In tutta la *stabilità longitudinale*: margine statico, equilibratore, centraggio. Questa slide è il ponte fra aerodinamica del profilo e meccanica del volo.

Parte 5

La distribuzione di pressione

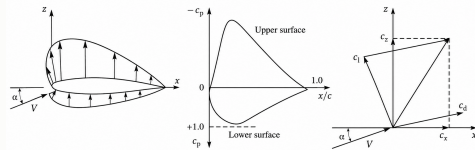
5

Il coefficiente di pressione

Formula chiave

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} \xrightarrow{\text{Bernoulli}}$$
$$c_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty} \right)^2$$

- dove la corrente **accelera**, $c_p < 0$: è la depressione del dorso, che «aspira» il profilo verso l'alto;
- dove **si arresta** ($V = 0$, ristagno) si ha il massimo $c_p = 1$.



Depressione sul dorso, sovrappressione sul ventre.

Dalle pressioni ai coefficienti di forza

Si integrano dapprima le componenti *normale* e *assiale* alla corda, c_z e c_x ; poi si ruota di α per riferirle alla corrente. Solo i risultati:

Formula chiave

$$c_\ell = c_z \cos \alpha - c_x \sin \alpha, \quad c_d = c_z \sin \alpha + c_x \cos \alpha, \quad c_{m.b.a.} = \int_0^1 \Delta c_p \frac{x}{c} d\left(\frac{x}{c}\right)$$

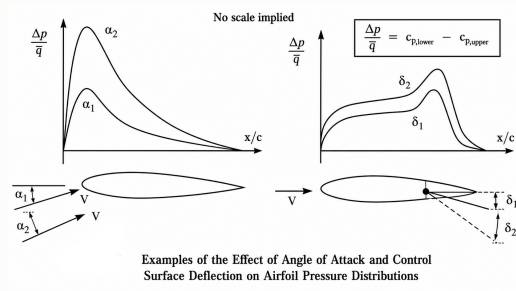
Alle incidenze usuali

$\cos \alpha \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$: la portanza coincide quasi con la componente normale.

Da ricordare

Il momento è la stessa area, ma *pesata col braccio x/c* : una pressione vicina al bordo d'uscita conta molto per il momento e poco per la portanza.

Incidenza e deflessione dei comandi



Effetto di α e della deflessione δ .

- aumentare α *intensifica* il picco vicino al **bordo d'attacco**;
- deflettere alettone, flap o equilibratore crea un *secondo picco* sulla **linea di cerniera**.

Attenzione

È quel secondo picco a generare il *momento di cerniera* da equilibrare: da qui si dimensionano superfici di governo e attuatori.

Parte 6

Comprimibilità e strato limite

6

Il numero di Mach critico

Sul dorso la corrente *accelera* molto: la velocità locale può essere assai maggiore di quella di volo.

Definizione

Il **numero di Mach critico** M_{cr} è il Mach di volo — minore di uno — al quale in un punto della superficie si raggiunge *localmente* la velocità del suono.

Coefficiente di pressione critico

$$c_{p,cr} = \frac{2}{\gamma M_{\infty}^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{\infty}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right], \quad \gamma \approx 1,4$$

Esercizio 4 — Il grafico che individua il Mach critico

Esercizio 4 — costruire la curva $c_{p,cr}(M_\infty)$

Tabulare $c_{p,cr}$ per $M_\infty = 0,50; 0,60; 0,70; 0,80$ e stabilire il Mach critico di un profilo il cui picco di depressione vale $c_{pmin} \approx -0,78$.

1) **Dati** $\gamma = 1,4$; $c_{pmin} = -0,78$.

2) **Modello** flusso isentropico. Si trascura la crescita del picco con M_∞ (Prandtl–Glauert): stima prudentiale per eccesso di M_{cr} .

3) **Calcolo**

M_∞	0,50	0,60	0,70	0,80
$c_{p,cr}$	-2,13	-1,29	-0,78	-0,43

4) **Incognita** $c_{p,cr} = -0,78$ per $M_\infty \approx 0,70$: è il Mach critico del profilo.

5) **Verifica** la curva è monotona crescente: più si vola veloci, meno depressione basta per andare in sonico locale. Coerente.

Le conseguenze progettuali

Il senso di tutto questo

Per volare più veloci bisogna **appiattire** la distribuzione sul dorso: distribuire la portanza su una porzione ampia di corda invece di concentrarla in un picco.

I profili supercritici

Dorso quasi piatto, carico distribuito, forte ricurvatura posteriore. M_{cr} sale; il prezzo è un momento picchiante più marcato.

L'ala a freccia

Riduce la componente di velocità che il profilo «vede» davvero e ritarda gli effetti di comprimibilità. Ecco perché i jet da trasporto hanno l'ala a freccia.

