

Il Volo Librato

Manuale operativo del laboratorio interattivo sull'aliante

Prof. Ing. Raucci Biagio

Questo manuale descrive il funzionamento esatto della webapp *Il Volo Librato*, il laboratorio interattivo che accompagna la raccolta *Il Volo Librato – Esercizi svolti sulla meccanica del volo dell'aliante*. Ogni funzione è presentata con lo stesso impianto delle monografie della serie: prima **che cosa fa** l'applicazione, poi **con quale modello** lo calcola, infine **che cosa osservare** sui grafici. La parte centrale ripercorre gli esercizi della raccolta uno per uno: per ciascuno si indicano i comandi da impostare, i risultati che l'app restituisce (confrontati con i valori della raccolta) e le letture grafiche che rendono visibile la fisica del problema. L'ultima parte è dedicata alle simulazioni: il diagramma di corpo libero, la scena di planata a densità costante e la planata in atmosfera standard.

Indice

1 Introduzione **2**
1.1 Scopo del laboratorio . . . 2
1.2 Avvio e requisiti . . . 3
1.3 Convenzioni . . . 3

2 L'interfaccia **3**
2.1 La barra laterale . . . 4
2.2 L'aliante in planata . . . 6
2.3 Polare e odografa . . . 6
2.4 Tabella delle prestazioni . . . 6
2.5 Il risolutore degli esercizi . . . 7
2.6 Richiami di teoria . . . 7

3 Il modello di calcolo **8**
3.1 L'atmosfera . . . 8
3.2 La polare . . . 8
3.3 Equilibrio e velocità: la forma esatta . . . 8
3.4 I punti caratteristici . . . 9
3.5 Il vento e il punto B′ . . . 10
3.6 Quota e zavorra: l'omotetia . . . 10
3.7 I diruttori . . . 11
3.8 L'assetto disegnato . . . 11
3.9 La scena di planata . . . 11

4 Guida agli esercizi della raccolta **12**
4.1 Esercizio 4 – i punti caratteristici . . . 12
4.2 Esercizio 3 – la polare per punti . . . 13
4.3 Esercizi 2 e 15 – l'odografa cartesiana e la velocità limite . . . 14
4.4 Esercizio 16 – l'effetto della quota . . . 15
4.5 Esercizi 5, 18 e 12 – la distanza di planata e il vento . . . 16
4.6 Esercizi 8 e 21 – i diruttori estesi . . . 18
4.7 Esercizi 7 e 20 – il progetto dei diruttori . . . 20
4.8 Esercizio 25 – la zavorra . . . 20
4.9 Esercizi 11 e 24 – la salita in termica . . . 22
4.10 Esercizi 6, 19, 9 e 22 – la prova di volo . . . 22
4.11 Esercizi 10 e 23 – il progetto dell'ala . . . 23
4.12 Esercizio 12 – la similitudine fra alianti . . . 24
4.13 Esercizi 13 e 26 – la discesa ripida a motore spento . . . 25

5 Le simulazioni **25**
5.1 Il corpo libero e l'assetto dell'aliante . . . 25
5.2 La scena di planata a densità costante . . . 28
5.3 La planata in atmosfera standard . . . 29

6 Proposte di attività in classe **31**

7 Limiti del modello **32**

A Mappa degli esercizi **32**

B Domande frequenti **33**

C Il progetto LaTeX **33**

1 Introduzione

1.1 Scopo del laboratorio

La meccanica del volo librato si studia su due grafici: la *polare* $C_L(C_D)$, che descrive l'aerodinamica del velivolo, e l'*odografa* (u,w), che ne descrive le prestazioni. Sulla carta questi grafici sono statici: si tracciano una volta, per un aliante, a una quota, con un peso. Il laboratorio *Il Volo Librato* li rende *vivi*. Ogni parametro dell'aliante (peso, superficie, apertura, polare) e ogni condizione di volo (quota, vento, zavorra, diruttori) si modifica con un cursore o una casella, e tutti i grafici, le tabelle e le animazioni si aggiornano all'istante. Lo studente vede così *che cosa cambia* e, soprattutto, *che cosa non cambia*: è questa seconda lettura, quella degli invarianti, la chiave della materia.

L'applicazione persegue tre obiettivi:

1. **risolvere** gli esercizi della raccolta, passo per passo e con gli stessi simboli degli appunti, in modo che lo studente possa verificare il proprio svolgimento;
2. **visualizzare** i punti caratteristici (candela, massima efficienza, minimo rateo di discesa, stallo) su polare e odografa, con le costruzioni geometriche che li individuano;

3. **simulare** la planata: il diagramma di corpo libero con l'assetto dell'aliante e la discesa nel tempo, con vento, zavorra e variazione della densità.

1.2 Avvio e requisiti

L'applicazione è un **unico file HTML** (`volo_librato.html`) che contiene interfaccia, grafici e nucleo di calcolo. Non richiede installazione né connessione: si apre con un doppio clic in qualunque browser recente (Chrome, Edge, Firefox, Safari), anche da chiavetta USB o dal portale didattico. L'unica risorsa esterna sono i caratteri tipografici (Google Fonts): se la rete non è disponibile, il browser usa caratteri di ripiego e l'applicazione funziona identica. I grafici sono disegnati in SVG e si adattano allo schermo, anche su lavagna interattiva.

Attenzione

L'applicazione non salva nulla: ricaricando la pagina si torna ai valori iniziali (aliante dell'Esercizio 4, livello del mare, aria calma). Per ripartire da un esercizio è sufficiente riselezionarlo dal menu dei preset.

1.3 Convenzioni

L'applicazione adotta le stesse convenzioni della raccolta:

- **notazione anglosassone**: C_L e C_D per i coefficienti di portanza e di resistenza, C_{D_0} per la resistenza parassita, AR per l'allungamento, e per il fattore di Oswald, W per il peso;
- **virgola decimale** e unità del Sistema Internazionale; le velocità sono date in m/s e, dove utile, anche in km/h;
- gli angoli di rampa sono espressi in **gradi e primi** (ad esempio $2°\,03'$);
- γ è l'angolo di rampa *sotto* l'orizzonte, positivo in discesa; $w = V\sin\gamma$ è il rateo di discesa, positivo verso il basso; per questo nell'odografa l'asse w è orientato *verso il basso*;
- il vento orizzontale V_w è **positivo se contrario** (vento in faccia) e negativo se a favore;
- la densità è quella dell'aria tipo: $\rho_0 = 1{,}225\,7\,\mathrm{kg/m^3}$ al livello del mare, $\sigma = \rho/\rho_0$ in quota.

2 L'interfaccia

La schermata (figura 1) è divisa in una **barra laterale**, a sinistra, dove si impostano l'aliante e le condizioni di volo, e in un'**area principale**, a destra, organizzata in cinque sezioni che si susseguono scorrendo la pagina: *L'aliante in planata*, *Polare e odografa*, *Prestazioni e punti caratteristici*, *Risolutore degli esercizi*, *Richiami di teoria*. La barra laterale resta sempre visibile: si può modificare un dato e osservarne l'effetto su qualunque sezione.

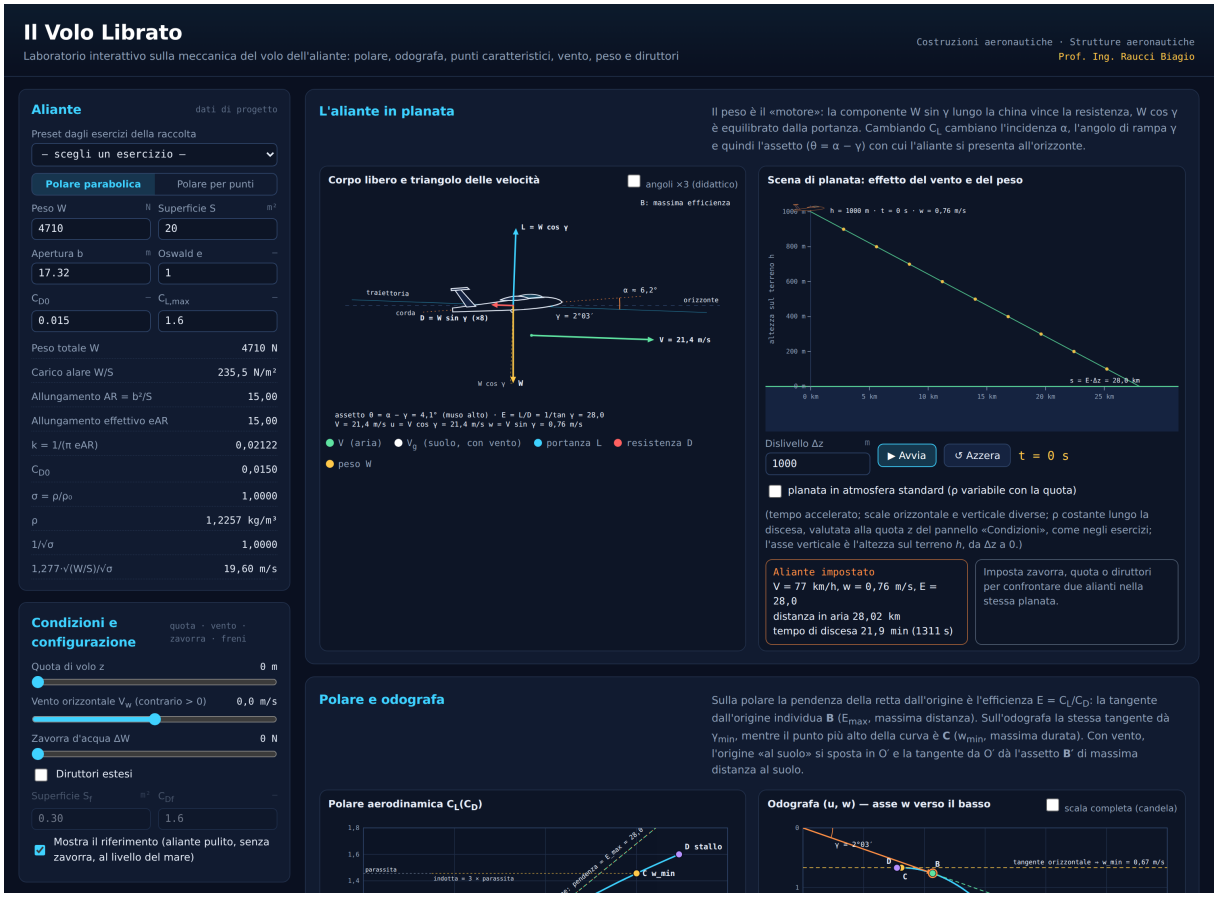


Figura 1: La schermata principale con l'aliante dell'Esercizio 4: barra laterale (dati, condizioni, assetto) e prime due sezioni dell'area principale (corpo libero, scena di planata, polare e odografa).

2.1 La barra laterale

Riquadro «Aliante». Contiene il menu Preset dagli esercizi della raccolta, il selettore del modello di polare e i dati di progetto.

- Il **preset** carica in un colpo i dati di un esercizio (tabella 1) e porta l'assetto su quello di massima efficienza. Quota, zavorra e diruttori vengono impostati come richiede il testo; il vento viene azzerato.

- Il selettore Polare parabolica / Polare per punti sceglie il modello aerodinamico. Con la polare parabolica si inseriscono W, S, l'apertura b, il fattore di Oswald e, C_{D_0} e $C_{L,\max}$. Con la polare per punti si inseriscono W, S e una tabella di coppie «C_L C_D», una per riga: le righe che seguono il C_L massimo sono interpretate come tratto *post-stallo* e disegnate tratteggiate.

- Sotto i dati compare il pannello delle **grandezze derivate**: peso totale, carico alare W/S, allungamento $AR = b^2/S$ ed effettivo $e\,AR$, costante $k = 1/(\pi\, e\, AR)$, C_{D_0} (comprensivo dei diruttori, se estesi), σ, ρ, $1/\sqrt{\sigma}$ e la *costante dell'aliante* $1{,}277\sqrt{W/S}/\sqrt{\sigma}$, che è la velocità (in m/s) a cui l'aliante volerebbe con $C_F = 1$.

Tabella 1: I preset disponibili e i dati che caricano.

