

Serie Raucci — Costruzioni Aeronautiche — IV anno

Costruzioni Aeronautiche

La trave e le sue sollecitazioni, i materiali e le tecnologie, l'involuppo di volo

prof. ing. Biagio Raucci

ITIS «E. Majorana» — Trasporti e Logistica, Costruzione del Mezzo Aeronautico

Serie Raucci — Costruzioni Aeronautiche — IV anno



Come usare queste slide

Dove stiamo andando

Queste slide accompagnano la monografia *Costruzioni Aeronautiche*: stessa notazione, stessi colori dei riquadri, stessi esempi numerici. Il linguaggio qui è più disteso e alcuni passaggi sono riassunti nel solo *risultato finale*: per le dimostrazioni complete si va sugli appunti. Le slide coprono però **tutti** gli argomenti del corso: una seconda strada verso la stessa meta.

Il filo di tutto il corso

Prima di partire, conviene vedere il percorso dall'alto.

La catena del calcolo strutturale

Il volo produce **carichi**; i carichi diventano **sollecitazioni interne** (N , T , M_t , M_f); le sollecitazioni diventano **tensioni** (σ , τ); le tensioni si confrontano con ciò che il **materiale** sopporta. Ogni capitolo del corso è un anello di questa catena.

La mappa del percorso

Parte I — La trave

- la trave, i vincoli, le quattro caratteristiche
- tensioni, prova di trazione, schema di verifica
- sforzo normale e *instabilità* (Eulero)
- torsione: le formule di *Bredt*
- flessione e taglio: *Navier* e *Jourawsky*

Parti II–IV — Verso l'aeroplano

- materiali, trattamenti, *fatica*, compositi
- guscio e *semiguscio*: il modello dell'ala
- il dimensionamento: dal carico ai millimetri
- l'*inviluppo di volo*: manovra e raffica
- le esercitazioni sul SIAI SF-260

Parte 1

La trave e le caratteristiche della sollecitazione

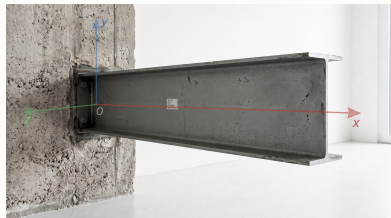
1

Che cos'è una trave

Definizione

Una **trave** è un elemento strutturale in cui una dimensione — la *lunghezza*, lungo l'asse x — è molto maggiore delle altre due, che definiscono la *sezione trasversale*. La trave trasferisce i carichi esterni ai vincoli attraverso le proprie sollecitazioni interne.

Se la geometria è “lunga e snella”, tutto si descrive lungo la sola ascissa x . Una semiala, un montante, il tubo di una cloche: strutture diverse, *stesso modello*.



La mensola: lo schema della semiala.

La trave che avete in mano

Un laboratorio da astuccio

Un righello è una trave quasi perfetta. Tenetene fermo un estremo sul banco e, con l'altra mano: *tiratelo* lungo il suo asse; *spingetelo* di lato; *flettetelo*; *torcetelo*. State applicando, una alla volta, le quattro sollecitazioni di questo capitolo — e il righello risponde in quattro modi diversi.

Tenete il righello a portata di mano: lo useremo ancora, e nel modo più sorprendente, quando parleremo di *instabilità*.

Vincoli: l'incastro e la mensola

Il vincolo più severo

L'**incastro** blocca *tutto*: tre traslazioni e tre rotazioni. Per azione e reazione sviluppa fino a tre forze e tre momenti di reazione.

Il modello della semiala

Trave incastrata a un estremo e libera all'altro = **mensola**. La radice alare è l'incastro, l'estremità è libera: quasi tutto il corso lavora su questo schema.

Carichi esterni vs reazioni vincolari

I **carichi** li applica l'ambiente (peso, portanza, spinta); le **reazioni** le sviluppa il vincolo per impedire i movimenti: non si scelgono, si *calcolano*. Test rapido: togliete mentalmente il vincolo — se la struttura parte o ruota, quella che manca era una reazione.

Le equazioni cardinali e il corpo libero

Equazioni cardinali della statica (piano)

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M_P = 0$$

Tre equazioni $\Rightarrow$ al più **tre incognite** per corpo: è la condizione che rende il problema *isostatico*.

Il metodo, in tre passi: **1)** si **isola** il corpo da studiare; **2)** si sostituisce ogni vincolo con le forze che esercitava (*diagramma di corpo libero*); **3)** si scrivono le cardinali e si risolve.

La scelta furba del polo

Le cardinali lasciano una libertà preziosa: il polo P dei momenti è *arbitrario*.

Dove conviene metterlo

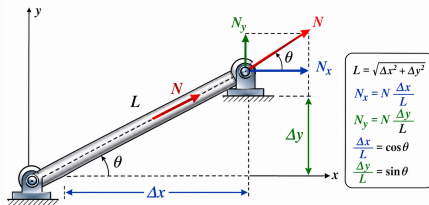
Mettete il polo **dove passano più incognite**. Ogni forza che passa per P ha braccio nullo e *scompare* dall'equazione dei momenti: il sistema si sgrana in equazioni quasi indipendenti, da risolvere una alla volta invece che tutte insieme. È la differenza fra un conto di dieci minuti e uno di due.

L'asta a due forze (la biella)

Asta a due forze

Elemento incernierato alle sole estremità e privo di carichi lungo il fusto. Per l'equilibrio, le due forze devono essere **uguali, opposte e dirette lungo la congiungente delle cerniere**: l'asta lavora solo a *sforzo assiale* e porta **una sola incognita**.

Ogni cerniera varrebbe due incognite; la biella le riduce a una. Riconoscerle — in un carrello, in una controventatura — *vale metà del problema*.



La biella e i suoi coseni direttori.

I coseni direttori: niente trigonometria

Per proiettare lo sforzo N della biella sugli assi bastano le lunghezze lette dal disegno, con Pitagora:

$$N_x = N \frac{\Delta x}{L}, \quad N_y = N \frac{\Delta y}{L}, \quad L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}.$$

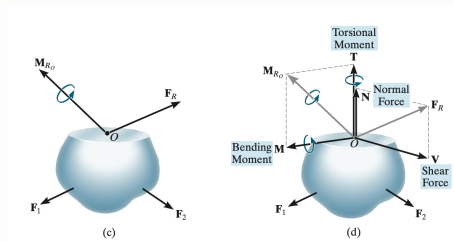
Nota

Niente angoli, niente seni e coseni da calcolatrice: solo *rapporti di lunghezze*. Nei telai di tubi — castelli motore, tralicci di fusoliera — è il modo più rapido e più robusto di impostare gli equilibri ai nodi.

Il taglio ideale e le forze interne

Come si scopre che cosa accade *dentro* la trave? Con il **taglio ideale**: si taglia la trave con un piano trasversale in x e si getta via una parte. Perché l'altra resti in equilibrio, sulla superficie di taglio vanno applicate le azioni che la parte eliminata esercitava: le **forze interne**

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}, \quad \vec{M} = M_x\hat{i} + M_y\hat{j} + M_z\hat{k}.$$



Le forze e i momenti interni sulla sezione.

Le quattro caratteristiche della sollecitazione

Le quattro grandezze che riassumono tutto

$$N = F_x, \quad T = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}, \quad M_t = M_x, \quad M_f = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

sforzo normale, taglio, momento torcente, momento flettente: quattro numeri che dicono, sezione per sezione, che cosa la trave sta sopportando.

- N *tira o comprime* (il tirante di controvento); T fa *scorrere* le due metà (la risma di fogli spinta in versi opposti);
- M_t *torce* (lo strofinaccio strizzato); M_f *incurva* (l'ala che flette in richiamata).

Dove si vedono in un aeroplano

Dal finestrino, in aria agitata

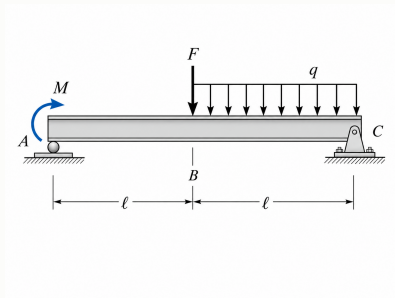
La semiala flette visibilmente: è M_f al lavoro. L'estremità oscilla anche in rotazione: è M_t . Il taglio T non si vede, ma è lui che “consegna” la portanza, sezione dopo sezione, dall'estremità fino alla radice — senza taglio, la portanza resterebbe dove nasce.

Lo sforzo normale N , nell'ala in volo livellato, è il più discreto dei quattro; diventa protagonista nei montanti di controventatura e nei correnti — lo ritroveremo lì.

I tre casi di carico del corso

Sulla mensola studieremo tre situazioni che, da sole o combinate, coprono quasi tutti i casi aeronautici:

1. **momento attorno a x :** torsione pura M_t ;
2. **forza nel piano xy :** sforzo normale + taglio + flessione;
3. **carico distribuito** ortogonale all'asse: la portanza lungo l'apertura — *il* caso aeronautico.



I tre casi elementari.

Il principio di sovrapposizione

Scomporre, risolvere, sommare

In campo elastico lineare la risposta a una somma di carichi è la somma delle risposte. Un carico complicato si scompone nei casi elementari, si risolve pezzo per pezzo, si somma: è il metodo con cui affronteremo la semiala completa delle esercitazioni.

Il limite del principio

La sovrapposizione cade quando la risposta non è più lineare. Il caso più importante per noi è l'*instabilità* delle aste compresse: lì i carichi non si possono sommare con leggerezza — lo vedremo fra due sezioni.

Parte 2

Tensioni interne e schema di verifica

2

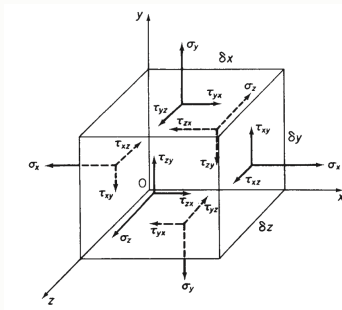
Dalle caratteristiche alle tensioni

Le caratteristiche dicono *quanto* la sezione sopporta nel complesso; ma la rottura è un fatto *locale*, punto per punto. Serve una grandezza locale: la **tensione**, forza per unità di area.

Tensioni normali e tangenziali

$$\sigma_x = \frac{dF_x}{dA}, \quad \tau_{xy} = \frac{dF_y}{dA}, \quad \tau_{xz} = \frac{dF_z}{dA}$$

σ perpendicolare alla faccia, τ nel piano della faccia. Unità: 1 MPa = 1 N/mm².



Lo stato tensionale sul cubetto elementare.

Farsi un'idea dei numeri

Una scala mentale in N/mm^2

Pressione atmosferica $\approx 0,1 \text{ MPa}$; pneumatico d'auto $\approx 0,22 \text{ MPa}$; lega leggera aeronautica che snerva a $300\text{--}500 \text{ MPa}$; acciaio da carrelli oltre 1000 MPa . Fra la pressione di una gomma e lo snervamento di un longherone ci sono *tre ordini di grandezza*: quando un risultato esce da questa scala, è il primo campanello d'allarme sul conto.

Chi produce che cosa

Ogni caratteristica genera il suo tipo di tensione, con una formula dedicata — è la tabella di marcia della Parte I:

Caratteristica	Tensioni	Andamento	Formula
Sforzo normale N	normali σ	uniformi	$\sigma = N/S$
Momento flettente M_f	normali σ	lineari	Navier
Taglio T	tangenziali τ	parabolico	Jourawsky
Momento torcente M_t	tangenziali τ	flusso costante	Bredt

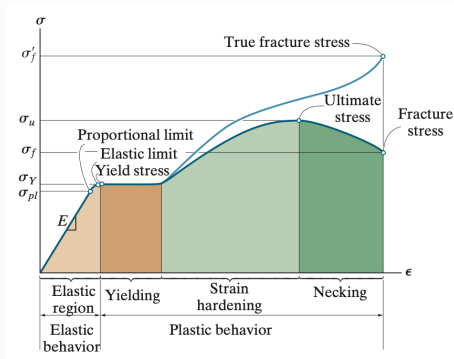
Quattro sollecitazioni, quattro formule, un solo schema di verifica: le prossime sezioni riempiono le caselle una alla volta.

La prova di trazione

Si afferra un provino normalizzato e lo si tira, misurando forza e allungamento. Riferendo la forza alla sezione iniziale S_0 :

$$\sigma_{\text{lim}} = \frac{F_{\text{lim}}}{S_0}, \quad \sigma_s = \frac{F_s}{S_0}, \quad \sigma_R = \frac{F_R}{S_0}$$

limite di proporzionalità, **snervamento** (iniziano le deformazioni permanenti), **rottura**.



Tratto elastico lineare, snervamento, campo plastico, rottura.

Perché comanda lo snervamento

Snervata = già da riparare

Una struttura che ha superato lo snervamento non è “quasi intera”: le deformazioni permanenti alterano forme aerodinamiche, giochi e accoppiamenti. Per questo in aeronautica il riferimento di calcolo è quasi sempre σ_s , non σ_R .

Regola pratica per i temi d'esame

Se il testo fornisce σ_s (o $R_{p0,2}$) si lavora a snervamento; se fornisce σ_R si lavora a rottura. Nel dubbio, dichiarare l'ipotesi in apertura di soluzione: è sempre apprezzato.