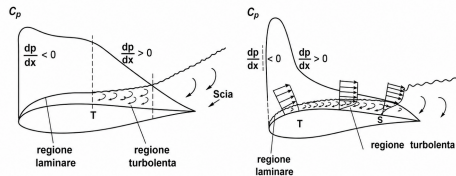
Attenzione

Superato M_{cr} compaiono zone supersoniche e onde d'urto, con un aumento rapidissimo della resistenza: la *crisi della resistenza*.

Transizione laminare–turbolenta

Lo strato limite nasce **laminare**, a basso attrito; poi transisce a **turbolento**, più resistente ma assai più tenace contro la separazione. Il criterio è il segno del gradiente di pressione:

- $dp/dx < 0$ (favorevole): laminare e stabile;
- $dp/dx > 0$ (avverso): si ispessisce, transisce e — se il gradiente è severo — *si separa*.



Tratto laminare, transizione T , tratto turbolento.

Due conseguenze costruttive

1 — Le superfici anteriori vanno levigate

Una rugosità anche modesta anticipa la transizione, estende la zona turbolenta e vanifica i benefici del profilo laminare. L'abbiamo quantificato nell'Esercizio 2: trenta conteggi, un terzo dell'efficienza.

2 — Il punto di minima pressione va arretrato

Così si mantiene a lungo il gradiente favorevole e si estende la zona laminare. È esattamente la filosofia dei profili laminari, la cui firma sulla polare è la sacca laminare.

Nota

Sono due facce dello stesso principio: il progetto *crea* la zona laminare, la manutenzione la *conserva*. Se manca la seconda, la prima non serve a nulla.

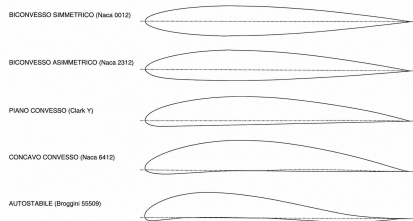
Parte 7

Le famiglie di profili e le serie NACA

7

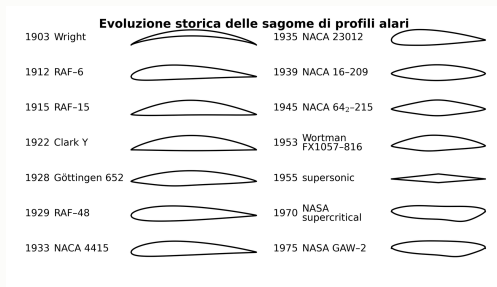
Le grandi famiglie geometriche

- **Concavo-convessi** — molto inarcati, altissima portanza: velivoli lenti.
- **Piano-convessi** — ventre piatto, semplici da costruire.
- **Biconvessi asimmetrici** — inarcamento moderato: i più diffusi.
- **Biconvessi simmetrici** — inarcamento nullo: impennaggi e superfici di governo.
- **Autostabili** — linea media a «S», momento nullo o cabrante: configurazioni tutta.



Le cinque famiglie geometriche.

Un secolo di forme



Evoluzione storica delle forme.

- **Albori**: lamine sottili e ricurve.
- **Poi**: si comprende il valore dello spessore.
- **Anni '30**: famiglie a quattro e cinque cifre.
- **Anni '40**: i *laminari*.
- **Volo veloce**: i *supercritici*.

Il senso di tutto questo

Non esiste il «profilo migliore»: esiste il profilo giusto per quella missione.

La logica delle famiglie NACA

Dove stiamo andando

Ricordate la costruzione «linea media + spessore»? La NACA la trasformò in un *codice*: poche cifre che determinano per intero la geometria. Conoscere la sigla significa poter ridisegnare il profilo punto per punto.

Distribuzione di spessore (comune a 4 e 5 cifre)

$$y_t(x) = \frac{t}{0,20} \left(0,2969\sqrt{x} - 0,1260x - 0,3516x^2 + 0,2843x^3 - 0,1015x^4 \right)$$

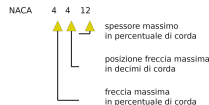
- il termine in $\sqrt{x}$ ha derivata infinita in $x = 0$: è ciò che *arrotonda* il bordo d'attacco;
- il fattore $1/0,20$ normalizza il massimo esattamente a $t/2$;
- raggio del b.a.: $r_{le} = 1,1019t^2$, cioè $\simeq 0,0159c$ per $t = 0,12$.

La serie a quattro cifre

NACA $M P X X$:

- M = inarcamento massimo in %
($m = M/100$)
- P = sua posizione in *decimi* ($p = P/10$)
- XX = spessore massimo in %
($t = XX/100$)
- es. **2412**: $m = 0,02$, $p = 0,40$, $t = 0,12$

Classificazione NACA a 4 cifre



La sigla a quattro cifre.