Preset	Polare	Dati caricati
Es. 4	parabolica	$W = 4\,710\,\mathrm{N}$, $S = 20\,\mathrm{m}^2$, $e\,AR = 15$, $C_{D_0} = 0{,}015$, $C_{L,\max} = 1{,}6$
Es. 2	parabolica	$W = 4\,655\,\mathrm{N}$, $S = 19{,}3\,\mathrm{m}^2$, $b = 17{,}2\,\mathrm{m}$, $e = 0{,}9$, $C_{D_0} = 0{,}016$, $C_{L,\max} = 1{,}5$
Es. 15	parabolica	$W = 4\,410\,\mathrm{N}$, $S = 18\,\mathrm{m}^2$, $b = 16{,}4\,\mathrm{m}$, $e = 0{,}9$, $C_{D_0} = 0{,}016$, $C_{L,\max} = 1{,}5$
Es. 17	parabolica	$W/S = 274\,\mathrm{N/m}^2$, $e\,AR = 15{,}9$, $C_{D_0} = 0{,}0149$, $C_{L,\max} = 1{,}6$
Es. 24	parabolica	$W = 5\,100\,\mathrm{N}$, $S = 25\,\mathrm{m}^2$, $b = 22\,\mathrm{m}$, $C_{D_0} = 0{,}015$; quota 1 000 m
Es. 25	parabolica	$W = 4\,800\,\mathrm{N}$, $S = 19{,}6\,\mathrm{m}^2$, $e\,AR = 18$, $C_{D_0} = 0{,}015$; zavorra 1 470 N, quota 3 000 m
Es. 8	parabolica	$W = 2\,646\,\mathrm{N}$, $S = 12{,}25\,\mathrm{m}^2$, $e\,AR = 17$; diruttori $S_f = 0{,}55\,\mathrm{m}^2$, $C_{D_f} = 1{,}7$
Es. 21	parabolica	$W = 5\,390\,\mathrm{N}$, $S = 22\,\mathrm{m}^2$, $C_{D_0} = 0{,}016$; diruttori $S_f = 0{,}53\,\mathrm{m}^2$, $C_{D_f} = 1{,}7$
Es. 1	per punti	$W = 4\,710\,\mathrm{N}$, $S = 12\,\mathrm{m}^2$, polare tabellata
Es. 3	per punti	$W/S = 315\,\mathrm{N/m}^2$, polare tabellata
Es. 14	per punti	$W = 5\,390\,\mathrm{N}$, $S = 14\,\mathrm{m}^2$, polare tabellata
Es. 16	per punti	$W = 5\,245\,\mathrm{N}$, $S = 21{,}4\,\mathrm{m}^2$, polare tabellata; quota 1 200 m

Riquadro «Condizioni e configurazione». Raccoglie ciò che *non* appartiene all'aerodinamica dell'aliante:

- Quota di volo z (0 m–4 000 m): fissa la densità dell'aria tipo con cui si calcolano le velocità. È la quota media di volo degli esercizi, non la quota di partenza della scena (si veda il paragrafo 5.2);
- Vento orizzontale V_w (-15 m/s–15 m/s, positivo se contrario): non modifica polare, odografa né punti A–D; sposta l'origine delle velocità al suolo e fa comparire il punto B′;
- Zavorra d'acqua ΔW (0 N–2 500 N): si somma al peso;
- Diruttori estesi, con superficie S_f e coefficiente C_{D_f}: aumentano la resistenza parassita, $C'_{D_0} = C_{D_0} + C_{D_f} S_f/S$;
- Mostra il riferimento: sovrappone ai grafici, tratteggiato in grigio, lo stesso aliante *pulito, senza zavorra, al livello del mare*. È il termine di paragone che rende visibile l'effetto di quota, peso e freni.

Riquadro «Assetto di volo». Il cursore Coefficiente di portanza C_L sceglie l'assetto, da $C_L = 0$ (candela) a $C_{L,\max}$ (stallo). I quattro pulsanti A candela, B max efficienza, C min discesa, D stallo portano direttamente sui punti caratteristici. Sotto, gli

strumenti riportano le grandezze dell'assetto corrente: velocità vera V e indicata $V_i = V\sqrt{\sigma}$, angolo di rampa γ, efficienza E, rateo di discesa w, indice di quota $F = E\sqrt{C_L}$, C_D e l'assetto $\theta = \alpha - \gamma$; con il vento compaiono anche l'angolo e l'efficienza *rispetto al suolo*, γ' ed E'.

2.2 L'aliante in planata

La prima sezione dell'area principale contiene due pannelli affiancati.

- **Corpo libero e triangolo delle velocità**: l'aliante, disegnato con l'assetto $\theta = \alpha - \gamma$, le tre forze L, D, W applicate nel baricentro e le componenti del peso lungo e normale alla traiettoria; a parte, il vettore velocità V con le componenti u e w e, con il vento, la velocità al suolo V_g. La casella angoli ×3 (didattico) triplica gli angoli disegnati, altrimenti troppo piccoli per essere letti (paragrafo 5.1).

- **Scena di planata**: la discesa nel tempo su un dislivello assegnato, con il confronto fra l'aliante impostato e quello di riferimento, i pulsanti ▶ Avvia / Pausa e Azzera, e la casella planata in atmosfera standard (paragrafi 5.2 and 5.3).

2.3 Polare e odografa

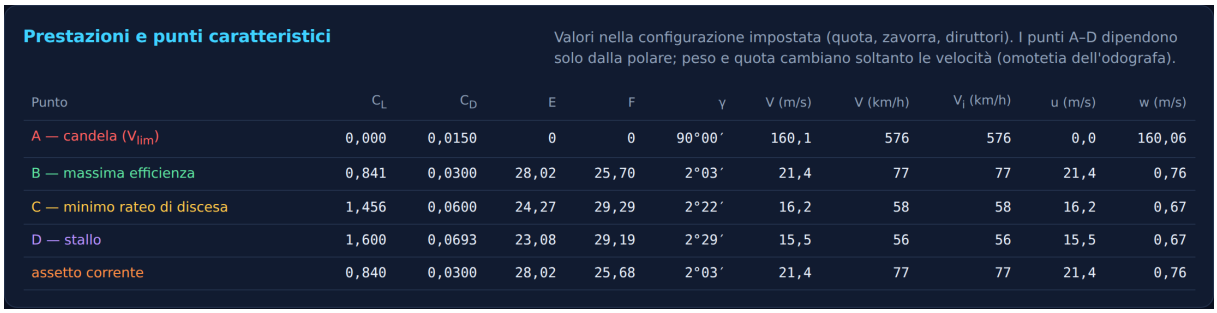
La seconda sezione affianca i due diagrammi fondamentali. Entrambi sono **interattivi**: un clic sulla polare porta l'assetto al C_L corrispondente all'ordinata cliccata; un clic sull'odografa porta l'assetto sul punto della curva più vicino.

- **Polare** $C_L(C_D)$: curva dell'aliante, punti A–D, *tangente dall'origine* (la cui pendenza è $E_{\max}$), secante dell'assetto corrente (la cui pendenza è l'efficienza E corrente) e, in B e C, la ripartizione del C_D fra parte parassita e parte indotta.

- **Odografa** (u,w) con asse w verso il basso: tangente da O (angolo di rampa minimo), tangente orizzontale (rateo minimo), vettore velocità dell'assetto corrente. Con il vento compaiono l'origine al suolo $O' = (V_w,0)$ e la tangente da O′, che individua il punto B′ di massima distanza al suolo. La casella scala completa (candela) passa dalla vista ingrandita della zona utile alla vista in scala reale, fino al punto A.

2.4 Tabella delle prestazioni

La terza sezione (figura 2) elenca, per i punti A, B, C, D, per B′ (solo con vento) e per l'assetto corrente: C_L, C_D, E, F, γ, V in m/s e in km/h, V_i, u, w e, con il vento, γ' ed E' al suolo. Sotto la tabella, una *nota di confronto* quantifica le differenze rispetto al riferimento; se un assetto ottimo teorico supera $C_{L,\max}$, la riga è marcata «oltre lo stallo» e un avviso spiega perché l'ottimo reale cade in D.



Prestazioni e punti caratteristici

Valori nella configurazione impostata (quota, zavorra, diruttori). I punti A–D dipendono solo dalla polare; peso e quota cambiano soltanto le velocità (omotetia dell'odografa).

Punto	C_L	C_D	E	F	γ	V (m/s)	V (km/h)	V_i (km/h)	u (m/s)	w (m/s)
A — candela (V_{lim})	0,000	0,0150	0	0	90°00′	160,1	576	576	0,0	160,06
B — massima efficienza	0,841	0,0300	28,02	25,70	2°03′	21,4	77	77	21,4	0,76
C — minimo rateo di discesa	1,456	0,0600	24,27	29,29	2°22′	16,2	58	58	16,2	0,67
D — stallo	1,600	0,0693	23,08	29,19	2°29′	15,5	56	56	15,5	0,67
assetto corrente	0,840	0,0300	28,02	25,68	2°03′	21,4	77	77	21,4	0,76

Figura 2: Tabella delle prestazioni per l'aliante dell'Esercizio 4 al livello del mare.

2.5 Il risolutore degli esercizi

La quarta sezione contiene otto schede, una per ogni famiglia di problemi della raccolta (tabella 2). Ogni scheda ha i propri campi di ingresso e il pulsante Risolvi; la soluzione è esposta *passo per passo*, con formule, sostituzioni numeriche e risultato evidenziato, seguita da un riepilogo. La prima riga della soluzione, «Aliante in uso», ricorda quali dati vengono presi dalla barra laterale: le schede contrassegnate con • nella tabella usano infatti l'aliante impostato, le altre sono autosufficienti.

Tabella 2: Le schede del risolutore.

Scheda	Esercizi	Ingressi propri
Massima distanza di planata •	5, 18; vento: 12	z_1, z_2, V_w
Salita in una corrente ascendente •	11, 24	w_a, z_1, z_2 oppure Δt
Diruttori per una velocità limite •	7, 20	V_{lim}, C_{D_f}
Progetto dell'ala da $\gamma_{\min}$	10, 23	$\gamma_{\min}$, C_{D_0}, e, W, W/S
Prova di volo •	6, 19; 9, 22	modalità; p, t oppure z_1, z_2, Δt; V_i, w
Zavorra •	25	ΔW, t_1, quota
Similitudine e vento	12	s, Δz, t_1, t_2, $(W/S)_1$, V_w
Discesa ripida a motore spento	13, 26	W, S, γ, V, quota, E, C_{D_f}

Attenzione – schede che usano l'aliante impostato

Prima di premere Risolvi in una scheda marcata • occorre caricare nella barra laterale l'aliante del testo (con un preset o a mano). La riga «Aliante in uso» permette di controllarlo: se riporta dati diversi da quelli del testo, il risultato è corretto ma riferito a un altro aliante.

2.6 Richiami di teoria

L'ultima sezione riporta il formulario essenziale nella notazione degli appunti, la tabella dei rapporti notevoli fra i punti caratteristici e una guida alla lettura dei grafici. È pensata per la consultazione rapida durante l'esercitazione; le dimostrazioni sono nella raccolta e, per quanto riguarda il modello dell'app, nel paragrafo 3.

3 Il modello di calcolo

Questa sezione descrive *esattamente* ciò che l'applicazione calcola. Le formule sono quelle della raccolta; dove l'app adotta una forma più generale (la forma esatta delle velocità, la ricerca numerica di B′, l'integrazione in atmosfera standard) se ne dimostra la coerenza con le formule approssimate degli esercizi.

3.1 L'atmosfera

Teoria – densità in atmosfera standard

Nella troposfera ($z \le 11\,000\,\mathrm{m}$) l'applicazione usa

$$\sigma(z) = \frac{\rho(z)}{\rho_0} = \left(1 - 2{,}25577 \cdot 10^{-5}\, z\right)^{4{,}2559}, \qquad \rho_0 = 1{,}225\,7\,\mathrm{kg/m^3}, \tag{1}$$

con z in metri.

Dimostrazione – origine della (1)

Con temperatura lineare $T = T_0 - az$ ($T_0 = 288{,}15\,\mathrm{K}$, $a = 0{,}006\,5\,\mathrm{K/m}$), l'equilibrio idrostatico $dp = -\rho g\,dz$ e l'equazione di stato $p = \rho RT$ danno $dp/p = -g\,dz/(RT) = \dfrac{g}{aR}\,dT/T$, cioè $p/p_0 = (T/T_0)^{g/(aR)}$. Poiché $\rho/\rho_0 = (p/p_0)(T_0/T)$, risulta $\sigma = (T/T_0)^{g/(aR)-1}$ con $g/(aR) = 9{,}80665/(0{,}0065\times 287{,}05) = 5{,}2559$ e $T/T_0 = 1-(a/T_0)z$, dove $a/T_0 = 2{,}25577 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^{-1}}$.

Nella scheda *Prova di volo* la densità si ricava invece dalle letture strumentali (Esercizi 6 e 19): $p[\mathrm{Pa}] = p[\mathrm{mmHg}] \cdot 101\,325/760$, $T = t + 273$ e $\rho = p/(RT)$ con $R = 287{,}1\,\mathrm{J/(kg\,K)}$.

3.2 La polare

Polare parabolica. $C_D = C_{D_0} + k\,C_L^2$ con $k = 1/(\pi\, e\, AR)$ e $AR = b^2/S$. I punti caratteristici sono calcolati analiticamente (paragrafo 3.4).

Polare per punti. Fra due punti tabellati consecutivi il C_D è interpolato linearmente. Come negli esercizi svolti, B e C sono scelti *fra i punti tabellati*: B è il punto con $E = C_L/C_D$ massimo, C quello con $F = E\sqrt{C_L}$ massimo. Il punto D è quello con il C_L più alto; le righe successive (tratto post-stallo) sono solo disegnate.

3.3 Equilibrio e velocità: la forma esatta

In planata rettilinea uniforme il peso è equilibrato dalla risultante aerodinamica:

$$L = W\cos\gamma, \qquad D = W\sin\gamma \qquad \Longrightarrow \qquad \tan\gamma = \frac{C_D}{C_L} = \frac{1}{E}. \tag{2}$$

Teoria – velocità in forma esatta

L'applicazione calcola la velocità con il *coefficiente di forza aerodinamica totale* $C_F = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}$:

$$V = \frac{K}{\sqrt{C_F}}, \qquad K = 1{,}277\sqrt{\frac{W}{S}}\frac{1}{\sqrt{\sigma}}, \qquad \gamma = \arctan\frac{C_D}{C_L}, \qquad u = V\cos\gamma, \qquad w = V\sin\gamma. \tag{3}$$

Dimostrazione – equivalenza con la formula della raccolta

Sommando i quadrati delle (2): $L^2 + D^2 = W^2$, cioè $\frac{1}{2}\rho V^2 S\, C_F = W$, da cui $V = \sqrt{2W/(\rho S\, C_F)} = \sqrt{2/\rho_0}\,\sqrt{W/S}\,(1/\sqrt{\sigma})/\sqrt{C_F}$, con $\sqrt{2/\rho_0} = \sqrt{2/1{,}2257} = 1{,}277$. Poiché $\cos\gamma = C_L/C_F$, si ha $1/\sqrt{C_F} = \sqrt{\cos\gamma/C_L}$ e la (3) coincide con $V = 1{,}277\sqrt{W/(S\,C_L)}\sqrt{\cos\gamma}/\sqrt{\sigma}$ della raccolta. La forma con C_F ha però un vantaggio: vale anche in candela, dove $C_L = 0$, $C_F = C_{D_0}$ e $\gamma = 90°$, e restituisce direttamente $V_{\lim} = K/\sqrt{C_{D_0}}$.