La legge di Hooke e le costanti elastiche

Elasticità lineare

$$\sigma = E \varepsilon, \quad \tau = G \gamma, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

E modulo di Young, G modulo tangenziale, ν coefficiente di Poisson. Per i metalli $\nu \simeq 0,3$, quindi $G \simeq 0,38 E$.

Materiale	$\sigma_{\max}$ [N/mm ²]	E [N/mm ²]	G [N/mm ²]	ν
Acciaio	600–800	200000	78000	0,30
Titanio	800	110000	41000	0,34
Al 2024	300	72000	27000	0,33
Al 7075	500	72000	27000	0,33

Poisson sotto gli occhi

L'elastico e il tappo di sughero

Tirate un elastico largo: mentre si allunga, *si restringe*. Quella contrazione trasversale, rapportata all'allungamento, è il coefficiente di Poisson ν . Il sughero ha $\nu \simeq 0$: compresso lungo l'asse non si gonfia di lato — per questo il tappo entra nel collo della bottiglia senza incastrarsi.

Nella tabella dei materiali, notate un dettaglio che userà Eulero: le due leghe di alluminio hanno resistenze molto diverse ma lo *stesso* E .

Lo schema generale della verifica

La liturgia è sempre la stessa, per ogni problema del corso:

1. geometria, sistema di riferimento, vincoli;
2. carichi esterni;
3. reazioni vincolari (equazioni cardinali);
4. caratteristiche N , T , M_t , M_f e sezioni critiche;
5. tensioni σ , τ nelle sezioni critiche;
6. materiale e coefficiente di sicurezza K ;
7. confronto finale: $\sigma_{\max} \leq \sigma_{am}$, $\tau_{\max} \leq \tau_{am}$.

Sette passi: dai carichi al verdetto. Tutto il corso è imparare a percorrerli con sicurezza su strutture via via più aeronautiche.

La tensione ammissibile

Il margine dichiarato

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_s}{K}, \quad K = 1,5 \div 2 \text{ in aeronautica}$$

K cresce con l'*incertezza* su carichi, materiali, lavorazioni. Niente 4 o 5 dell'edilizia: ogni chilo di struttura è un chilo in meno di carico utile — la sicurezza si recupera con qualità, controlli e manutenzione programmata.

Nota

Il celebre 1,5 delle norme (CS-23) è un'altra cosa: moltiplica i *carichi* (da contingenza a robustezza), non divide le tensioni. All'esame, dichiarare sempre quale coefficiente si sta usando e dove.

Von Mises: il criterio dei metalli duttili

Taglio ammissibile e tensione ideale

$$\tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} \simeq 0,58 \sigma_{am}, \quad \sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{am}$$

L'idea fisica: il metallo duttile snerva quando l'energia di *distorsione* — quella che cambia la forma, non il volume — raggiunge un valore critico. Uguagliando le energie di trazione pura e di taglio puro esce esattamente $\sqrt{3}$: non è una convenzione, è geometria dell'energia elastica.

La verifica combinata: un annuncio

Quando σ e τ lavorano insieme

La σ_{id} è lo strumento della **verifica combinata**: quando tensioni normali e tangenziali agiscono nello stesso punto — come accade in ogni longherone — non basta che ciascuna, presa da sola, sia sotto la propria ammissibile. Più avanti un esempio costruito apposta farà esplodere questa trappola: due verifiche promosse, la terza — quella combinata — bocciata.

Parte 3

Trazione, compressione e instabilità elastica

3

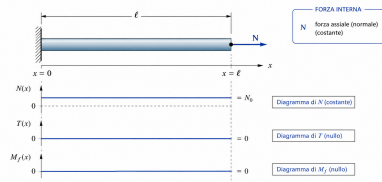
Trazione semplice: la sollecitazione democratica

Trave caricata da F_x lungo l'asse: l'unica caratteristica non nulla è $N = F_x$, e la tensione è *uniforme*:

Formula chiave

$$\sigma_x = \frac{N}{S}$$

Ogni millimetro quadro lavora quanto gli altri: a trazione tutto il materiale contribuisce — è la sollecitazione più efficiente.



Sforzo normale costante lungo la trave.

Un tirante alla prova

Verifica di un tirante (AI 2024, $K = 2$)

Tondino $d = 10$ mm, tiro $N = 1000$ N.

$$S = \pi d^2 / 4 = 78,54 \text{ mm}^2; \quad \sigma = 1000 / 78,54 = 12,73 \text{ N/mm}^2; \quad \sigma_{am} = 300 / 2 = 150 \text{ N/mm}^2.$$

$\sigma \ll \sigma_{am}$: verificato con margine enorme — il tirante lavora all'8% dell'ammissibile.

Tenete a mente questo tondino e questo carico: fra poche slide gli faremo cambiare *verso* alla forza, e il finale sarà molto diverso.

L'allungamento sotto carico

La verifica di resistenza dice se l'elemento *regge*; spesso serve anche sapere *quanto si deforma*: un tirante di comando che si allunga troppo introduce giochi nella catena dei comandi di volo.

Da Hooke, in una riga

$$\Delta \ell = \frac{N \ell}{S E}$$

cresce con carico e lunghezza; la contrastano l'area S e la rigidezza del materiale E . Il gruppo SE/ℓ è la *rigidezza assiale*: i newton necessari per allungare di un millimetro.

Quanto si allunga davvero

Barretta in Avional 2024-T4

$E = 73\,100 \text{ N/mm}^2$, $R_{p0,2} = 324 \text{ N/mm}^2$, $\ell = 1000 \text{ mm}$, $d = 10 \text{ mm}$, $N = 13 \text{ kN}$, $K = 1,5$.

- 1) Resistenza: $\sigma = 13000/78,54 = 165,5 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{am} = 324/1,5 = 216 \text{ N/mm}^2$: verificata.
- 2) Deformazione: $\Delta\ell = 13000 \cdot 1000 / (78,54 \cdot 73100) = 2,26 \text{ mm}$, cioè $\varepsilon = 0,226 \%$.

Due millimetri su un metro: invisibili a occhio nudo, non trascurabili se la barretta comanda una superficie mobile.

La compressione nasconde un tranello

Stessa forza, verso opposto: la tensione media è identica, $\sigma = N/S$. Verrebbe da dire che la verifica sia la stessa. **Non lo è.**

L'esperimento del righello

Tirate il righello per gli estremi: regge un peso considerevole. Ora appoggiatelo verticale sul tavolo e premete dall'alto: con pochi newton *sbanda* di colpo, inflettendosi ad arco. Non si è rotto il materiale — la tensione media era irrisoria. È ceduta la *forma*: si chiama **instabilità elastica**, o carico di punta.

Dove abita l'instabilità in un aeroplano

La verifica in più delle aste compresse

Per un'asta compressa la verifica $\sigma = N/S \leq \sigma_{am}$ **non basta**: serve anche la verifica a instabilità. E di aste compresse un aeroplano è pieno: montanti di controventatura, aste di comando, gambe di carrello, correnti dei pannelli sul dorso alare in richiamata.

Il righello ci ha dato il fenomeno; ora serve la formula che lo prevede — è il lavoro di Eulero.

La formula di Eulero

Il carico critico

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{\ell_0^2}, \quad \text{verifica: } \frac{F_{crit}}{N} \geq K$$

$J_{\min}$: momento d'inerzia *minimo* della sezione — l'asta sbanda nel piano in cui è meno rigida, e la formula lo sa.

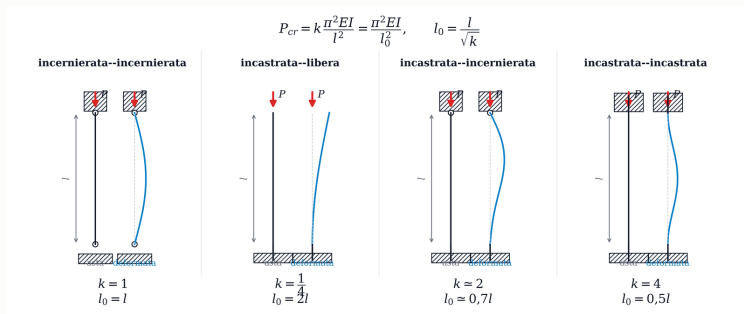
Si noti da chi *non* dipende: dalla resistenza del materiale. Nella formula c'è E , non σ_s — una scelta di cui fra poco misureremo le conseguenze.

La lunghezza libera d'inflessione

ℓ_0 dipende dai vincoli:

- cerniera–cerniera: $\ell_0 = \ell$;
- incastro–libera: $\ell_0 = 2\ell$;
- incastro–cerniera: $\ell_0 = 0,7\ell$;
- incastro–incastro: $\ell_0 = 0,5\ell$.

Lettura fisica: ℓ_0 è la *semionda di senoide* della deformata al collasso.



Stessa asta, vincoli diversi, carichi critici diversissimi ($F_{crit} \propto 1/\ell_0^2$).

Un'asta lunga cede a un cinquantesimo del carico

Il tondino di prima, ora compresso

$d = 10 \text{ mm}$, $E = 71\,000 \text{ N/mm}^2$, $\ell = 2000 \text{ mm}$, incastrata-libera, $N = 1000 \text{ N}$ di compressione.

1) $J = \pi d^4/64 = 491 \text{ mm}^4$; $\ell_0 = 2\ell = 4000 \text{ mm}$.

2) $F_{crit} = \pi^2 \cdot 71000 \cdot 491/4000^2 \simeq 21,5 \text{ N}$.

3) $F_{crit}/N = 0,0215 \ll 1$: **collassa a circa un cinquantesimo del carico**, pur lavorando — a tensione media — all'8% dell'ammissibile.

4) Per resistere con $K = 5$ servirebbe $d_{min} = (64 KN\ell_0^2/(\pi^3 E))^{1/4} \simeq 39 \text{ mm}$.

La lezione di geometria

Perché le aste aeronautiche sono tubi

Da 10 a 39 millimetri di diametro: la radice quarta dice che il carico critico si compra a caro prezzo con il pieno. Per questo le aste compresse aeronautiche sono **tubolari**: a parità di area — cioè di peso — portare il materiale lontano dall'asse gonfia J senza aggiungere un grammo. Questo ritornello — *materiale lontano dall'asse* — tornerà in torsione e in flessione: è uno dei tre fili rossi del corso.

Perché l'instabilità merita rispetto

Tre ragioni, tutte cattive

- il collasso è **improvviso**: nessuna deformazione permanente che avvisi — l'asta sbanda e basta;
- dipende da E , **non** da σ_s : un acciaio ad altissima resistenza ha lo stesso E di uno dolce, quindi *non guadagna nulla* a instabilità (errore classico);
- scala con ℓ_0^{-2} : raddoppiare la lunghezza divide il carico critico per quattro.

Essendo un collasso, la si verifica sempre con i *carichi di robustezza*.

Tozzo o snello? La regola spiccia

Il discriminante rapido

Se $\ell/d \lesssim 10$ l'elemento è *tozzo*: basta la verifica $\sigma = N/S$. Oltre, la verifica a Eulero è d'obbligo.
Nel dubbio: Eulero si fa comunque — costa una riga di calcolo e può salvare una struttura.

Il criterio rigoroso, però, non usa ℓ/d : usa una grandezza costruita apposta, la *snellezza*. È la prossima slide.

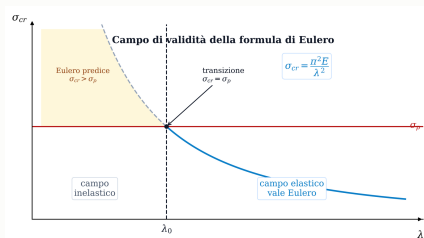
Snellezza, iperbole e limite di validità

Con il raggio d'inerzia $\rho = \sqrt{J/S}$ e la **snellezza** $\lambda = \ell_0/\rho$, Eulero diventa

Formula chiave

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad \lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

Per $\lambda \geq \lambda_0$ vale Eulero (campo *elastico*); per $\lambda < \lambda_0$ l'iperbole prevederebbe tensioni sopra lo snervamento: si usano i raccordi inelastici di *Johnson*.



Oltre λ_0 l'iperbole di Eulero; sotto, il raccordo inelastico.

Le snellezze dell'aeronautica

Dove cadono le aste vere

Montanti e aste di comando tipiche hanno $\lambda = 100 \div 150$: pieno campo euleriano. Ma il controllo $\lambda \geq \lambda_0$ va *sempre* scritto nero su bianco: è la riga che legittima l'uso di Eulero, e la sua assenza è una delle mancanze più contestate nei compiti.

Lo rifaremo per esteso nel dimensionamento del montante di controventatura, dove la snellezza risulterà $\lambda = 136$ contro $\lambda_0 = 52,4$: Eulero pienamente legittimo.

Parte 4

La torsione

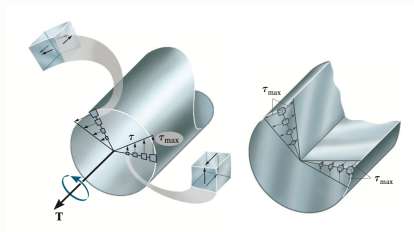
4

La sezione circolare piena

La sezione circolare, per simmetria, ruota *rimanendo piana*: la τ cresce linearmente con la distanza dall'asse, nulla al centro, massima sul contorno. Con il momento d'inerzia polare $J_G = \pi d^4/32$:

Formula chiave

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{J_G} R, \quad \vartheta_{unit} = \frac{M_t}{J_G G}$$



τ nulla sull'asse, massima sul contorno.