Linea media: due archi di parabola

$$y_c(x) = \begin{cases} \frac{m}{p^2} (2px - x^2), & 0 \leq x \leq p, \\ \frac{m}{(1-p)^2} [(1-2p) + 2px - x^2], & p \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Il montaggio perpendicolare

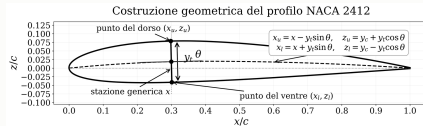
Lo spessore **non** si somma in verticale: si monta *perpendicolarmente* alla linea media. Detta $\theta(x) = \arctan(dy_c/dx)$:

Formula chiave

$$\begin{aligned}x_u &= x - y_t \sin \theta, & z_u &= y_c + y_t \cos \theta, \\x_l &= x + y_t \sin \theta, & z_l &= y_c - y_t \cos \theta.\end{aligned}$$

Nota

Per i profili simmetrici $y_c \equiv 0$, $\theta = 0$ e tutto si riduce a $z = \pm y_t$. Lo sfasamento $y_t \sin \theta$ impedisce al contorno di «aprirsi» presso il bordo d'attacco, dove θ è maggiore.



Spessore montato normale alla linea media.

Esercizio 5 — Un punto del contorno del NACA 2412

Esercizio 5 — dalle cifre della sigla al disegno

Determinare i punti di dorso e ventre del **NACA 2412** alla stazione $x = 0,30$ (tutto in frazione di corda).

- 1) **Dati** dalla sigla $m = 0,02$, $p = 0,40$, $t = 0,12$; stazione $x = 0,30 < p$.
- 2) **Modello** primo ramo della linea media ($x \leq p$). Servono y_t , y_c e θ .
- 3) **Calcolo**

$$y_t = 0,60 \left(0,2969 \sqrt{0,3 - \dots} \right) = 0,0600; \quad y_c = \frac{0,02}{0,16} (0,24 - 0,09) = 0,0188;$$

$$\frac{dy_c}{dx} = \frac{2 \cdot 0,02}{0,16} (0,40 - 0,30) = 0,0250 \implies \theta = 1,43^\circ.$$

- 4) **Incognite** $x_u = 0,2985$, $z_u = 0,0788$; $x_l = 0,3015$, $z_l = -0,0413$.
- 5) **Verifica** $z_u - z_l = 0,1201 \approx 2y_t$ e $(z_u + z_l)/2 = 0,0188 = y_c$: spessore conservato e linea media esattamente a metà. Corretto.

Che cosa ci ha insegnato l'Esercizio 5

Il senso di tutto questo

Quattro cifre e cinque righe di conto producono il contorno esatto di un profilo. È qui la potenza dell'idea NACA: la geometria non è più un disegno da copiare, ma una *formula* da valutare. Da lì al foglio elettronico, e poi al CNC che fresa la centina, il passo è breve.

Un particolare da conoscere

La somma dei cinque coefficienti dello spessore non è zero ma 0,0021: il bordo d'uscita resta *leggermente aperto*. Per il NACA xx12 lo spessore residuo totale vale $2y_t(1) = 0,0025c$. Dove serve un b.u. perfettamente chiuso, l'ultimo coefficiente si sostituisce con $-0,1036$.

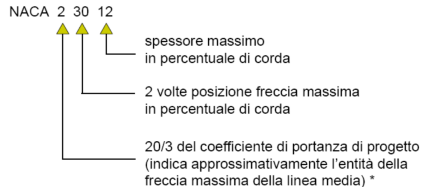
La serie a cinque cifre

NACA *LPPXX* — esempio **23012**:

- *L*: $c_{\ell i} = \frac{3}{20}L$ ($L = 2 \Rightarrow 0,30$)
- *PP*: doppio della posizione dell'inarcamento in % («30» $\Rightarrow p = 0,15c$); ammessi solo 10, 20, 30, 40, 50
- *XX*: spessore massimo in %

Nata per *innalzare* il $c_{\ell \max}$, spostando in avanti il punto di inarcamento massimo. Spessore identico alla serie a quattro cifre; la linea media diventa *cubica*.

Classificazione NACA a 5 cifre



* i profili della serie 5 vennero inizialmente calcolati per un coefficiente di portanza di progetto pari a 0.3

La sigla a cinque cifre.

Serie a cinque cifre: le costanti tabulate

Linea media standard (cubica)

$$y_c(x) = \begin{cases} \frac{k_1}{6} [x^3 - 3mx^2 + m^2(3-m)x], & 0 \leq x \leq m, \\ \frac{k_1}{6} m^3(1-x), & m \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Linea media	p	m	k_1
210	0,05	0,0580	361,4
220	0,10	0,1260	51,640
230	0,15	0,2025	15,957
240	0,20	0,2900	6,643
250	0,25	0,3910	3,230

Attenzione

Il parametro m **non** è la posizione p letta dalla sigla: p è geometrica, m e k_1 sono costanti *tabulate*, calibrate perché la linea media dia $c_{\ell i} = 0,30$. Verifica: per la 230 si ottiene $\frac{k_1}{6} m^3 (1 - m) \simeq 0,0176 c$, l'1,76 % della corda.

Le serie laminari (serie 1 e serie 6)

Serie 1 — NACA 1X-XXX

serie; posizione della pressione minima in decimi (la serie 16 ha il minimo al 60 %); $c_{\ell i}$ in decimi; spessore in %.