La velocità indicata è $V_i = V\sqrt{\sigma}$: dipende da $\frac{1}{2}\rho V^2$, che a parità di assetto e di carico alare *non* dipende dalla quota. È il motivo per cui il pilota vola alle stesse velocità indicate a ogni quota.

3.4 I punti caratteristici

Teoria – punti della polare parabolica

$$\text{B:}\quad C_L^* = \sqrt{C_{D_0}/k}, \qquad E_{\max} = \frac{C_L^*}{2C_{D_0}} = 0{,}886\sqrt{\frac{e\,AR}{C_{D_0}}}, \qquad \gamma_{\min} = \arctan\frac{1}{E_{\max}};$$

$$\text{C:}\quad C_L^{**} = \sqrt{3}\,C_L^*, \qquad F_{\max} = \frac{(C_L^{**})^{3/2}}{4C_{D_0}} = 1{,}345\sqrt[4]{\frac{(e\,AR)^3}{C_{D_0}}}, \qquad w_{\min} \simeq \frac{K}{F_{\max}};$$

$$\text{A:}\quad C_L = 0, \qquad V_{\lim} = \frac{K}{\sqrt{C_{D_0}}}; \qquad \text{D:}\quad C_L = C_{L,\max}, \qquad V_{st} = \frac{K}{\sqrt{C_F(C_{L,\max})}}. \tag{4}$$

Dimostrazione – B e C

$E = C_L/(C_{D_0} + kC_L^2)$; $dE/dC_L = 0$ dà $C_{D_0} + kC_L^2 - 2kC_L^2 = 0$, cioè $kC_L^2 = C_{D_0}$: in B la resistenza indotta eguaglia la parassita, $C_D = 2C_{D_0}$ ed $E_{\max} = C_L^*/(2C_{D_0}) = 1/(2\sqrt{kC_{D_0}}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{e\,AR/C_{D_0}}$, con $\sqrt{\pi}/2 = 0{,}886$. Per piccoli angoli $w = V\sin\gamma \simeq K\,C_D/C_L^{3/2} = K/F$ con $F = C_L^{3/2}/C_D$. $dF/dC_L = 0$ dà $\frac{3}{2}C_L^{1/2}(C_{D_0} + kC_L^2) - C_L^{3/2}\,2kC_L = 0$, cioè $kC_L^2 = 3C_{D_0}$: in C l'indotta è tripla della parassita, $C_L^{**} = \sqrt{3}\,C_L^*$ e $C_D = 4C_{D_0}$.

Negli *strumenti* e nella *tabella* le grandezze di ogni punto sono calcolate con la forma

esatta (3); nelle schede del risolutore, come nella raccolta, si usa $w_{\min} = K/F_{\max}$. Per un aliante le due strade differiscono di meno di un millesimo, perché $\cos\gamma > 0{,}999$.

3.5 Il vento e il punto B′

Il vento orizzontale non cambia il moto dell'aliante *rispetto all'aria*: polare, odografa e punti A–D restano gli stessi. Cambia la velocità *rispetto al suolo*, $\vec{V}_g = (u - V_w,\, w)$, e quindi

$$\tan\gamma' = \frac{w}{u - V_w}, \qquad E' = \frac{u - V_w}{w}, \qquad s' = E'\,\Delta z. \tag{5}$$

Dimostrazione – la tangente da O′

Sull'odografa il punto (u,w) visto dall'origine spostata $\mathrm{O}' = (V_w,0)$ forma con l'orizzontale un angolo di tangente $w/(u - V_w) = \tan\gamma'$. Massimizzare E' significa minimizzare γ', cioè cercare la retta per O′ più «piatta» che tocchi ancora la curva: è la tangente da O′. Con vento contrario O′ si sposta a destra e il punto di tangenza B′ scende lungo la curva verso velocità maggiori: *con vento in faccia si vola più veloci di B*; con vento a favore, più lenti.

L'applicazione individua B′ numericamente: campiona l'odografa in C_L e sceglie il campione che rende massimo $(u - V_w)/w$. La tangente da O′ è poi disegnata per quel punto.

3.6 Quota e zavorra: l'omotetia

Teoria – fattore di scala

A parità di assetto (C_L fissato) quota e peso cambiano soltanto la costante K. Rispetto a un aliante di peso W_1 al livello del mare, un aliante di peso W_2 in aria di densità relativa σ ha

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{w_2}{w_1} = \lambda = \sqrt{\frac{W_2}{W_1}}\,\frac{1}{\sqrt{\sigma}}, \qquad \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{\lambda}, \qquad \gamma_2 = \gamma_1, \quad E_2 = E_1. \tag{6}$$

Dimostrazione – conseguenze geometriche

Per ogni C_L il vettore (u,w) è moltiplicato per lo stesso λ: l'odografa si trasforma per *omotetia di centro O*. Un'omotetia di centro O manda rette per O in sé stesse e rette orizzontali in rette orizzontali: la tangente da O (che dà B) e la tangente orizzontale (che dà C) si conservano, e con esse gli assetti C_L^* e C_L^{**}, $E_{\max}$ e $\gamma_{\min}$. La distanza in aria calma $s = E\,\Delta z$ non cambia; il tempo $t = \Delta z/w$ si divide per λ. Con vento l'invarianza cade, perché O′ *non* è il centro dell'omotetia: da (5), $E' = E - V_w/(\lambda w_1)$, che con vento contrario cresce con λ. L'aliante zavorrato è meno penalizzato dal vento in faccia.

3.7 I diruttori

Con i diruttori estesi la resistenza parassita diventa

$$C'_{D_0} = C_{D_0} + C_{D_f}\frac{S_f}{S}. \tag{7}$$

La polare trasla verso destra di $C_{D_f}S_f/S$; $E_{\max}$ e $V_{\lim}$ diminuiscono come $1/\sqrt{C'_{D_0}}$; $C_L^* = \sqrt{C'_{D_0}/k}$ cresce e può superare $C_{L,\max}$. In quel caso l'app lo segnala: l'ottimo teorico non è raggiungibile e l'ottimo reale cade allo stallo D.

3.8 L'assetto disegnato

Per disegnare l'aliante con l'inclinazione corretta occorre l'incidenza α, che la polare non contiene. L'app la *stima* con la pendenza della retta di portanza dell'ala finita, $a = 2\pi AR/(AR+2)$ (in rad^{-1}; $a = 5{,}5$ per la polare per punti), e un angolo di portanza nulla $\alpha_0 = -2{,}5°$:

$$\alpha \simeq \alpha_0 + \frac{C_L}{a}, \qquad \theta = \alpha - \gamma. \tag{8}$$

θ è l'angolo fra la corda e l'orizzonte (positivo a muso alto). La stima serve *solo* al disegno e agli strumenti; nessun altro calcolo la usa.

3.9 La scena di planata

La scena integra il moto nel tempo con due modelli di atmosfera.

- **Densità costante** (predefinito, come negli esercizi): $\sigma = \sigma(z)$ della barra laterale; $h(t) = \Delta z - w\,t$ e $s(t) = (u - V_w)\,t$; il tempo di discesa è $t = \Delta z/w$.
- **Atmosfera standard**: terreno al livello del mare, partenza da z_0 ($\leq 11\,000\,\mathrm{m}$); a C_L fissato $V(z) = V_0/\sqrt{\sigma(z)}$ e $w(z) = w_0/\sqrt{\sigma(z)}$, dove V_0 e w_0 sono i valori al livello del mare.

Teoria – planata in atmosfera standard

$$t = \frac{1}{w_0}\int_0^{z_0} \sqrt{\sigma(z)}\,dz, \qquad s_{\text{aria}} = E\,(z_0 - z), \qquad s_{\text{suolo}} = s_{\text{aria}} - V_w\,t. \tag{9}$$

Dimostrazione

Da $dz = -w\,dt$ si ha $dt = -dz/w = -\sqrt{\sigma}\,dz/w_0$; integrando da z_0 a 0 si ottiene la prima. Poiché $ds_{\text{aria}}/dz = -u/w = -1/\tan\gamma = -E$ e E non dipende da σ, la traiettoria in aria è rettilinea e $s_{\text{aria}} = E(z_0 - z)$ *qualunque* sia la legge $\sigma(z)$. Infine $ds_{\text{suolo}}/dt = u - V_w = ds_{\text{aria}}/dt - V_w$; integrando nel tempo si ha la terza. La relazione vale anche a densità costante.

L'integrale è calcolato con la regola dei trapezi su 320 intervalli; la posizione a un istante qualunque è interpolata linearmente fra i nodi.

4 Guida agli esercizi della raccolta

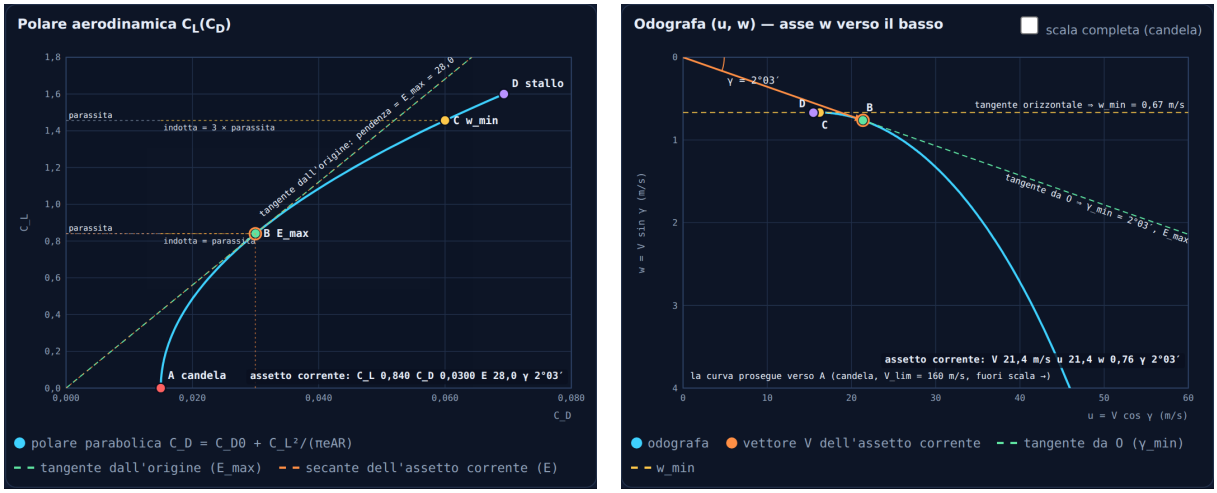
Ogni scheda di questa sezione segue lo stesso schema: il **testo** dell'esercizio in sintesi; le operazioni da compiere **nell'app**; le letture da fare sui grafici (**cosa osservare**); il **confronto** fra i valori restituiti dall'app e quelli della raccolta. Le piccole differenze nell'ultima cifra dipendono dagli arrotondamenti intermedi degli svolgimenti manuali; quando la differenza ha un'origine fisica o di modello, è spiegata.

4.1 Esercizio 4 – i punti caratteristici

Testo. Aliante con $W = 4\,710\,\text{N}$, $S = 20\,\text{m}^2$, $e\,AR = 15$, $C_{L,\max} = 1{,}6$, $C_{D_0} = 0{,}015$: al livello del mare, determinare efficienza massima e angolo di rampa minimo, velocità di stallo, assetto di minimo rateo di discesa con la velocità e il $w_{\min}$ corrispondenti.

Nell'app

1. Selezionare il preset `Es. 4` : l'assetto si porta su B.
2. Leggere nel pannello delle grandezze derivate la costante $K = 19{,}60\,\text{m/s}$.
3. Premere in sequenza `B` , `C` , `D` e leggere gli strumenti; oppure leggere direttamente la tabella delle prestazioni (figura 2).



(a) Polare **(b)** Odografa

Figura 3: Esercizio 4: i punti caratteristici su polare e odografa.

Cosa osservare

- Sulla polare la **tangente dall'origine** tocca la curva in B: la sua pendenza è $E_{\max} = 28{,}0$. La secante dell'assetto corrente coincide con essa solo in B; muovendo il cursore C_L la secante ruota verso il basso, da una parte e dall'altra: è la dimostrazione grafica che B è un massimo.
- In B le due frecce orizzontali mostrano *indotta* = *parassita*; in C *indotta* = 3 × *parassita*: sono le condizioni del paragrafo 3.4 lette direttamente sul grafico.

- Sull'odografa B è il punto di tangenza della retta da O (angolo di rampa minimo, $2^\circ\,03'$), C è il punto più alto della curva (tangente orizzontale, $w_{\min} = 0{,}67\,\mathrm{m/s}$). C è *più lento* di B: la massima durata si ottiene volando più piano della massima distanza.
- D (stallo) e C sono vicinissimi in w (0,67 m/s entrambi) ma non in angolo: in D l'aliante scende più ripido ($2^\circ\,29'$ contro $2^\circ\,22'$).

Tabella 3: Esercizio 4: confronto fra app e raccolta.

Grandezza	Simbolo	App	Raccolta	Unità
Efficienza massima	$E_{\max}$	28,02	28,0	–
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	$2^\circ\,03'$	$2^\circ\,03'$	–
Velocità di stallo	V_{st}	15,5	15,5	m/s
Assetto di minima discesa	C_L^{**}	1,456	1,5	–
Velocità di minima discesa	V	16,2	16,0	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,67	0,67	m/s

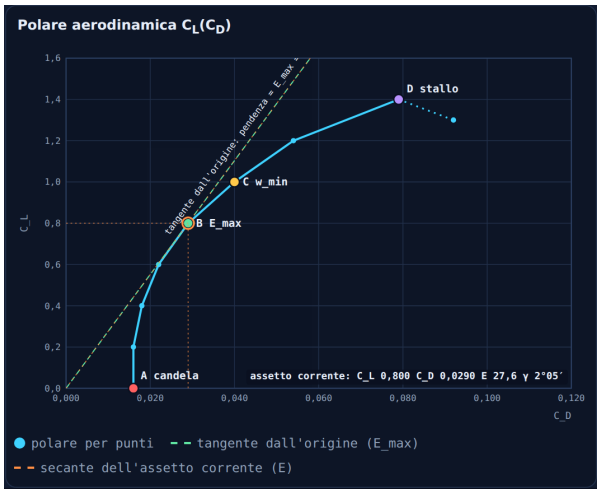
La sola differenza apprezzabile è la velocità di minima discesa: la raccolta arrotonda C_L^{**} a 1,5 e ottiene $V = 19{,}60/\sqrt{1{,}5} = 16{,}0\,\mathrm{m/s}$; l'app usa $C_L^{**} = \sqrt{3} \times 0{,}841 = 1{,}456$ e trova 16,2 m/s. Il $w_{\min}$ non ne risente, perché F è piatto attorno al suo massimo: è lo stesso motivo per cui, in termica, piccoli errori sull'assetto costano pochissimo in rateo.