Il materiale sprecato

Che cosa denuncia la distribuzione lineare

Vicino all'asse il materiale lavora pochissimo, eppure pesa come quello del contorno. Il rimedio è scritto nel problema stesso: portare il materiale *sul* contorno — fare la sezione *cava*. Di lì a poco questa idea, formalizzata, diventerà la coppia di formule più aeronautica del corso: le formule di *Bredt*.

Verifica e dimensionamento a torsione

Trave piena in Al 2024 ($K = 2$)

$d = 10 \text{ mm}$, $M_t = 25\,000 \text{ N mm}$, $\sigma_s = 300 \text{ N/mm}^2$, $G = 27\,000 \text{ N/mm}^2$.

1) $J_G = 982 \text{ mm}^4$; $\tau_{\max} = 25000 \cdot 5/982 = 127,3 \text{ N/mm}^2 > \tau_{am} = 300/(\sqrt{3} \cdot 2) = 86,6 \text{ N/mm}^2$: **non passa**.

2) Progetto: $d_{\min} = (16M_t/(\pi\tau_{am}))^{1/3} = 11,4 \text{ mm} \rightarrow d = 12 \text{ mm}$; ricontrollo: $\tau = 73,7 \text{ N/mm}^2$: verificato.

3) Rotazione ($d = 12$): $\vartheta_{unit} = 4,55 \times 10^{-4} \text{ rad/mm}$; su 400 mm l'estremità ruota di $\simeq 10,4^\circ$.

Verificata a *resistenza*, ma ruota di dieci gradi: la *rigidezza* è una richiesta diversa — e presto detterà legge.

Sezioni non circolari: l'ingobbamento

Senza la simmetria del cerchio le sezioni *si ingobbano*: escono dal proprio piano, e la trattazione elementare cade. La teoria esatta (de Saint-Venant) riserva una sorpresa: nei rettangoli la τ massima **non** sta negli spigoli (dove è nulla!) ma a metà dei lati lunghi:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{\alpha a b^2}, \quad \alpha = 0,208 \div \frac{1}{3}.$$

L'ingobbamento in cucina

Torcete una spugna rettangolare: le “sezioni” si incurvano a sella. Fate lo stesso con il tubo di cartone di un rotolo: ruotano restando piane. È il secondo motivo — dopo il peso — per cui l'aeronautica ama i tubi.

La piattina e il tondino che la umilia

Stesso peso, tensioni diverse

Piattina 60×20 mm in 2024-T4 ($\tau_{am} = 124,7 \text{ N/mm}^2$), $M_t = 500 \text{ N m}$.

- 1) Con $\alpha = 0,267$: $\tau = 78,0 \text{ N/mm}^2 < \tau_{am}$ — verificata, margine 1,60.
- 2) Il tondino di *pari area* ($d = 39,1$ mm, $W_t = 11\,726 \text{ mm}^3$) lavora a soli $42,6 \text{ N/mm}^2$.

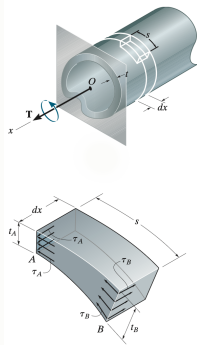
La piattina paga l'**83% di tensione in più** per lo stesso peso: la torsione premia il materiale a distanza *uniforme* dall'asse.

Le formule di Bredt: la resistenza

Prima formula di Bredt (sezione chiusa in parete sottile)

$$q = \tau s = \frac{M_t}{2A} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{M_t}{2As}$$

A è l'area racchiusa dalla *linea media*: l'area del buco, non del materiale. Il **flusso di taglio** q [N/mm] è *costante* lungo il contorno: la τ è massima dove la parete è più sottile.



Il flusso q lungo il contorno chiuso.

Da dove viene il $2A$ (tre righe)

La dimostrazione più elegante del capitolo

Il momento del flusso rispetto a un punto interno è $M_t = \oint q h \, ds$, con h braccio del tratto ds . Ma $h \, ds/2$ è l'area del triangolino di vertice nel punto interno e base ds : integrando lungo il contorno, i triangolini *piastrellano* esattamente l'area racchiusa, quindi $\oint h \, ds = 2A$. Da qui $M_t = 2Aq$.

Una dimostrazione geometrica, senza un integrale “vero”: il genere di eleganza che vale la pena ricordare all'orale.

Le formule di Bredt: la rigidezza

Seconda formula di Bredt

$$\vartheta_{unit} = \frac{M_t}{4A^2 G} \frac{\ell_m}{s} \quad \text{e, a tratti:} \quad \vartheta_{unit} = \frac{M_t}{4A^2 G} \sum_i \frac{c_i}{s_i}$$

Il fattore A^2 dice tutto: la rigidezza torsionale cresce con il *quadrato* dell'area racchiusa. La somma $\sum c_i/s_i$ è il caso normale del **cassone alare** (dorso, ventre, anime con spessori diversi): ogni tratto entra come una resistenza in serie, e il tratto *lungo e sottile* comanda la cedevolezza dell'intera cella.

Due formule, due domande

Resistenza e rigidezza, di nuovo

La prima formula di Bredt risponde a “si rompe?” (τ contro τ_{am}); la seconda a “si torce troppo?” (ϑ contro il limite di rotazione). In aeronautica servono **entrambe** — e non vince sempre la stessa. I prossimi due esercizi mostrano un caso in cui a dettare lo spessore è la rigidezza, con buona pace della resistenza già soddisfatta.

Il tubo: quando comanda la rigidezza

Tubo $R = 100 \text{ mm}$, $M_t = 7 \times 10^6 \text{ N mm}$ ($\sigma_s = 300$, $K = 2$, $G = 27000$)

$$\ell_m = 628 \text{ mm}, A = 31\,416 \text{ mm}^2.$$

a) Resistenza: con $s = 1 \text{ mm}$, $\tau = 111,4 \text{ N/mm}^2 > \tau_{am} = 86,6 \text{ N/mm}^2$; imponendo l'uguaglianza, $s_{\min} = 1,29 \text{ mm} \rightarrow s = 1,3 \text{ mm}$.

b) Rigidezza: su $\ell = 4000 \text{ mm}$ con rotazione d'estremità $\vartheta_B \leq 4^\circ$, la seconda formula impone $s \geq 2,4 \text{ mm}$.

Per *non snervare* bastano $1,3 \text{ mm}$; per *non ruotare troppo* ne servono $2,4 \text{ mm}$ — quasi il doppio.

Perché la rotazione va limitata

La forma è una prestazione

Un'ala troppo flessibile a torsione cambia incidenza sotto carico, degrada l'efficacia degli alettoni e, al limite, incontra fenomeni aeroelastici pericolosi. La struttura giusta non è quella che non si rompe: è quella che *mantiene la forma* che l'aerodinamica le chiede. Quando nel dimensionamento troverete il vincolo $\Delta\theta \leq 4^\circ$, ricordate questo tubo.

Il cassone a spessori diversi

Cassone 500×150 mm, $L = 3$ m, rotazione ammessa 2° (2024-T4)

Anima anteriore $s = 2$ mm; dorso, anima posteriore e ventre $s = 1$ mm.

1) $A = 75\,000 \text{ mm}^2$; $\sum c_i/s_i = 75 + 500 + 150 + 500 = 1225$: dorso e ventre pesano il 41% ciascuno.

2) Dalla rotazione ammessa: $M_t = \vartheta_{unit} \cdot 4A^2G / \sum (c_i/s_i) \simeq 5,77 \text{ kN m}$.

3) Verifica di resistenza a quel momento: $q = M_t/2A = 38,5 \text{ N/mm}$, $\tau_{\max} = q/s_{\min} = 38,5 \text{ N/mm}^2 \ll 124,7 \text{ N/mm}^2$ (31%).

Anche qui comanda la rigidezza; e il passo 1 dice *dove* intervenire: un decimo di millimetro sui rivestimenti lunghi rende più di un millimetro sulle anime corte.

Sezione aperta: il rettangolo srotolato

Una sezione sottile **aperta** (una C, una L, un tubo *tagliato*) si comporta come il rettangolo lungo e stretto che si ottiene srotolandola: base c (sviluppo), altezza t (spessore).

Le formule della sezione aperta

$$J_t = \frac{1}{3} c t^3, \quad \tau_{\max} = \frac{3 M_t}{c t^2}, \quad \vartheta_{unit} = \frac{M_t}{G J_t}$$

Nella sezione chiusa comandava A^2 , l'area racchiusa; qui comanda t^3 — e dell'area racchiusa non c'è più traccia: il flusso non può circolare e lavora su un braccio dell'ordine di t .

Il tubo e il tubo tagliato: 75 volte peggio

Stesso tubo ($R = 50$, $t = 2$ mm), una fresata lungo una generatrice

$M_t = 500$ N m, $L = 2$ m, 2024-T4; $c = 314,2$ mm, $A = 7854$ mm².

1) **Chiuso** (Bredt): $\tau = 15,9$ N/mm², $J_t = 1,571 \times 10^6$ mm⁴, $\vartheta = 1,35^\circ$.

2) **Tagliato** (aperto): $J_t = 838$ mm⁴, $\tau = 1194$ N/mm² (quasi 4 volte lo snervamento), $\vartheta \simeq 44$ rad: *sette giri* — numeri fuori da ogni validità elastica, che certificano il collasso del modello.

3) In forma chiusa, a pari peso: $\tau^{ap}/\tau^{ch} = 3R/t = \mathbf{75}$; $J_t^{ch}/J_t^{ap} = 3(R/t)^2 = \mathbf{1875}$.

Una fresata, tre ordini di grandezza

La connessione vale più del materiale

Il taglio non ha tolto un grammo: ha cambiato la *connessione* del contorno. Ecco perché il cassone alare *deve* richiudersi; perché i portelli d'ispezione esigono cornici che ripristinino il flusso; e perché il longherone a C, da solo, consegna la torsione al rivestimento. È l'argomento più citato nei temi d'esame sulle strutture a guscio: vale la pena saperlo raccontare con questi numeri.

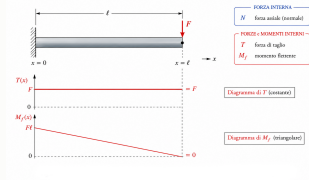
Parte 5

Flessione e taglio

5

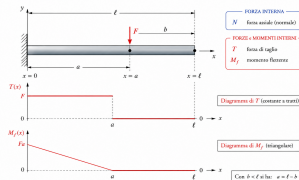
I diagrammi della mensola: i tre casi

Forza in punta



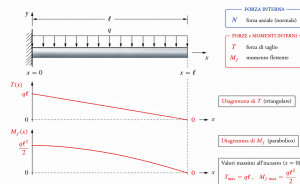
$T = F$ costante; M_f lineare, massimo all'incastro.

Forza a distanza b



T e M_f vivono solo nel tratto caricato.

Carico distribuito



T lineare, M_f parabolico: lo schema della semiala.

La regola d'oro dei diagrammi

$$dM_f/dx = T$$

La pendenza del diagramma del momento è, punto per punto, il valore del taglio. Carico distribuito costante → taglio lineare → momento parabolico; forza concentrata → *salto* nel taglio → *spigolo* nel momento.

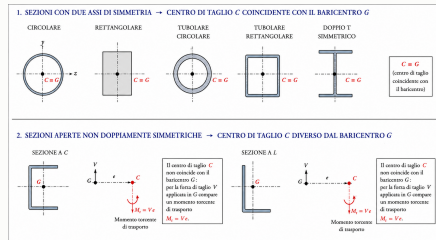
È il controllo di coerenza più rapido che esista: se i vostri diagrammi non lo rispettano, uno dei due è sbagliato di sicuro. Nelle esercitazioni lo affiancheremo ad altri due controlli: in $x = 0$ i valori coincidono con le reazioni; all'estremità libera taglio e momento si annullano.

Centro di taglio e asse neutro

Centro di taglio C

Se la forza trasversale passa per C , genera *solo* taglio e flessione; se non ci passa, aggiunge un momento torcente di trasporto (forza $\times$ distanza da C).

Per sezioni doppiamente simmetriche $C \equiv G$; per la sezione a **C** il centro di taglio sta addirittura *fuori* dalla sezione, dal lato opposto dell'anima.



Quando C coincide con G e quando no.

Perché all'ala interessa moltissimo

Flettere non è torcersi

La portanza si applica dove decide l'aerodinamica: se la sua retta d'azione non passa per il centro di taglio, ogni newton porta in dote anche torsione. È la differenza fra un'ala che flette e un'ala che flette e *si torce*.

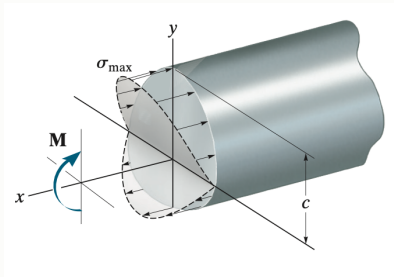
L'**asse neutro** è invece la retta della sezione a $\sigma = 0$: con sezione simmetrica e carico nel piano di simmetria la flessione è *retta* — e in queste condizioni lavoreremo sempre.