Serie 6 — NACA 6X_y-XXX ($a = \dots$)

serie; pressione minima in decimi; il pedice y è la semi-ampiezza della «tazza di laminarità»; poi $c_{\ell i}$ in decimi e lo spessore in %; a è la frazione di corda a carico uniforme.

Classificazione NACA serie 6



Le sigle delle serie laminari.

Da ricordare

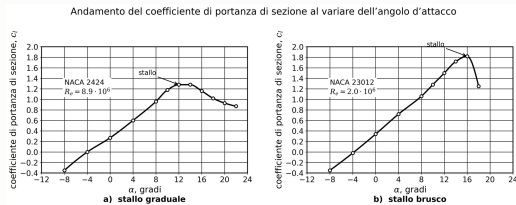
Serie 4 e 5 cifre: sigle come *formule di costruzione*. Serie laminari: *specifiche di progetto*, contorno da tabelle.

Parte 8

Portanza massima e comportamento allo stallo

8

Stallo graduale e stallo brusco



Stallo graduale e stallo brusco.

- **Graduale** — perdita dolce oltre il massimo; tipico dei profili moderatamente spessi, dà buon preavviso (vibrazioni, comandi molli).
- **Brusco** — caduta improvvisa; profili sottili, separazione dal bordo d'attacco. Arriva quasi senza avviso.

Da ricordare

Non è una questione di prestazione ma di *sicurezza*: un profilo con $c_{l_{max}}$ altissimo ma stallo brusco può essere una scelta peggiore di uno più modesto e prevedibile.

I quattro parametri su cui gioca il progettista

1. il **rapporto di spessore**;
2. il **raggio del bordo d'attacco**: se arrotondato, la corrente resta attaccata fino a incidenze maggiori;
3. l'**inarcamento**: eleva la portanza ma può anticipare la separazione sul dorso;
4. la **posizione dello spessore massimo**.

Il senso di tutto questo

Sono gli stessi quattro parametri che governano resistenza, momento e Mach critico. Non esiste una manopola che agisca su una sola grandezza: ogni scelta è un *compromesso*, ed è questo che rende il progetto aeronautico un mestiere e non un algoritmo.

Attenzione

Tutto ciò vale per il *profilo*, cioè per apertura infinita. Da qui in avanti tagliamo l'ala a lunghezza finita: alcune conclusioni vanno riviste.

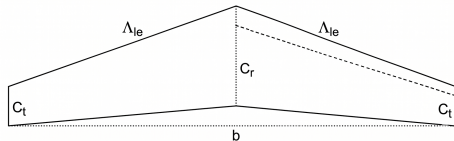
Parte 9

L'ala finita: geometria e parametri di progetto

9

Dalla sezione all'ala

- **Corde** c_r , c_t — di radice e di estremità.
- **Apertura** b — distanza fra le estremità.
- **Superficie** S — area della forma in pianta.
- **Rastremazione** $\lambda = c_t/c_r$ — vale 1 per l'ala rettangolare, tende a 0 per la triangolare.
- **Allungamento** $AR = b^2/S$ — la «snellezza»: è il parametro dell'ala finita.
- **Freccia** Λ — si usano Λ_{le} e $\Lambda_{c/4}$.



Forma in pianta dell'ala.

Coefficienti dell'ala

$$C_L = \frac{L}{qS}, \quad C_D = \frac{D}{qS}, \quad C_M = \frac{M}{qSc}$$

L'angolo diedro

Il **diedro** Γ è l'angolo che, in vista frontale, le semiali formano con l'orizzontale: positivo se le estremità stanno più in alto della radice. Il meccanismo stabilizzante:

1. una raffica inclina lateralmente il velivolo;
2. nasce uno *scivolo d'ala* verso la semiala bassa;
3. con diedro positivo l'incidenza locale *cresce* sulla semiala bassa e *cala* su quella alta;
4. nasce un momento di rollio che riporta le ali in piano.



Il diedro raddrizza il velivolo.

Diedro: le scelte di configurazione

Osservazione

Un'ala *alta* ha già un effetto diedro intrinseco, di tipo pendolare, e richiede poco diedro geometrico. Un'ala *bassa* ne è priva e deve recuperarlo con un marcato diedro positivo: guardate un monomotore da turismo ad ala bassa, la «V» si vede a occhio nudo.

E il diedro negativo (anidro)?

La risposta si rovescia: amplifica la perturbazione, riducendo la stabilità laterale ma aumentando la prontezza al rollio. Si incontra su velivoli militari e su configurazioni che possiedono già un forte effetto stabilizzante per altra via — tipicamente l'ala alta.

Da ricordare

Nelle ali molto flessibili il diedro *effettivo* in volo è la somma di quello geometrico e di quello indotto dalla deformazione elastica sotto carico.