4.2 Esercizio 3 – la polare per punti

Testo. Carico alare $W/S = 315\,\mathrm{N/m^2}$ e polare assegnata per punti; al livello del mare: $E_{\max}$, $F_{\max}$, velocità di stallo, rateo minimo e velocità limite.

Nell'app

1. Selezionare il preset Es. 3 : il modello passa a Polare per punti e la tabella «C_L C_D» si riempie (l'ultima riga, 1,3 0,092, segue il C_L massimo ed è quindi il tratto post-stallo).
2. Leggere la tabella delle prestazioni: B è il punto tabellato con E massimo, C quello con F massimo.



(a) Polare per punti

Polare per punti: una riga per assetto, «C_L C_D»

```
0      0,016
0,2    0,016
0,4    0,018
0,6    0,022
0,8    0,029
1,0    0,040
1,2    0,054
1.4    0.079
```

Le righe dopo quella con C_L massimo sono lette come post-stallo (tratto punteggiato).

(b) Ingresso della polare

Figura 4: Esercizio 3: polare tabellata con tratto post-stallo tratteggiato.

Cosa osservare

- La polare è una spezzata: i punti sono quelli del testo, i segmenti l'interpolazione lineare. Dopo D la curva «torna indietro» (tratteggio): oltre lo stallo il C_L diminuisce mentre il C_D continua a crescere.
- B cade in $C_L = 0{,}8$ e C in $C_L = 1{,}0$: anche con i dati tabellati C è più lento di B. Poiché le funzioni E ed F sono valutate solo nei punti, l'ottimo individuato è il migliore *fra quelli disponibili*, esattamente come nello svolgimento manuale.

Tabella 4: Esercizio 3: confronto fra app e raccolta.

Grandezza	Simbolo	App	Raccolta	Unità
Efficienza massima ($C_L = 0{,}8$)	$E_{\max}$	27,59	27,6	–
Indice di quota massimo ($C_L = 1{,}0$)	$F_{\max}$	25,00	25,0	–
Velocità di stallo	V_{st}	19,1	19,15	m/s
Rateo minimo di discesa	$w_{\min}$	0,91	0,91	m/s
Velocità limite	$V_{\lim}$	179,2	179,2	m/s

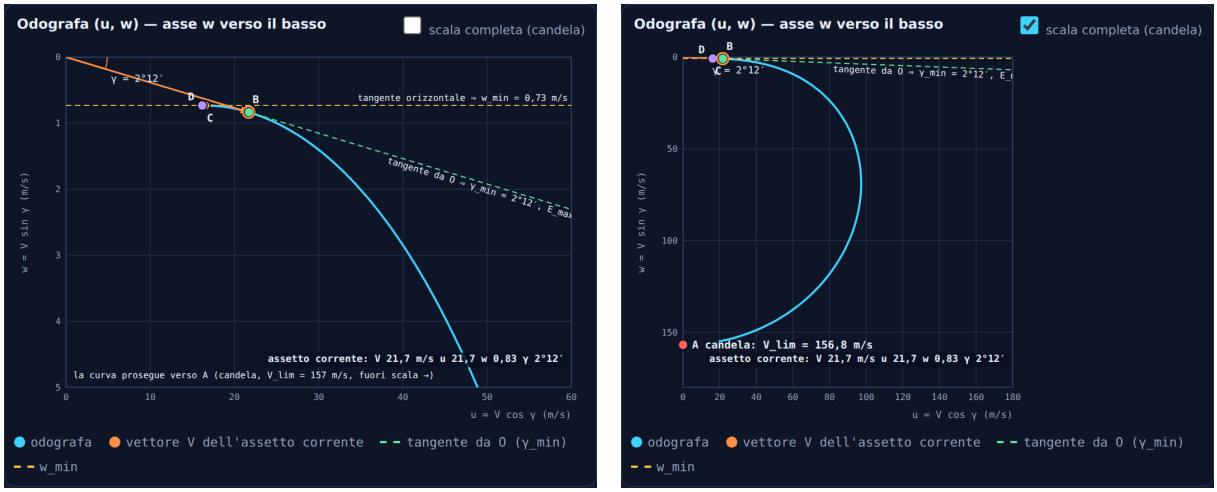
Con lo stesso procedimento si trattano gli Esercizi 1 e 14 (odografa polare per punti: preset omonimi, lettura dell'odografa e della colonna V) e l'Esercizio 16, che aggiunge la quota (paragrafo 4.4).

4.3 Esercizi 2 e 15 – l'odografa cartesiana e la velocità limite

Testo. Esercizio 2: $W = 4\,655\,\text{N}$, $S = 19{,}3\,\text{m}^2$, $b = 17{,}2\,\text{m}$, $C_{D_0} = 0{,}016$, $C_{L,\max} = 1{,}5$, $e = 0{,}9$; costruire l'odografa cartesiana al livello del mare. L'Esercizio 15 è identico nella struttura.

Nell'app

1. Selezionare il preset Es. 2 (o Es. 15).
2. Leggere l'odografa nella vista ingrandita, poi attivare scala completa (candela).



(a) Vista della zona utile **(b)** Scala completa, fino alla candela

Figura 5: Esercizio 2: l'odografa cartesiana in due scale.

Cosa osservare

- Nella vista ingrandita la curva sembra una parabola «capovolta»: è la zona di volo normale, fra lo stallo e poco oltre B.
- In scala completa (assi con la stessa unità) l'odografa si chiude sull'asse w nel punto A: in candela $u = 0$ e $w = V_{\lim} = 156{,}8\,\text{m/s}$. Nella forma esatta (3) la curva non ha asintoti verticali: raggiunge l'asse w proprio in A.
- La sproporzione fra le due scale (circa 1 m/s di rateo in planata contro 157 m/s in candela) spiega perché i diruttori siano indispensabili.

Valori dell'app: $AR = 15{,}33$, $V_{\lim} = 156{,}8\,\text{m/s}$, $w_{\min} = 0{,}73\,\text{m/s}$, identici a quelli della raccolta.

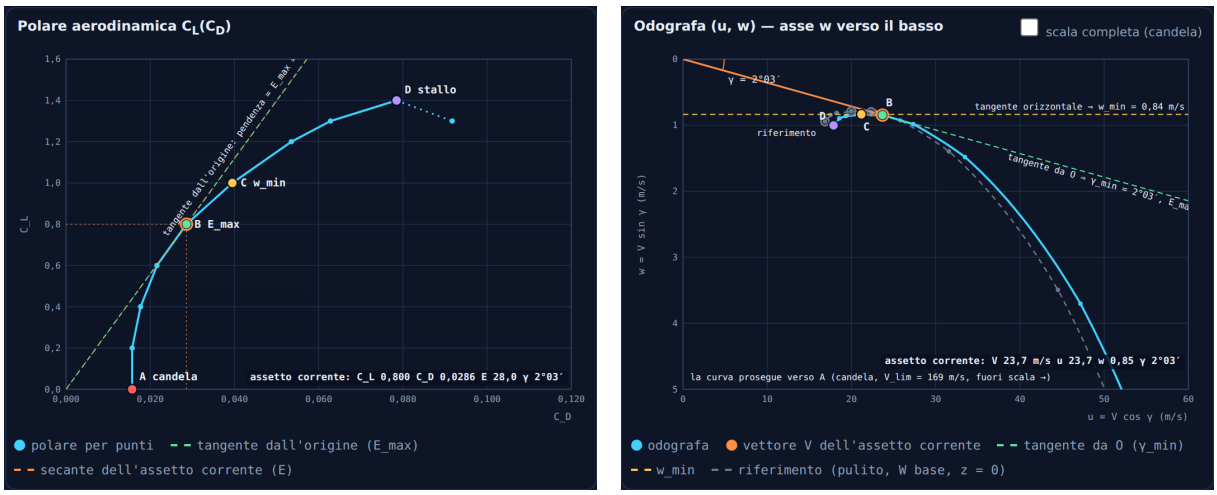
4.4 Esercizio 16 – l'effetto della quota

Testo. $W = 5\,245\,\text{N}$, $S = 21{,}4\,\text{m}^2$, polare per punti: $E_{\max}$ e $F_{\max}$; velocità di stallo al livello del mare; rateo minimo e velocità limite a 1 200 m.

Nell'app

1. Selezionare il preset Es. 16: la quota si porta a 1 200 m ($\sigma = 0{,}8898$, $1/\sqrt{\sigma} = 1{,}0601$).
2. Verificare che Mostra il riferimento sia attiva: sui grafici compare lo stesso

aliante al livello del mare.



(a) Polare: le due curve coincidono **(b)** Odografa: omotetia di centro O

Figura 6: Esercizio 16: aliante a 1 200 m e riferimento al livello del mare.

Cosa osservare

- Sulla polare *non si vede alcun riferimento*: la curva a 1 200 m e quella al livello del mare coincidono. La quota non cambia l'aerodinamica.
- Sull'odografa la curva in quota è la copia ingrandita del riferimento, con fattore $\lambda = 1{,}060$ lungo ogni raggio da O. La tangente da O è la stessa (stesso $\gamma_{\min}$), la tangente orizzontale si abbassa ($w_{\min}$ cresce).
- In tabella la colonna V_i del punto D vale 61 km/h, cioè 16,9 m/s: è proprio la velocità di stallo al livello del mare richiesta dal testo. Lo stallo si verifica sempre alla stessa *velocità indicata*.

Tabella 5: Esercizio 16: confronto fra app e raccolta.

Grandezza	Simbolo	App	Raccolta	Unità
Efficienza massima ($C_L = 0{,}8$)	$E_{\max}$	27,97	27,97	–
Indice di quota massimo ($C_L = 1{,}0$)	$F_{\max}$	25,32	25,32	–
Velocità di stallo (livello del mare)	V_{st}	16,9 (V_i in D)	16,9	m/s
Rateo minimo (1 200 m)	$w_{\min}$	0,84	0,84	m/s
Velocità limite (1 200 m)	$V_{\lim}$	169,2	169,2	m/s

4.5 Esercizi 5, 18 e 12 – la distanza di planata e il vento

Testo. Esercizio 5: $S = 22{,}5\,\text{m}^2$, $b = 18{,}7\,\text{m}$, $e = 0{,}95$, $C_{D_0} = 0{,}015$; sgancio a 2 300 m, campo a 200 m: massima distanza in aria calma. L'Esercizio 18 ha $S = 31\,\text{m}^2$, $b = 22\,\text{m}$, $e = 0{,}95$, $C_{D_0} = 0{,}0149$, sgancio a 3 800 m e campo a 500 m.

Nell'app – aria calma

1. Impostare a mano, in Polare parabolica, S, b, e, C_{D_0} del testo (il peso non serve: si lasci quello presente).
2. Nella scheda Massima distanza di planata inserire z_1, z_2 e $V_w = 0$; premere Risolvi.

Tabella 6: Esercizi 5 e 18: confronto fra app e raccolta.

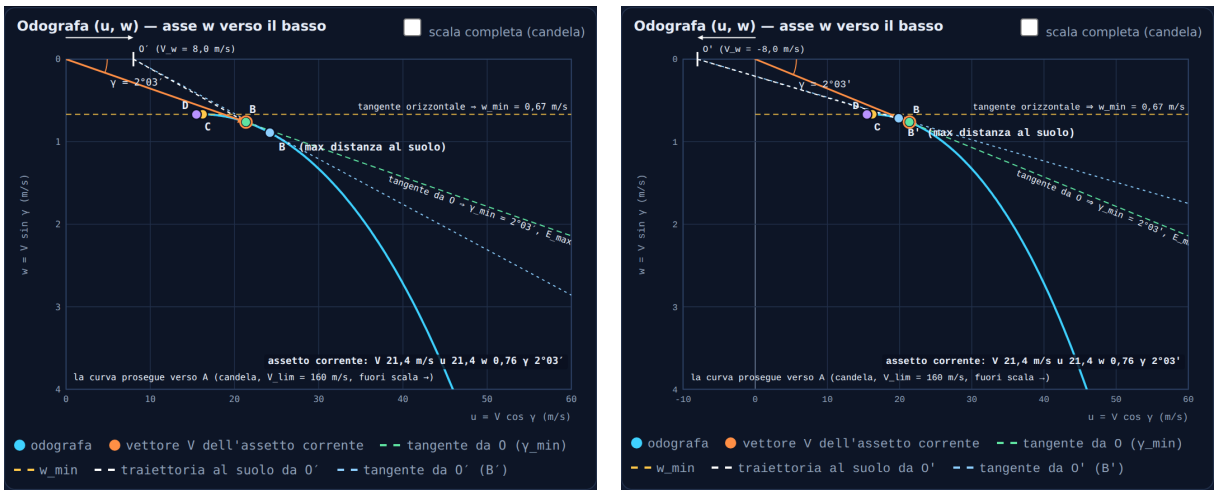
	Esercizio 5		Esercizio 18	
Grandezza	**App**	**Raccolta**	**App**	**Raccolta**
$E_{\max}$	27,80	27,8	27,96	27,95
$\gamma_{\min}$	$2°\,04'$	$2°\,04'$	$2°\,03'$	$2°\,03'$
$s_{\max}$ [km]	58,39	58,4	92,27	92,2

La riga finale della soluzione ricorda il risultato chiave: *né il peso né la quota entrano nella distanza in aria calma*. Lo si verifica muovendo zavorra e quota nella barra laterale e premendo di nuovo Risolvi: $s_{\max}$ non cambia.