La formula di Navier

Tensioni da flessione

$$\sigma_x = \frac{M_f}{J_z} y, \quad \sigma_{\max} = \frac{|M_f|_{\max}}{J_z} y_{\max}$$

Tre proporzionalità: cresce con il momento; cresce con la distanza dall'asse neutro; decresce con J_z , che misura quanto la sezione è “ben distribuita”.



Tensioni lineari: nulle sull'asse neutro, massime sulle fibre estreme.

Il modulo di resistenza

Verifica e progetto in un solo numero

$$W = \frac{J_z}{y_{\max}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\max} = \frac{|M_f|_{\max}}{W} \leq \sigma_{am}$$

e, rovesciando per il *progetto*:

$$W \geq \frac{|M_f|_{\max}}{\sigma_{am}}.$$

W [mm³] condensa tutta la geometria della sezione in un solo numero: dato il momento e il materiale, la disuguaglianza di progetto è la porta d'ingresso di ogni dimensionamento a flessione.

Momenti d'inerzia: il quadrato della distanza

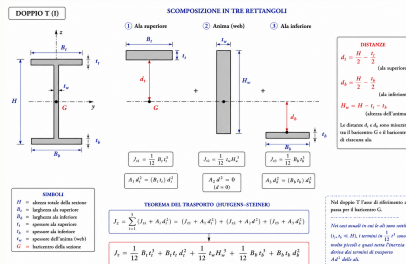
$$J_z = \int_S y^2 dA \quad [\text{mm}^4]$$

Il quadrato è la chiave di tutto il progetto strutturale: *il materiale lontano dall'asse conta con il quadrato della distanza.*

Teorema del trasporto (Huygens–Steiner)

$$J_z = J_{z'} + A h^2$$

Sezioni composte: si scompone in rettangoli, momento proprio + trasporto all'asse comune.



Nel doppio T quasi tutta l'inerzia viene dall' $A h^2$ delle solette.

Il fratello minore: il momento statico

$$S_z^* = A y_G \quad [\text{mm}^3]$$

Distanza alla *prima* potenza anziché al quadrato. Due impieghi nel corso: è *nullo* rispetto a un asse baricentrico (ed è così che si trova il baricentro delle sezioni composte), ed è l'ingrediente decisivo della formula di Jourawsky per il taglio — dove selezionerò “quanta sezione” sta sopra la quota che ci interessa.

Il prontuario delle sezioni

Sezione	J_z	$W = J_z/y_{\max}$
Rettangolo $B \times H$	$\frac{BH^3}{12}$	$\frac{BH^2}{6}$
Cassone / doppio T / C	$\frac{BH^3 - bh^3}{12}$	$\frac{BH^3 - bh^3}{6H}$
Cerchio pieno D	$0,0491 D^4$	$0,0982 D^3$
Corona circolare (D, d)	$0,0491 (D^4 - d^4)$	$0,0982 (D^4 - d^4)/D$

Le sezioni cave sono “per differenza”: rettangolo pieno meno i vuoti $b \times h$.

Due avvertenze sul prontuario

Trappole classiche da compito

Doppio T, C e cassone condividono la *stessa* formula per differenza: la flessione non sa dove sono le aperture — sente solo quanto materiale c'è a ogni quota (a distinguerle sono centro di taglio e torsione). E il W **non** è additivo per differenza: si calcola sempre come J_z complessivo diviso $y_{\max}$ complessivo, mai sottraendo i W .

Progetto con W : due sezioni a confronto

Mensola $\ell = 1200 \text{ mm}$, $F = 2 \text{ kN}$, **2024-T4** ($\sigma_{am} = 216 \text{ N/mm}^2$)

$$M_f = 2,4 \times 10^6 \text{ N mm} \Rightarrow W \geq M_f / \sigma_{am} = 11\,111 \text{ mm}^3.$$

a) Rettangolo pieno ($H = 2B$): $W = \frac{2}{3}B^3 \Rightarrow B \geq 25,5 \text{ mm}$. La coppia 25×50 dà $W = 10417 < 11111$: **bocciata** — arrotondare per difetto non è ammesso. Si adotta **26×52** : $W = 11\,717 \text{ mm}^3$, area 1352 mm^2 .

b) Corona circolare ($d = 0,9D$): $D \geq 69 \text{ mm} \rightarrow$ tubo commerciale **70/63**: $W = 11\,583 \text{ mm}^3$, area 731 mm^2 .

Stesso momento, metà del peso

Il quadrato di Navier presenta il conto

Il rettangolo pesa $1352/731 = 1,85$ volte il tubo, a parità di momento portato. Nel pieno, il materiale vicino all'asse lavora poco e pesa uguale; nel tubo, quel materiale semplicemente non c'è. Il doppio T del longherone è la stessa idea, ottimizzata per la flessione retta: tutto il materiale possibile nelle solette, lontano dall'asse neutro.

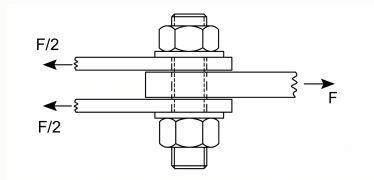
Il taglio semplice: perni, bulloni e rivetti

La forma elementare del taglio: due forze opposte nel piano della sezione, come le lame di una cesoia. Per gli elementi di giunzione (corti e tozzi) si assume τ uniforme:

Formula chiave

$$\tau = \frac{T}{A} \leq \tau_{am}, \quad A = n \frac{\pi \phi^2}{4}$$

$n = 1$ taglio singolo, $n = 2$ taglio doppio: il punto delicato non è la formula, è *contare le sezioni resistenti*.



La forchetta: il bullone lavora su due sezioni.

Contare le sezioni: il bullone della forchetta

$$\phi = 10, \tau_{am} = 100 \text{ N/mm}^2, T = 10 \text{ kN}$$

Taglio doppio (forchetta): $A = 157,1 \text{ mm}^2$, $\tau = 63,7 \text{ N/mm}^2 < 100$: verificato.

Taglio singolo (sovrapposizione semplice): $A = 78,5 \text{ mm}^2$, $\tau = 127,3 \text{ N/mm}^2 > 100$: lo stesso bullone non passa più — servirebbe $\phi = 12 \text{ mm}$ ($\tau = 88,4 \text{ N/mm}^2$).

Identico bullone, identico carico: cambia solo *quante* sezioni lavorano. Contare le sezioni è metà della verifica.

La fila di rivetti

Quanti rivetti servono a questa giunzione

Giunzione a sovrapposizione, $T = 12 \text{ kN}$; rivetti $\phi = 4 \text{ mm}$, $\tau_{am} = 100 \text{ N/mm}^2$, taglio singolo, carico ripartito in parti uguali.

- 1) Capacità del singolo rivetto: $A_1 = 12,57 \text{ mm}^2$, $T_1 = \tau_{am} A_1 = 1257 \text{ N}$.
- 2) $n \geq 12000/1257 = 9,55 \Rightarrow n = 10$ (per esempio due file da cinque).
- 3) Controllo: $\tau = 12000/(10 \cdot 12,57) = 95,5 \text{ N/mm}^2 \leq 100$: verificato.

Che cosa quel calcolo non vede

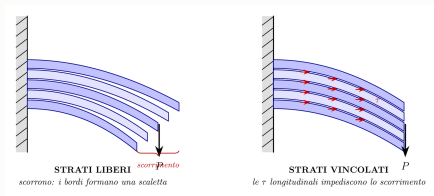
Il conto a taglio è necessario, non sufficiente

Il rivetto preme sul bordo del foro (*rifollamento*); la lamiera è indebolita dai fori; nelle file lunghe i rivetti d'estremità lavorano più di quelli centrali. Il conto a taglio resta il passo fondamentale; le altre verifiche spiegano le regole costruttive su passo e distanze dai bordi — le ritroveremo, complete, nel capitolo del dimensionamento con i *cinque modi di rottura* della giunzione rivettata.

Jourawsky: da dove viene

L'esperimento del mazzo di tavole

Impilate tavole libere, incastrate, caricate: la pila flette e le tavole *scorrono* — i bordi formano una scaletta. Incollatele: lo scorrimento è impedito, la pila flette molto meno, e la colla lavora. Le tensioni della colla sono le τ *longitudinali* che la trave monolitica sviluppa da sé.



Lo scorrimento fra gli strati e le τ che lo impediscono.

Jourawsky: la formula

Dove c'è taglio il momento varia ($T = dM_f/dx$): le σ di Navier su due sezioni vicine sono *diverse*, la risultante assiale della porzione sopra la corda non è nulla, e a equilibrarla è la τ sulla faccia orizzontale.

Formula di Jourawsky

$$\tau(y) = \frac{T S_z^*(y)}{J_z b(y)}$$

$S_z^*(y)$: momento statico della parte di sezione *oltre* la quota y ; $b(y)$: larghezza a quella quota.

Sul rettangolo esce una parabola con $\tau_{\max} = \frac{3}{2} T/A$; sul cerchio, $\tau_{\max} = \frac{4}{3} T/A$.

Reciprocità e una simmetria elegante

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

La τ longitudinale è *anche* la τ nel piano della sezione, alla stessa quota: una formula, due tensioni. E la reciprocità garantisce $\tau = 0$ sulle fibre estreme, dove la superficie è scarica.

Due inquilini che non si pestano i piedi

La σ di Navier è massima sulle fibre estreme e nulla sull'asse neutro; la τ di Jourawsky fa l'esatto contrario. Questa complementarità avrà fra poco una conseguenza pratica enorme: si chiamerà *semiguscio*.

Chi porta il taglio nel doppio T

Doppio T 60×100 (solette 8, anima 4), $T = 20$ kN

- 1) $J_z = (60 \cdot 100^3 - 56 \cdot 84^3)/12 = 2,234 \times 10^6 \text{ mm}^4$.
- 2) All'attacco soletta-anima: $S^* = 22\,080 \text{ mm}^3 \Rightarrow \tau = 49,4 \text{ N/mm}^2$ — la τ *non* parte da zero: la soletta le consegna in blocco il proprio momento statico.
- 3) Sull'asse neutro: $S_{\max}^* = 25\,608 \text{ mm}^3 \Rightarrow \tau_{\max} = 57,3 \text{ N/mm}^2$: nell'anima la τ è quasi uniforme.
- 4) Stima rapida $T/(ah) = 59,5 \text{ N/mm}^2$: +3,9%, a favore di sicurezza. (La media $T/A_{\text{tot}} = 15,4 \text{ N/mm}^2$ è invece fuori strada di quasi 4 volte.)

La divisione del lavoro, con i numeri

L'anima porta il 92% del taglio

Le solette portano la flessione, l'anima porta il taglio: non è un'ipotesi comoda — è ciò che Jourawsky dimostra essere il comportamento reale della sezione. Il modello del semiguscio, che incontreremo fra due capitoli, nascerà esattamente da questa osservazione: prenderà un comportamento già vero al 92% e lo assumerà vero al 100%.

Il colpo di scena della verifica combinata

Mensola $\ell = 12$ m, $p = 10$ N/mm, doppio T 820×400 (AI 2024, $K = 1,5$)

Anima 5×800 , solette 400×10 . All'incastro: $T = 120$ kN, $M = 7,2 \times 10^8$ N mm; $J_z = 1,526 \times 10^9$ mm⁴.

- 1) Flessione: $\sigma_{\max} = 193,5$ N/mm² $< \sigma_{am} = 200$ N/mm²: verificata (di misura).
- 2) Taglio (tutto all'anima): $\tau_{\max} = \frac{3}{2}T/A_{an} = 45$ N/mm² $\ll 115,5$ N/mm²: verificata con ampio margine.
- 3) Combinata: $\sigma_{id} = \sqrt{193,5^2 + 3 \cdot 45^2} = 208,6$ N/mm² > 200 : **NON verificata**.

Due promosse, la terza bocciata

La lezione della combinata

Nelle strutture reali non basta che ogni sollecitazione, da sola, sia sopportabile: conta l'**interazione**. La combinazione dei massimi è a rigore cautelativa — σ e τ massime non abitano lo stesso punto della sezione — ma è la regola del primo dimensionamento: sbaglia dalla parte giusta. All'esame, questa discussione va *scritta*: mostra che si è capito il criterio, non solo applicata la formula.

Parte 6

Materiali e tecnologie aeronautiche

6

Lavorazioni e proprietà tecnologiche

Le quattro famiglie

- **fonderia**: fusione e colata (getti);
- **deformazione plastica**: stampaggio, piegatura, laminazione, trafilatura;
- **asportazione di truciolo**: tornio, fresa, trapano;
- **saldatura**: fusione localizzata.

Le attitudini dei materiali

Fusibilità e saldabilità (spesso *opposte*: la ghisa si fonde e non si salda, l'acciaio viceversa); lavorabilità; malleabilità (lamiera); duttilità (fili); estrudibilità (i profilati a L, T, omega dei correnti); temperabilità.