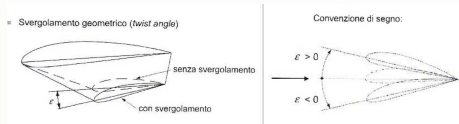
Lo svergolamento alare

Lo **svergolamento** ε è la variazione dell'angolo di calettamento lungo l'apertura, riferita alla radice: *geometrico* se ruotano le corde, *aerodinamico* se cambia il tipo di profilo.

Nella pratica prevale il **washout** (svergolamento negativo): l'estremità lavora a incidenza *minore* della radice.

Ragione 1 — lo stallo

Le estremità stallano *dopo* la radice: gli alettoni restano efficaci e si preserva il controllo laterale.



Svergolamento negativo (*washout*).

Ragione 2 — la struttura

Scaricando le estremità cala il momento flettente all'incastro: la struttura può essere più leggera.

Il carico alare

Il **carico alare** W/S è dimensionalmente una *pressione*: la «pressione media» che l'ala deve sostenere.

Formula chiave

$$\frac{W}{S} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L$$
$$V_{\text{stallo}} = \sqrt{\frac{2}{\rho C_{L\text{max}}} \cdot \frac{W}{S}}$$

Osservazione

Notate la *radice quadrata*: raddoppiare W/S non raddoppia la velocità di stallo, la moltiplica per $\sqrt{2} \approx 1,41$. Leggeri: carichi bassi. Trasporto: intermedi. Caccia: i più alti.

	alto	basso
V di stallo	alta	bassa
Corsa al suolo	lunga	corta
Sens. raffiche	bassa	alta

Esercizio 6 — Carico alare e velocità di stallo

Esercizio 6 — la velocità minima di sostentamento

Un velivolo ha $W/S = 1200 \text{ N/m}^2$ e $C_{L\max} = 1,4$. Calcolare la velocità di stallo al livello del mare e dire di quanto crescerebbe se il carico alare raddoppiasse.

1) **Dati** $W/S = 1200 \text{ N/m}^2$; $C_{L\max} = 1,4$; $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$.

2) **Modello** volo rettilineo orizzontale uniforme ($L = W$, fattore di carico $n = 1$), quota zero, C_L al massimo.

3) **Calcolo**

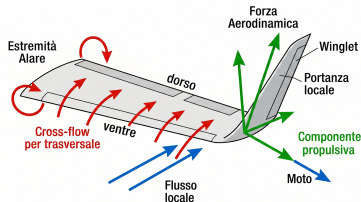
$$V_{\text{stallo}} = \sqrt{\frac{2}{1,225 \times 1,4} \times 1200} = \sqrt{1399} \approx 37,4 \text{ m/s} \approx 135 \text{ km/h}.$$

4) **Incognita** con $W/S = 2400 \text{ N/m}^2$: $V'_{\text{stallo}} \approx 52,9 \text{ m/s} \approx 190 \text{ km/h}$, cioè +41 %.

5) **Verifica** $52,9/37,4 = 1,414 = \sqrt{2}$: coerente. E poiché lo spazio di atterraggio va con V^2 , raddoppiare W/S raddoppia la corsa.

Le winglet

All'estremità l'aria rifluisce dal ventre al dorso, arrotolandosi nel vortice. La **winglet** agisce proprio su quel flusso: investita dalla corrente locale, già inclinata dal rifluire trasversale, sviluppa una forza la cui componente è diretta *in avanti*. Si comporta come una piccola vela che recupera parte dell'energia dissipata nel vortice.



La winglet recupera energia dal vortice.

Da ricordare

L'effetto equivale a un aumento di allungamento *senza* aumentare l'apertura b . Allungare l'ala ridurrebbe anch'esso la resistenza indotta, ma al prezzo di più peso e — soprattutto — più momento flettente all'incastro.

Parte 10

La portanza dell'ala finita

10

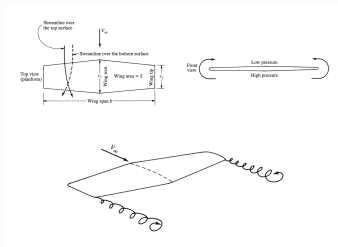
I vortici di estremità

Su un'ala di apertura *finita* la differenza di pressione fra ventre e dorso non può chiudersi dolcemente all'estremità: l'aria la contorna in un moto rotatorio.

Nasce così un robusto **vortice di estremità** per lato: sono gli stessi vortici di scia che impongono di distanziare i decolli.

Dove stiamo andando

La catena causale: vortici → downwash → incidenza indotta → meno portanza e una resistenza in più.



I due vortici di estremità.

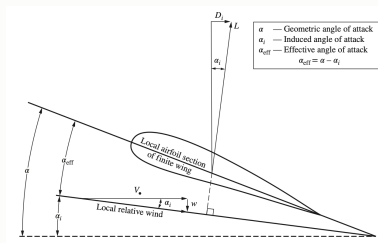
Downwash e incidenza indotta

I vortici inducono su tutta l'ala una velocità verso il basso, il **downwash** w . Sommata a V_∞ , fa sì che ogni sezione «veda» una corrente locale *inclinata verso il basso*.