Con il vento. La parte b) dell'Esercizio 12 introduce il vento contrario. Per vederne l'effetto sulla distanza si carichi l'aliante dell'Esercizio 4 e si imposti $V_w = +8\,\text{m/s}$.

Nell'app – vento contrario

1. Preset Es. 4; cursore Vento orizzontale a +8,0.
2. Nella scheda Massima distanza di planata: $z_1 = 2300$, $z_2 = 200$, $V_w = 8$; Risolvi.



(a) Vento contrario $V_w = +8\,\text{m/s}$ **(b)** Vento a favore $V_w = -8\,\text{m/s}$

Figura 7: Odografa dell'Esercizio 4 con vento: l'origine al suolo O′ e il punto B′.

Cosa osservare

- L'odografa *non cambia*: il vento non tocca il moto relativo all'aria. Compare l'origine al suolo $\mathrm{O}' = (8{,}0)$ e, da essa, la tangente che individua B' ($C_L = 0{,}655$): con vento in faccia conviene volare più veloci di B (24,2 m/s contro 21,4 m/s).
- Con vento a favore O' si sposta a sinistra dell'origine e B' risale verso C: conviene volare più lenti, per restare più a lungo nella corrente che porta avanti.
- Nella tabella compaiono le colonne γ' ed E' al suolo e la riga B'. All'assetto B l'efficienza al suolo scende da 28,0 a 17,5; in B' vale 18,2.

Tabella 7: Aliante dell'Esercizio 4, dislivello 2 100 m, vento contrario 8 m/s.

Condizione	γ'	E'	Distanza al suolo
Aria calma, assetto B	$2^\circ\,03'$	28,0	58,85 km
Vento, assetto B	$3^\circ\,16'$	17,5	36,81 km
Vento, assetto B' ($C_L = 0{,}655$)	$3^\circ\,09'$	18,2	38,20 km

Volare in B' invece che in B fa guadagnare 1,4 km (il 3,8 %): poco in assoluto, ma è la differenza fra arrivare al campo e atterrare fuori.

Analogia pratica

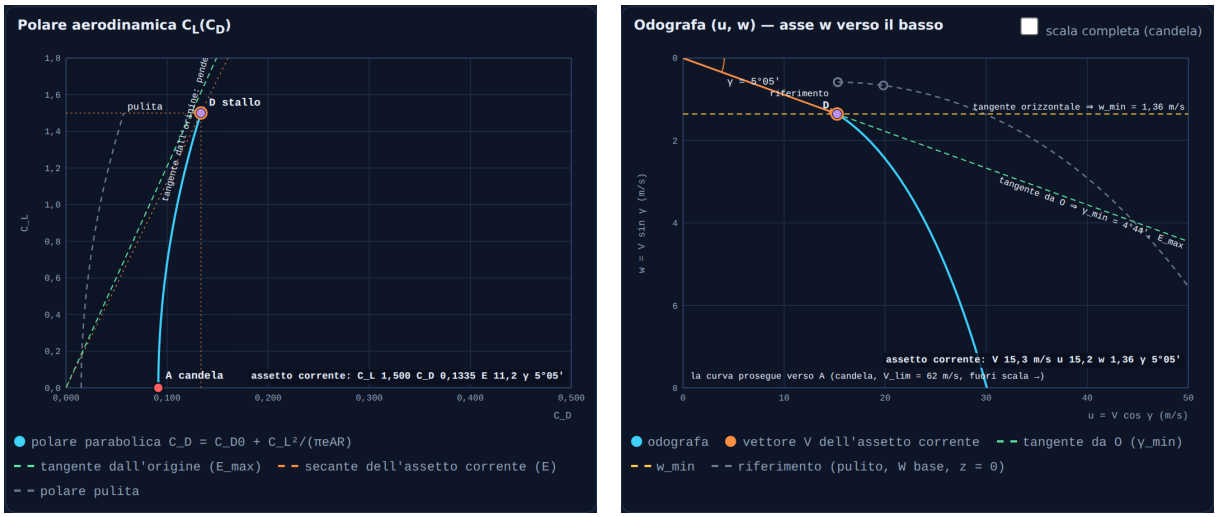
È la situazione del ciclista controvento: pedalare più piano per «risparmiare» fa solo passare più tempo esposti al vento contrario. Conviene aumentare la velocità propria, così che la componente del vento pesi meno sulla velocità risultante.

4.6 Esercizi 8 e 21 – i diruttori estesi

Testo. Esercizio 8: $W = 2\,646$ N, $W/S = 216$ N/m^2, $C_{D_0} = 0{,}015$, $e\,AR = 17$, freni con $S_f = 0{,}55$ m^2 e $C_{D_f} = 1{,}7$: velocità limite, efficienza massima e angolo di rampa minimo con freni estesi.

Nell'app

1. Selezionare il preset `Es. 8` : la casella `Diruttori estesi` si attiva con S_f e C_{D_f} del testo.
2. Leggere il pannello delle grandezze derivate ($C'_{D_0} = 0{,}0913$), la riga A della tabella e la nota di confronto sotto la tabella.



(a) Polare con freni e polare pulita **(b)** Odografa con freni e riferimento

Figura 8: Esercizio 8: effetto dei diruttori.

Cosa osservare

- La polare con freni è la polare pulita (tratteggiata) *traslata verso destra* di $C_{D_f} S_f / S = 0{,}0763$: la forma resta, cambia la resistenza parassita.
- La tangente dall'origine si abbassa (pendenza minore, cioè efficienza minore) e il punto di tangenza teorico sale oltre $C_{L,\max}$: sotto la tabella compare l'avviso $C_L^* = 2{,}21$ *supera* $C_{L,\max} = 1{,}50$, e B, C, D cadono tutti allo stallo.
- Sull'odografa la curva con freni è schiacciata verso l'alto a sinistra: la candela passa da 153 m/s a 62 m/s. È lo scopo dei diruttori.

Tabella 8: Esercizio 8: confronto fra app e raccolta.

Grandezza	Simbolo	App	Raccolta	Unità
Resistenza parassita con freni	C'_{D_0}	0,0913	0,0913	–
Velocità limite frenata	V_{lim}	62,1	62,1	m/s
Efficienza massima teorica	$E'_{\max}$	12,1	12,1	–
Angolo di rampa minimo teorico	$\gamma'_{\min}$	4° 44′	4° 44′	–
Efficienza massima raggiungibile (in D)	–	11,24	–	–

Attenzione – un ottimo non raggiungibile

La raccolta calcola $E'_{\max} = 12{,}1$ con la formula (4), che presuppone di poter volare a $C_L^* = \sqrt{C'_{D_0}/k} = 2{,}21$. Con un $C_{L,\max}$ realistico di 1,5 quell'assetto non esiste: l'app riporta nella nota di confronto il valore teorico (12,1) e nella tabella l'ottimo effettivo, che cade allo stallo ($E = 11{,}24$, $\gamma = 5° 05'$). È un'ottima occasione per discutere in classe il limite delle formule chiuse.

Con il preset Es. 21 ($W/S = 245\,\text{N/m}^2$, $C_{D_0} = 0{,}016$, $S_f = 0{,}53\,\text{m}^2$, $C_{D_f} = 1{,}7$) la riga A dà $C'_{D_0} = 0{,}0570$ e $V_{\text{lim}} = 83{,}8\,\text{m/s}$, come nella raccolta.

4.7 Esercizi 7 e 20 – il progetto dei diruttori

Testo. Esercizio 7: $W = 2\,254\,\text{N}$, $S = 13{,}2\,\text{m}^2$, $C_{D_0} = 0{,}015$; la picchiata verticale non deve superare 250 km/h al livello del mare; superficie dei freni con $C_{D_f} = 1{,}6$. L'Esercizio 20 ha $W = 2\,165\,\text{N}$, $S = 12{,}8\,\text{m}^2$ e 225 km/h.

Nell'app

1. Impostare W, S, C_{D_0} del testo, quota 0, Diruttori estesi disattivata (la scheda parte dall'aliante pulito).
2. Nella scheda Diruttori per una velocità limite imposta inserire V_{lim} e C_{D_f}; Risolvi.

Cosa osservare

- La soluzione è «alla rovescia»: dalla velocità si ricava il coefficiente complessivo $C'_{D_0} = 2(W/S)/(\rho V^2)$, poi la superficie $S_f = (C'_{D_0} - C_{D_0})\,S/C_{D_f}$.
- Il riepilogo riporta anche il rapporto $V_{\text{lim}}/V_{\text{lim,pulito}} = \sqrt{C_{D_0}/C'_{D_0}}$: circa 0,5, cioè i freni dimezzano la velocità di candela con meno di mezzo metro quadrato di superficie.
- Se si imposta una quota diversa da zero la scheda usa $\rho(z)$: a parità di velocità vera servono freni più grandi, perché l'aria è meno densa.

Tabella 9: Esercizi 7 e 20: confronto fra app e raccolta.

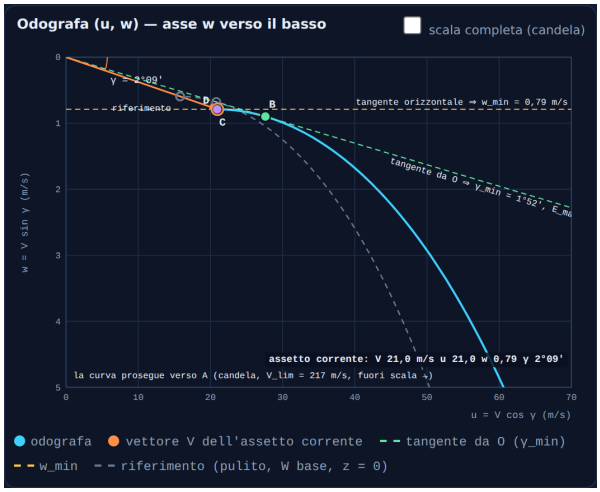
	Esercizio 7		Esercizio 20	
Grandezza	**App**	**Raccolta**	**App**	**Raccolta**
C'_{D_0}	0,0578	0,0578	0,0707	0,0707
S_f [m^2]	0,35	0,35	0,45	0,45

4.8 Esercizio 25 – la zavorra

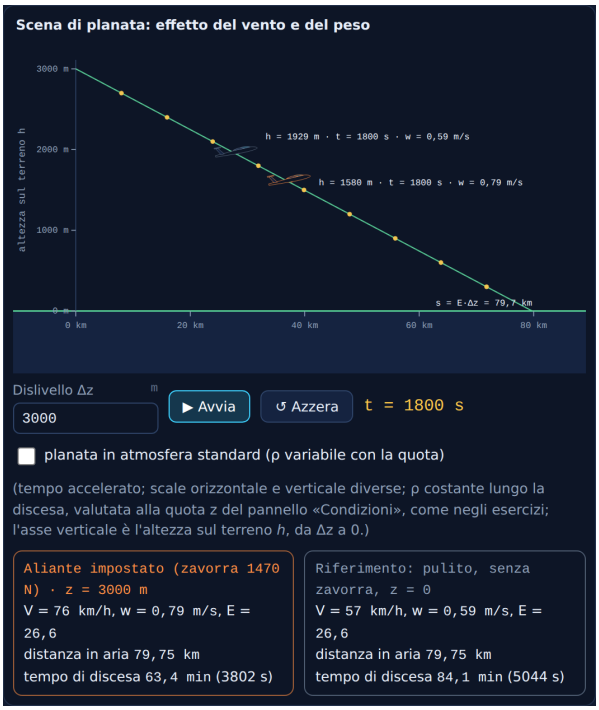
Testo. $W = 4\,800\,\text{N}$, $S = 19{,}6\,\text{m}^2$, $e\,AR = 18$, $C_{D_0} = 0{,}015$; all'assetto di minimo rateo scende da 3 000 m in un'ora esatta. Con 1 470 N di zavorra: a) in quanto tempo compie la stessa discesa? b) come cambiano $E_{\max}$, $\gamma_{\min}$ e $w_{\min}$ a 3 000 m?

Nell'app

1. Selezionare il preset Es. 25: zavorra 1 470 N e quota 3 000 m.
2. Portare $C_{L,\max}$ a 1,6 (il testo non lo assegna; con 1,5 l'assetto $C_L^{**} = 1{,}595$ non sarebbe raggiungibile) e premere C.
3. Nella scheda Zavorra: $\Delta W = 1470$, $t_1 = 60$, quota 3000; Risolvi.



(a) Odografa: aliante zavorrato in quota e riferimento



(b) Scena di planata su 3 000 m

Figura 9: Esercizio 25: stessa polare, velocità più alte.

Cosa osservare

- Sull'odografa le due curve sono omotetiche: la tangente da O è comune ($E_{\max} = 30{,}7$ e $\gamma_{\min} = 1^\circ\,52'$ invariati), la tangente orizzontale dell'aliante zavorrato è più bassa ($w_{\min}$ maggiore).
- La nota di confronto riporta il fattore complessivo $\lambda = 1{,}143 \times 1{,}161 = 1{,}327$: il primo termine è la zavorra $\sqrt{6270/4800}$, il secondo la quota $1/\sqrt{\sigma(3000)}$.
- Nella scena i due alianti percorrono la stessa retta e arrivano nello stesso punto: quello zavorrato arriva prima.

Tabella 10: Esercizio 25: confronto fra app e raccolta.