Le quattro famiglie su un solo aeroplano

Riconoscere “come è fatto” un pezzo

Carter del motore: getto di fonderia. Centine e pannelli: lamiere piegate e stampate. Attacchi alari e perni: fresati dal pieno. Castello motore in tubi d'acciaio: saldato. Capire da quale famiglia viene un componente è il primo passo per capirne pregi, limiti e costi — e per non chiedere a un getto la duttilità di una lamiera.

I trattamenti termici

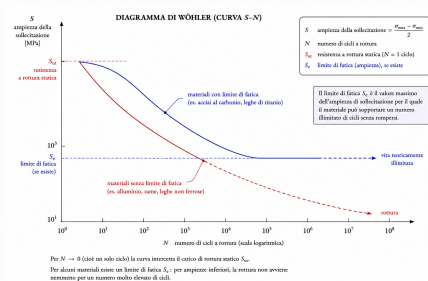
- **tempra**: riscaldamento + raffreddamento *rapido*: più durezza, meno resilienza — più duro e più fragile;
- **rinvenimento**: ciclo più dolce che restituisce resilienza e *tenacità*;
- **bonifica** = tempra + rinvenimento: lo standard degli acciai strutturali aeronautici;
- **ricottura** e **normalizzazione**: riportano il materiale a una struttura regolare, cancellando la storia delle lavorazioni precedenti.

Un'immagine per ricordare

La tempra “congela” il materiale in una struttura tesa e nervosa: durissima ma permalosa agli urti. Il rinvenimento le toglie il nervosismo conservandone la forza. La bonifica è il pacchetto completo.

La fatica: la scoperta di Wöhler

Fine Ottocento: assali ferroviari progettati per carichi ben superiori a quelli di esercizio si rompevano dopo mesi di servizio. Wöhler capì che il colpevole non era l'*intensità* del carico ma la sua *natura ciclica*, e legò l'ampiezza della sollecitazione al numero di cicli a rottura: le curve **S-N**.



Per gli acciai esiste un limite di fatica; per l'alluminio no.

L'alluminio non perdona

Nessun limite di fatica

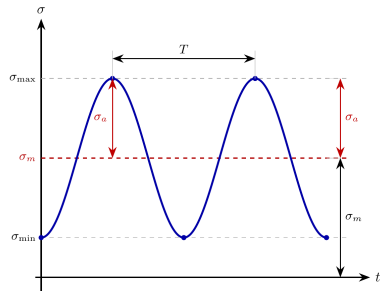
Guardate la curva dell'alluminio: scende *sempre*. Le leghe leggere non hanno un vero limite di fatica: se i cicli continuano, prima o poi cedono — anche a tensioni modeste. Per questo gli aeroplani hanno una *vita a fatica* certificata e un programma di ispezioni: non è burocrazia, è metallurgia.

Le grandezze del ciclo

Formula chiave

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Alternato simmetrico ($R = -1$: l'assale); pulsante dallo zero ($R = 0$); statico ($R = 1$). Una media di *trazione* peggiora la vita (tiene aperte le microcricche); una di compressione la migliora.



Le grandezze del ciclo di fatica.

Il ciclo della fusoliera

Un ciclo per ogni volo

Fusoliera pressurizzata: in quota $\sigma_{\max} = 110 \text{ N/mm}^2$, al suolo $\sigma_{\min} \simeq 0$. Dunque $\sigma_m = \sigma_a = 55 \text{ N/mm}^2$ e $R = 0$: pulsante dallo zero, media tutta di trazione, tensione massima lontanissima dallo snervamento. La struttura *statica* è tranquillissima; quella *a fatica* no: ogni volo è un ciclo, e i cicli si contano a decine di migliaia.

È esattamente il ciclo che condannò il primo jet di linea della storia — prossima slide.

I tre stadi del danno — e la lezione del Comet

1) Innesco: quasi sempre in superficie (irregolarità, intagli, corrosione) — per questo contano finitura, raggi di raccordo, pallinatura; **2) propagazione:** lenta e silenziosa, ciclo dopo ciclo; **3) frattura finale:** improvvisa, quando la sezione residua non basta più.

La lezione più costosa dell'aviazione

Anni Cinquanta: il de Havilland Comet perse in volo due esemplari. Colpevole: cricche di fatica agli angoli delle aperture della fusoliera pressurizzata — un ciclo per ogni volo. Da allora i finestrini hanno gli angoli raccordati e la fatica è al centro della certificazione: ogni oblò arrotondato è un monumento a quella lezione.

Tre filosofie contro la fatica

	Safe-life	Fail-safe	Damage tolerance
Idea guida	vita certificata, poi ritiro	ridondanza dei percorsi di carico	convivenza controllata con i difetti
Le cricche. . .	non devono fare in tempo	un elemento può cedere: gli altri reggono	esistono per ipotesi: crescono lentamente
Tipico di	carrelli, mozzi d'elica	cassoni alari ridondanti	velivoli da trasporto moderni

I tre criteri convivono sullo stesso aeroplano

Tre strumenti, non tre epoche

Si scelgono *componente per componente*: carrello safe-life, cassoni fail-safe, programma di ispezioni della fusoliera dettato dalla damage tolerance — dove gli intervalli di ispezione diventano un *risultato del calcolo* di propagazione. La risposta forte all'esame non elenca i tre criteri: li *assegna* ai componenti giusti spiegando il perché.

I materiali compositi

Matrice (dà forma e protegge) + **rinforzo** (porta il carico). In aeronautica dominano i **CFRP** a fibra di carbonio: tessuto *prepreg* conservato al freddo, laminazione a strati orientati, sacco a vuoto, polimerizzazione in *autoclave*.

Il vantaggio che cambia il mestiere

Con i metalli si progetta la struttura dentro un materiale dato; con i compositi si progetta *anche il materiale*: orientando gli strati si mette la rigidità dove serve. Il materiale smette di essere un dato e diventa una variabile di progetto.

Il salto di scala: Boeing 787

- oltre il 50% del peso strutturale in composito, fusoliera compresa (con rinforzi in titanio);
- densità delle fibre $\simeq 1,9 \text{ kg/dm}^3$ contro i 2,7 dell'alluminio: risparmio di peso oltre il 20%;
- niente corrosione; ma niente conducibilità elettrica: contro i fulmini si annegano reti metalliche nel laminato (gabbia di Faraday);
- quote importanti della cellula prodotte in Italia: Grottaglie, Foggia, Pomigliano d'Arco.

Le leghe di alluminio

Le serie aeronautiche

- **2000** (rame): gli *Avional*, come il 2024 — ottima fatica, tipici del *ventre teso*;
- **7000** (zinco): gli *Ergal*, come il 7075 — massima resistenza statica, tipici del *dorso compresso*.

Nota

Completano il quadro gli acciai bonificati (carrelli, attacchi) e il titanio (zone calde, attacchi motore, rinforzi del 787): costoso, ma resistenza, tenuta al calore e alla corrosione insieme.

Gli stati di trattamento

T0 ricotto; T3 temprato + incrudito; T4 temprato + invecchiato a temperatura ambiente; T6 invecchiato artificialmente in forno. L'*invecchiamento* è la maturazione dei precipitati che dà alla lega la sua resistenza.

I rivetti e il congelatore

Gli icebox rivets

I rivetti **AD** (lega 2117) sono pronti all'uso. I **D** (2017) e **DD** (2024), appena temprati, sono teneri e si ribattono bene; poi *invecchiano* a temperatura ambiente e induriscono nel giro di ore — e un rivetto indurito si cricca sotto il martello. Il freddo rallenta l'invecchiamento: gli *icebox rivets* si conservano in congelatore, si estraggono al momento e si usano entro il tempo prescritto — oppure si buttano.

La metallurgia dei precipitati, tradotta in una regola d'officina: il frigorifero come strumento di produzione.

Parte 7

Strutture a guscio e a semiguscio

7

Il problema: leggerezza e forma insieme

Una struttura aeronautica deve essere **leggera**, realizzare **forme aerodinamiche** precise, e possedere adeguate rigidità e robustezza. La soluzione quasi obbligata è la **parete sottile**: un rivestimento che avvolge un volume e ne definisce la forma.

Rigidità e robustezza: non confonderle

Rigidità: contenere le *deformazioni* sotto carico. **Robustezza**: contenere le *sollecitazioni* sotto le condizioni critiche di resistenza. Una struttura può essere robusta ma poco rigida: resiste, ma si deforma troppo — il tubo in torsione lo ha già mostrato.

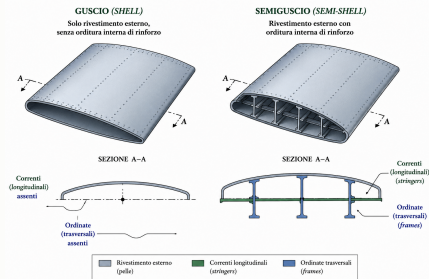
Guscio e semiguscio

Definizione

Guscio: il solo rivestimento porta i carichi.

Semiguscio: guscio *rinforzato* da un'orditura di elementi longitudinali (*correnti*) e trasversali (*centine* nell'ala, *ordinate* in fusoliera).

Gli elementi trasversali mantengono la forma e irrigidiscono i pannelli contro l'instabilità locale.



La stessa pelle, con e senza orditura interna.

Il guscio dell'uovo e la cannuccia

Fuoriclasse e dilettante

Un uovo resiste benissimo alla pressione distribuita nel palmo della mano, ma la punta di un coltello lo fora senza sforzo. Una cannuccia regge la compressione assiale e si accartoccia sotto una minima pressione laterale. Il guscio è un fuoriclasse degli sforzi *membranali* — distribuiti nel proprio piano — e un dilettante davanti ai carichi concentrati: questa immagine spiega da sola perché il guscio puro raramente basta a un aeroplano.

Perché il solo guscio non basta

L'instabilità dei pannelli

La leggerezza spinge lo spessore al minimo; ma un pannello sottile compresso cede per *imbozzamento* — il righello di Eulero, in formato lamiera. Materiali più resistenti non aiutano (dipende da E): la via d'uscita è *geometrica* — i correnti riducono la campata libera dei pannelli.

I carichi concentrati

Cerniere, attacchi, carrelli: forze intense, quasi mai nel piano del fasciame — la cannuccia premuta di lato. La risposta è il **triedro**: rivestimento, anima e centina come tre piani concorrenti; se il carico passa per il vertice, ogni parete lavora *nel proprio piano*, dove sa lavorare bene.

Il portello d'ispezione

Il tubo tagliato, applicato

Ogni apertura nel ventre alare interrompe il flusso di taglio q — e il tubo tagliato ci ha insegnato quanto costa: fattori come 75 sulle tensioni. Il progetto risponde *bordando* l'apertura: una cornice irrigidente che raccoglie il flusso a monte del foro e lo riconsegna a valle. Guardate il ventre di un'ala in officina: ogni portello è circondato dalla sua cornice di rinforzo — adesso sapete esattamente perché.

Il modello del semiguscio ideale

La divisione dei compiti

- i **correnti** (e le solette del longherone) lavorano *esclusivamente* a tensione normale σ : tutta la flessione, come trazione e compressione lungo l'apertura;
- i **pannelli** del rivestimento lavorano *esclusivamente* a tensione tangenziale τ : tutto il taglio e la torsione, come flusso di taglio.

È un'idealizzazione — ma è ciò che rende il problema *risolvibile a mano*: sforzi normali concentrati in poche aree note, flussi costanti a tratti. La *striscia collaborante* (corrente + lamiera adiacente efficace) fa da ponte con la struttura reale.

La porta di legno

Il semiguscio in casa vostra

Una vecchia porta a pannelli: flettetela nel suo piano e reagiscono i *montanti* del telaio; provate a “sghembarla” a rombo e reagiscono i *pannelli*. Montanti con gli sforzi normali, pannelli con il taglio: la porta applica la divisione dei compiti del semiguscio ideale da secoli prima che l'aeronautica la formalizzasse.

La genesi: tre ali, due bocciature

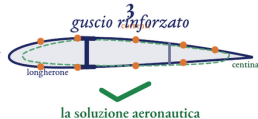
1) Ala piena: bocciata due volte — peso (materiale dove le tensioni sono minime) e *funzione*: dentro l'ala devono starci carburante, comandi, carrello. I corpi di un aeroplano sono cavi *per contratto*.



2) Guscio ideale a spessore variabile: perfetto sulla carta, bocciato tre volte — tecnologia, carichi concentrati, aperture (il tubo tagliato insegna).



3) Guscio rinforzato: parete sottile + orditura — promosso. È il semiguscio.



Due soluzioni bocciate e una promossa.

Tre taglie di modello

1D, 2D, 3D

Elementi *monodimensionali* (travi): correnti, longheroni, montanti. *Bidimensionali* (pannelli): lamiere e anime. *Tridimensionali*: attacchi, forgiati, perni. Il calcolo di un aeroplano è una combinazione ragionata dei tre schemi — ed è esattamente così che ragiona anche il metodo degli elementi finiti (elementi *beam*, *shell*, *solid*): il semiguscio ideale è il nonno concettuale dei modelli FEM di oggi.