Formula chiave

$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha - \alpha_i,$$

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}$$



Downwash e angolo indotto α_i .

Il senso di tutto questo

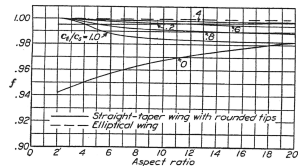
α_i cresce con la portanza richiesta e *diminuisce* con l'allungamento. Poiché ogni sezione lavora a incidenza ridotta, l'ala finita produce *meno portanza* del profilo di cui è fatta.

La pendenza della retta di portanza dell'ala

Ali non a freccia, campo incompressibile

$$c_{l_\alpha} = f \frac{c_{l_\infty}}{1 + \frac{57,3 c_{l_\infty}}{\pi AR}} \quad c_{l_\infty} \text{ in } 1/^\circ$$

- f , **efficienza di apertura**: 1 per l'ala ellittica ideale, poco meno per le altre forme;
- il 57,3 converte i radianti in gradi.



Il fattore f .

Osservazione

Il denominatore è sempre > 1 : la pendenza dell'ala è *sempre* inferiore a quella del profilo, e vi tende solo per $AR \rightarrow \infty$.

Esercizio 7 — Quanto costa avere un'apertura finita

Esercizio 7 — pendenza e portanza di un'ala con $AR = 8$

Un'ala rastremata ($\lambda = 0,50$) ha $AR = 8$, profilo con $c_{\ell\infty} = 0,11/^\circ$ e $\alpha_0 = -2^\circ$; dal diagramma $f \approx 0,985$. Calcolare $c_{\ell\alpha}$ e la portanza a $\alpha = 2^\circ$.

- 1) Dati** $AR = 8$; $\lambda = 0,50$; $f = 0,985$; $c_{\ell\infty} = 0,11/^\circ$; $\alpha_0 = -2^\circ$; $\alpha = 2^\circ$.
- 2) Modello** ala non a freccia, incompressibile, tratto lineare.
- 3) Pendenza**

$$c_{\ell\alpha} = 0,985 \frac{0,11}{1 + \frac{57,3 \times 0,11}{\pi \times 8}} = 0,985 \frac{0,11}{1,251} \approx 0,0866/^\circ.$$

- 4) Portanza** con $\alpha - \alpha_0 = 4^\circ$: $c_\ell = 0,11 \times 4 = \mathbf{0,44}$ (profilo isolato); $C_L = 0,0866 \times 4 = \mathbf{0,346}$ (ala finita).
- 5) Verifica** la perdita è $1 - 0,346/0,44 = 21,3\%$, pari a quella subita dalla pendenza: coerente. È come se le sezioni lavorassero a $3,15^\circ$ anziché 4° : incidenza indotta media $\approx 0,85^\circ$.

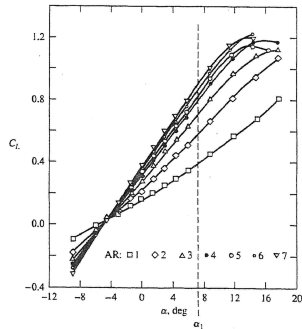
Che cosa ci ha insegnato l'Esercizio 7

Il senso di tutto questo

Un'ala con $AR = 8$ — valore ordinario per un velivolo da turismo — perde oltre un *quinto* della portanza che il suo profilo darebbe in condizioni bidimensionali. Non è una correzione di secondo ordine.

Nota

In versione ellittica ($f = 1$) avrebbe $0,0879^\circ$: l'1,5% in più. Fra forme in pianta reali la differenza è modesta; fra 2D e 3D è enorme.



Effetto dell'allungamento sulla portanza.

Perché non facciamo tutte le ali lunghissime?

Attenzione

Perché il limite è *strutturale*: un'ala molto snella deve essere più robusta, quindi più pesante. Il guadagno aerodinamico viene prima o poi mangiato dal peso della struttura che lo rende possibile.

Alti allungamenti

Alianti: $AR \sim 15 - 20$. Cercano la massima efficienza e accettano ali pesanti, lunghe e delicate.

Bassi allungamenti

Caccia e velivoli acrobatici: allungamenti modesti. Privilegiano manovrabilità, robustezza e velocità di rollio.

Il senso di tutto questo

Ecco perché la winglet è stata un'idea tanto fortunata: dà una parte del beneficio dell'allungamento senza pagarne per intero il conto strutturale.

Parte 11

La resistenza dell'ala finita



Due resistenze di natura diversa

Resistenza parassita C_{D0}

Attrito viscoso e scia. In pratica è quella del profilo allo stesso coefficiente di portanza, *come se tutte le sezioni lavorassero a $c_\ell = C_L$* .