Grandezza	Simbolo	App	Raccolta	Unità
Tempo con zavorra	t_2	52,5 min	$52'\,30''$	–
Efficienza massima	$E_{\max}$	30,69	30,7	–
Minimo angolo di rampa	$\gamma_{\min}$	$1^\circ\,52'$	$1^\circ\,52'$	–
$w_{\min}$ senza zavorra (3 000 m)	w_1	0,69	0,69	m/s
$w_{\min}$ con zavorra (3 000 m)	w_2	0,79	0,79	m/s

Attenzione – tempi della scena e tempo del testo

Il tempo $t_1 = 60$ min è un *dato* dell'esercizio; la scena, invece, calcola i tempi dal modello ($t = \Delta z/w$). Si confronti quindi il *rapporto* dei tempi, non i valori assoluti. Per isolare l'effetto della sola zavorra si porti la quota a zero: il rapporto fra i tempi

dei due alianti diventa $1/\lambda = \sqrt{4800/6270} = 0{,}875$, cioè $60 \to 52{,}5$ min.

4.9 Esercizi 11 e 24 – la salita in termica

Testo. Esercizio 11: $W/S = 314\,\mathrm{N/m^2}$, $C_{D_0} = 0{,}015$, $e\,AR = 18{,}9$; a 1 000 m incontra una corrente ascendente di 5 m/s: tempo per salire a 3 000 m all'assetto di minimo rateo. Esercizio 24 (preset omonimo): corrente di 1,5 m/s per 15 min a partire da 1 000 m: quota raggiunta.

Nell'app

1. Esercizio 11: impostare un aliante con $W/S = 314$ e $e\,AR = 18{,}9$ (ad esempio $W = 6\,280$ N, $S = 20\,\mathrm{m^2}$, $b = 19{,}44$ m, $e = 1$). Esercizio 24: preset Es. 24.
2. Nella scheda Salita in una corrente ascendente inserire w_a, z_1 e o la quota finale z_2 (Es. 11, con $\Delta t = 0$) o la durata Δt (Es. 24); Risolvi.

Cosa osservare

- La scheda valuta $w_{\min}$ *alla quota media* della salita quando cerca il tempo (Es. 11, 2 000 m) e alla quota iniziale quando cerca la quota (Es. 24), come nella raccolta.
- Il rateo di salita netto è $w_a - w_{\min}$: con 5 m/s di corrente l'aliante sale a 4,28 m/s, quasi alla velocità dell'aria che lo trasporta. Se $w_a \le w_{\min}$ la scheda avverte che la corrente non basta.

Tabella 11: Esercizi 11 e 24: confronto fra app e raccolta.

	Esercizio 11		Esercizio 24	
Grandezza	**App**	**Raccolta**	**App**	**Raccolta**
$F_{\max}$	34,83	34,8	35,46	35,5
$w_{\min}$ [m/s]	0,72	0,72	0,54	0,54
Rateo netto [m/s]	4,28	4,28	0,96	0,96
Risultato	467 s	$7'\,47''$	1 864 m	1 860 m

4.10 Esercizi 6, 19, 9 e 22 – la prova di volo

Testo. Esercizio 6: letture $p = 520$ mmHg, $t = 6\,^\circ$C, $V_i = 160$ km/h, $w = 4$ m/s; aliante con $W = 5\,200$ N, $S = 21\,\mathrm{m^2}$, $e\,AR = 16$: angolo di rampa, efficienza, C_L, C_D, C_{D_0}. Esercizio 9: $W = 4\,410$ N, $S = 18{,}3\,\mathrm{m^2}$, $e\,AR = 17$, discesa da 2 800 m a 2 700 m in 55 s a $V_i = 100$ km/h.

Nell'app

1. Impostare W, S e un'apertura che dia l'$e\,AR$ del testo (con $e = 1$, $b = \sqrt{e\,AR \cdot S}$). Il C_{D_0} della barra laterale non viene usato: è l'incognita.
2. Nella scheda Prova di volo : Modalità $= 1$ per le letture p, t (Es. 6, 19), $= 2$ per il dislivello cronometrato (Es. 9, 22); inserire i dati e premere Risolvi .

Cosa osservare

- In modalità 1 la densità viene dalle letture: $\rho = p/(RT) = 0{,}865\,5\,\mathrm{kg/m^3}$. In modalità 2 viene dall'aria tipo alla *quota media* della prova (2 750 m).
- Il passaggio chiave è $\sin\gamma = w/V$: il variometro misura la componente verticale, l'anemometro (corretto con σ) il modulo della velocità. Si usa l'arcoseno, non l'arcotangente, perché V è l'ipotenusa.
- Da tre letture strumentali si risale al parametro aerodinamico fondamentale, C_{D_0}, e quindi all'efficienza massima dell'aliante.

Tabella 12: Prova di volo: confronto fra app e raccolta.

	Es. 6		Es. 19		Es. 9		Es. 22	
	App	Racc.	App	Racc.	App	Racc.	App	Racc.
V [m/s]	52,89	52,9	62,68	62,7	31,83	31,83	43,78	43,8
γ	4° 20′	4° 20′	3° 12′	3° 12′	3° 16′	3° 16′	2° 17′	2° 17′
E	13,18	13,2	17,88	17,9	17,48	17,5	25,15	25,1
C_L	0,204	0,204	0,261	0,261	0,509	0,509	0,444	0,444
C_D	0,0155	0,0155	0,0146	0,0146	0,0291	0,0291	0,0177	0,0177
C_{D_0}	0,0146	0,0146	0,0136	0,0136	0,0243	0,0243	0,0156	0,0156
$E_{\max}$	29,3	–	35,6	–	23,5	23,4	38,9	38,9

Per l'Esercizio 22 il testo assegna solo $W/S = 412\,\mathrm{N/m^2}$ e $e\,AR = 30$: basta un qualunque aliante con quei due valori (ad esempio $W = 4\,120\,\mathrm{N}$, $S = 10\,\mathrm{m^2}$). Il tempo 3′50″ va inserito in secondi (230 s).

4.11 Esercizi 10 e 23 – il progetto dell'ala

Testo. Esercizio 10: $W = 5\,200\,\mathrm{N}$, $W/S = 284\,\mathrm{N/m^2}$, angolo di rampa minimo di 2°, $C_{D_0} = 0{,}015$, $e = 1$: allungamento, superficie, apertura e corda media.

Nell'app

1. Nella scheda Progetto dell'ala : $\gamma_{\min}$ in gradi e primi, C_{D_0}, e, W, W/S; Risolvi .
2. Premere Carica quest'ala nell'aliante : la geometria progettata passa nella barra laterale e tutti i grafici si aggiornano.

Cosa osservare

- La catena logica è quella del progetto vero: requisito operativo ($\gamma_{\min}$) $\to$ parametro aerodinamico ($E_{\max} = 1/\tan\gamma_{\min}$) $\to$ geometria ($e\,AR = E_{\max}^2 C_{D_0}/0{,}886^2$, poi S, b, $\bar{c}$).
- Dopo il caricamento, la tabella delle prestazioni mostra in B proprio $\gamma = 2°\,00'$: la verifica chiude il cerchio.
- Richiedere $\gamma_{\min} = 1°\,30'$ porta l'allungamento a circa 28: la silhouette delle ali da competizione nasce da qui.

Tabella 13: Esercizi 10 e 23: confronto fra app e raccolta.

	Esercizio 10		**Esercizio 23**	
Grandezza	**App**	**Raccolta**	**App**	**Raccolta**
$E_{\max}$	28,64	28,6	31,24	31,2
AR	15,67	15,7	18,40	18,4
S [m^2]	18,31	18,3	22,00	22 (dato)
b [m]	16,94	16,9	20,12	20,1
$\bar{c}$ [m]	1,08	1,08	1,09	1,09

Per l'Esercizio 23 ($\gamma_{\min} = 1°\,50'$, $S = 22\,\text{m}^2$, $C_{D_0} = 0{,}0148$) la scheda chiede W e W/S: si inserisca una qualunque coppia con $W/(W/S) = 22\,\text{m}^2$, ad esempio $W = 5\,500\,\text{N}$ e $W/S = 250\,\text{N/m}^2$.

4.12 Esercizio 12 – la similitudine fra alianti

Testo. Due alianti aerodinamicamente identici scendono da 2 000 m percorrendo 18 km, il primo in un'ora, il secondo in un'ora e venti; $(W/S)_1 = 275\,\text{N/m}^2$. a) Carico alare del secondo ed efficienza comune; b) angoli di rampa al suolo con vento contrario di 3 m/s.

Nell'app

Scheda Similitudine fra alianti identici e vento : i valori predefiniti sono quelli del testo; premere Risolvi .

Cosa osservare

- Stessa distanza e stesso dislivello: stessa efficienza, $E = s/\Delta z = 9$. È l'omotetia del paragrafo 3.6 letta al contrario: dai tempi si risale ai pesi, $(W/S)_2 = (W/S)_1(t_1/t_2)^2 = 154{,}7\,\text{N/m}^2$.
- Con il vento l'aliante più leggero, e quindi più lento, è molto più penalizzato: $29°\,03'$ contro $15°\,31'$. La scheda ricorda che si usa l'*arcotangente*, perché w e $u - V_w$ sono i cateti del triangolo al suolo.

Valori dell'app: $E = 9{,}00$, $(W/S)_2 = 154{,}7\,\mathrm{N/m^2}$ (raccolta: 155), $\gamma_1' = 15°\,31'$, $\gamma_2' = 29°\,03'$: coincidenti con la raccolta.

4.13 Esercizi 13 e 26 – la discesa ripida a motore spento

Testo. Esercizio 13: velivolo a reazione, $W = 80\,000\,\mathrm{N}$, $W/S = 3\,100\,\mathrm{N/m^2}$, traiettoria a 71°, $V = 620\,\mathrm{km/h}$ a $3\,000\,\mathrm{m}$, $E = 3$: resistenza del velivolo e resistenza addizionale dei freni. Esercizio 26: $W = 55\,860\,\mathrm{N}$, $S = 23\,\mathrm{m^2}$, 75°, $580\,\mathrm{km/h}$ a $1\,000\,\mathrm{m}$, $E = 2{,}2$, $C_{D_f} = 1{,}7$: resistenza addizionale e superficie dei freni.

Nell'app

Scheda Discesa ripida a motore spento : per l'Esercizio 13 si inserisca $S = W/(W/S) = 25{,}81\,\mathrm{m^2}$; Risolvi .

Cosa osservare

- A 71° non vale più alcuna approssimazione di piccoli angoli: la scheda usa $L = W\cos\gamma$ e $R_{\mathrm{tot}} = W\sin\gamma$ esatte.
- Quasi tutta la resistenza la forniscono i freni (66 960 N su 75 641 N): alle piccolissime portanze di una discesa ripida l'ala resiste poco.
- La scheda calcola anche la superficie dei freni e l'accelerazione che il velivolo avrebbe senza di essi (circa $0{,}8\,g$).

Tabella 14: Esercizi 13 e 26: confronto fra app e raccolta.

	Esercizio 13		Esercizio 26	
Grandezza	**App**	**Raccolta**	**App**	**Raccolta**
C_L	0,0748	0,0748	0,0435	0,0435
C_D	0,0249	0,0249	0,0198	0,0198
D_{vel} [N]	8682	8682	6572	6572
R_{tot} [N]	75 641	75 641	53 957	–
R_{add} [N]	66 960	66 959	47 385	47 385
S_f [$\mathrm{m^2}$]	2,92	–	1,93	1,93

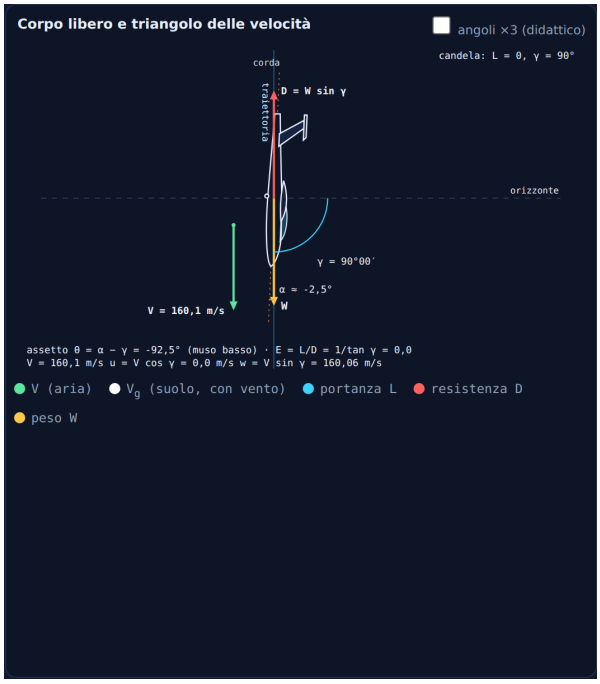
Il diagramma di corpo libero di questa situazione, con la portanza quasi nulla e la resistenza quasi uguale al peso, si osserva nella sezione *L'aliante in planata* portando l'assetto verso A (paragrafo 5.1).