La prova dei numeri: la sezione vota 91 a 9

Il doppio T di Jourawsky, censito ($M = 5 \text{ kN m}$, $T = 20 \text{ kN}$)

- 1) *Dove abita la flessione* — scomposizione di J_z : trasporto delle solette $\rightarrow 90,9\%$; anima $\rightarrow 8,8\%$; momento proprio delle solette $\rightarrow 0,2\%$.
- 2) *Le risultanti*: la coppia delle solette ($P_s = 49,4 \text{ kN}$ su braccio $\hat{h} = 92 \text{ mm}$) vale il 90,9% di M .
- 3) *Dove abita il taglio* (da Jourawsky): anima **91,9%**, solette 8,1%.

Il modello del semiguscio non è un'ipotesi calata dall'alto: la sezione *già* si comporta così — il modello arrotonda due 91 a due 100.

Il longherone discretizzato

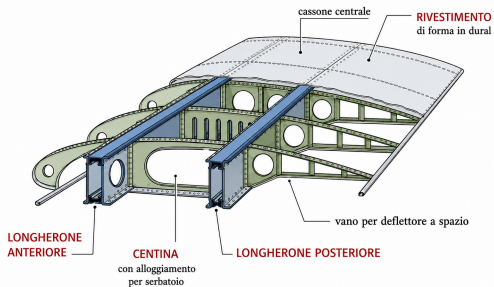
Da infinite incognite a due numeri

$$P = \frac{M}{\hat{h}}, \quad q = \frac{T}{\hat{h}}, \quad J_z \simeq \frac{A_s \hat{h}^2}{2}$$

Le solette portano la flessione come *coppia di forze* P ; l'anima porta il taglio come *flusso* q . Il “metodo del longherone” è il caso più semplice del semiguscio ideale: due correnti, un pannello.

Con queste tre formule il longherone si dimensiona su un foglio di quaderno — ed è esattamente ciò che faremo nell'esercitazione finale.

L'anatomia dell'ala



Rivestimento (flusso di taglio), correnti (sforzi normali), longherone (l'ossatura), centine (forma e raccolta dei carichi).

Ogni elemento ha il suo mestiere, e il mestiere è quello visto nella Parte I: i correnti sono piccole travi a sforzo normale, i pannelli lavorano come l'anima del doppio T, le centine raccolgono i carichi concentrati e li smistano ai piani giusti del triedro.

L'onestà del modello

Quale altezza al denominatore

Il flusso $q = T/\hat{h}$ serve agli *equilibri* (e al calcolo dei rivetti); ma per la *tensione* nell'anima il denominatore onesto è l'altezza dell'anima: $\tau = T/(t_a h)$ *sovrastima* del 3,9% (a favore di sicurezza), mentre $T/(t_a \hat{h})$ *sottostima* del 5,2%. Un modello può essere prudente nel complesso e sbilanciato in un dettaglio: il progettista che conosce il segno degli errori corregge la mira — e sceglie la stima che sbaglia dalla parte giusta.

Parte 8

Dal carico alla struttura: il dimensionamento

8

Dai carichi alle sollecitazioni della sezione

Fissata una sezione a distanza x dall'incastro, la **risultante** R dei carichi esterni alla sezione genera:

Formula chiave

$$T = R, \quad M_f = R d, \quad M_t = R b$$

d : braccio lungo l'apertura (al baricentro della distribuzione); b : braccio lungo la corda.
Convenzioni: $M_f > 0$ tende le fibre inferiori; $T > 0$ verso l'alto; $M_t > 0$ cabrante.

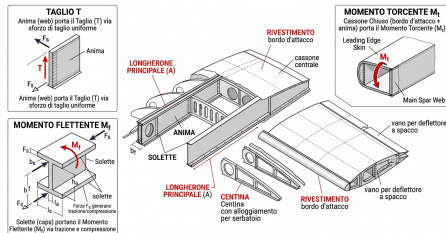
E le forze nel piano alare?

Resistenza e spinta agiscono nel piano dell'ala, dove la sezione resistente è "alta" quanto la corda: salvo casi particolari non dimensionano nulla.

L'ala monolongherone

La soluzione più semplice e più istruttiva:

- un **unico longherone** nel punto di massimo spessore: solette per la flessione, anima per il taglio;
- un **cassone anteriore** (bordo d'attacco richiuso sull'anima): la torsione, con Bredt;
- la parte posteriore: pura forma.



Il longherone nel punto più spesso; il cassone del bordo d'attacco chiude la cella di torsione.

Perché proprio nel punto più spesso

Il braccio della coppia

$F_s = M_f/b_f$: più le solette sono *distanti*, minore la forza che ciascuna porta. Due persone che tengono ferma una porta spinta al centro faticano poco ai bordi opposti, molto se costrette ad avvicinarsi. Il profilo però non si ingrossa a piacere — lo spessore paga resistenza aerodinamica: il punto di massimo spessore è semplicemente dove il compromesso rende di più.

Le solette del longherone simmetrico

Verifica e progetto (sezione per differenza)

$$\sigma = \frac{6 M_f S_{\max}}{l (S_{\max}^3 - h^3)}$$
$$h = \sqrt[3]{S_{\max}^3 - \frac{6 M_f S_{\max}}{\sigma_a l}}, \quad b = \frac{S_{\max} - h}{2}$$

La prima è Navier sulla sezione “per differenza”; la seconda è la stessa formula rovesciata: dato il momento e l'ammissibile, restituisce l'altezza interna h e quindi lo spessore b delle solette.

Le solette, in numeri

$$S_{\max} = 120 \text{ mm}, l = 80 \text{ mm}, M_f = 12 \times 10^6 \text{ N mm}, \text{2024-T4}, k = 2 (\sigma_a = 162 \text{ N/mm}^2)$$

- 1) Progetto: $h = \sqrt[3]{120^3 - 666\,667} \simeq 102,0 \text{ mm}$, quindi $b = (120 - 102)/2 = 9,0 \text{ mm}$.
- 2) Scelta commerciale *per eccesso*: $b = 10 \text{ mm}$, $h = 100 \text{ mm}$.
- 3) Verifica finale: $\sigma = 148,4 \text{ N/mm}^2 < 162$: verificato, con margine dichiarato.

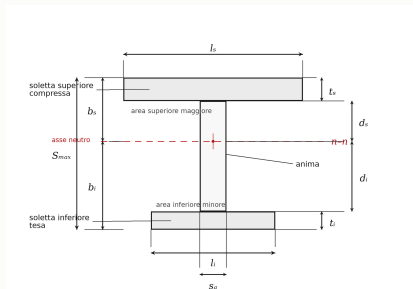
La logica da portare all'esame

Prima il *progetto* con la formula inversa, poi l'*arrotondamento commerciale* per eccesso, infine la *verifica* con la formula diretta: nessuna officina lamina uno spessore su misura per noi.

Il longherone asimmetrico

La soletta compressa è insidiata dall'instabilità: la sua ammissibile σ_c è minore di quella tesa σ_t . Imporre a entrambe la σ_c sovradimensiona la soletta tesa: conviene l'**asimmetria**. Da Navier $\sigma_c/\sigma_t = h_s/h_i$, e con la proprietà del comporre:

$$h_s = S_{\max} \frac{\sigma_c}{\sigma_t + \sigma_c}, \quad h_i = S_{\max} \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_c}.$$



L'asse neutro non è più a metà: la soletta grande lo attira.

Uguaglianza dei momenti statici (asse neutro) + inerzia richiesta $\Rightarrow$ sistema nelle altezze d_s , d_i , da risolvere *per tentativi*.

L'asimmetrico, in numeri

Con $\sigma_c = 140$ e $\sigma_t = 180 \text{ N/mm}^2$

$h_s = 52,5 \text{ mm}$, $h_i = 67,5 \text{ mm}$; la convergenza dei tentativi dà $d_s = 41,75 \text{ mm}$, $d_i = 59,52 \text{ mm}$, da cui $b_s = 10,75 \text{ mm}$, $b_i = 7,98 \text{ mm}$ — la soletta compressa più spessa, coerentemente. Commerciali: 11 e 9 mm; verifica: $\sigma_c = 130,8 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_t = 168,2 \text{ N/mm}^2$: verificato.

A convergenza esatta *entrambe* le solette lavorano alla propria ammissibile: l'asimmetria non è un vezzo, è un risparmio di peso.

Anima a taglio, cassone a torsione

L'anima (rettangolo, Jourawsky)

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{T}{h l_a} \Rightarrow l_a = \frac{3}{2} \frac{T}{h \tau_a}$$

con $\tau_a = 0,58 \sigma_a$.

Il cassone (Bredt)

$$h_t = \frac{M_t}{2 A_t \tau_a}, \quad B = \frac{4 G A_t^2}{\sum c_i / t_i}$$

e in punta: $\Delta\theta = M_t \ell / B$.

Il longerone dà flessione e taglio; il bordo d'attacco richiuso sull'anima dà la cella di torsione: ogni formula della Parte I trova qui il suo posto di lavoro.

Il vincolo aeroelastico

$\Delta\theta$ non oltre pochi gradi (tipicamente 4°)

Una torsione che aumenta l'incidenza fa crescere la portanza, che fa crescere il momento torcente, che fa crescere la torsione: un circolo che oltre certe velocità può *divergere*. Se $\Delta\theta$ supera il limite si ispessisce il bordo d'attacco *anche se la robustezza era già soddisfatta*: robustezza e rigidità, due padroni — e qui comanda il secondo.

Il calcolo completo della sezione alare: i sei passi

1) Forze: $L_{tot} = n W$; la superficie esterna ripartisce: $L_{est} = L_{tot} S_{est}/S_{tot}$ (e così il peso alare);

2) risultante: $F_{est} = L_{est} - n Q_{est}$ — il peso dell'ala *allevia* la flessione;

3) sollecitazioni: $T = F_{est}$, $M_f = T y_G$;

4) solette: $F_s = M_f/b_f$, $A_s = F_s/\sigma_a$;

5) anima: $A_l = 1,5 T/\tau_a$, $l_a = A_l/h_a$;

6) torsione: M_t dal C_M alla velocità massima; Bredt dà h_t ; poi la **verifica di rigidità**.

Nota

L'intera catena parte da due ingredienti: il fattore di carico n e la geometria. Di n — da dove viene, chi lo decide — si occupa l'involuppo di volo, prossima sezione.

Il calcolo completo, in numeri

Monomotore: $Q = 1000 \text{ kg}$, $n = 3,8$, **ala** $10 \times 1,2 \text{ m}$, **profilo 12%**, $V_{\max} = 280 \text{ km/h}$, **2024-T4**, $k = 2$

1-3) $L_{tot} = 37\,278 \text{ N}$; alla radice $F_{est} = 18\,639 - 1864 = 16\,775 \text{ N}$; $M_f = 16\,775 \cdot 2500 = 4,19 \times 10^7 \text{ N mm}$.

4) $s_{\max} = 144 \text{ mm}$, $b_f = 124 \text{ mm}$, $F_s = 338\,210 \text{ N}$, $A_s = 2088 \text{ mm}^2 \rightarrow$ solette $105 \times 20 \text{ mm}$ ($\sigma = 161,1 \text{ N/mm}^2$).

5) $h_a = 104 \text{ mm}$, $\tau_a = 94 \text{ N/mm}^2$, $l_a = 2,6 \text{ mm} \rightarrow 3 \text{ mm}$ ($\tau = 80,6 \text{ N/mm}^2$).

6) $C_L = 0,84 \rightarrow |C_M| = 0,05$; $M_t = 1334 \text{ N m}$; $h_t = 0,24 \text{ mm} \rightarrow$ minimo tecnologico $0,8 \text{ mm}$; ma $\Delta\theta = 4,1^\circ > 4^\circ \rightarrow h_t = 1,0 \text{ mm}$: $\Delta\theta = 3,3^\circ$: verificato.

Le tre lezioni del calcolo completo

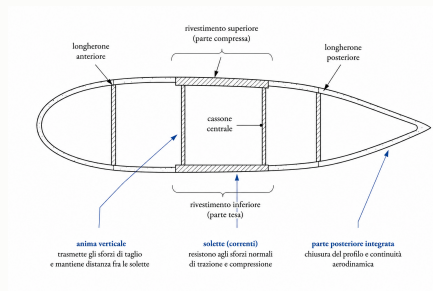
Che cosa ha appena deciso lo spessore

(i) Il taglio chiedeva 0,24 mm, la *tecnologia* ne ha imposti 0,8, la *rigidezza* ne ha pretesi 1,0: a dimensionare non è sempre la resistenza. (ii) Ogni quota è stata arrotondata al commerciale, e la verifica rifatta dopo. (iii) Tutto è disceso da n e dalla geometria: cambiate il fattore di carico e l'intera catena si rifà da capo — ecco perché l'inviluppo di volo è un capitolo di *strutture*.

L'ala bilongherone

Due longheroni (di fatto, due *anime*), correntini sui rivestimenti, cassone centrale. Prima ripartizione:

- le **anime**: il taglio T ;
- i **correntini**: il momento M_f (compressi sopra, tesi sotto);
- il **cassone chiuso**: la torsione, di nuovo terreno di Bredt.



Il cassone centrale è la struttura resistente; bordo d'attacco e parte posteriore: pura forma.

L'area equivalente: un volto già noto

$$A_e = A + A_c$$

Al correntino si aggiunge la lamiera collaborante fra i semi-interassi: è la *striscia collaborante* del semiguscio ideale, ritrovata nel calcolo. Nei casi complessi le sollecitazioni non si disaccoppiano più in modo pulito e serve il modello generale, con i flussi pannello per pannello; il monolongherone, con il suo disaccoppiamento limpido — solette, anima, cella — resta il riferimento dei temi d'esame.