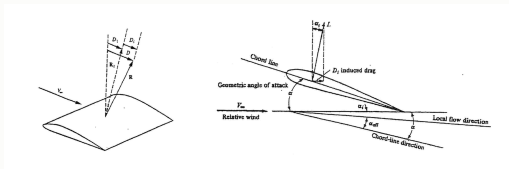
Resistenza indotta C_{Di}

Non esiste nel caso bidimensionale: nasce dall'incidenza indotta, cioè dalla finitezza dell'apertura.

Da ricordare

Il «prezzo» inevitabile della portanza su un'ala finita. Si paga una resistenza in più proprio perché si genera portanza con un'apertura limitata.

Origine della resistenza indotta



Origine della resistenza indotta.

Il ragionamento, passo per passo:

1. il downwash inclina la corrente locale di α_i ;
2. la portanza locale è per definizione perpendicolare alla corrente *locale*;
3. risulta dunque inclinata all'indietro rispetto alla verticale del velivolo;
4. la sua proiezione nel verso del moto è una *forza resistente*: $D_i \approx L \alpha_i$.

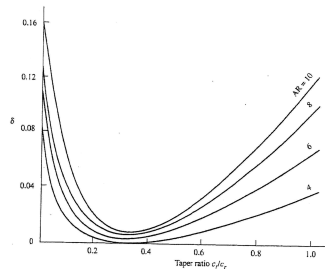
La formula della resistenza indotta

Formula chiave

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi AR} \text{ (ala ellittica)}$$

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta)$$

Il **fattore** δ penalizza le forme non ellittiche: vale 0 per l'ala ellittica, forma di *minima* resistenza indotta.



Il fattore δ .

Due insegnamenti

C_{Di} cresce col *quadrato* del C_L e diminuisce con AR .

Gli ordini di grandezza, per fissare le idee

Effetto di AR ($C_L = 0,50$)

AR	C_{Di}	conteggi
4	0,0199	199
6	0,0133	133
8	0,0099	99
12	0,0066	66
20	0,0040	40

Effetto di C_L ($AR = 8$)

C_L	C_{Di}	conteggi
0,2	0,0016	16
0,5	0,0099	99
1,0	0,0398	398
1,5	0,0895	895

Osservazione

Confrontate col $c_{d\min}$ di un buon profilo (50 – 80 conteggi): alle basse velocità la resistenza indotta è il contributo *dominante*. Da $C_L = 0,5$ a $C_L = 1,0$ essa quadruplica.

Esercizio 8 — Esempio applicativo completo (1/2)

Esercizio 8 — dal dato geometrico alla resistenza totale

Ala trapezia: $c_r = 2$ m, $c_t = 1$ m, $b = 10$ m, $S = 15$ m²; profilo **NACA 4412** ($\alpha_0 \approx -4^\circ$, $c_{\ell\infty} \approx 0,11/^\circ$); $\alpha = 2^\circ$; $Re \approx 3 \times 10^6$. Determinare C_D .

1) **Geometria** $AR = b^2/S = 100/15 \approx 6,67$; $\lambda = c_t/c_r = 0,50$. Controllo: $S = \frac{c_r+c_t}{2}b = \frac{3}{2} \times 10 = 15$ m². Dati coerenti.

2) **Portanza del profilo** $c_\ell = 0,11 (2 - (-4)) = 0,66$.

3) **Pendenza dell'ala** dal diagramma $f \approx 0,998$:

$$c_{\ell\alpha} = 0,998 \frac{0,11}{1 + \frac{57,3 \times 0,11}{\pi \times 6,67}} = 0,998 \frac{0,11}{1,301} \approx 0,0843/^\circ.$$

4) **Portanza dell'ala** assumendo per l'ala lo stesso α_0 del profilo: $C_L = 0,0843 \times 6 \approx 0,506$.

Esercizio 8 — Esempio applicativo completo (2/2)

Esercizio 8 — seguito

5) Resistenza parassita assumendo che in media le sezioni lavorino a $c_\ell = C_L \approx 0,50$, dalla polare del profilo a $Re = 3 \times 10^6$ si legge $C_{D0} \approx \mathbf{0,007}$.

6) Resistenza indotta dal diagramma $\delta \approx 0,017$:

$$C_{Di} = \frac{0,506^2}{\pi \times 6,67} (1 + 0,017) = 0,0122 \times 1,017 \approx \mathbf{0,0124}.$$

7) Resistenza totale $C_D = C_{D0} + C_{Di} = 0,007 + 0,0124 = \mathbf{0,0194}$.

8) Verifica e chiusura dimensionale l'efficienza vale $C_L/C_D \approx 26$, plausibile per un'ala isolata di questo allungamento. A $V = 200$ km/h e quota zero ($q \approx 1890$ Pa):

$$L = C_L q S \approx 14\,360 \text{ N}, \quad D = C_D q S \approx 551 \text{ N}.$$

Che cosa ci ha insegnato l'Esercizio 8

Il risultato più istruttivo di tutta la trattazione

$$C_{Di} = 0,0124 \quad \text{contro} \quad C_{D0} = 0,007$$

La resistenza *indotta* è quasi il **doppio** di quella parassita: il 64% del totale.