5 Le simulazioni

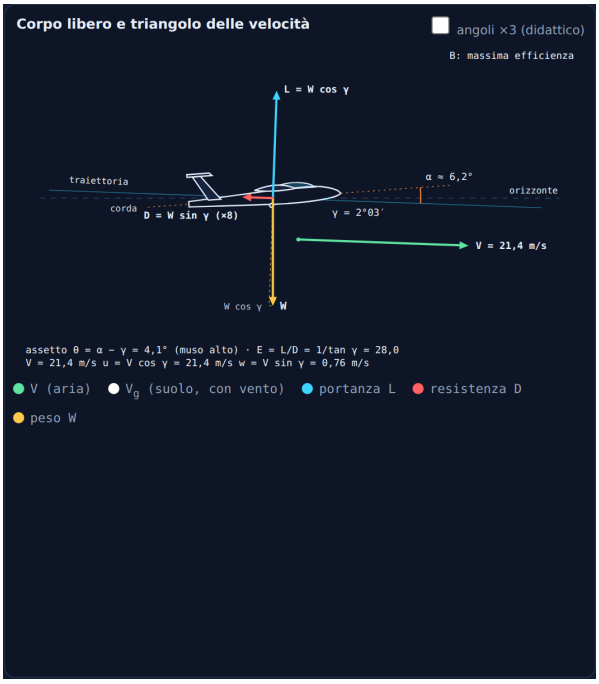
5.1 Il corpo libero e l'assetto dell'aliante

Il pannello *Corpo libero e triangolo delle velocità* risponde a una domanda che gli studenti pongono sempre: *se l'aliante scende, perché il muso è sopra l'orizzonte?* L'aliante è

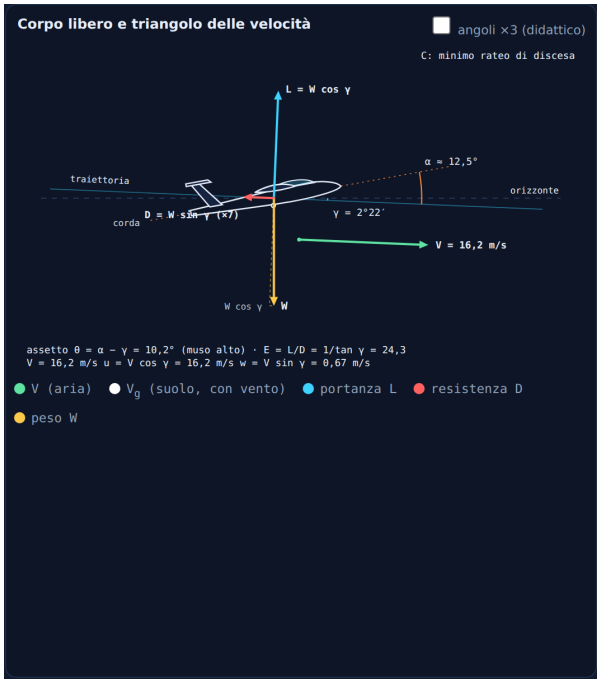
disegnato ruotato dell'angolo $\theta = \alpha - \gamma$ ((8)): la traiettoria è inclinata di γ *sotto* l'orizzonte, la corda di α *sopra* la traiettoria. Finché $\alpha > \gamma$ il muso resta alto.



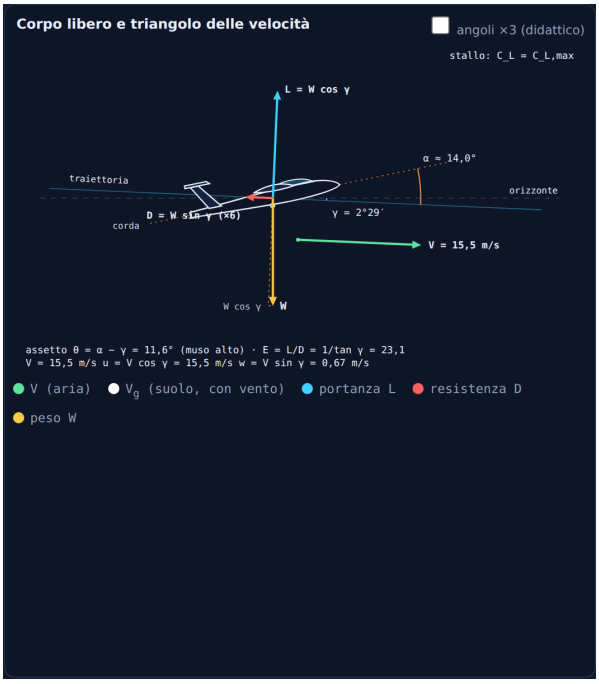
(a) A – candela



(b) B – massima efficienza



(c) C – minimo rateo di discesa



(d) D – stallo

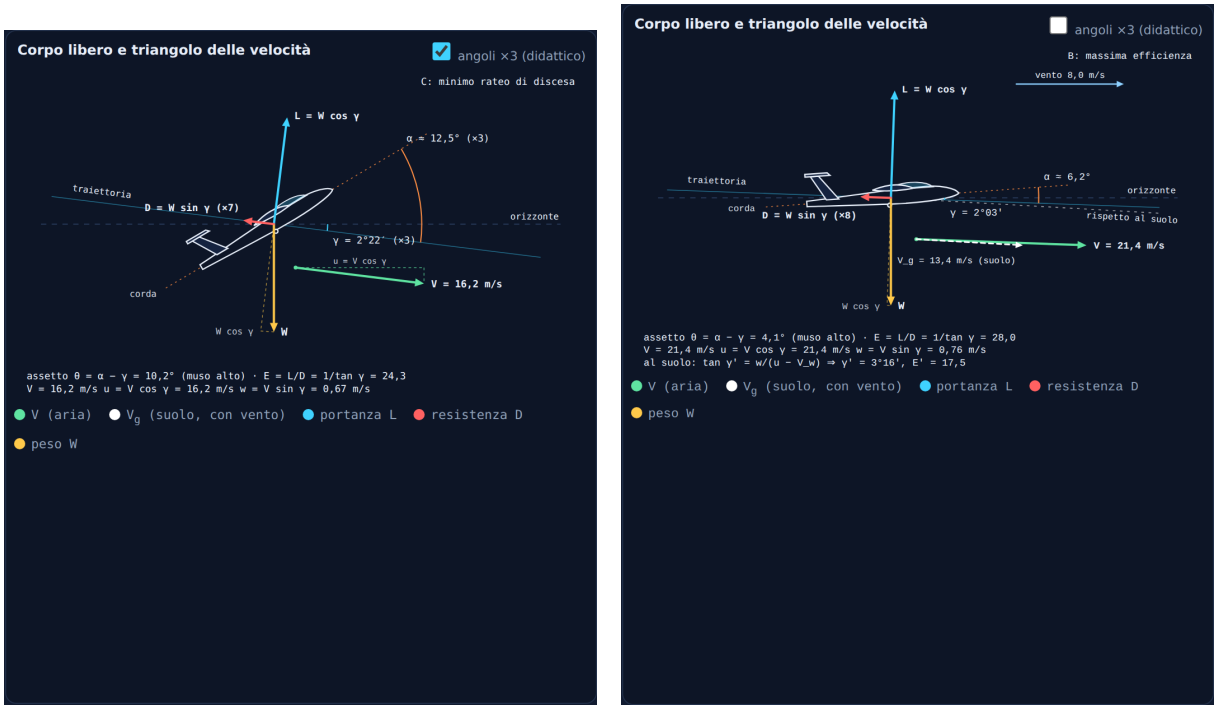
Figura 10: Corpo libero dell'aliante dell'Esercizio 4 nei quattro punti caratteristici.

Tabella 15: Assetti dell'aliante dell'Esercizio 4 (incidenza stimata con la (8)).

Punto	C_L	α	γ	$\theta = \alpha - \gamma$	V [m/s]
A – candela	0	$-2{,}5°$	$90°$	$-92{,}5°$ (muso in basso)	160,1
B – massima efficienza	0,841	$6{,}2°$	$2° 03'$	$+4{,}1°$	21,4
C – minimo rateo	1,456	$12{,}5°$	$2° 22'$	$+10{,}2°$	16,2
D – stallo	1,600	$14{,}0°$	$2° 29'$	$+11{,}6°$	15,5

Cosa osservare – l'effetto dell'angolo di rampa sull'assetto

- Spostando il cursore C_L da D verso A l'incidenza diminuisce e l'angolo di rampa aumenta: l'aliante «abbassa il muso» e accelera. Per l'aliante dell'Esercizio 4 il muso passa per l'orizzonte intorno a $C_L \simeq 0{,}47$, a circa 29 m/s; più veloci di così si vola a muso basso.
- Le forze sono in scala (W = lunghezza fissa): $L = W\cos\gamma$ è normale alla traiettoria, $D = W\sin\gamma$ la contrasta. In planata normale D è così piccola che l'app la ingrandisce e lo dichiara nell'etichetta (ad esempio «×8»). In candela $L = 0$ e $D = W$: la resistenza sostiene da sola tutto il peso.
- Il vettore V (verde) è disegnato a parte, con il triangolo delle componenti u e w: è l'odografa vista da vicino, per il solo assetto corrente.
- Con angoli ×3 tutti gli angoli disegnati sono triplicati (lo dichiarano le etichette): a $2° 03'$ una traiettoria è indistinguibile dall'orizzonte, a 6° si legge.



(a) Assetto C con angoli ×3 **(b)** Assetto B con vento contrario di 8 m/s

Figura 11: Lettura didattica degli angoli e triangolo delle velocità con vento.

Con il vento compare la velocità rispetto al suolo V_g (bianca, tratteggiata) e la

traiettoria al suolo; il riquadro di lettura riporta $\tan\gamma' = w/(u - V_w)$ ed E'. Se $u - V_w \leq 0$ l'aliante arretra rispetto al suolo, e il riquadro lo segnala.

5.2 La scena di planata a densità costante

La scena mostra la planata nel tempo su un **dislivello** Δz (campo Dislivello Δz, predefinito 1 000 m). L'asse verticale è l'*altezza sul terreno* h, da Δz a zero; la densità è costante e vale quella della quota z impostata nella barra laterale, come negli esercizi.

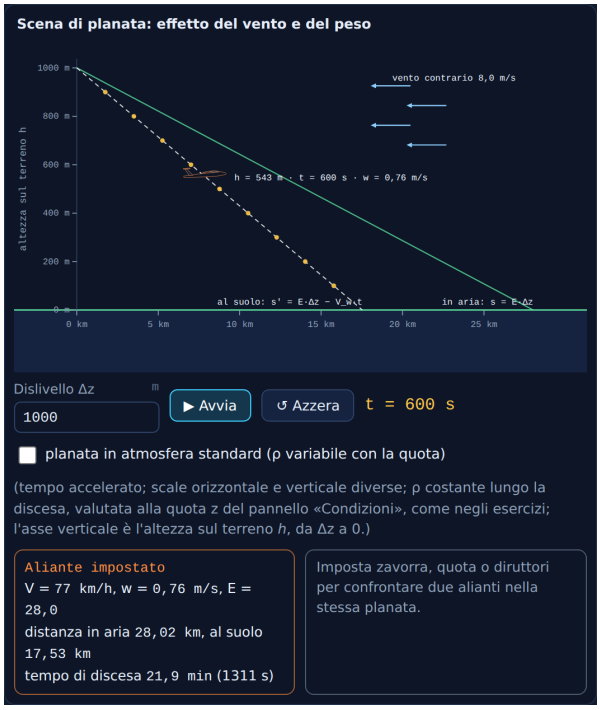
Nell'app – animazione

1. Impostare aliante, assetto e condizioni; scegliere Δz.
2. Premere ▶ Avvia: il tempo è accelerato in modo che la discesa più lunga duri circa dieci secondi. Pausa ferma l'animazione, Azzera la riporta a $t = 0$. Qualunque modifica ai dati azzera l'animazione.

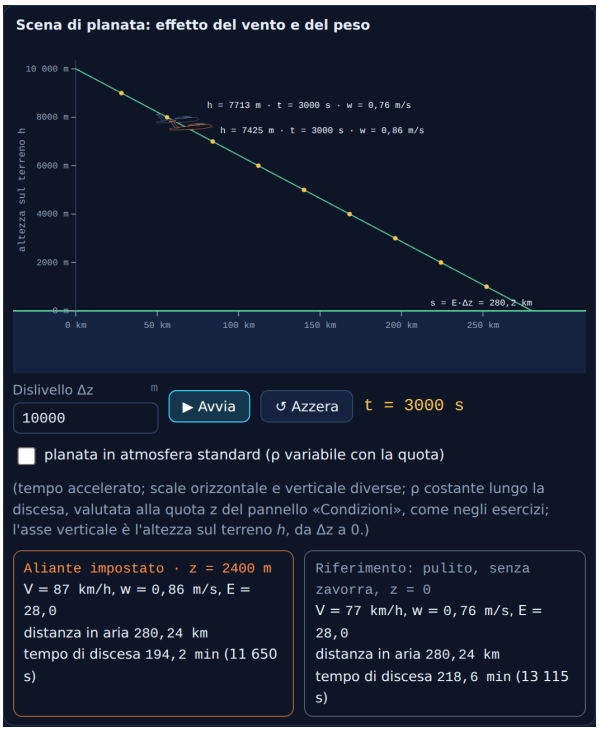
Gli elementi della scena sono: la traiettoria in aria (retta, pendenza $1/E$); con vento, la traiettoria al suolo (tratteggio bianco); i **pallini gialli**, posti a intervalli di tempo uguali ($T/10$); l'aliante con l'etichetta h, t, w istantanei; le schede di riepilogo con V, w, E, distanza e tempo di discesa. Se la configurazione differisce dal riferimento (quota, zavorra o diruttori) compare un secondo aliante, grigio, per il confronto.

Il vento. Con l'aliante dell'Esercizio 4 in B, $\Delta z = 1\,000$ m e vento contrario di 8 m/s (figura 12a) la distanza in aria resta $E\,\Delta z = 28{,}02$ km, mentre al suolo si percorrono 17,53 km: la differenza, 10,49 km, è proprio $V_w\,t = 8 \times 1\,311$ s, come prevede la (9).

Quota e zavorra a confronto. Con lo stesso aliante a $z = 2\,400$ m, $\Delta z = 10\,000$ m e riferimento attivo (figura 12b), i due alianti si muovono *sulla stessa retta*, ma quello in quota è sempre più avanti e più in basso. Le schede riportano 11 650 s contro 13 115 s: il rapporto è $1{,}126 = 1/\sqrt{\sigma(2400)}$, cioè il λ della (6). La distanza (280,24 km) è la stessa.