La fusoliera: come lavora e come si costruisce

Le sollecitazioni

La deportanza di coda la carica come una *mensole* incastrata al baricentro: taglio costante, momento lineare — il primo caso di carico, ritrovato in coda. Il timone aggiunge flessione orizzontale e torsione; il carrello, flessione a terra.

Le tre famiglie

Guscio: tutto al rivestimento, pressurizzabile.

Semiguscio: correnti + ordinate + rivestimento lavorante — lo standard dei velivoli commerciali. **Traliccio:** Pratt (gabbie con cavi tesi) e Warren (triangoli di tubi) — leggero ed economico, per velivoli leggeri.

Pratt e Warren: cavi o tubi

La stessa asta, ora tesa, ora compressa

Invertendo il carico (una raffica dal basso, un atterraggio duro), le etichette “trazione” e “compressione” sulle diagonali del Warren si *scambiano*: per questo il Warren esige *tubi*, che lavorano nei due versi. Nel Pratt, invece, lo schema garantisce a ogni diagonale la sola trazione: bastano *cavi*, più leggeri. La scelta fra due tralicci è già un ragionamento sui segni delle sollecitazioni.

I collegamenti bullonati

Tranciamento del bullone (doppia sezione, con il 4/3 del cerchio)

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{F}{2(\pi d^2/4)} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{8 F_{\max}}{3 \pi \tau_{am}}}$$

Per la piastra dell'occhiello: *tranciamento* $F_{lim} = 2t\sqrt{R^2 - r^2} \tau_R$; *strappo* $F_{lim} = 2(R - r)t \sigma_R$.

Nota

Il fattore 4/3 spesso si omette lavorando con la τ media: è una semplificazione *non* conservativa (−15% sul diametro). All'esame conviene la forma completa, dichiarando l'ipotesi.

Bullone e forcella, in numeri

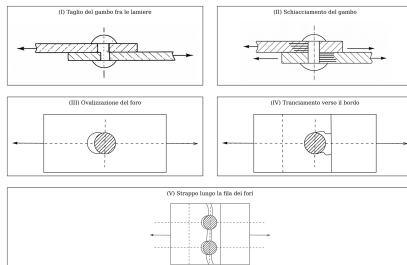
Acciaio, $\sigma_{am} = 300 \text{ N/mm}^2$, $F = 40 \text{ kN}$

- 1) $\tau_{am} = 0,58 \cdot 300 = 174 \text{ N/mm}^2$; $d = \sqrt{8 \cdot 40000 / (3\pi \cdot 174)} = 13,97 \text{ mm} \rightarrow \textbf{M14}$.
- 2) Forcella ($R = 15$, $r = 7,5$, due guance da 5 mm): lo strappo lavora su *quattro* sezioni: $\sigma = 40\,000 / 150 = 266,7 \text{ N/mm}^2 < 300$: verificata.
- 3) Tranciamento delle guance: $\tau = 40\,000 / 259,8 = 154 \text{ N/mm}^2 < 174$: verificata.

Anche qui: contare le sezioni resistenti è metà della verifica — la forcella ne mette in gioco quattro, non due.

I rivetti: cinque modi di rottura

- I) taglio del gambo (cede il *rivetto*);
- II) schiacciamento del gambo (rivetto);
- III) ovalizzazione del foro (cede la *lamiera*: stessa formula $F/(dt)$ del II, ammissibile della lamiera);
- IV) tranciamento verso il bordo;
- V) strappo lungo la fila dei fori



I cinque modi di cedimento della giunzione rivettata.

Il criterio di progetto della giunzione

L'ovalizzazione deve precedere il taglio

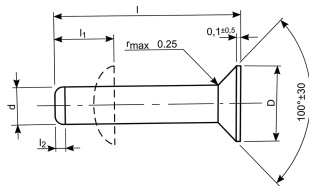
Si impone che lamiera e rivetto trasmettano gli stessi carichi — meglio ancora, che l'*ovalizzazione del foro* preceda di poco il taglio del gambo: un foro ovalizzato si *vede* all'ispezione e si ripara; un rivetto tranciato è un cedimento secco e nascosto. È lo stesso ragionamento del fusibile: il componente che cede per primo deve essere quello che avvisa.

Regole geometriche rapide

$$\frac{d}{t} = 3 \div 3,5, \quad \frac{p}{d} = 2,5 \div 3, \quad 1,5 \leq \frac{A}{d} \leq 2$$

Il progetto della giunzione in sei fasi

- A)** dati: applicazione, spessore di riferimento (= la lamiera *più sottile*), materiali, carico per rivetto;
- B)** tipo: AN 430 testa tonda (interni); AN 426 svasata 100° (rivestimenti);
- C)** diametro dalla tabella di selezione;
- D)** geometria con i rapporti d/t , p/d , A/d ;
- E)** le cinque verifiche analitiche;
- F)** designazione: gambo $\ell = \sum t_i + 1,5 d$ (la controtesta), arrotondato al normalizzato.



Il rivetto AN 426 a testa svasata 100°;
designazione tipo AN 426 - Ø4 x 20 -
AVIONAL 22.

Il montante di controventatura (1): i carichi

Ala alta: $Q = 450 \text{ kg}$, $n = +4/-2$, $\beta = 25^\circ$, $\ell = 2500 \text{ mm}$ cerniera–cerniera, Avional, $k = 1,5$

- 1) Metà peso per semiala, moltiplicata per n : $P_1 = 8829 \text{ N}$ (verso l'alto), $P_2 = 4415 \text{ N}$ (verso il basso).
- 2) Lungo l'asse del montante: $T = P_1 / \sin \beta = 20\,891 \text{ N}$ (trazione), $C = P_2 / \sin \beta = 10\,446 \text{ N}$ (compressione).

Il seno al denominatore *amplifica*: più il montante è sdraiato, più paga care le componenti. È lo stesso motivo per cui un tirante quasi orizzontale fatica a sostenere un peso verticale.

Il montante di controventatura (2): Eulero

Dimensionamento a instabilità ($E = 71\,000\text{ N/mm}^2$)

- 3) Carico critico richiesto: $P_{cr} = kC = 15\,669\text{ N}$; inerzia necessaria: $J_1 = P_{cr}\ell^2/(\pi^2 E) = 1,398 \times 10^5\text{ mm}^4$.
- 4) Sezione ellittica cava ($a/b = 2$, $t = 2\text{ mm}$), per tentativi: la 50×25 dà $J_{\min} = 154\,907\text{ mm}^4 \geq J_1$: adottata.

Quale momento d'inerzia? Il minimo!

Con $a > b$ è $J_x < J_y$: l'asta sbanda attorno all'asse di *minor* rigidezza. La sezione affusolata che piace all'aria è, per Eulero, la direzione debole: usare "il numero più grande" sopravvaluta la resistenza anche di un ordine di grandezza.

Il montante di controventatura (3): la catena

Snellezza, trazione, attacchi ($k_{att} = 2$ sul carico)

- 5) Snellezza: $\lambda_0 = \pi\sqrt{E/\sigma_s} = 52,4$; $A = 459 \text{ mm}^2$, $\rho = 18,4 \text{ mm}$, $\lambda = 2500/18,4 = 136 \gg \lambda_0$: Eulero legittimo.
- 6) Trazione: $\sigma = 20\,891/459 = 45,5 \text{ N/mm}^2 \ll \sigma_{am} = 170 \text{ N/mm}^2$: per le aste snelle comanda quasi sempre l'instabilità.
- 7) Rivetti dell'attacco ($\tau_{am} = 116 \text{ N/mm}^2$, carico $2T = 41\,783 \text{ N}$, taglio doppio): $A_{tot} \geq 360 \text{ mm}^2$; ogni $\phi 8$ offre $100,5 \text{ mm}^2 \Rightarrow n = 4$; verifica: $\tau = 104 \text{ N/mm}^2 < 116$.

La struttura del percorso

Ogni anello sul suo modo di cedimento

Asta, perno, occhiello, gambo, rivetti: *ogni* elemento della catena è dimensionato sul *suo* modo di cedimento critico, e ogni quota calcolata è arrotondata al commerciale prima della verifica finale. È la tipologia di problema che i temi d'esame amano di più, perché percorre l'intera catena delle competenze del corso: statica, Eulero, taglio, giunzioni.

Parte 9

L'inviluppo di volo: manovra e raffica

9

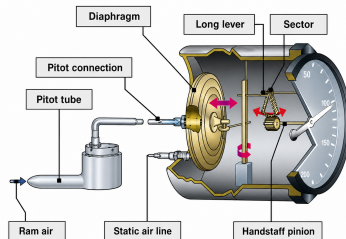
IAS e TAS: la velocità del carico

L'anemometro non misura una velocità: misura la **pressione dinamica** $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ e la converte *come* se la densità fosse quella al suolo. Uguagliando le pressioni dinamiche:

Formula chiave

$$IAS = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} TAS$$

In quota $\rho < \rho_0$: a parità di velocità vera, la IAS è minore.



Stessa pressione dinamica, TAS diverse, stessa IAS.

Perché i diagrammi si tracciano in IAS

Una velocità, un carico

Portanza, resistenza e momento dipendono tutti dalla pressione dinamica: **a una data IAS corrisponde un dato carico aerodinamico, qualunque sia la quota.** E lo stallo, a parità di peso e configurazione, avviene sempre alla stessa IAS. È la velocità che serve alla struttura e al pilota: per questo l'inviluppo di volo e l'anemometro parlano la stessa lingua.

Il fattore di carico e le parabole di stallo

Fattore di carico

$$n = \frac{L}{W}$$

Volo orizzontale: $n = 1$; richiamata o virata stretta: $n > 1$; volo rovescio: $n < 0$. È ciò che il pilota *sente* e ciò che la struttura *paga*.

Il C_L non supera $C_{L,\max}$: sostituendolo,

$$n^+(V) = \left(\frac{V}{V_s}\right)^2,$$

la **parabola di stallo**: sopra di essa l'ala è già stallata — quei punti del piano (V, n) non si possono occupare.

Le categorie regolamentari (JAR/CS-23)

Normale +3,8/−1,52; Utility +4,4/−1,76; Acrobatica +6/−3. Regola: $n_{\min} = -0,4 n_{\max}$ (normale, utility), $-0,5 n_{\max}$ (acrobatica).

La velocità di manovra V_A

Il punto d'incontro fra parabola e regolamento

$$V_A = V_s \sqrt{n_{\max}}$$

Il fusibile aerodinamico

Sotto V_A , anche tirando la barra a fondo corsa l'ala stalla *prima* di raggiungere $n_{\max}$: il fusibile aerodinamico salta prima di quello strutturale. Sopra V_A accade il contrario: una manovra brusca può caricare la struttura oltre il limite prima che l'ala stalli. Per questo V_A è la massima velocità a cui è consentita l'escursione completa dei comandi — e in aria turbolenta si rallenta *sotto* V_A .

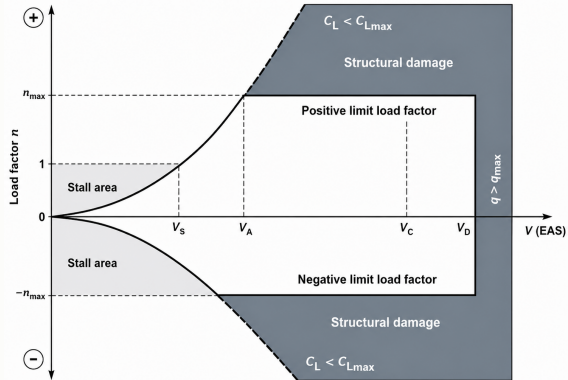
Le velocità che chiudono il diagramma

Da V_C a V_{NE}

$V_C \geq 2,455\sqrt{W/S}$ (normale/utility) oppure $2,669\sqrt{W/S}$ (acrobatica), con W/S in N/m^2 e V in m/s ; $V_D = 1,40/1,50/1,55 V_C$ per le tre categorie; V_{NE} sotto V_D come margine operativo (tipicamente $0,9 V_D$). Le costanti vengono dalle norme in nodi e lb/ft^2 , qui già convertite in SI.

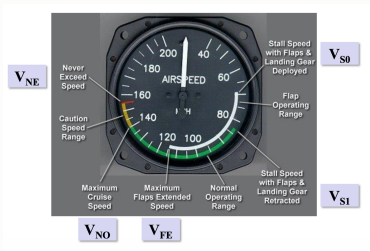
Aerodinamica a sinistra (parabole), regolamento in alto e in basso ($n_{\max}$, $n_{\min}$), regolamento a destra (V_D): il perimetro è completo — il diagramma di manovra.

Il diagramma di manovra



L'aerodinamica limita a sinistra (parabole di stallo), il regolamento in alto, in basso e a destra.

Gli archi dell'anemometro



L'involuppo tradotto in colori sul cruscotto.

I colori sono l'involuppo

Bianco $V_{S0} \rightarrow V_{FE}$: campo flap.

Verde $V_{S1} \rightarrow V_{NO}$: impiego normale.

Giallo $V_{NO} \rightarrow V_{NE}$: solo aria calma.