Non è un caso particolare

Il metodo, in otto passi

È la situazione tipica del volo lento e ad alto C_L . Alle alte velocità il rapporto si rovescia: C_{Di} crolla col quadrato di C_L e domina la parassita.

Geometria $\rightarrow$ profilo $\rightarrow$ pendenza $\rightarrow C_L \rightarrow C_{D0} \rightarrow C_{Di} \rightarrow C_D \rightarrow$ forze in newton.

Parte 12

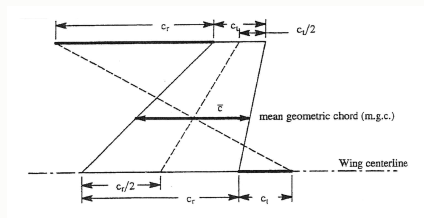
Il momento dell'ala e sintesi finale

12

Il momento dell'ala e la corda media

Il momento di un'ala è, in sostanza, quello dei suoi profili. Ma occorre individuare il **centro aerodinamico dell'ala**:

- **ala rettangolare a profilo costante**: coincide con quello del profilo;
- **ala rastremata**: serve prima la **corda media geometrica $\bar{c}$** .

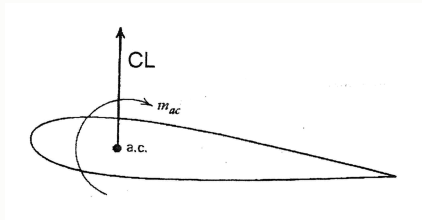


Costruzione della corda media $\bar{c}$.

Osservazione

Se il fuoco del profilo è al 25 %, il centro aerodinamico dell'ala cade al 25 % della *corda media*. La regola del quarto di corda sopravvive al passaggio 2D → 3D, a patto di applicarla alla corda giusta.

Come rappresenteremo l'ala d'ora in avanti



Forza nel centro aerodinamico e coppia focale.

L'ala si rappresenta con la sua *corda media* e con il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico, praticamente coincidente con il momento focale del profilo.

Da ricordare

Un'ala con NACA 4412 avrà $C_{M_{ac}} \approx -0,10$: negativo, dunque *picchiante*, com'è tipico dei profili inarcati.

Il senso di tutto questo

È lo stesso modello costruito per il profilo — *una forza nel fuoco più una coppia costante* — solo che ora il fuoco sta sulla corda media aerodinamica.

Il filo logico dell'intera trattazione

Il profilo fissa la sezione

- portanza proporzionale all'incidenza fino allo stallo;
- resistenza con un minimo all'incidenza di progetto;
- momento = forza nel fuoco + coppia costante c_{m0} .

Il senso di tutto questo

La forma in pianta ottimale è quella *ellittica*; le forme reali vi si avvicinano con la rastremazione, accettando i fattori f e δ — che nei conti valgono pochi punti percentuali.

L'ala eredita e modifica

- la pendenza della retta di portanza *si riduce*;
- compare un'incidenza indotta α_i ;
- e con essa una resistenza indotta $\propto C_L^2$, attenuata da AR .

Le formule da portare a casa

Profilo (2D)

$$c_\ell = c_{\ell_\infty} (\alpha - \alpha_0), \quad c_{\ell_\infty} \approx 0,11/^\circ$$

$$c_\ell = \frac{l}{q c}, \quad c_d = \frac{d}{q c}, \quad c_m = \frac{m}{q c^2}$$

$$c_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty} \right)^2$$

$$\frac{x_{ac}}{c} = \frac{x}{c} - \frac{\partial c_{mx}}{\partial c_\ell} \approx 0,25$$

Ala finita (3D)

$$AR = \frac{b^2}{S}, \quad \lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}, \quad c_{\ell_\alpha} = f \frac{c_{\ell_\infty}}{1 + \frac{57,3 c_{\ell_\infty}}{\pi AR}}$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta)$$

$$V_{\text{stallo}} = \sqrt{\frac{2}{\rho C_{L\max}} \cdot \frac{W}{S}}$$

Per continuare a studiare

- **B. Raucci**, *Caratteristiche dei profili alari e dell'ala finita* — la monografia di cui queste slide sono la sintesi, con tutte le dimostrazioni per esteso.
- **V. Losito**, *Fondamenti di Aeronautica Generale*, Accademia Aeronautica, Napoli, 1994.
- **J. D. Anderson**, *Introduction to Flight*.
- **I. H. Abbott, A. E. von Doenhoff**, *Theory of Wing Sections* — tabelle e polari sperimentali delle serie NACA.
- **NACA/NASA Technical Reports Server**, ntrs.nasa.gov — i rapporti originali, di pubblico dominio.

E adesso?

Il passo successivo è la *polare del velivolo completo* e, da lì, le prestazioni. Tutto poggia su due formule che avete già in mano: $C_L = c_{\ell_\alpha}(\alpha - \alpha_0)$ e $C_D = C_{D0} + C_L^2/(\pi AR)(1 + \delta)$.