(a) Vento contrario, $\Delta z = 1\,000\,\text{m}$



(b) Quota $2\,400\,\text{m}$ contro riferimento, $\Delta z = 10\,000\,\text{m}$

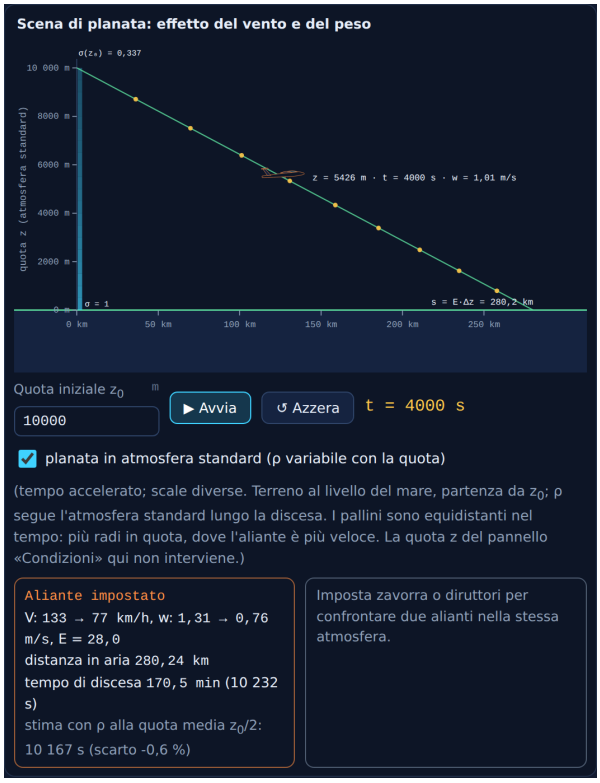
Figura 12: La scena di planata a densità costante.

Attenzione – quota z e altezza h

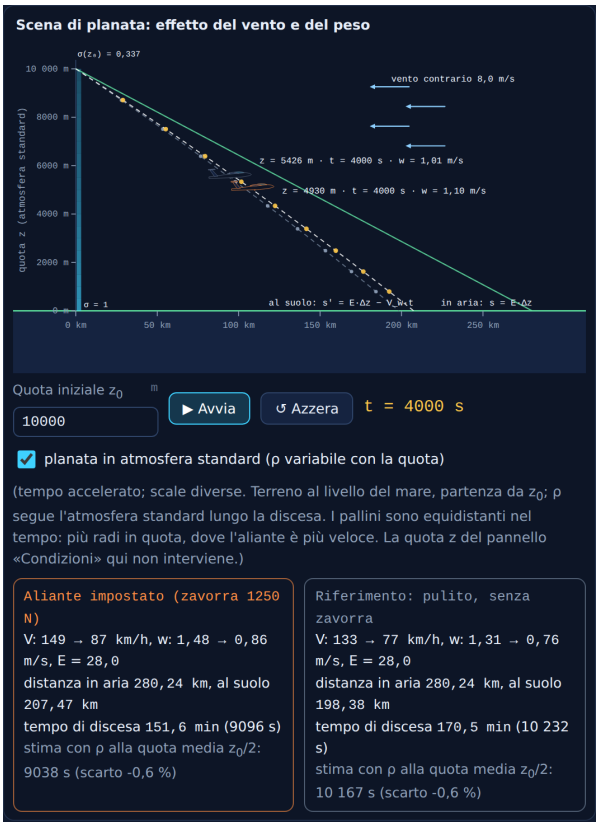
La quota z della barra laterale *non* è la quota di partenza della scena: serve solo a fissare la densità. Con $z = 0$ la scena parte comunque da $h = \Delta z$, perché l'asse verticale misura il dislivello ancora da percorrere. Chi vuole una quota di partenza vera, con la densità che cambia durante la discesa, deve usare la planata in atmosfera standard.

5.3 La planata in atmosfera standard

Attivando planata in atmosfera standard (ρ variabile con la quota) la scena cambia significato: il terreno è al livello del mare, l'aliante parte dalla quota z_0 (il campo diventa Quota iniziale z_0, limitato a $11\,000\,\text{m}$) e la densità segue la (1) lungo tutta la discesa. La quota z della barra laterale qui non interviene; il riferimento compare solo con zavorra o diruttori, perché i due alianti attraversano la stessa atmosfera.



(a) Aria calma, $z_0 = 10\,000\,\text{m}$



(b) Zavorra 1 250 N e vento contrario 8 m/s

Figura 13: Planata in atmosfera standard dell'aliante dell'Esercizio 4 in B.

Cosa osservare

- La **traiettoria in aria è ancora una retta**: E non dipende dalla densità, e la distanza, 280,24 km, è la stessa del caso a densità costante.
- I **pallini non sono più equidistanti**: sono radi in quota e fitti vicino al suolo. In quota l'aria è rarefatta e l'aliante è più veloce: V passa da 133 km/h a 77 km/h, w da 1,31 m/s a 0,76 m/s.
- La fascia colorata sull'asse delle quote visualizza $\sigma(z)$: da 0,337 a 10 000 m fino a 1 al suolo.
- Con il vento la **traiettoria al suolo è curva**: in quota, dove l'aliante è veloce, il vento incide poco; vicino al suolo incide di più. L'aliante zavorrato, più veloce, ne risente meno (207,47 km contro 198,38 km).

Tabella 16: Aliante dell'Esercizio 4 in B, discesa da 10 000 m: tempi con i due modelli.

Modello	Tempo di discesa
Densità costante ρ_0 (livello del mare)	13 115 s
Densità costante $\rho(2\,400\,\text{m})$	11 650 s
Atmosfera standard, integrale (9)	10 232 s
Stima con ρ alla quota media ($z_0/2 = 5\,000\,\text{m}$)	10 167 s ($-0{,}6\,\%$)

La scheda di riepilogo riporta sempre la *stima degli esercizi*, cioè il tempo calcolato con la densità costante della quota media, e il suo scarto dall'integrale. Anche su 10 km di dislivello lo scarto è appena $-0{,}6\,\%$: è la giustificazione quantitativa dell'ipotesi usata negli esercizi di prova di volo. Il segno dello scarto non è casuale.

Dimostrazione – la stima a quota media sottostima sempre il tempo

Posto $\kappa = 2{,}25577 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-1}$, la funzione integranda è $f(z) = \sqrt{\sigma(z)} = (1-\kappa z)^{2{,}128}$, con $f''(z) = 2{,}128 \times 1{,}128\,\kappa^2 (1-\kappa z)^{0{,}128} > 0$: f è convessa. Una funzione convessa sta sopra la propria tangente in ogni punto; presa la tangente nel punto medio $z_m = z_0/2$, $f(z) \geq f(z_m) + f'(z_m)(z - z_m)$. Integrando fra 0 e z_0 il termine lineare si annulla per simmetria e resta $\int_0^{z_0} f\,dz \geq z_0\, f(z_m)$. Poiché $t = \frac{1}{w_0}\int f\,dz$, la stima $z_0 f(z_m)/w_0$ è sempre per difetto; la differenza è piccola perché f'' è piccola: $\sqrt{\sigma}$ è quasi lineare nella troposfera.

Analogia pratica

È come stimare la durata di un viaggio in auto moltiplicando la distanza per il tempo al chilometro nel punto di metà strada: se l'andatura cambia gradualmente e con regolarità, la stima è ottima. La planata in atmosfera standard è un viaggio con l'andatura che rallenta dolcemente verso il suolo.

6 Proposte di attività in classe

Le attività seguenti richiedono da dieci a trenta minuti ciascuna e possono essere svolte alla lavagna interattiva o in laboratorio, a coppie. Ogni attività chiede agli studenti una *previsione* prima dell'esperimento: è il momento in cui si misura la comprensione.

1. La caccia agli invarianti. Preset Es. 4, riferimento attivo. Prima di toccare i cursori, gli studenti scrivono quali grandezze della tabella cambieranno portando la zavorra a 1 500 N, poi la quota a 3 000 m, poi estendendo i diruttori. Si verifica: zavorra e quota lasciano invariati C_L, C_D, E, F, γ di tutti i punti; i diruttori cambiano tutto. *Domanda di chiusura*: perché la polare non «vede» il peso?

2. Volare contro il vento. Preset Es. 4. Gli studenti prevedono se, con vento contrario, convenga volare più veloci o più lenti di B. Si porta il vento a +5, +10, +15 m/s e si annota il C_L di B′; poi a −5 e −10. *Domanda*: che cosa succede a B′ quando il vento in faccia si avvicina alla velocità di B?

3. Dal requisito all'ala. Scheda Progetto dell'ala: ogni coppia sceglie un $\gamma_{\min}$ fra 1° 30′ e 3° 00′, progetta l'ala, la carica nell'aliante e verifica in tabella che B dia proprio l'angolo richiesto. Si confrontano le aperture ottenute con quelle di alianti reali (classe Standard: 15 m; classe Libera: oltre 25 m).

4. La prova di volo simulata. Il docente imposta un aliante «segreto» e comunica solo W, S, *e* AR e, per un assetto a sua scelta, le letture degli strumenti (V_i e w, a quota

nota). Gli studenti usano la scheda Prova di volo per risalire al C_{D_0} e confrontano il risultato con il valore nascosto.

5. Dieci chilometri di aria. Scena in atmosfera standard da 10 000 m. Gli studenti calcolano a mano il tempo con la densità della quota media, poi lo confrontano con quello integrato dall'app. *Domanda*: perché la stima è sempre per difetto? (Si veda la dimostrazione del paragrafo 5.3.)

7 Limiti del modello

L'applicazione è uno strumento didattico e ne va conosciuto il campo di validità.

- Il moto è **quasi stazionario**: ogni istante è una planata rettilinea uniforme. Non sono rappresentati i transitori (richiamata, affondata) né le manovre.
- La polare è **indipendente dal numero di Reynolds**: in quota, a parità di C_L, cambiano velocità e Reynolds, e quindi leggermente la polare reale; l'app, come gli esercizi, la considera invariata.
- Il vento è **orizzontale e uniforme**, anche nella planata in atmosfera standard; le correnti ascendenti compaiono solo nella scheda dedicata.
- L'incidenza α è **stimata** ((8)) e serve solo al disegno.
- Con la polare per punti gli ottimi sono i migliori **fra i punti tabellati**; con la polare parabolica, se un ottimo teorico supera $C_{L,\max}$, la tabella riporta l'ottimo effettivo in D e l'app lo segnala.
- Nella scena il tempo è **accelerato** e le scale orizzontale e verticale sono diverse: gli angoli disegnati non sono in scala (lo sono nel corpo libero, salvo l'opzione $\times 3$).

A Mappa degli esercizi

Tabella 17: Per ogni esercizio della raccolta: come impostarlo e che cosa verificare.

Es.	Nell'app	Da verificare
1, 14	preset omonimi	odografa per punti; colonna V della tabella
2, 15	preset omonimi	odografa cartesiana; $V_{\lim}$ in scala completa
3	preset	$E_{\max}$ e $F_{\max}$ fra i punti tabellati; post-stallo tratteggiato
4, 17	preset omonimi	punti A–D; tangenti su polare e odografa
5, 18	dati a mano; scheda *Distanza*	$s_{\max} = E_{\max}\,\Delta z$, indipendente da peso e quota
6, 19	dati a mano; scheda *Prova*, modo 1	ρ dalle letture, $\sin\gamma = w/V$, C_{D_0}
7, 20	dati a mano; scheda *Diruttori*	C'_{D_0} e S_f
8, 21	preset omonimi	polare traslata; $V_{\lim}$ frenata; ottimo oltre lo stallo
9, 22	dati a mano; scheda *Prova*, modo 2	aria tipo alla quota media; $E_{\max}$

Es.	Nell'app	Da verificare
10, 23	scheda *Progetto*; Carica	catena requisito–efficienza–geometria
11, 24	dati a mano o preset; scheda *Salita*	rateo netto $w_a - w_{\min}$
12	scheda *Similitudine*	E comune; $(W/S)_2$; γ' con vento
13, 26	scheda *Discesa ripida*	equilibrio esatto; R_{add}; S_f
16	preset	omotetia con la quota; V_i di stallo
25	preset, $C_{L,\max} = 1{,}6$; scheda *Zavorra*	$\lambda = \sqrt{W_2/W_1}$; E e γ invariati

B Domande frequenti

Ho scelto un preset ma il menu mostra di nuovo «scegli un esercizio». È voluto: il menu è un comando, non uno stato. I dati caricati restano nella barra laterale finché non si modificano.

Con quota $z = 0$ la scena parte comunque da 1 000 m. La scena parte dal dislivello Δz; la quota z fissa solo la densità (paragrafo 5.2).

Perché nella tabella B, C e D coincidono? L'ottimo teorico supera $C_{L,\max}$ (tipico con freni estesi o $C_{L,\max}$ basso): l'app lo segnala e porta l'ottimo effettivo in D (paragrafo 4.6).

Perché l'ultima cifra differisce da quella della raccolta? Gli svolgimenti manuali arrotondano i risultati intermedi (ad esempio $C_L^{**} = 1{,}5$ invece di 1,456); l'app conserva tutte le cifre. Le differenze sono sempre nell'ultima cifra significativa, salvo i casi discussi nel testo.

Una scheda del risolutore dà un risultato diverso dal previsto. Si controlli la riga «Aliante in uso»: le schede marcate • nella tabella 2 usano l'aliante della barra laterale.

Posso usare l'app senza rete? Sì: l'unica risorsa esterna sono i caratteri tipografici, sostituiti automaticamente da quelli di sistema.

C Il progetto LaTeX

Il manuale si compila con XeLaTeX o LuaLaTeX (consigliati) oppure con pdfLaTeX, sempre con due passate per indice e riferimenti incrociati, a partire da `manuale_volo_librato.tex`. Il progetto comprende lo stile delle monografie `raucci-aero.sty` (intestazioni, riquadri, notazione, macchia di caffè sulla prima pagina), le sezioni nella cartella `sezioni/` e le immagini, tutte catturate dall'applicazione, nella cartella `figure/`. I riquadri disponibili sono: `teoria`, `definizione`, `analogia`, `dimostrazione` e, specifici di questo manuale, `procedura` (*Nell'app*), `osserva` (*Cosa osservare*) e `attenzione`.