Linea rossa a V_{NE} .

L'arco giallo non è velocità proibita: è velocità *senza margine* per gli imprevisti.

Il diagramma di raffica

Un velivolo a velocità V incontra una raffica verticale w : l'angolo d'attacco varia di $\Delta\alpha \simeq w/V$, quindi $\Delta L = \frac{1}{2}\rho_0 V S C_{L\alpha} w$ — una potenza di V si semplifica: **il sovraccarico cresce linearmente con la velocità.**

Le rette di raffica

$$n = 1 \pm \frac{\rho_0 C_{L\alpha} V w}{2 W/S}$$

Rette uscenti da $(0,1)$: pendenza proporzionale a w e inversa al carico alare. Valori regolamentari: $w = \pm 15,2 \text{ m/s}$ a V_C e $\pm 7,6 \text{ m/s}$ a V_D .

La correzione dell'ala finita

Il gradiente giusto

Il gradiente da usare è quello dell'*ala reale*:

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{L\alpha,\infty}}{1 + \frac{C_{L\alpha,\infty}}{\pi e AR}}$$

Un'ala di basso allungamento risponde più docilmente: a parità di raffica incassa meno — uno dei motivi delle ali corte dei velivoli veloci in bassa quota. L'involuppo complessivo è, punto per punto, il più severo fra manovra e raffica.

Parte 10

Le esercitazioni: dall'inviluppo al longherone

10

Il banco di prova: il SIAI-Marchetti SF-260

Monomotore biposto da addestramento acrobatico: piccolo, robusto, documentato quanto basta. Su di lui percorreremo l'intera catena: inviluppo → ripartizione della portanza → diagrammi della semiala → longherone. Carico alare:
 $W/S = 1059,4 \text{ N/m}^2$.

Peso massimo	W	10 700 N
Apertura / superficie	b, S	8,35 m, 10,1 m ²
$C_{L,\max}$ / con flap		1,5 / 2,4
$C_{L,\min}$ (rovescio)		-1,02
$C_{L\alpha,\infty}$		5,07 rad ⁻¹
$n_{\max} / n_{\min}$		+6 / -3

Esercitazione A: le velocità caratteristiche

Tutte le velocità, in ordine di calcolo

$$V_{NO} = 2,669\sqrt{1059,4} = 86,87 \text{ m/s}$$

$$V_D = 1,55 V_{NO} = 134,65 \text{ m/s}$$

$$V_{NE} = 0,8 V_D = 107,72 \text{ m/s}$$

(costruttore più severo del consueto 0,9)

$$V_{S1} = 33,95 \text{ m/s}; V_{S0} = 26,84 \text{ m/s (flap)}$$

$$V_{S2} = 41,18 \text{ m/s (rovescio)}$$

$$V_A = V_{S1}\sqrt{6} = 83,18 \text{ m/s}$$

$$V_{FE} = \max(1,4V_{S1}; 1,8V_{S0}) = 48,32 \text{ m/s}$$

In nodi, per l'anemometro: $V_{S1} = 66$, $V_A = 162$, $V_{NO} = 169$, $V_{NE} = 209$ kt.

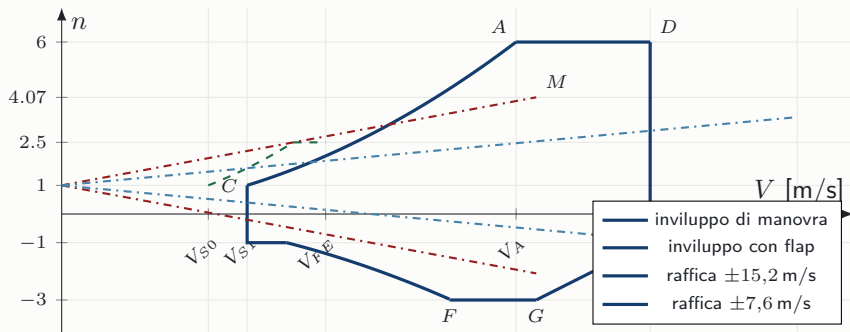
Esercitazione A: e la raffica?

Le rette di raffica del SF-260

- 1) $AR = b^2/S = 6,90$; con $e = 0,9$: $C_{L\alpha} = 5,07 / (1 + 5,07 / (\pi \cdot 0,9 \cdot 6,90)) = 4,02 \text{ rad}^{-1}$.
- 2) A V_{NO} con $w = \pm 15,2 \text{ m/s}$: $n = +4,07$ e $-2,07$.
- 3) A V_D con $w = \pm 7,6 \text{ m/s}$: $n = +3,38$ e $-1,38$.

La raffica **non supera mai la manovra** ($4,07 < 6$): è il destino dei velivoli acrobatici, il cui $n_{\max}$ copre l'atmosfera. Su un velivolo da turismo ($n_{\max} = 3,8$) l'esito è spesso opposto: lì a dimensionare è la raffica.

Esercitazione A: il diagramma $V-n$ del SF-260



Esercitazione B: la ripartizione della portanza

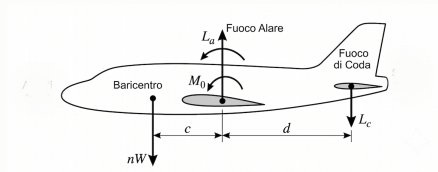
Il fattore di carico dice quanta portanza *totale* serve: nW . Ma per dimensionare l'ala serve la *sua* quota.

Equilibrio longitudinale

$$\begin{cases} L_a - L_c = nW \\ L_c d - nW c - M_0 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow L_c = \frac{M_0 + nW c}{d}, \quad L_a = nW + L_c$$

La deportanza di coda pareggia il momento focale picchiante M_0 e il peso *davanti* al fuoco.



Lo schema dell'equilibrio: ala, impennaggio, baricentro avanzato.

L'ala lavora più del velivolo

Il prezzo della stabilità, in newton

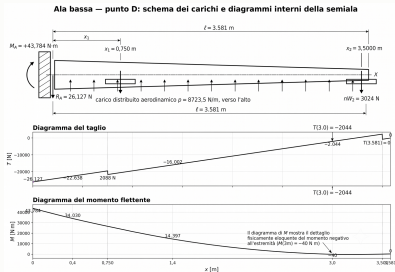
Nel punto D del diagramma: $nW = 64\,200\text{ N}$, ma $L_a = 68\,478\text{ N}$ — il 6,7% *in più*. La deportanza di equilibrio è portanza che l'ala deve rigenerare: il prezzo della stabilità longitudinale si paga in newton, ed è l'ala a pagarlo. Chi dimensiona sull' nW “nudo” regala alla struttura un deficit del 7% in partenza.

Esercitazione C: la semiala con i serbatoi

Sovrapposizione degli effetti

$$p = \frac{1}{l} \left(\frac{L_a}{2} - n W_{sem} \right)$$

Il carico distribuito p è la portanza al netto del peso strutturale; a esso si sottraggono i pesi concentrati nW_1 e nW_2 dei serbatoi. Ciascun peso conta solo nelle sezioni più interne della propria posizione: oltre, non c'è nulla da trasmettere.



La semiala del SF-260 con i serbatoi subalari e i suoi diagrammi.

Esercitazione C, in numeri

Punto D, ala bassa: $l = 3,581 \text{ m}$, $W_{sem} = 500 \text{ N}$, serbatoi a 0,75 e 3,5 m

- 1) $nW_1 = 2088 \text{ N}$, $nW_2 = 3024 \text{ N}$, $p = 8723,5 \text{ N/m}$.
- 2) Reazioni alla radice: $R_A = -26\,127 \text{ N}$, $M_A = 43\,784 \text{ N m}$.
- 3) In $x = 3 \text{ m}$ il momento è *leggermente negativo* (-40 N m): il serbatoio d'estremità vince localmente la portanza residua — i carichi concentrati al lavoro contro il distribuito.

La tabella dei diagrammi

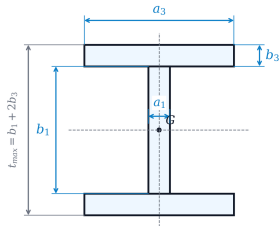
x [m]	T [N]	M [N m]
0	-26 127	43 784
0,4	-22 638	34 030
1,4	-16 002	14 397
3,0	-2044	-40
3,581	0	0

I tre controlli prima di consegnare

(1) In $x = 0$ i valori coincidono con le reazioni; (2) all'estremità libera taglio e momento si annullano; (3) fra un punto e l'altro la pendenza del momento vale il taglio ($dM/dx = T$). Un minuto di controlli intercetta quasi tutti gli errori di calcolo.

Esercitazione D: il ciclo di progetto del longherone

- 1) a_1 di primo tentativo (= spessore rivestimento); verifica preliminare dell'anima:
$$\tau = \frac{3}{2}T/(a_1 b_1) \leq \tau_{am};$$
- 2) $b_3 = a_1$ (spessori confrontabili, per la chiodatura);
- 3) $b_1 + 2b_3 = t_{\max}$ del profilo;
- 4) stima d'innesco: $a_3 = M_f / [(b_1 + 2b_3) b_3 \sigma_{am}]$;
- 5) se a_3 è assurdo: più b_3 , e si ripete;
- 6–8) J_z con il trasporto; Navier; **Von Mises**.



Sezione a doppio T: quote geometriche di progetto

La sezione da dimensionare e il ciclo di progetto.

Se il passo 7 o 8 fallisce si torna indietro: **il progetto è un ciclo, non una formula.**

Esercitazione D: il primo tentativo fallisce

Radice: $T = 26\,127\text{ N}$, $M_f = 43,78 \times 10^6\text{ N mm}$; **2024**, $K = 1,5$; **corda** 1600 mm, **profilo 12%** ($t_{\max} = 192\text{ mm}$)

- 1) Anima: $a_1 = 1,5\text{ mm}$ dà $\tau = 138,2\text{ N/mm}^2 > 115,5$: no. Con $a_1 = 2\text{ mm}$: $\tau = 104,2\text{ N/mm}^2$: passa (per ora).
- 2) Solette: $b_3 = 8$, stima $a_3 = 142,5\text{ mm} \rightarrow 145$.
- 3) Verifica: $\sigma_{\max} = 204,4\text{ N/mm}^2 > 200$ e $\sigma_{id} = 281\text{ N/mm}^2 \gg 200$: **fallisce due volte** — la stima d'innesco usa il braccio esterno, che sopravvaluta; e il taglio era troppo vicino al limite.

Esercitazione D: il secondo tentativo passa

Impostato sulla combinata

- 4) Più anima e più soletta: $a_1 = 3$, $b_3 = 10 \Rightarrow \tau = 76,0 \text{ N/mm}^2$, $b_1 = 172 \text{ mm}$.
- 5) Budget dalla combinata: da $\sigma_{id} \leq 200$ con $\tau = 76$ segue $\sigma_{\max} \leq 150,6 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow a_3 = 165 \text{ mm}$.
- 6) Verifica finale: $J_z = 2,86 \times 10^7 \text{ mm}^4$, $\sigma = 146,8 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{id} = 197,1 \text{ N/mm}^2 < 200$: **verificato**.

Le due morali

La stima del passo 4 è un *innesco*, non un risultato. E quando taglio e flessione contano entrambi, **comanda la combinata**: conviene ripartire il budget fra σ e τ fin dal secondo tentativo.

Parte 11

Uno sguardo d'insieme

11

Tre principi, un'unica disciplina

1. Dal globale al locale

Le caratteristiche dicono *quanto*; le tensioni dicono *se resiste*:

$N, T, M_t, M_f \rightarrow \sigma, \tau \rightarrow$
confronto con l'ammissibile.

2. Materiale lontano dall'asse

Il quadrato della distanza governa J , Eulero, Bredt, Navier: tubo, doppio T, cassone sono la stessa idea in abiti diversi.

3. Resistenza e rigidezza

Due padroni: il tubo in torsione e l'aeroelasticità insegnano che “non rompersi” non basta — bisogna *mantenere la forma*.

Il nastro riavvolto

Dall'involuppo ai millimetri

L'involuppo ha stabilito $n = 6$; l'equilibrio longitudinale ha detto quanta portanza tocca all'ala (68 478 N, più dell' nW); la sovrapposizione ha prodotto T e M alla radice (26 127 N, 43,78 kN m); Navier, Jourawsky e Von Mises li hanno convertiti in millimetri di alluminio — passando per un tentativo fallito che ha insegnato più della teoria. Da qui in avanti, ogni tema d'esame è una variazione su questo tema.

Riferimenti

- B. Raucci, *Costruzioni Aeronautiche — La trave e le sue sollecitazioni, i materiali e le tecnologie, l'inviluppo di volo*, Serie Raucci, appunti del corso (la monografia di cui queste slide sono il compagno di viaggio).
- J.D. Anderson, *Introduction to Flight*, McGraw-Hill.
- T.H.G. Megson, *Aircraft Structures for Engineering Students*, Butterworth-Heinemann.
- V. Losito, *Fondamenti di Aeronautica Generale*, Accademia Aeronautica, Napoli.
- Norme di aeronavigabilità JAR/CS-23 (categorie, fattori di carico, velocità di progetto).

Tutti i valori numerici di queste slide sono stati verificati in modo indipendente con lo script `verifica_slide_costruzioni.py` (231 controlli superati).